

## 磁化力による加速度増強下での空気のレイリー・ベ ナール対流の数値計算

牧, 祥  
九州大学大学院総合理工学府

田川, 俊夫  
九州大学機能物質科学研究所

尾添, 紘之  
九州大学機能物質科学研究所

<https://doi.org/10.15017/7932>

---

出版情報：九州大学機能物質科学研究所報告. 15 (1), pp.25-30, 2001. 九州大学機能物質科学研究所  
バージョン：  
権利関係：



# 磁化力による加速度増強下での空気の レイリー・ベナール対流の数値計算

牧 祥\*・田川 俊夫・尾添 紘之

## Numerical computation of Rayleigh – Benard convection of air under enhanced acceleration by magnetizing force

Syou MAKI, Toshio TAGAWA and Hiroyuki OZOE

Recent reports suggest that the magnetizing force reveals various interesting phenomena. The development of a super-conducting magnet enables to provide a strong geometrical gradient for induction which produces a large value in the magnetizing force. Oxygen is a paramagnetic fluid, and the magnetic susceptibility is very large. Air contains 21 % of oxygen and therefore is a paramagnetic fluid, and air is expected to convect with the magnetizing force. Here we use a new parameter  $\gamma$  which represents the strength of the magnetizing force versus the accelerations of gravity. Model equations are the equation of continuity, the momentum equation, the energy equation, and Biot-Savart's law. Both natural convection and magnetizing force convection were computed with three-dimensional model equations. The system considered is similar to the Rayleigh-Benard convection of air within a shallow cylindrical enclosure whose diameter is six times its height. The cylinder is filled with air and is heated from the bottom wall, and cooled from the top. The side wall of the cylinder is assumed to be thermally insulated.

### 1. 緒 言

超伝導磁石の普及にともない、強磁場を使った研究がさかに行われている<sup>(1)(2)</sup>。酸素は、気体で存在する常磁性体としては極めて大きい磁化率を有しているため、酸素を約 21%含む空気も、全体としてみれば磁化力の効果を受けると考えられる。磁化力は磁束密度の二乗の勾配と磁化率の積で表わされる体積力である。そのため一様方向の磁場を印加しても、その効果は得られず、磁化力が効果的に作用する位置を決定することが重要になる。著者等は円筒型超伝導磁石のボア内部に形成される磁化力分布を計算し、磁化力が重力を効果的に相殺する位置を見出した<sup>(3)(4)</sup>。そしてその位置では、上面冷却、下面加熱の円筒容器内での空気の自然対流が、磁化力によってほぼ伝導状態に遷移することを計算によって示した。これは容器内部の空気が擬似的な無重力状態になったことを意味する。逆に

重力とほぼ等しい大きさの磁化力が重力と同じ向きに作用した場合、見かけ上重力が 2g になり自然対流は強くなるはずである。本報告では、磁化力と重力が重畳する場合について三次元数値解析し報告する。

### 2. 支配方程式

田川等により以下の無次元基礎式を導いた<sup>(5)</sup>。なお  $\gamma$  は磁化力と重力の比を表わす無次元数で磁化力の強さを表わす。以下に、無次元化した連続の式、運動方程式、エネルギー式、ビオ・サバルの式を示す。

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla P + Pr \nabla^2 \vec{U} - Ra \cdot Pr \cdot T \left[ \gamma \nabla B^2 + (0, 0, 1)^T \right] \quad (2)$$

$$\frac{DT}{Dt} = \nabla^2 T \quad (3)$$

$$\vec{B} = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{R} \times d\vec{S}}{R^3} \quad (4)$$

受理日 2001 年 4 月 26 日

本論文を名誉教授 西村 幸雄 先生に献呈する。

\*九州大学大学院総合理工学府

記 号

磁場の強さ  $b$  [T],  $b_a = \mu_0 i / h$  [Wb/m<sup>2</sup>],  $B = b / b_a$ , 重力加速度  $g$  [m/s<sup>2</sup>], 電流  $i$  [A], 実験容器の高さ  $h$  [m], 圧力  $p$  [Pa],  $P = p / p_a$  [-],  $p_a = \rho_0 (\alpha / h)^2$  [Pa],  $R = r / h$  [-], ポア中心とコイルの距離  $z_b$  [m],  $R_b = z_b / h$ , 容器の半径  $r_v$  [m], 無次元温度  $T = (\theta - \theta_0) / (\theta_h - \theta_c)$  [-], 代表時間  $t_a = h^2 / \alpha$  [s],  $U = u / u_0$  [-], 代表速度  $u_0 = v_0 = w_0 = \alpha / h$  [m/s],  $V = v / v_0$  [-],  $W = w / w_0$  [-],  $Z = z / z_0$  [-], 代表寸法  $z_0 = h$  [m], コイル中心と容器中心間の距離  $z_b$  [m],  $Z_b = z_b / h$  [-], 熱拡散率  $\alpha$  [m<sup>2</sup>/s], 気体の体膨張率  $\beta$  [K<sup>-1</sup>], 温度  $\theta$  [K], 加熱面の温度  $\theta_h$  [K], 冷却面の温度  $\theta_c$  [K], 平均温度  $\theta_0 = (\theta_h + \theta_c) / 2$  [K], 気体の密度  $\rho_0$  [kg/m<sup>3</sup>], 気体の無次元磁化率  $\chi_{m0}$  [-], 透磁率  $\mu_0$  [H/m], 動粘性係数  $\nu = \mu / \rho_0$  [m<sup>2</sup>/s], 無次元時間  $\tau = t / t_a$  [-],  $Gr = \{g \beta (\theta_h - \theta_c) h^3\} / \nu^2$  [-],  $Pr = \nu / \alpha$  [-],  $Ra = Gr \cdot Pr$  [-], 磁化力の強さを表わす無次元数  $\gamma = \chi_{m0} b_a^2 / (g \mu_0 \rho_0 h)$  [-]

3. 対象とする系と境界条件

対象とする系はアスペクト比 (=  $2 r_v / h$ ) が6の偏平な円筒容器で、その上面を一定温度で冷却し、下面を一定温度で加熱し、Rayleigh-Benard 対流に近い自然対流を想定した。また、側壁は断熱と仮定した。速度境界条件は、壁付近では流れは全てすべりなしとして計算した。計算は(1)~(3)式の連立偏微分方程式を3次元円筒座標系で差分近似し、R方向、 $\theta$ 方向、Z方向に21, 21, 21のスタッガード格子を与え、HSMAC法を使って計算した。この円筒容器内の座標系はFig.1のように上面中心を原点とし、鉛直下向きを正としている。超伝導磁石は円形の巻きコイルと仮定し、ポア内部の磁場分布は、このコイルの周囲の磁場分布で与えられるとして計算を行った。磁化力の大きさを表わす $\gamma$ は、円筒容器中央で磁化力と重力がほぼ等しくなるように値を決定した。また容器の位置は、コイル中心と容器中央間の距離を  $Z_b$ 、ポア中心とコイル間の距離を  $R_b$  で表わした。

以上より、初期条件と境界条件は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{at } \tau = 0, \quad \bar{U} = T = 0 & \quad (\text{初期条件}) \\ \text{at } Z = 0, \quad \bar{U} = 0, \quad T = -0.5 & \quad (\text{境界条件}) \\ \text{at } Z = 1, \quad \bar{U} = 0, \quad T = 0.5 & \quad (\text{境界条件}) \\ \text{at } R = 3, \quad \bar{U} = 0, \quad \partial T / \partial R = 0 & \quad (\text{境界条件}) \end{aligned}$$

$Pr$  数は0.7とし、 $Ra$ 数は7000について計算した。コイル半径は実際の超伝導磁石励磁装置を想定しているので  $R_b = 9.0$  としたが、このとき $\gamma$ の大きさは、容器位置が  $Z_b = 2.5$  では  $\gamma = 2268$ 、 $Z_b = 5.5$  では  $\gamma = 2815$  となる。

4. 磁場及び磁化力場

円筒容器に作用する磁束  $B$  は Fig.2 (a) で与えられる。しかし磁化力  $\gamma \nabla B^2$  のベクトル分布は Fig.2 (b) のようになった。このように磁化力  $\gamma \nabla B^2$  はコイルを境に上下対

称になっている。そこで、磁化力が効果的に作用する位置は  $Z_b = 5.5$  として数値計算を行った。また比較のために  $Z_b = 2.5$  の位置にも容器を設置し、同様の計算を行った。Fig. 3 (a), (b) は  $Z_b = 5.5, 2.5$  における磁化力と重力の合力の無次元化した値  $\gamma \nabla B^2 + 1$  を示す。共に磁化力が重力のように鉛直下向きに作用している。図より  $Z_b = 5.5$  の位置では磁化力の半径成分が少なく、磁化力が重力とほぼ同じ方向で流体に作用しているのに対し、 $Z_b = 2.5$  では半径成分が存在していることが解る。

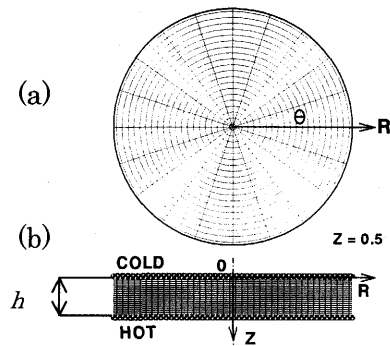


Fig.1 Schema of the system (a) top view, and (b) side view.

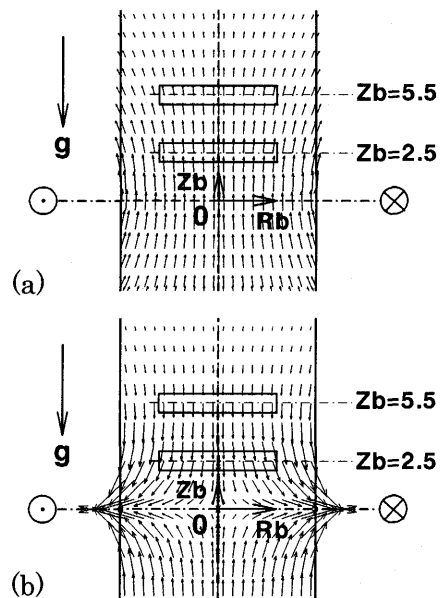


Fig.2 (a) Vectors of magnetic induction  $B$ , and (b) vectors of magnetizing force  $\gamma \nabla B^2$  in the bore.

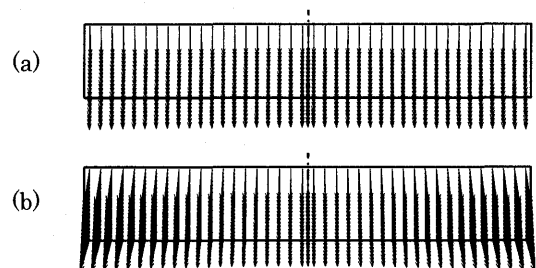


Fig.3 Vectors of  $\gamma \nabla B^2 + 1$ , (a)  $Z_b = 5.5$ , (b)  $Z_b = 2.5$ .

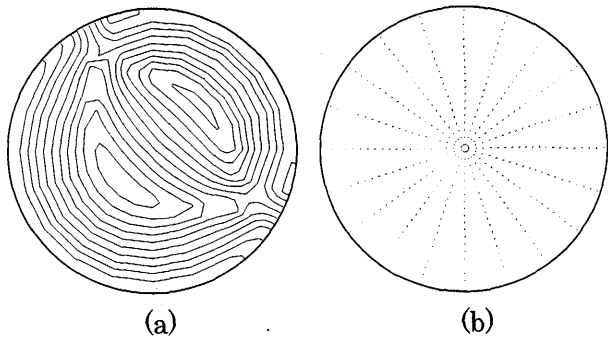


Fig.4 (a) Top views of isotherms, and (b) velocity vectors at  $Z=0.5$  for  $Pr=0.7$ ,  $Ra=7000$  and  $\gamma=0$ .

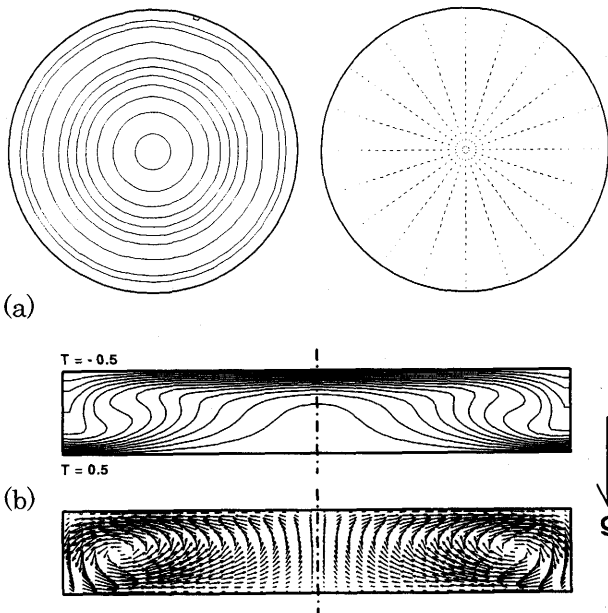


Fig.5 (a) Top views of isotherms and velocity vectors at  $Z=0.5$ , and (b) side views of isotherms and velocity vectors for  $Pr=0.7$ ,  $Ra=7000$ ,  $\gamma=2268$  and  $Zb=2.5$ .

## 5. 計算結果

### 5.1 $Ra=7000$ の場合

磁場が存在しない自然対流の場合について、収束解の等温線分布と速度ベクトル分布を Fig.4 に示す。この定常状態に磁化力を印加し流れの変化を調べた。

まず  $Zb=2.5$ ,  $\gamma=2268$  の温度分布と流速ベクトル分布を Fig.5 (a), (b) に示す。磁場印加前後での流速を比較すると、最大流速は  $25.24 [-]$  から  $44.47 [-]$  に増速し、磁化力によって流れが加速されたことが解った。また流れは磁場印加により同心円状の流れになったが、これは  $Zb=2.5$  の位置では、容器内に磁化力の半径方向成分が大きく残っており、この力が対流の駆動力として作用し、軸対称

流れに遷移したと考えられる。

次に  $Zb=5.5$ ,  $\gamma=2815$  の場合、流体に作用する重力は見かけ上  $2g$  に相当する。 $Zb=2.5$  と  $Zb=5.5$  の二つの場合の計算の過渡状態を Fig.6 に示す。平均  $Nu$  数は、Fig.6 ③で示したように  $Nu=2.56\sim 2.64$  で振動し、流れは一定に収束しなかった。この時の平均  $Nu$  数の周期は、およそ  $\tau=0.25 [-]$  であり、代表寸法  $h=10$  [mm]、空気  $20$  [ $^{\circ}C$ ]での  $\alpha=2.19\times 10^{-5}$  [ $m^2/s$ ] として有次元換算すると、周期は  $\tau=1.14$  [s]となる。そこで平均  $Nu$  数の振動の山、谷などのそれぞれの状態での等温線図と流速ベクトル分布を Fig.7 に示す。

### 5.2 $Ra=14000$ の場合

$Zb=5.5$  の位置では、容器内の重力がほぼ  $2g$  の空間になっていると考えてよい。よって  $Ra$  数が  $7000$  の磁化力対流は、実質的に  $Ra$  数が  $14000$  の自然対流とほぼ同じ対流になっていると予想される。そこで  $Ra=14000$  の自然対流を計算し、 $Zb=5.5$  の位置に容器を設置した  $Ra=7000$  の磁化力対流と比較した。計算の結果、 $Ra=14000$  の自然対流でも、 $Ra=7000$  の磁化力対流と同様の傾向が現れ、平均  $Nu$  数は Fig.6 ④のように  $Nu=2.51\sim 2.58$  で振動した。この時の平均  $Nu$  数の振動周期は  $\tau=0.28$  であり、前記と同様に、代表寸法  $h=10$  [mm]、空気  $20$  [ $^{\circ}C$ ]での  $\alpha=2.19\times 10^{-5}$  [ $m^2/s$ ] として有次元換算すると、 $\tau=1.28$  [s]となった。この周期的な対流の変動を調べるため、 $Zb=5.5$  での磁化力対流に対応した時間での温度分布と流速ベクトル分布を Fig.8 に示す。

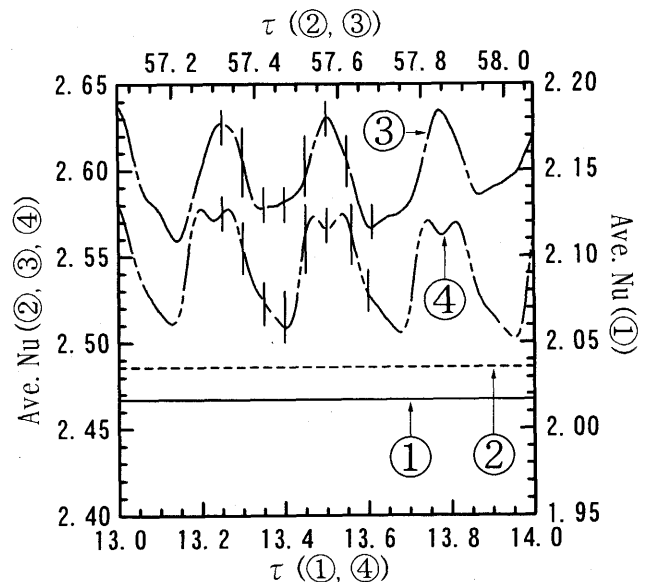


Fig.6 Transient responses of average Nusselt number for  $Pr=0.7$ , and ①  $Ra=7000$ ,  $\gamma=0$ , ②  $Ra=7000$ ,  $\gamma=2268$ ,  $Zb=2.5$ , ③  $Ra=7000$ ,  $\gamma=2815$ ,  $Zb=5.5$ , ④  $Ra=14000$ ,  $\gamma=0$ .

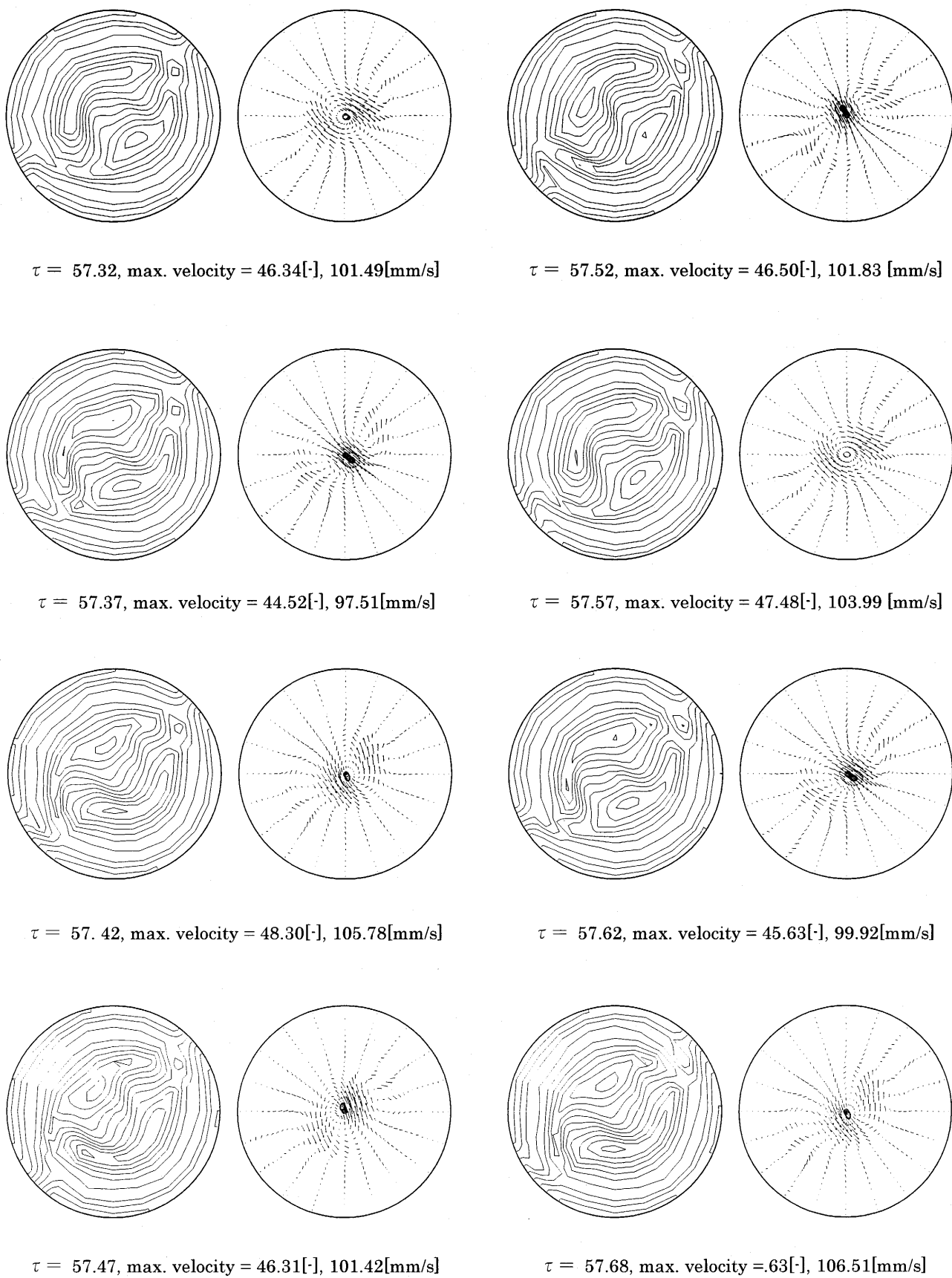


Fig.7 Top views of isotherms and velocity vectors at  $Z = 0.5$  for  $Pr = 0.7$ ,  $Ra = 7000$ ,  $\gamma = 2815$ ,  $Zb = 5.5$  and  $\tau = 54.32 \sim 57.68$ .

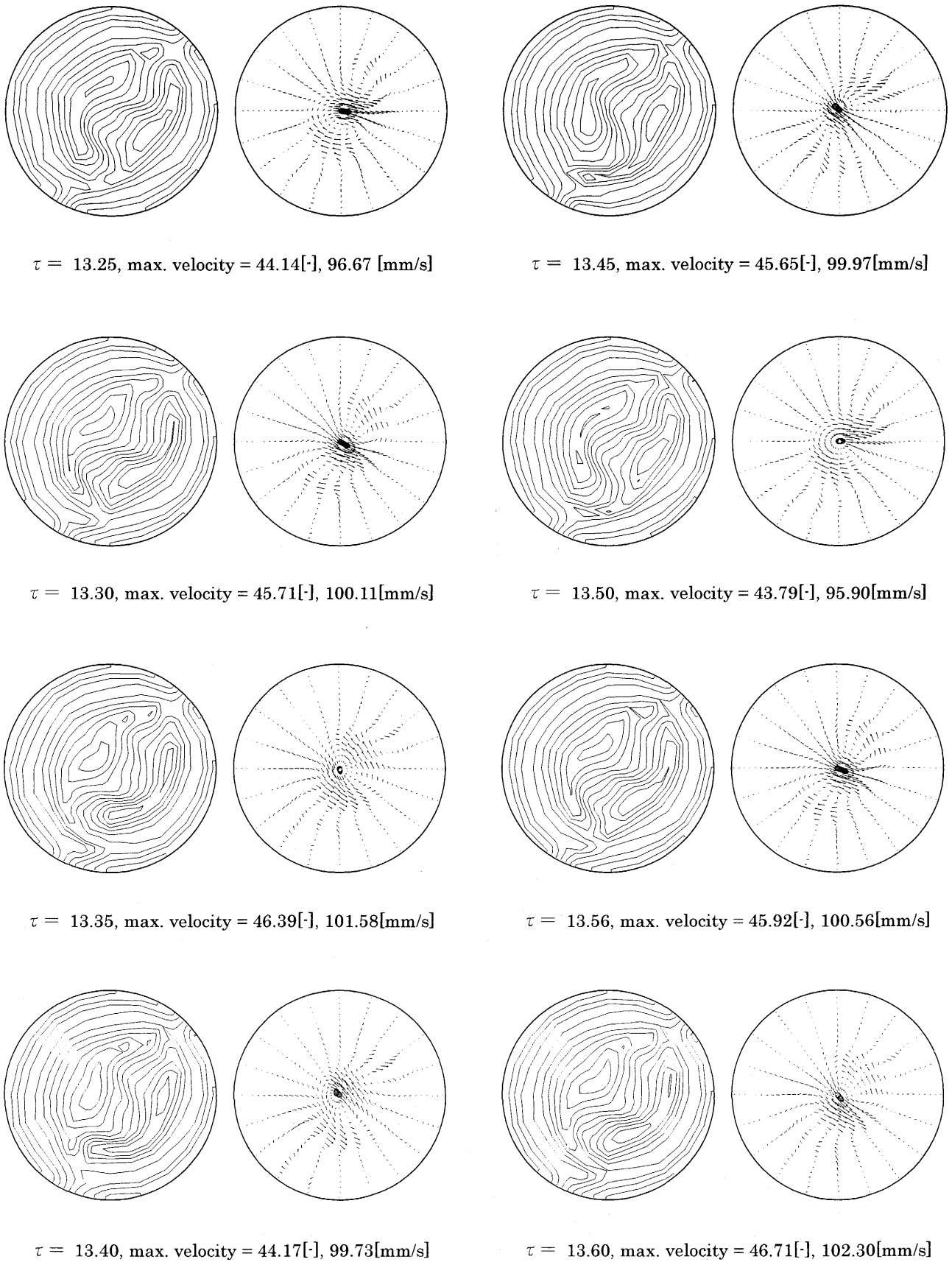


Fig.8 Top views of isotherms and velocity vectors at  $Z = 0.5$   
for  $Pr = 0.7$ ,  $Ra = 14000$ ,  $\gamma = 0$  and  $\tau = 13.25 \sim 13.60$ .

Table 1 Summary of the computed results, and maximum velocity for  $h = 0.01$  [m] and  $\alpha = 2.19 \times 10^{-5}$  [m<sup>2</sup>/s].

$Ra$	$Zb$	$\gamma$ [-]	Max.velocity [-]	Max.velocity [mm/s]
7000	/	0	25.24	55.29
7000	2.5	2268	44.47	97.40
7000	5.5	2815	44.5~48.6	97.5~106.5
14000	/	0	43.8~46.7	95.9~102.3

Table 2 Summary of the computed results, and magnetic induction for  $h = 0.01$  [m],  $g = 9.807$  [m/s<sup>2</sup>],  $\rho = 1.12$  [kg/m<sup>3</sup>],  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  [-] and  $\chi_m = 3.77 \times 10^{-7}$  [-].

$Ra$	$Zb$	$\gamma$ [-]	Magnetic induction [T]	$Nu$
7000	/	0	0	2.017
7000	2.5	2268	1.438	2.486
7000	5.5	2815	1.112	2.56~2.64
14000	/	0	0	2.51~2.58

## 6. 考察

最大流速については Table 1、平均  $Nu$  数については Table 2 にまとめた。最大流速と平均  $Nu$  数については共に、容器位置が  $Zb=2.5$ 、及び  $Zb=5.5$  の磁化力対流に共通して、磁場を印加しなかった自然対流よりも流れが促進されることが解った。

しかし容器の設置位置を変えると流動形態は、大きく異なった。コイルに近い  $Zb=2.5$  の位置の磁化力対流は、Fig.5 (a), (b) のような軸対称流れになって定常化した。  $Zb=5.5$  の位置の磁化力対流は、Fig.7 のように、中心付近で流れが周期的に変動した。これは磁化力による対流抑制についての報告<sup>(3),(4)</sup>でも指摘されているように、  $Zb=2.5$  の位置では、磁化力の半径方向成分が流れの駆動力として作用したためと考えられる。よって  $Ra$  数が同じであっても、磁化力の重力方向以外の成分によって流れが大きな影響を受けることが解る。

$Zb=5.5$  の位置の磁化力対流と  $Ra=14000$  の自然対流とを比較したところ、共に容器中心付近で、流れの方向が周期的に変動する強い流れが発生し、互いに良く似た流動

パターンであった。そして平均  $Nu$  数の振動が山の時は右回り、谷では左回りという点で共通していた。また平均  $Nu$  数の振動周期も極めて等しい周期で一致していた。よって  $Zb=5.5$  の位置での  $Ra=7000$ 、 $\gamma=2815$  の磁化力対流と、 $Ra=14000$  の自然対流とは、ほぼ同じ対流であるといつてよい。これは磁化力が重力とほぼ等価な加速度を与えることができることを意味する。

この円筒容器中央付近での流れの周期的な振動は、容器のアスペクト比などが関係していると考えられ、詳細については今後の研究課題といえる。

## 7. 結 言

磁化力と重力が重畳する系について三次元数値解析を行った。

磁化力を重力のように作用させる場合は、鉛直方向以外の磁化力成分が流動パターンに大きな影響を与えるため、実験容器の設置は慎重に検討する必要がある。特に円筒型超伝導磁石の場合、効果的に対流を促進させるためには、磁化力が、なるべく重力と同じ方向を向く位置で実験することが望ましい。

## 文 献

- (1) N. I. Wakayama, J. Appl. Phys., Vol. 69, No. 4, 1991, pp. 2734 - 3736.
- (2) J. Nakagawa, N. Hirota, K. Kitazawa and M. Shoda, J. of Applied Physics, Vol. 86, No. 5, 1999, p. 2923 - 2925.
- (3) S. Maki, T. Tagawa, and H. Ozoe, The Proc. of 13th Symposium on Chemical Engineering, p. 37 - 38. Oct. 14 - 15, 2000, Kyushu (Japan).
- (4) 牧 祥, 田川 俊夫, 尾添 紘之, 化学工学会 第 66 年会 (2001) 研究発表講演要旨集, p. 805.
- (5) T. Tagawa, R. Shigemitsu and H. Ozoe, Proceeding of the International Symposium on New Magneto-Science, Nov. 24 - 26, 1999, Omiya-Japan. p. 332 - 338.