

熔融NaOHの表面張力およびマランゴニ対流挙動

有福, 智之
九州大学大学院総合理工学研究科

有馬, 博史
九州大学大学院総合理工学研究科

百崎, 信
九州大学大学院総合理工学研究科

安廣, 祥一
九州大学大学院総合理工学研究科

他

<https://doi.org/10.15017/7853>

出版情報 : 九州大学機能物質科学研究所報告. 10 (1), pp.67-75, 1996-11-12. 九州大学機能物質科学研
究所

バージョン :

権利関係 :

熔融 NaOH の表面張力およびマランゴニ対流挙動

有福智之*・有馬博史*・百崎信*
安廣祥一*・佐藤恒之・今石宣之

Surface Tension and Marangoni Convection of Molten NaOH

Tomoyuki ARIFUKU, Hirofumi ARIMA, Makoto MOMOSAKI,
Shoichi YASUHIRO, Tsuneyuki SATO and Nobuyuki IMAISHI

We measured the surface tension of molten NaOH by means of the maximum bubble pressure method, and investigated the thermal Marangoni convection behavior in a small liquid bridge of molten NaOH confined between two platinum disks. The measured temperature coefficient of surface tension ($=\partial\sigma/\partial T$) is positive at lower temperature range ($T < 721\text{K}$) and negative at higher temperature range ($T > 721\text{K}$). But these values are much smaller than those reported previously by T. Nakamura *et. al.*. Numerical simulations were conducted to reproduce the visualized flow pattern in a small molten NaOH bridge using the measured surface tension. The numerical results were in good agreement with the experimental ones under various thermal conditions, and revealed that the different multi-roll cell flow patterns are formed depending upon the heating conditions of platinum disks.

1. 緒言

近年、情報機器の急速な発展に伴い、光学あるいは電子デバイスに対する高品位化への要求がますます高まっている。これらを支える半導体結晶成長技術として、融液からのバルク結晶成長法である Cz 法や FZ 法が挙げられる。このような成長法においては融液内に、結晶や坩堝の回転による回転流、浮力対流、およびマランゴニ対流などが重畳した、極めて複雑な流れ場が形成されることが知られている。融液流れを予測することは、結晶成長時の熱環境やドーパントの予測に極めて重要である。自然対流や回転流については、その機構が明らかにされつつあるが、マランゴニ対流の挙動については、不明な点が多い。特に高温場では、

界面から周囲気体への放熱量が、常温場でのマランゴニ対流に比べて大きいと、常温とは異なった挙動を示す可能性がある。また、表面張力の温度係数 ($=\partial\sigma/\partial T$) により、流れ方向が変化することが知られている。以上のことより、高温場におけるマランゴニ対流を系統的に解析する必要がある。本研究では、表面張力係数の符号が温度により正負に変化することが知られている熔融 NaOH を取り上げマランゴニ対流の挙動を明らかにする。そこで、本研究では始めに、最大泡圧法による熔融 NaOH 表面張力の測定を行い、さらに、得られたデータを用いマランゴニ対流の数値計算を行い、可視化実験との比較を行った。

2. 表面張力の測定

2.1 測定方法

表面張力の測定法には、最大泡圧法、毛管上昇法、二板間隙上昇法などがある。ここでは、測定原理が明確で、泡圧変化を測ることにより比較的簡単に表面張

受理日 1996年8月5日

本論文を名誉教授 竹下 齊先生に献呈する。

*九州大学大学院総合理工学研究科

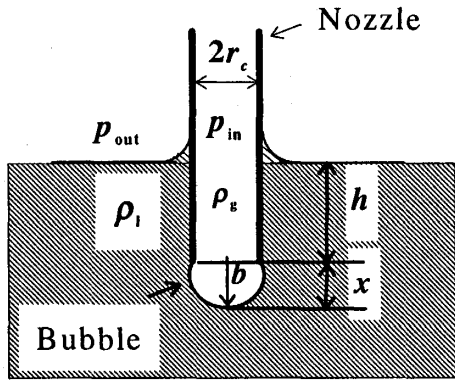


Fig. 1 Bubble shape

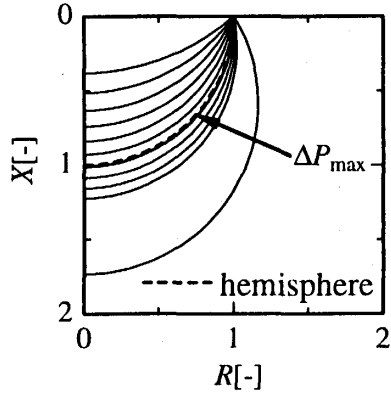


Fig. 2-a Bubble shape variation
($R=r/r_c$, $X=x/r_c$)

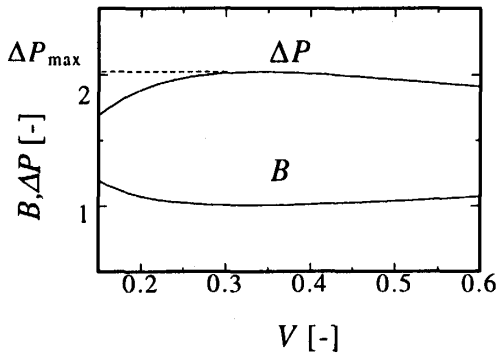


Fig. 2-b Radius of curvature and bubble pressure variation

(under $Bo=0.032$, $T=657.2$ K,
 $r_c=4.93577 \times 10^{-4}$ m, $h=0$ m, $\rho_g=0.730$ Kg/m³, ρ_l
 $=1783.737$ Kg/m³, $V=v/v_c$, $B=b/r_c$, $\Delta P=pr_c/\sigma$,
 $Bo=\rho_g r_c^2/\sigma$)

力の高精度測定が可能な最大泡圧法を採用した。最大泡圧法による表面張力測定原理を以下に説明する。Fig. 1のように密度 ρ_l の融液中に、半径 r_c のノズルを

深さ h まで沈め、密度 ρ_g のガスを供給して気泡を徐々に成長させる。その時の、気泡底面レベルでの融液の静水圧 p_1 は、

$$p_1 = p_{out} + g\rho_l(h+x) \quad (1)$$

気泡先端での曲率半径を b とするとき、液面レベルでのノズル内部の圧力 p_m はラプラスの式より、

$$p_m = \frac{2\sigma}{b} + p_1 - g\rho_g(h+x) \quad (2)$$

となる。式(2)より差圧 $\Delta p = p_m - p_{out}$ を計算すると

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{b} + g(\rho_l - \rho_g)(h+x) \quad (3)$$

となる。ここで、Hozawa ら⁽¹⁾の気泡形状計算法で求めた気泡形状の変化および泡圧の変化を Fig. 2-a,b に示す。気泡体積が増加すると、気泡先端の曲率半径 b が極小値をとる。またその時 Δp は極大値を示す。この時の圧力を最大泡圧 Δp_{max} と呼ぶ。その後気泡が成長し続けると b は増大し、差圧は下がり、最後にはノズルから離脱する。

測定圧力からの表面張力の導出は以下の手順で行った。試料温度を一定とし、浸漬深さのみを変えた場合の最大泡圧の変化は式(3)を変形した次式で与えられる。

$$\Delta p_{max} = A + C \times h$$

$$A = \frac{2\sigma}{b} + g(\rho_l - \rho_g)x, \quad (4)$$

$$C = g(\rho_l - \rho_g)$$

密度は式(4)の傾き C より決定される。また、表面張力は、切片 A より求める事ができる。ここで、気泡が半球状であると仮定すると $b=x=r$ となる。しかし、実際の気泡は完全な半球状ではなくわずかに歪んだ状態にあるため、正確な b および x の値が必要である。それには Bashforth と Adams⁽²⁾の形状計算結果を利用する Sugden の補正方法⁽³⁾が用いられるが、本報では数値表を用いる代わりに、Hozawa⁽¹⁾らの有限要素法を用いる形状計算法から Δp_{max} の時の x , b を求め、表面張力を導出した。一方、ノズル半径 r および浸漬深さ h については、熱膨張による伸びを考慮した。

2.2 実験装置

実験に使用した装置の概略図を Fig. 3 に示す。装置全体は、坩堝、ヒーター、ノズル、マスフローコントローラー (MFC)、圧力計、ペンレコーダーからなる。坩堝には、腐食防止の目的で内径 51mm 厚さ 0.5mm 深さ 120mm の純金製坩堝を使用した。また、坩堝強度を保つため内径 52mm 外径 54mm 深さ 120mm のステンレス容器に収めた。坩堝は、PID コントロールされた 3 個のヒーターで加熱され、熱電対で温度測定を行った。

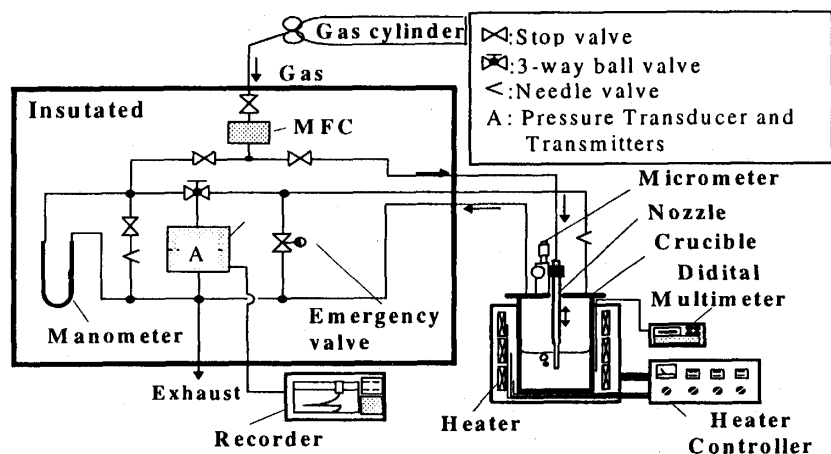


Fig. 3 Schematics of the measurement apparatus of surface tension

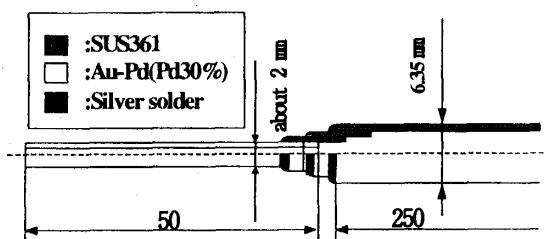


Fig. 4 Nozzle configuration

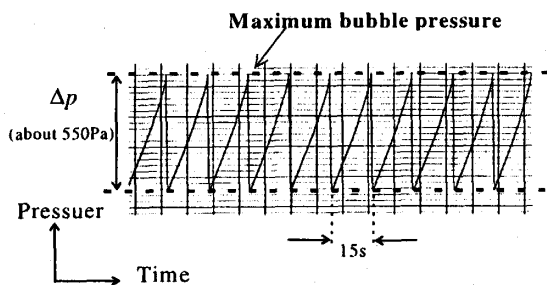


Fig. 5 Typical variation of bubble pressure with time

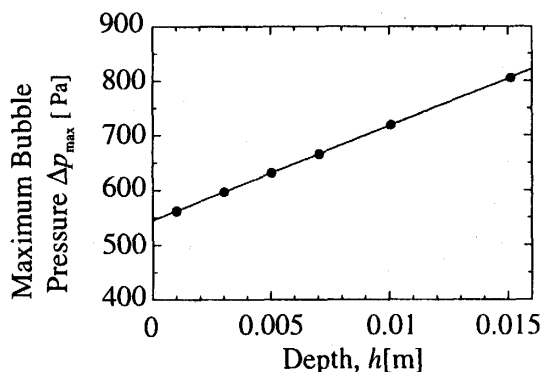


Fig. 6 Depth of nozzle vs maximum bubble pressure

ノズル (Fig. 4) は、内径約1mm長さ50mmの溶融NaOH に対して濡れ性の良い金-パラジウム合金製 (30%Pd)である。これは、長さ250mmのステンレスパイプの先端に銀蝨付けされている。ノズルには MFC (アエラ社 FC-770AC [FS10SCCM]) で一定流量で Ar ガスを供給した。ガス供給路には、バイパスを設けニードルバルブで流量を調節することで気泡発生間隔を15秒とした。差圧測定はダイヤフラム式高感度微差圧計 (セトラ社製 model246・フルスケール635mmAq) を使用した。圧力計からの、DC 信号はペンレコーダーで記録した。

この時の圧力の経時変化の例を Fig. 5 に示す。測定時の Δp_{max} の再現性は $\pm 0.02\%$ 以下であった。また、測定は浸漬深さを変えて行い、各々の深さでの最大泡圧をプロットしたものが Fig. 6 である。表面張力は、2.1節の方法により決定したが、その時の密度は、Fig. 6 の傾きから得られた値をそのまま使った。

2.3 誤差評価

密度および表面張力の測定誤差要因は式(4)のパラメーターから考えることができる。この事から、密度の誤差要因として浸漬深さおよび圧力、表面張力は圧力、密度、 b 、 x が考えられる。ここでは、Fig. 6 の結果を基に $\sigma = 132.535 \text{ mN/m}$, $\rho = 1783.737 \text{ kg/m}^3$, $x = 0.498 \times 10^{-3} \text{ m}$, $b = 0.496 \times 10^{-3} \text{ m}$ および、圧力計検定用マンローターの水の密度 $\rho_w = 998.5 \text{ kg/m}^3$ の場合について、表面張力に関する誤差 e_σ 、密度に関する誤差 e_ρ について誤差評価を行う。

2.3.1 浸漬深さ 浸漬深さは測定誤差より、0.5%の誤差を含む。

2.3.2 圧力 圧力計検定式からの誤差は 0.2%であった。また、Fig. 6 の圧力値の相関式からのばらつきは、0.1%である。 Δp_{max} の再現性は前述のように 0.02%である。

2.3.3 b, x ノズル径の測定誤差は約 1% である。 b, x はノズル半径にほぼ比例するので、約 1% の誤差が含まれるといえる。

2.3.4 密度 密度測定の誤差は浸漬深さおよび圧力の誤差から $e_p = 0.6\%$ と見積もられる。

2.3.5 表面張力 それぞれに含まれる誤差から $e_\sigma = 1.3\%$ と見積もられる。なお、式(4)より密度測定誤差による影響が考えられるが、実際は 1% の測定誤差に対して、表面張力は 0.05% 変化することが分かる。

2.4 試料

試料には特級試薬の NaOH を用い、特別な処理は行わず坩堝に入れ融解して使用した。

2.5 表面張力の測定結果

表面張力の測定は 657K から 798K の温度域で 2~13K 間隔で行った。密度と表面張力の値を温度の関数として Fig. 7, 8 に示す。これらの図より、式(5) (6) (7) に示す密度および表面張力の相関式が得られた。

$$\rho = 2099.26 - 0.490408T \quad (5)$$

$$\sigma = 0.028333T + 113.945 \quad (6)$$

[657K < T < 721K]

$$\sigma = -0.01214T + 143.15 \quad (7)$$

[721K < T < 798K]

密度は、Fig. 7 中に破線で示した文献値⁽⁴⁾より約 1% 高い値が得られた。次に、Fig. 8 の表面張力の測定結果は、中村ら⁽⁵⁾の測定結果 (Fig. 9) と比較した場合、表面張力が全体的に低く、温度係数も、低温側で約 3/10、高温側で約 1/20 となっていることが分かる。また、表面張力が極大値を示す温度 T は 721K となり、低温側へ約 16K シフトした。この 2 つの結果の差異の原因については不明である。

3. マランゴニ対流実験・数値計算

測定結果の妥当性を評価する目的で、マランゴニ対流実験および前節で得られた表面張力データを用いた数値計算結果との比較を行った。

3.1 装置

実験装置の概要を Fig. 10 に示す。テストピースとして、上下を直径 3mm 厚さ 0.5mm の白金プレートで挟んだ直径 2mm 高さ 3mm の熔融 NaOH の液柱を使用した (Fig. 11)。

融液の加熱・測温は上下プレートに付けられた R 型熱電対によって行った。これをホットサーモカップル法⁽⁶⁾と呼ぶ。この液柱を Ar ガス雰囲気中に置き、融液の中の流れを観察した。

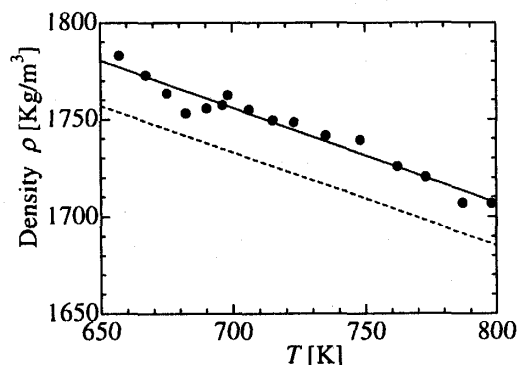


Fig. 7 Density of molten NaOH
(Solid line : Present results and method a liner correction (Eq.5) by least squares ,
Dotted line : Ref. 4)

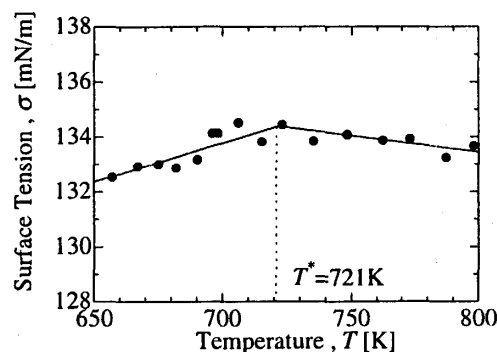


Fig. 8 Surface tension of molten NaOH measured in the present experiment

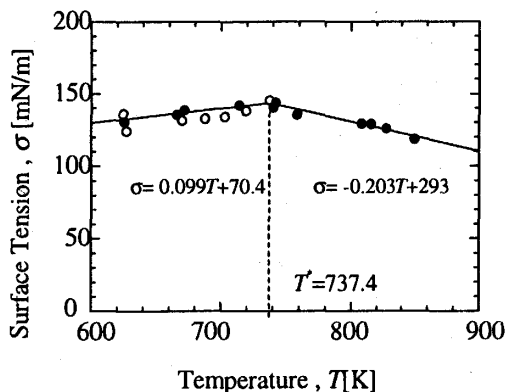


Fig. 9 Surface tension of molten NaOH reported by Nakamura et. al.⁽⁵⁾

融液挙動の可視化は、液柱にトレーサーとして白金微粒子を混入して、その軌跡を観察した。軌跡は、CCD カメラおよび一眼レフカメラで記録を行った。

本報では表面張力の特性から T^* を中心に以下の 3

つの温度域に分け、それぞれを、

$T \leq 721\text{K}$	低温域
$700\text{K} \leq T \leq 775\text{K}$	中温域
$T \geq 721\text{K}$	高温域

と呼ぶ。さらに、実験は上下プレート温度を Table 1 のように設定して行った。

Table 1 Temperature of disks

region	Large ΔT	Middle ΔT	Small ΔT
Low T	680-630K	680-650K	660-660K
Near T^*	775-705K	760-720K	752.5-752.5K
High T	810-760K	790-760K	780-780K

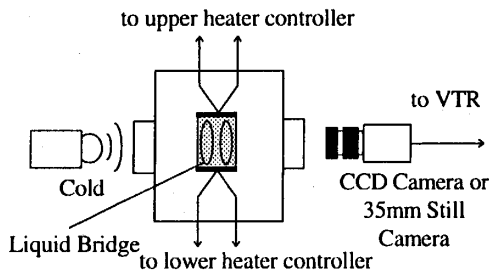


Fig. 10 Schematics for the experimental apparatus for the visualization of Marangoni convection

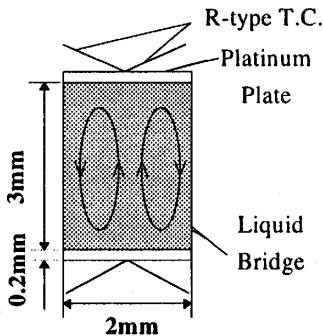


Fig. 11 Liquid Bridge of Molten NaOH confined between two platinum disks

3.2 数値計算

3.2.1 数値計算モデルおよび基礎方程式 数値計算には、二次元定常マランゴニ対流計算コード⁽⁶⁾を利用した。液柱は、半径 $a=1\text{mm}$ 、高さ $L=3\text{mm}$ の真円柱であると仮定した。Fig.12 に二次元の軸対称モデルを示す。

無次元の基礎式および境界条件は以下の通りである。

ここで、液柱が微小であるので浮力対流は無視できると仮定し、浮力項は省略した。(使用記号・参照)

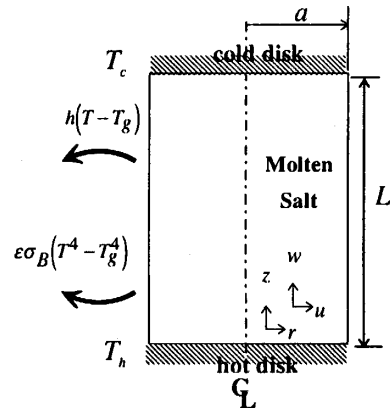


Fig. 12 2D-axisymmetric Marangoni convection model

Equation of continuity:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (8)$$

Equation of motion:

$$\frac{Ma}{Pr} \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla P' + \nabla^2 \mathbf{V} \quad (9)$$

Energy equation:

$$Ma \frac{D\theta}{Dt} = \nabla^2 \theta \quad (10)$$

Boundary conditions ($0 \leq r \leq a$):

$$R=0: U=0, \frac{\partial W}{\partial R}=0, \frac{\partial \theta}{\partial R}=0;$$

$$R=\frac{a}{L}: U=0, \frac{\partial W}{\partial R}=\frac{\partial \theta}{\partial Z};$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial R} = -Bi(\theta + \theta_m - \theta_g)$$

$$-Bi^* \left\{ (\theta + \theta_m)^4 - \theta_g^4 \right\};$$

$$Z=0: U=0, W=0, \theta = \theta_h;$$

$$Z=1: U=0, W=0, \theta = \theta_c \quad (11)$$

これら式中の無次元量は以下のように定義されている。

$$R = \frac{r}{L}, Z = \frac{z}{L}, U = \frac{u}{u_0}, W = \frac{w}{u_0}, P' = \frac{pL}{u_0\mu},$$

$$\Delta T = (T_h - T_c), \theta_g = \frac{T_g}{\Delta T}, \theta_m = \frac{T_m}{\Delta T}, T_m = \frac{(T_h + T_c)}{2},$$

$$Bi = \frac{HL}{\lambda}, Bi^* = \frac{\epsilon\sigma_B L \Delta T^3}{\lambda}, Pr = \frac{\nu}{\alpha},$$

$$Ma = \frac{-(\partial\sigma/\partial T)\Delta TL}{\alpha\mu}, u_0 = \frac{Ma\alpha}{L}, \alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}, \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

3.2.2 数値解析法 数値解析には、有限差分法を使用した。また、離散化には、コントロールボリューム

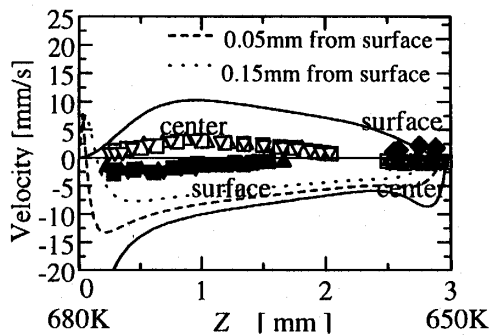


Fig.13-a Comparison of the theoretical velocity distributions with experimental ones
(lines : calculated results using Nakamura's data, points : experiments)

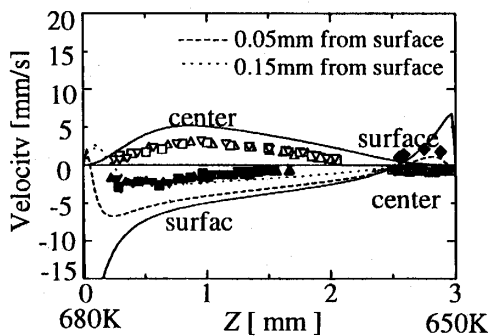


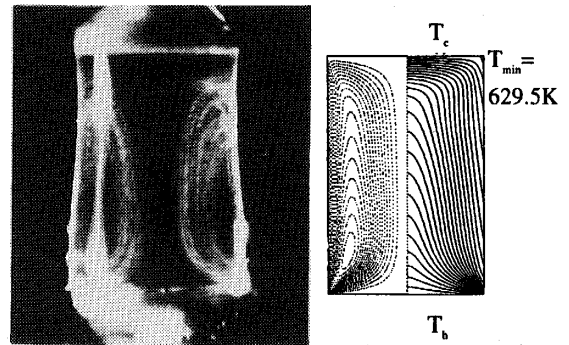
Fig.13-b Comparison of the theoretical velocity distributions with experimental ones
(lines : calculated results using the data measured in the present experiment, points : experiments)

法の使用し、SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation)法で運動方程式と、連続の式を連立させ収束させた。

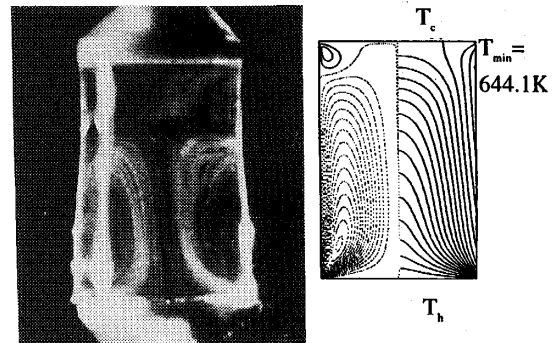
4 計算結果と実験値との比較

本研究で得られた表面張力値および中村らの報告値を使ってそれぞれ数値計算を行い、可視化実験によって得られた表面近傍での流速値との比較を行った。一例として、低温域、 $\Delta T=30K$ で行ったときの結果を Fig.13-a,b に示す。この可視化ではトレーサーの濡れが良いため、トレーサーは表面に現れず表面から 0.15mm 付近の流れが観察された。この比較では、Fig.13-a の中村らの報告値を使った計算は、融液内の流速が著しく大きく、中心軸および表面近傍での実測結果を全く説明できない。

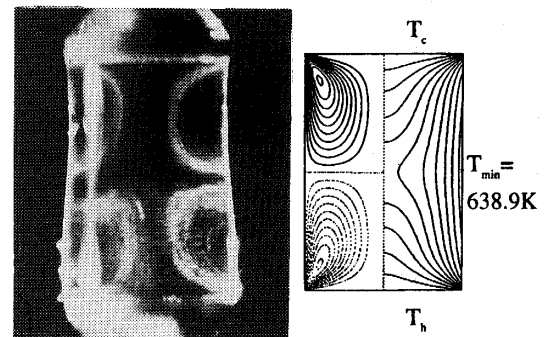
しかし、本研究で得られた表面張力値を使った計算 Fig.13-b は Fig.13-a に比べ、融液内の流れは全体的に遅く、実験値に比較的近い流速を示していることが分



a) $T_h=680K, T_c=630K$
($\Delta T=50K$)



b) $T_h=680K, T_c=650K$
($\Delta T=30K$)

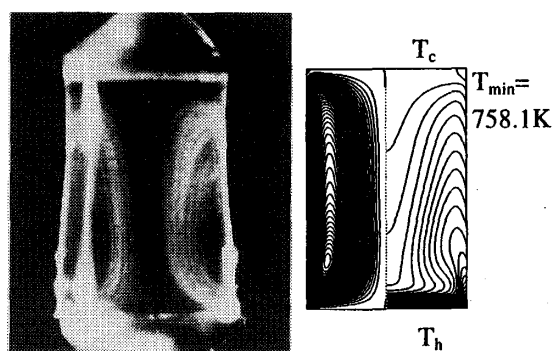


c) $T_h=660K, T_c=660K$
($\Delta T=0K$)

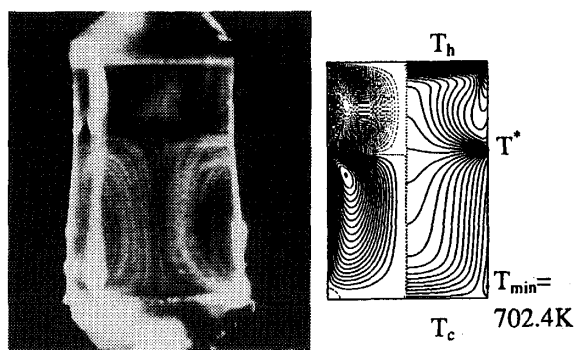
Fig. 14 Visualized flow patterns (left side) and calculated stream functions (center) and temperature (right side) distributions at low temperature region

かる。また、図は省略するが、高温域での結果においても同様に温度係数がかなり低い場合実験値とよく合うことが分かった。したがって、本実験に用いた NaOH 融液の表面張力は中村らの結果に比して著しく小さい温度係数を示した Fig. 8 の測定結果がより妥当であると判断できる。

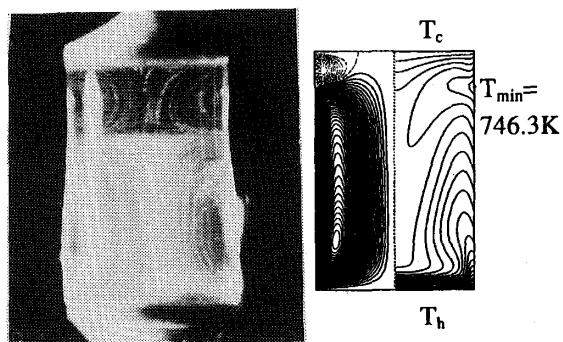
次に、可視化実験と同条件での数値計算との比較を



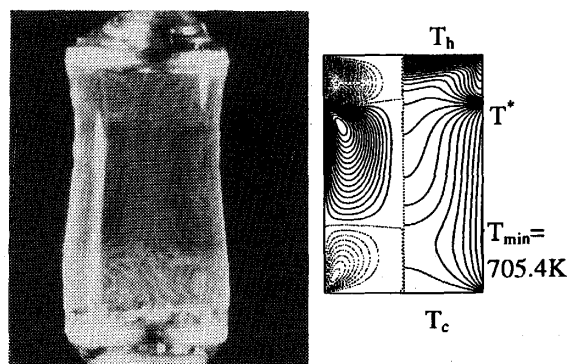
a) $T_h=810K, T_c=760K$
($\Delta T=50K$)



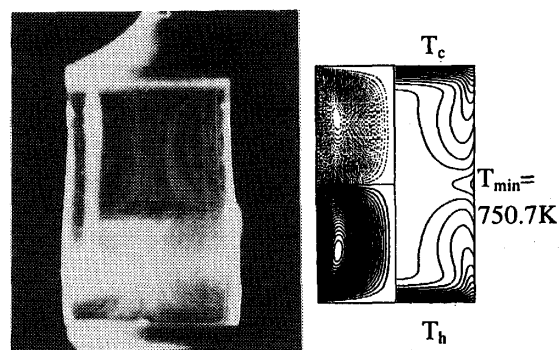
a) $T_h=775K, T_c=705K$
($\Delta T=70K$)



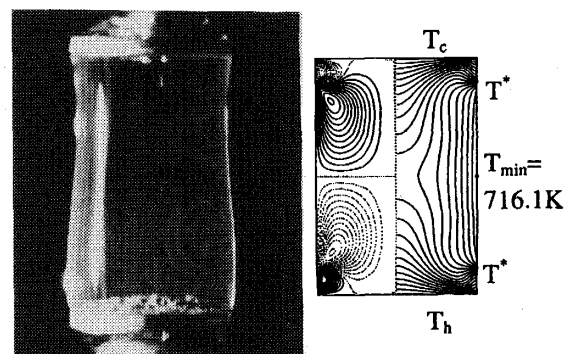
b) $T_h=790K, T_c=760K$
($\Delta T=30K$)



b) $T_h=760K, T_c=720K$
($\Delta T=40K$)



c) $T_h=780K, T_c=780K$
($\Delta T=0K$)



c) $T_h=752.5K, T_c=752.5K$
($\Delta T=0K$)

Fig. 15 Visualized flow patterns and calculated stream functions and temperature distributions at high temperature region

示す。

4.1 低温域

低温域では、温度係数の符号が正であるので、表面での流れは常に低温から高温側へと流れる。

Fig. 14-a) の ΔT が 50K の場合、上部プレートから下部へ流れる 1 ロールセルができる。

Fig. 14-b) の ΔT が 30K の場合、上部プレート付近に界面からの放熱により最低温度 T_{min} 点が発生し、流

Fig. 16 Visualized flow patterns and calculated stream functions and temperature distributions near T^* region

れはそこを起点に各プレートへと流れ出し、2 個のロールセルが形成される。

Fig. 14-c) の ΔT が 0K の場合、界面の midpoint 付近に最低温度点が発生し、ほぼ対称な 2 個のロールセルが発生する。

4.2 高温域

高温域は、温度係数の符号が負であるので、表面での流れの向きは常に高温側から低温側へとなる。

Fig. 15-a) の ΔT が 50K の場合、下部プレートから上部へ流れる 1 個のロールセルができる。

Fig. 15-b) の ΔT が 30K の場合、上部プレート付近に最低温度点が発生し、流れは各プレートからそこに向かって流れ出し、2 個のロールセルが形成される。

Fig. 15-c) の ΔT が 0K の場合、界面の midpoint 付近に最低温度点が移動し、ほぼ対称な 2 個のロールセルが発生する。

4.3 中温域

中温域は、温度係数の符号が正と負になる温度場が混在する。

Fig. 16-a) プレート温度が T^* を挟みかつ ΔT が 70K になるように設定した場合である。界面上にピーク温度 T^* 点が存在し、各プレートからピーク温度点に流れ込む 2 個のロールセルが発生する。

Fig. 16-b) a) と同様に T^* を挟むようにプレート温度を設定したが、 ΔT が 40K ではピーク温度点に加えて最低温度点も発生し、3 個のロールセルができる。

Fig. 16-c) では、 $\Delta T = 0K$ となるように T^* より少し高めに設定した。この時、放熱により T^* が 1 点 T_{\min} が 2 点発生し、4 個のロールセルが形成された。

以上の結果から、各温度条件に対し、計算より得られた流れパターンは実験結果を極めて良好に再現している事が分かる。

5. まとめ

NaOH の表面張力を最大泡圧法で測定し求めた。この値は、既存のものとの値、温度係数、表面張力が極大値を示す時の温度が異なっていることが分かった。また、熔融 NaOH を使った、マランゴニ対流実験を行い、その可視化結果と数値計算結果との比較で比較的近い値を示したため測定値は妥当であると考えられる。

本研究では、平成 6 年度宇宙環境利用フロンティア共同研究において作製された微小液柱実験装置を使用した。付記して謝意を表します。

使用記号

a	: 液柱半径	[m]
b	: 気泡先端の曲率半径	[m]
Bi	: ビオ数 ($=HL/\lambda$)	[-]
Bo	: ボンド数 ($=\rho g r_c^2/\sigma$)	[-]
C_p	: 熱容量	[J/KgK]
D	: 微分演算子	
g	: 重力加速度	[m/s ²]

h	: 浸漬深さ	[m]
H	: 伝熱係数	[W/m ² K]
L	: 液柱高さ	[m]
Ma	: マランゴニ数 ($=-(\partial\alpha/\partial T)\Delta T L/(\alpha\mu)$)	[-]
Nu	: ヌッセルト数 ($=HL/\lambda_g$)	[-]
p'	: 圧力	[Pa]
p	: 泡圧	[Pa]
Ra	: レーリー数 ($=\beta g \Delta T L^3/(\alpha\nu)$)	[-]
r, z	: 座標	[m]
r_c	: ノズル内半径	[m]
t	: 時間	[s]
T	: 温度	[K]
u_0	: 基準流速 ($=Ma\alpha/L$)	[m/s]
u, w	: 流速の (r, z) 成分	[m/s]
v_c	: 半球近似の気泡体積 ($=2/3\pi r_c^3$)	[m ³]
V	: 無次元の気泡体積 ($=v/v_c$)	[-]
\mathbf{V}	: 速度ベクトル	
x	: 気泡先端までの長さ	[m]

ギリシャ文字

α	: 温度伝導度 ($=\rho C_p/\lambda$)	[m ² /s]
β	: 体膨張係数 ($=1/T_g$)	[1/K]
ϵ	: 輻射率	[-]
λ	: 熱伝導度	[W/mK]
μ	: 粘度	[Pa · s]
ν	: 動粘度 ($=\mu/\rho$)	[m ² /s]
θ	: 温度 ($=(T-T_m)/\Delta T$)	[-]
ρ	: 密度	[Kg/m ³]
σ	: 表面張力	[N/m]
σ_B	: ボルツマン定数	[W/m ² K ⁴]
τ	: 時間 ($=tu_0/L$)	[-]

添え字

c	: 低温プレート
g	: 周囲気体
h	: 高温プレート
l	: 試料液体
m	: 平均温度
*	: 輻射による放熱
∞	: 無限遠での周囲気体温度

付録

付.1 伝熱係数の推算

Bi 数を求めるときの伝熱係数 H は次の推算法によって求めた。液柱を直径 L の球であると仮定し、球の

周りの伝熱係数から推算を行った。ガスは、Ar である。

球の場合の層流平均伝熱係数は次式⁽⁸⁾で与えられる。

$$\left(\overline{Nu}_L\right)_d = 2 + 0.760 C_1 Ra^m \quad (\text{A-1})$$

$$\left(\text{ただし、} Ra = \frac{g\beta(T_m - T_\infty)L^3}{\nu_g \alpha_g}, m = \frac{1}{4} + \frac{1}{4 + 8.2 Ra_d^{0.095}}\right)$$

この式から、直径 L の球まわりの平均ヌッセルト数 $\left(\overline{Nu}_L\right)_d$ を求め、

$$\left(\overline{Nu}_L\right)_d = \frac{\overline{HL}}{\lambda_g} \quad (\text{A-2})$$

により層流平均伝熱係数 \overline{H} を算出する。

なお、 c_1 はプラントル数の関数であり、

$$c_1 = \frac{3}{4} \left(\frac{Pr_g}{2.4 + 4.9\sqrt{Pr_g} + 5Pr_g} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A-3})$$

で表される。

付.2 補正法による表面張力の比較

表面張力の補正法は、Schrödinger⁽⁹⁾, Ferguson⁽¹⁰⁾, と Sugden⁽³⁾の方法の3つが挙げられる。

Schrödinger⁽⁹⁾

$$\sigma = \frac{r_c \Delta p}{2} \left\{ 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{r_c \rho_l g}{\Delta p} \right) - \frac{1}{6} \left(\frac{r_c \rho_l g}{\Delta p} \right)^2 \right\} \quad (\text{B-1})$$

Ferguson⁽¹⁰⁾法

$$\sigma = \frac{r_c \Delta p}{2} \left\{ 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{r_c \rho_l g}{\Delta p} \right) - \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\frac{r_c \rho_l g}{\Delta p} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \quad (\text{B-2})$$

ここで、以下の条件で表面張力の補正計算値を行い、Table B-2 でその結果を比較した。

Table B-1 Calculation data of surface tension correction

試料	Molten NaOH
温度 T [K]	657.2
ノズル半径 r_c [m]	4.93577×10^{-4}
浸漬深さ h [m]	0.0
ガス密度 ρ_g [Kg/m ³]	0.730
試料密度 ρ_l [Kg/m ³]	1783.737
最大泡圧 ΔP [Pa]	542.816

Table B-2 Corrected of surface tension

	Surface tension [mN/m]	Relative error [%]
hemisphere	131.83	0.53
Schrödinger	132.53	0.00
Ferguson	132.43	0.08
Sugden	132.53	-

ここで、Sugden の補正法を基準に相対誤差を取った場合、何れの補正法によっても 0.1%以内で一致している。これは、NaOH が表面張力が大きいために半球からのずれが小さいことを示している。

文献

- (1) Mitsunori HOZAWA, Takao TSUKADA, Nobuyuki IMAISHI and Katsuhiro FUJINAWA, Journal of chemical engineering of Japan, 14-No.5 (1981), p358-364
- (2) F. BRASHFORTH and J. C. ADAMS, An attempt to test the Theory of Capillary Action, Cambridge University Press and Deighton Bell & Co., Cambridge (1892)
- (3) Sugden, J. Chem. Soc., 119, (1921), p1438
- (4) 日本熱物性学会編, 熱物性ハンドブック, (1990), 養賢堂, p112
- (5) 中村・横山・向井, Proc. 4th Int. Conf. Molten Slags and Fluxes, (1992), Sendai, ISIJ
- (6) Nobuyuki IMAISHI, Shoichi YASUHIRO and Matanori KOJIMA, Proc. the 1st Int. Seminar on Manufacturing of Advanced Materials, (1995), p36-41, IAMS
- (7) Pantankar S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow., (1980), Hemisphere Publ., Washington
- (8) 日本機械学会, 伝熱工学資料(改定第4版), (1986), 日本機械学会, p68
- (9) R.SCHRÖDINGER, Ann. Physik, 46,(1915), p413
- (10) A.FERGUSON, Phil. Mag., 28,(1914), p13