

Learning and Inference for Levy-driven Stochastic Differential Equations: From Statistical Estimation to Generative Modeling

李, 帥宇

<https://hdl.handle.net/2324/7396253>

出版情報 : Kyushu University, 2025, 博士 (情報科学) , 課程博士
バージョン :
権利関係 :



氏 名 : 李帥宇 (リスイウ)

論文名 : Learning and Inference for Lévy-driven Stochastic Differential Equations: From Statistical Estimation to Generative Modeling (レヴィ駆動型確率微分方程式における学習と推論: 統計的推定から生成モデリングまで)

区 分 : 甲

論文内容の要旨

Lévy 駆動確率微分方程式(Lévy-driven stochastic differential equations, Lévy SDEs)は、連続的な拡散と不連続なジャンプの両方を同時に扱えるモデルとして、金融市場の変動、生体信号の変化、極端な気象事象など多くの実世界システムにおいて重要な応用を持つ。しかしながら、Lévy SDE はガウス駆動型モデルとは異なり、サンプルパスのシミュレーションとパラメータの推定に特有の課題を抱えている。これらの課題の根本的な原因は、Lévy 過程の性質、すなわち無限分解可能性、無限回のジャンプ、扱いやすい密度関数の不在などに起因する。本論文ではこれらの課題の解決のために、理論とシミュレーションという 2 つの補完的なアプローチで取り組む。

理論的アプローチとしては、代表的な非ガウス Lévy 過程である Student-Lévy 過程に注目し、特性関数に基づく棄却サンプリングアルゴリズム (Characteristic-Function-based Rejection Sampler, CF-RS)を開発することで、密度関数を必要とせず、任意の頻度での増分生成を可能とした。パラメータ推定に関しては、高頻度サンプリング下における Cauchy 分布の極限近似に基づいた 2 段階推定フレームワーク (Cauchy-Quasi Maximum Likelihood Estimator, CQMLE)を構築し、位置・スケール・自由度の 3 つのパラメータを復元した。また、提案する推定器の一致性および漸近正規性を理論的に示した。ただし、これらの手法はモデル依存性および高頻度データへの依存という 2 つの限界がある。そのため、より汎用的かつ現実的な手法として、ニューラルネットワークに基づくアプローチを導入する。

上述の特性関数に基づく棄却サンプリングアルゴリズムによる尤度不要のサンプルパス生成に基づき、パラメータ推定ネットワーク (Parameter Estimation Network (PEnet)) を提案する。PEnet は疑似 Cauchy 最尤推定量(CQMLE)で仮定していた高頻度サンプリングを必要とせず、粗いあるいは不規則な観測データに対しても高い精度でパラメータを推定できる。そのエンドツーエンドな構造では、まず 1 次元の畳み込み層で局所的な時間的特徴を抽出・ダウンサンプリングし、次に LSTM 層で長期的な依存関係を捉え、最後に全結合層でドリフトと拡散のパラメータを予測する。PEnet は手作業での特徴量の設計や密度関数の評価を必要とせず、人工データを用いた実験においては従来の手法を上回る性能を示した。

多層パラメータ推定ネットワーク (Multi-Level Parameter Estimation Network, MLPEnet)は、観測されたサンプルパスから直接 SDE のパラメータを推定することができるエンドツーエンドのニューラルネットワークである。このネットワークは、パラメータの特性に応じたマルチスケール特

微抽出と **Sharpness-Aware Minimization** による最適化を統合することで、頑健性と汎化性能を向上させている。従来の統計的推定器および **LSTM** ベースのモデルと比較して、さまざまな実験条件下で高い精度と効率を実現した。

以上要するに、本論文は **Lévy** 駆動型 **SDE** のサンプルパスシミュレーションとパラメータ推定という 2 つの主要課題に対して、実用的かつ理論的に整合的な解決方法を提供するものである。本論文の主たる貢献は、密度関数なしでサンプルパス生成する棄却サンプリングアルゴリズム(**CF-RS**)の開発、尤度不要のパラメータ推定ネットワーク **PEnet** の開発、境界を考慮した最適化を行う多層パラメータ推定ネットワーク **MLPEnet** の開発と、それらの数値実験による評価を通じて、従来の統計的推定器を超える汎用性と精度を確認した点にある。