

On arithmetic Dijkgraaf-Witten invariants of real quadratic fields

鄧, 宇琪

<https://hdl.handle.net/2324/7363602>

出版情報 : Kyushu University, 2024, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :



氏 名	鄧 宇琪 (トウ ウキ)			
論 文 名	On arithmetic Dijkgraaf-Witten invariants of real quadratic fields (実 2 次体の数論的 Dijkgraaf-Witten 不変量について)			
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	森下 昌紀
	副 査	九州大学	教授	金子 昌信
	副 査	立教大学	教授	水澤 靖
	副 査	九州大学	助教	松坂 俊輝

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

鄧 宇琪 (トウ ウキ ; Deng Yuqi) 氏の博士論文は、数論的位相幾何学における 3 次元位相幾何学と数論との類似性に基づき、実 2 次体に対する数論的 Dijkgraaf-Witten 不変量を研究したものである。

2015 年頃、Minhyong Kim 氏と共同研究者たちは、数論的位相幾何学における 3 次元多様体と整数環、結び目と素イデアルの類似性に基づいて、3 次元 Chern-Simons 場の理論、特に、ゲージ群が有限群の場合の Dijkgraaf-Witten 理論の数論的類似である数論的 Chern-Simons 理論を創始した。特に、総虚な数体に対して、Chern-Simons 汎関数の数論的類似を構成した。その後、平野光氏らにより、一般の数体に対し、数論的 Chern-Simons 汎関数と数論的 Dijkgraaf-Witten 不変量 (分配関数) が導入された。中でも、平野氏は、実 2 次体に対する数論的 Dijkgraaf-Witten 不変量を分岐する素数たちの平方剰余記号で表す公式を示した。これを受けて、2019 年、Ken Ono 氏は、平野の公式はより簡明な表示をもつだろう、という問題提起をした。

鄧氏の本研究結果は、上述の Ken Ono 氏による提起を実証したことである。そのために、鄧氏は、まず、多数の分岐素数たちに対して、平野の式のコンピュータによる実例計算を行った。その結果、著しい規則性に気づき、平野の公式の簡明な表示を予想した。それを定式化するために、絡み目理論におけるまつわりダイアグラムの数論的類似である平方剰余グラフを導入して、平野の公式のグラフの言葉による簡明な表示を証明することに成功した。

以上は栗丸陸氏との共同研究であるが、鄧氏は実例計算に始まり、終始主要な貢献を果たした。数学の研究において、多くの実例計算に基づき、規則性を見出し、予想を立て、それを実証してゆく過程は、新しい深く優れた理論を構築する上で有力な方法とみなされる。その意味で、鄧氏の研究方法は優れたものであり、特に、鄧氏がコンピュータによる実例計算を得意とすることは特筆すべき特徴である。また、鄧氏は、数論やグラフ理論における組み合わせ論的な事柄に対して良いセンスを有しており、上述の研究でも、同氏はしばしば“賢い”議論を提供している。鄧氏は以上の数論における結果の 3 次元多様体に対する類似も示している。これは、3 次元位相幾何学における位相的 Dijkgraaf-Witten 不変量に関する結果としても新しいものである。

さらに、鄧氏は、与えられた分岐素数を動かしたときの数論的 Dijkgraaf-Witten 不変量の密度公式を与えた。ここでも、あるべき答えを鄧氏がまず予想した。証明には解析数論の知見が必要であったが、松坂俊輝氏らの助力を得て密度公式が示された。以上の研究成果を纏めた論文は、国際誌 **Research in Number Theory** に出版された。

鄧氏は、他にも、松坂俊輝氏との共著論文で、特異モジュライに対する Eichler-Selberg 公式など保型形式の数論に関する論文を国際誌 **Forum of Mathematics, Sigma** に出版している。

以上の鄧宇琪氏の結果は、数論的位相幾何学と数論的位相的場の理論の分野において優れた価値ある業績と認められる。よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。