

On arithmetic Dijkgraaf-Witten invariants of real quadratic fields

鄧, 宇琪

<https://hdl.handle.net/2324/7363602>

出版情報 : Kyushu University, 2024, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :



氏 名 : 鄧 宇琪

論 文 名 : On arithmetic Dijkgraaf–Witten invariants of real quadratic fields
(実2次体の数論的Dijkgraaf–Witten不変量について)

区 分 : 甲

論 文 内 容 の 要 旨

本学位論文では、実2次体に対して、グラフ理論を利用して、数論的 Dijkgraaf–Witten 不変量の簡明な公式を発見し、その証明をしました。

数論的Dijkgraaf–Witten理論は、数理論理学におけるChern–Simons場の理論の数論的類似を探究する理論であり、2020年頃にMinhyong Kim氏によって創始されました。この理論は、3次元トポロジーと数論の間に存在する類似性を研究する数論的位相幾何学とDijkgraaf–Witten理論に基づいています。特に重要な点は、Minhyong Kim氏による数体に対する数論的Chern–Simons不変量の導入です。また、平野光氏はKim氏の研究を基に、任意の数体に対し、数論的Dijkgraaf–Witten不変量を導入し、特に、実2次体のmod 2 数論的Dijkgraaf–Witten不変量を平方剰余記号を用いて表す公式を示しました。そして、2019年、Ken Ono氏は平野の公式には何か規則性があるのではないかという問題を提起しました。

この問題を解決するために、コンピュータを用いて多数の具体例を計算し、一定の規則性を見出しました。そして、この規則性を記述するために、有限個の素数に対して平方剰余記号を用いた「平方剰余グラフ」という概念を導入し、この平方剰余グラフを用いて数論的Dijkgraaf–Witten不変量の関係を記述しました。平方剰余グラフのアイデアは、数論的位相幾何学からの絡み目理論との類似から示唆されたものです。さらに、松坂俊輝氏との共同研究により、数論的Dijkgraaf–Witten不変量に関するある密度公式を示しました。

また、各章の具体的な内容は次の通りです。

2 章と3章では、3次元多様体の Dijkgraaf–Witten 不変量の定義と数論的 Dijkgraaf–Witten の定義を復習しました。

4 章では、平野公式を紹介して、グラフ理論の基本定義を復習し、平方剰余グラフの定義を与えました。平方剰余グラフを基に、mod 2 数論的 Dijkgraaf–Witten 不変量の簡明な公式を発見し、その証明をしました。

5 章では、4 章の内容のトポロジー類似を述べました。ある絡み目上分岐する 3 次元球面の二重分岐被覆に対して mod 2 Dijkgraaf–Witten 不変量の簡明な公式を与えました。

6 章では、mod 2 数論的 Dijkgraaf–Witten 不変量に関するある密度公式を示しました。Heath–Brown 定理を利用して、密度公式を証明しました。