

The Recurrence and Transience of Random Walks on Growing Graphs

熊本, 舟馬

<https://hdl.handle.net/2324/7363600>

出版情報 : Kyushu University, 2024, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :



氏 名 : 熊本 舟馬

論 文 名 : The Recurrence and Transience of Random Walks on Growing
Graphs (成長するグラフ上のランダムウォークの再帰性と非再帰性)

区 分 : 甲

論 文 内 容 の 要 旨

1,2次元空間上の単純ランダムウォークは、原点に何度も戻る、つまり**再帰的**であり、3次元以上の空間上の単純ランダムウォークは、原点に有限回しか戻らない、つまり**非再帰的**ことが知られている。一方で、有限領域上の単純ランダムウォークは、次元に関わらず再帰的になる。この二つの事実を踏まえ、“時間経過で成長するグラフ上のランダムウォークは、再帰的？それとも非再帰的？どちらなのか？”という疑問が生じる。その答えは、グラフの成長スピード次第で決まる。具体的に、 d 次元空間内の成長する領域上のランダムウォークは、成長スピード次第で再帰的にも、非再帰的にもなることが任意の d で成立することが知られている。さらに、(i) **self-loop** を持つ、(ii) 緩やかな成長スピードを持つ、(iii) 頂点の次数が高々有限な値になる、この3つの条件を満たす成長するグラフ上のランダムウォークにおいても、同様のことが成立する。これらの結果は、ブラウン運動、Evolving set、チーガー定数などを用いて得られた。今回、我々は **coupling** と呼ばれるテクニックに焦点を当て、成長するグラフ上のランダムウォークの再帰性、非再帰性に関して研究を行う。具体的には、まず、成長スピードが遅いほど、原点への再帰確率が大きくなるという性質、*less-homesick as graph growing* (LHaGG) を導入する。次に、LHaGG を満たすグラフの再帰性と非再帰性に関する定理を与える。その後、成長するグラフが LHaGG を満たすことを **coupling** を用いて証明し、その定理を適用することで、再帰的、非再帰的となる条件を導出する。その結果、成長する完全 k 分木、領域が広がる **box**、次元が増加する幅 1 の **box** 上のランダムウォークの再帰性、非再帰性に関する十分条件を与えることができた。同様に、次元が増加する幅 N の **box** 上のランダムウォークを考えたい。しかし、同様の手法で LHaGG を満足する証明が困難である。そこで、成長スピードが遅いほど、原点への再帰回数の期待値が増加するという性質、*weakly less-homesick as graph growing* (weakly LHaGG) を導入する。次に、weakly LHaGG に関する定理を与える。そして、成長するグラフが weakly LHaGG を満足することを示すため、**pausing coupling** という新しい **coupling** の手法を紹介する。これにより、次元が増加する幅 N の **box** だけでなく、成長する **random tree** や **spider tree** などの再帰性、非再帰性の導出を可能にした。この論文には、先行研究に比べ簡素な手法、頂点の次数の有限などの3つの仮定を無視することが可能、木や **box** などの二部グラフへの適用、**growing added box** といった、境界ではなく内部で成長が起こるグラフ上のランダムウォークの再帰性、非再帰性を一部考えることを可能にした、といった様々な貢献が含まれている。