

到着時刻を指定した旅客機の軌道最適化

宮沢, 与和
九州大学大学院工学研究院航空宇宙工学部門

ビクラマシンハ, ナビィンダ キトマル
九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

原田, 明德
九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

宮本, 侑斗
九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/7358368>

出版情報 : AEROSPACE TECHNOLOGY JAPAN, THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES.
12, pp.31-38, 2013. 日本航空宇宙学会
バージョン :
権利関係 : © 2013 The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences



到着時刻を指定した旅客機の軌道最適化^{*1}

Passenger Aircraft Optimal Trajectory with an Arrival Time Constraint

宮 沢 与 和^{*2}・ビクラマシンハ ナヴィンダ キトマル^{*3}・原 田 明 徳^{*3}・宮 本 侑 斗^{*3}

Yoshikazu MIYAZAWA, Navinda Kithmal WICKRAMASINGHE, Akinori HARADA and Yuto MIYAMOTO

Key Words: Aircraft, Performance, Trajectory Optimization, Dynamic Programming, Air Traffic Management

Abstract: In the future air transportation system, airspace will be efficiently used and each aircraft can optimize its own performance. Due to limited capacity of the airspace like terminal area, however, some sort of adjustment for each aircraft is necessary to maintain separation among multiple aircraft. Fixed arrival time is a basic solution to the problem. This paper studies the effect of arrival time assignment on the performance by assuming that each aircraft generates its own flight plan by minimizing its fuel consumption. Dynamic programming trajectory optimization is used to calculate the optimal flight profile composed of altitude and velocity. The result shows that the arrival time adjustment is efficiently performed in the descent phase, if the required amount of time to be adjusted is not large.

記 号 の 説 明

a :	重み係数
c :	燃料流量係数, kg/s/N
C_D :	抗力係数
C_{Do} :	有害抗力係数
C_L :	揚力係数
D :	抗力, N
g :	重力加速度, m/s ²
J :	評価関数
k :	誘導抵抗係数
L :	揚力, N
m :	機体質量, kg
M :	マッハ数
S :	翼面積, m ²
T :	推力, N
V :	速度 (真対気速度), m/s
V_{CAS} :	較正対気速度, m/s
μ :	燃料流量, kg/s
ρ :	空気密度, kg/m ³
添え字	
f :	終端
min :	下限
MO :	運用限界
o :	与えられた値
opt :	最適解

1. は じ め に

混雑した空港において到着機が集中した場合、管制官によって着陸の順番づけと間隔確保のためにベクター誘導による経路迂回が行われるが、管制官のワークロードを増大させる要因になっている。また、飛行効率を下げるため燃料消費や環境負荷の増大にもなる。予め決められた点、あるいは空域の境界において個々の旅客機の到着時刻を指定することができれば、機体間隔の平準化による離発着容量の増大、管制官の負担軽減、燃料節約など効率の良い飛行が可能となる。航空交通システムの研究においては、干渉が予想されるポイントにおける通過時刻を予め指定して飛行を管理する CFDT (Calculated Fixed Departure Time) などが検討されている^{1)~4)}。飛行計画は事前に調整することができるが、出発空港の状況や気象条件などによって離陸後の調整も必要になる。飛行計画の調整および修正を行う場合、到着時刻など飛行時間制約を追加した場合に個々の機体の性能がどれほどの影響を受けるかを定量化することが重要になる。本研究では、航空機は現行の航空管制上の制約なしに自由に飛行計画を作成できることを前提にし、性能として燃料消費量を選択して飛行力学の観点から飛行時間指定の影響を検討する。

初めに簡単なモデルで基本的な特徴を整理し、次に性能モデルを使った解析方法とある機体の性能モデルを用いた具体例を示す。さらに離着陸を除く飛行全体を対象とする飛行時間指定の燃料最小化問題に対して動的計画法を用いて解析し、到着時刻を調整する具体例のある性能モデルを使って解析する。古くに類似研究^{5),6)}があるが、本論文で提案する動的計画法は、種々の性能モデル、運用限界などの不等式拘束条件、風の気象予報を利用するなど実際のさまざまな状況に柔軟に対応することができる有用な方法である。解析は、将来の航空交通システム研究を目的として実施したものであるが、上昇・巡航・降下の離着陸を除く

^{*1}©2013 日本航空宇宙学会

平成 24 年 11 月 4 日, 第 50 回飛行機シンポジウムにて発表

平成 24 年 10 月 1 日原稿受付

^{*2}九州大学大学院工学研究院航空宇宙工学部門

^{*3}九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

全飛行フェーズの飛行時間と燃料消費の関係を総合的に考察することは、今日運航されている旅客機における燃料節約の飛行方法に対しても有用な結果を提供することができる。

2. 簡単なモデルによる巡航飛行の燃料消費

飛行時間の調節は、巡航飛行だけとは限らないが、ある程度長い巡航飛行時間を有する場合には巡航飛行を利用するのが有利である。先ず初めに巡航飛行速度と燃料消費の関係について簡単なモデルを使って基本的な性質を整理する⁷⁾。ここで速度は特に断らない限り真対気速度 (TAS, True Airspeed) を表し、無風の場合、飛行時間は速度に反比例する。

簡単なモデルによる解析

燃料流量 μ が推力 T に比例するジェットエンジンの単純モデルを使用する。

$$\mu = cT \quad (1)$$

燃料流量係数 c は定数とする。さらに空力性能は次のモデルを仮定する。

$$C_D = C_{D0} + kC_L^2 \quad (2)$$

C_L , C_D は揚力係数、抗力係数である。定常巡航飛行を仮定し、次式が与えられる。

$$T = D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D, \quad mg = L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L \quad (3)$$

L , D は揚力、抗力である。 m は機体質量、 g は重力加速度、 ρ は空気密度、 S は翼面積である。第1表は、単位時間および単位距離あたりの燃料消費量をまとめたものである。燃料消費量は機体質量に比例するので質量で除している。モデルが有効であるために、高度および速度の上限が定められる。高度については空気密度の下限として与える。

$$M \leq M_{MO}, \quad \rho_{\min} \leq \rho \quad (4)$$

巡航飛行の燃費は第1表の J_1 最小化より導かれる。最小

化された評価関数は、機体の性能による燃料流量係数、空力特性の定数からなる関数と機体の運用による $\sqrt{\rho g S / (2m)}$ に比例する。すなわち、空気密度の平方根に比例、翼面荷重の平方根に反比例する。飛行方法で自由になる変数は、空気密度だけである。高度が高いほど評価関数を小さくすることができる。ただし、 $\sqrt{\rho g S / (2m)}$ は最適速度に反比例するので、空気密度が小さくなるに従い最適速度が増大し、速度の上限 (遷音速) に近づく。また、高度についても上限がある。 J_1 に反比例する単位燃料質量あたりの飛行距離 $V / (cT)$ は、比距離 (SR, Specific Range) と呼ばれ、ジェット機の燃費を表す代表的な指標である。

飛行速度とのトレードオフ

次に本題であるところの飛行時間すなわち飛行速度を与えた時の距離あたりの燃料消費量最小の巡航飛行を導く。評価関数を次式とする。

$$J_2 = \frac{\left(\frac{cT}{mV}\right)}{J_{1\min}} + a \frac{V}{V_{1\text{opt}}} \quad (5)$$

ここで、分母の $J_{1\min}$, $V_{1\text{opt}}$ は第1表で定義される距離あたりの消費燃料の最小値とその飛行速度である。

重み係数 a は消費燃料と飛行速度のトレードオフのために導入されたものであり、与えられた速度を満足して消費燃料を最小とする問題と考えれば、ラグランジュの未定乗数と考えることができる。飛行時間を伸ばしたい (速度を減少したい) 場合は、正の値、逆に飛行時間を短くしたい (速度を増加したい) 場合は、負の値を与える。

運用で変化させることのできる空気密度と速度 (揚力係数) を変数とすると評価関数は次式となり

$$J_2 = \frac{\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{\min}}}}{\frac{4}{3}C_{D0}^{\frac{3}{4}}(3k)^{\frac{1}{4}}} \left[\left(1 + \frac{4}{3}a \frac{\rho_{\min}}{\rho}\right) C_{D0} C_L^{-\frac{1}{2}} + k C_L^{\frac{3}{2}} \right]$$

第1表 評価関数と最適解

	単位時間あたりの消費燃料/機体質量	単位距離あたりの消費燃料/機体質量
評価関数	$J_o = \frac{cT}{m}$	$J_1 = \frac{cT}{mV}$
最適な揚力係数	$C_{Lopt} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{k}}$	$C_{Lopt} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3k}}$
評価関数の最小値	$J_{o\min} = cg \times 2\sqrt{kC_{D0}}$	$J_{1\min} = c\sqrt{\frac{\rho g S}{2m}} \times \frac{4}{3}C_{D0}^{\frac{3}{4}}(3k)^{\frac{1}{4}}$
最適な速度	$V_{L/D\max} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_L}} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S}} C_{D0}^{\frac{1}{4}} k^{\frac{1}{4}}$	$V_{1opt} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S}} C_{Lopt}^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho S}} \left(\frac{3k}{C_{D0}}\right)^{\frac{1}{4}}$
特徴	$\left(\frac{C_D}{C_L}\right)_{\min} = 2\sqrt{kC_{D0}}$	$\frac{V_{1opt}}{V_{L/D\max}} = \left(\frac{3k}{C_{D0}}\right)^{\frac{1}{4}} \left/\left(\frac{k}{C_{D0}}\right)^{\frac{1}{4}}\right. = 3^{0.25} = 1.316$ $\frac{J_1(V_{L/D\max})}{J_{1\min}} = \frac{1.5}{3^{0.25}} = 1.1398$

最適の条件より次式が導かれる．

$$\frac{\partial J_2}{\partial C_L} = 0 \quad \text{より} \quad C_{Lopt} = \sqrt{\frac{(1 + \frac{4}{3}a \frac{\rho_{min}}{\rho}) C_{Do}}{3k}}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial \rho} = 0 \quad \text{より} \quad \frac{\rho}{\rho_{min}} = \frac{\frac{4}{3}a C_{Do}}{C_{Do} + k C_L^2}$$

両条件が満足するとき， $\frac{\rho}{\rho_{min}} = \frac{2}{3}a$ が導かれる． $\frac{\rho}{\rho_{min}} \geq 1$

より， $a \geq 3/2$ においてのみ極値を持つ．整理すると，以下が導かれる．

$a < 3/2$ のとき $\rho = \rho_{min}$,

$$C_{Lopt} = \sqrt{1 + \frac{4}{3}a \sqrt{\frac{C_{Do}}{3k}}} , \quad V_{opt} = (1 + \frac{4}{3}a)^{\frac{1}{4}} V_{l_{opt}} ,$$

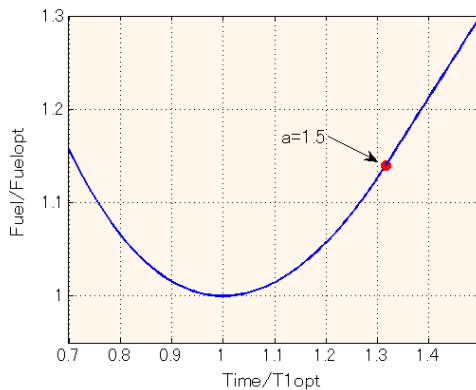
$$\left[\frac{cT/(mV)}{J_{l_{min}}} \right]_{opt} = (1 + \frac{1}{3}a)(1 + \frac{4}{3}a)^{-\frac{1}{4}} \quad (6)$$

$a \geq \frac{3}{2}$ のとき $\rho = \frac{2}{3}a\rho_{min}$,

$$C_{Lopt} = \sqrt{\frac{C_{Do}}{k}} , \quad V_{opt} = (\frac{3}{4})^{\frac{1}{4}} a^{\frac{1}{2}} V_{l_{opt}} ,$$

$$\left[\frac{cT/(mV)}{J_{l_{min}}} \right]_{opt} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{min}}} \frac{3^{\frac{3}{4}}}{2} = (\frac{3}{4})^{\frac{1}{4}} a^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

先に述べたようにマッハ数に依存しない簡単なモデルを前提にすると燃料最小の最適巡航は最大高度において実現される．速度が与えられた場合，増速側は最大高度を維持するが，減速側は，揚抗比が最大となる速度までは最大高度のまま変更せずに速度を減少し，それよりさらに減少させる必要がある場合は，高度を下げて揚抗比が最大の条件を維持して速度を下げる．第1図は， J_1 を最小とする飛行時間に対す



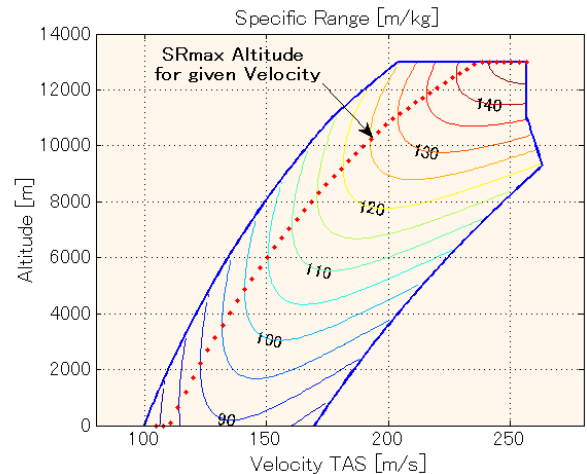
第1図 飛行時間に対する距離あたりの燃料消費，定常巡航飛行

る J_2 を最小とする飛行時間の比を横軸に， $J_{l_{min}}$ に対する距離あたりの燃料消費 (J_2 の第一項) を縦軸にプロットしたものである．(6),(7)式に示すように a のみの関数であり，空力モデルの係数，燃料流量係数，翼面荷重などのパラメタに依存しない．赤丸は $a=3/2$ によって得られた点，左側が(6)式，右側が(7)式より得られた結果である．赤丸より左側は最大高度に張り付いて速度を変更して実現される燃料消費量であり，赤丸より右側は速度を変更する際に最大揚抗比の飛行を実現するために高度も調節して得られる燃料消費量である．距離あたりの燃料消費が最小となる飛行より飛行時間を延長する場合，横軸の飛行時間の増加割合に対する縦軸の燃料の増加割合の比は半分以下であり，巡航飛行の速度を減速の方が経路を延長するより有利であることが分かる．また， J_1 最適，すなわち飛行距離あたりの燃料消費が最小となる速度の近傍において飛行時間の燃料消費への感度が低いので，その飛行速度が速度上限以下であれば，その速度よりやや速めの速度を巡航飛行に用いるのが妥当であることが分かる．

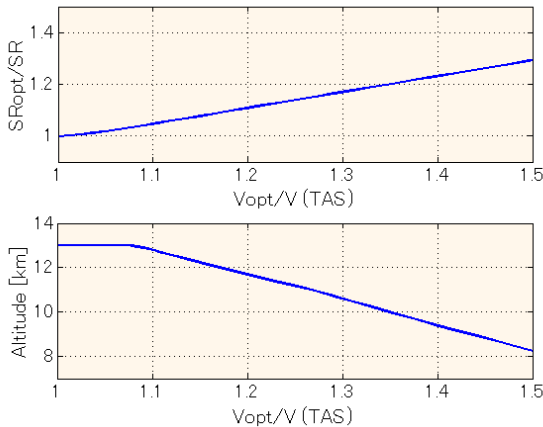
3. 性能データによる巡航飛行速度と燃料消費

空力モデルおよび推力モデルが数式あるいは数値データによって与えられている場合には速度と高度を変数として比距離 (SR, Specific Range) の図を使って巡航飛行における飛行時間(速度)と燃料消費の関係を導くことができる．また，簡単な計算によって速度を指定した最大 SR およびそれを実現する最適高度を導くこともできる．

Eurocontrol が開発・維持している BADA モデル (Base of Aircraft Data) を使い⁸⁾，ある代表的な機種種の標準質量のケース (208.7 ton) について検討した例を第2図に示す．飛行可能範囲は，BADA モデルに従ったものであるが，最小速度は失速速度の 1.3 倍としている．この例において SR を最大とする最適巡航は，高度限界 ($H=43,100\text{ft}$) および速度限界 ($M=0.87$) において得られる．飛行時間を増やすために速度を下げると SR は減少するが，高度は自由なので，それぞれの速度において SR を最大とする最適高度が定ま



第2図 機体性能モデルによる解析例，比距離 SR



第3図 機体性能モデルによる解析例（上：飛行時間増大に対する燃料消費増大の割合，下：選択すべき最適高度）

る。図中の赤い点は、与えられた速度において比距離を最大とする巡航飛行状態を示す。飛行時間は速度に反比例し、また、前節で検討した距離あたりの燃料消費量はSRの逆数である。第3図の上は、飛行時間と距離あたりの燃料消費量の様子を示したものである。SRoptは最大のSR、Voptはその速度である。飛行時間を10%増す場合、燃料は約半分の5%の増加となる。飛行距離を増やして時間を増す場合は、その比はおおよそ1になるので、性能を考慮して速度を減じる方が燃料増加の割合は小さいことが分かる。下の図は、速度を指定した時の最適な高度を示す。先の簡単モデルと同様に最高高度において巡航している場合には、ある速度までは高度を維持する様子も示されている。大きく速度を減じる場合は、高度を下げていく必要があることも同様である。また、この例においては燃料消費最小が最大速度で実現されるので、飛行時間の短縮は不可能である。

機体の質量によって傾向は異なるが、SR線図を作成することと同様に、飛行時間と飛行距離あたりの燃料消費量の関係を求めることができる。

4. 軌道最適化による評価

4.1 燃料消費量と飛行時間の評価による軌道最適化 到着時刻指定問題において飛行時間の調節は巡航飛行フェーズばかりでなく上昇、降下のすべてのフェーズで可能であり、軌道最適化による飛行計画作成において飛行時間を指定する問題として解析することによって影響をフルに評価することができる。さらに、動的計画法による4次元軌道最適化のツールを使うことによって風の予報値を利用したり、横の自由度を考慮して経路迂回の必要性の評価も可能になる^{9), 10)}。

動的計画法は、出発地から目的地までの最短距離方向に進行する座標を独立変数にとり、飛行高度、速度、横の変位を状態変数として4次元の空間に格子を設定し、格子点を結ぶことによって軌道を生成する。すべての組み合わせの中から最適な経路を導くことから、大域的最適解を導くことができる。また、機体の性能モデルや種々の不等式拘束条件、風や

気温などの気象条件を組み込むことが容易である。格子点を結ぶことにより離散化誤差が生じるので、格子の生成において誤差への配慮が必要となるところが留意点である。

ここでは、航空機の燃料消費と飛行時間の基本的な関係を明らかにすることを目的に、無風状態を仮定して軌道最適化の解析を行う。飛行時間は消費燃料と同様に独立変数と状態変数の関数であるため、個々の格子点間の遷移から導くことができる。積算された飛行時間は、状態変数を増やすことなく、評価関数で評価することができるので、次のような評価関数を定める。

$$J = \int_0^{t_f} (\mu(t) + a\mu_o) dt \quad (8)$$

ここで、 μ_o は平均的な燃料流量を表す定数である。巡航飛行の解析と同様に a の符号と大きさを調節することにより、燃料最小の飛行に対して飛行時間を調節することができる。すなわち、 $a > 0$ において飛行時間を短縮し、 $a < 0$ によって飛行時間を増やすことができる。これは、次式で示すように飛行時間を t_{fo} と指定した燃料最小化の評価関数と同一であり、ラグランジュの未定乗数が係数 $a\mu_o$ となっている。

$$J = \int_0^{t_f} \mu(t) dt + a\mu_o(t_f - t_{fo}) \quad (9)$$

動的計画法の数値解法においては、独立変数を初期値から目的地までの最短経路に定めた座標に変換して、速度と高度を状態変数として解を求める。以下、動的計画法を使った軌道最適化の結果を示す。

4.2 軌道最適化解析の条件と結果 前節で検討したBADA機体モデル⁸⁾について軌道最適化ツールを使い、(8)式の評価関数を最小とする解を求めた。風等の気象条件は無風、標準大気を仮定し、横の運動は省略した。

初期条件は、高度3 km (約10,000 ft)、速度はその高度における最適巡航速度 ($V_{CAS} = 135$ m/s) とし、終端条件は、同様に高度3 km、揚抗比最大速度 ($V_{CAS} = 108$ m/s) とした。初期と終端の高度を3 kmとしたのは、離着陸のための形態変更や方位角の調節等がなく機体の性能を発揮するために比較的自由に最短距離を飛行できる範囲を検討の対象とするために仮定したものである。また、国内線の標準的な路線を参考に、飛行距離は900 kmとした。計算に用いた格子点は、以下の通りである。進行方向は、20 km等間隔、45分割、高度は2.5 kmから13.1 kmまで100 m等間隔、106分割、高度の上限は標準の運用限界 (43,100 ft) を参考とした。速度については、較正対気速度 (CAS) を用い、99.7 m/s から159.5 m/s まで60分割、約1 m/s 等間隔とした。速度の上限は、 V_{MO} を参考とし、下限は、失速速度の1.3倍を参考とした。さらに、標準的な運用限界マッハ数0.84を考慮した。制御入力は、経路角と推力である。格子点間では一定と仮定し、2点を接続する条件から導かれる。スピードブレーキの使用は考慮していない。また、燃料消費による質量の影響は小さいと考え、質量一定を仮定して計算する。

第4図は、燃料消費量のみを評価関数として最適化を行っ

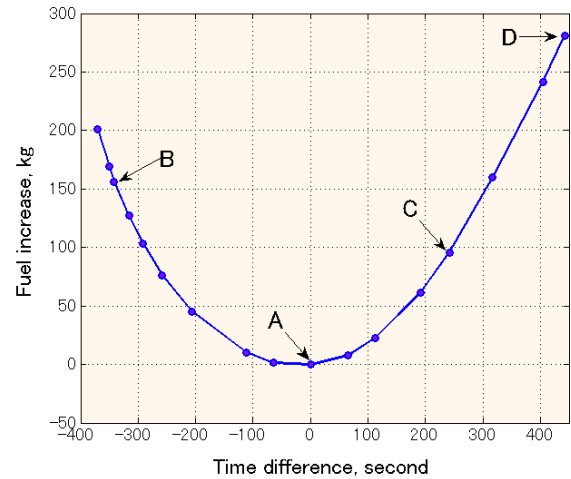
た軌道である。上の2つは状態変数であり、それぞれ格子点上の選択した点を○のシンボルで示している。赤の破線は、格子の上下限である。下の2つは、軌道の格子点間の遷移に必要な制御入力であり、遷移区間において一定を仮定している。最適軌道は、推力のほぼ上限で上昇、SRが最良となる巡航飛行状態を飛行し、最小燃料流量となる推力で降下している。燃料消費量は、6758.9 kg、飛行時間は、4247.1秒（70.8分）である。

次に、飛行時間に関する重みを正および負の側に適当な間隔で変化させて評価関数を最小化し、それぞれの飛行時間および燃料消費量を求めた。第5図は、その飛行時間と燃料消費量の関係である。燃料最小軌道を基準に先に述べた最小燃料消費量および飛行時間からの変化分で表している。このモデルによれば、高度3 kmで揚抗比最大の速度で飛行したとしても約1.35 kg/sの燃料を消費する。400秒の飛行時間延長を単にホールドングや経路迂回で実現するよりも半分かそれ以下の燃料消費で実現することができる。

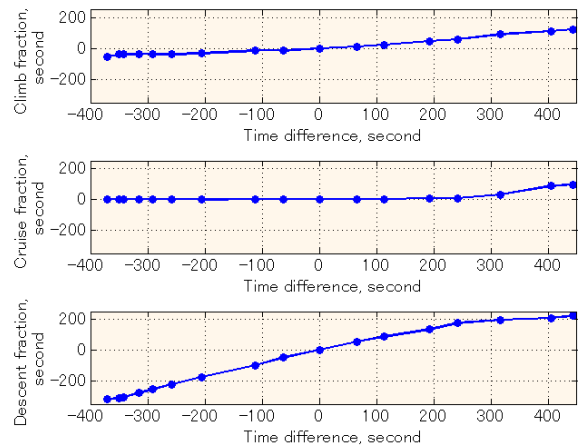
第6図は、飛行時間について、計算したすべての点において、どのフェーズを利用して調整しているのかを分かりやすく示すために、上昇、巡航、降下を進行方向に、0-360 km, 360 km-620 km, 620 km-900 kmの3区間とし、それぞれの飛行時間の変化分をプロットした。ここで、それぞれの飛行フェーズを定義通りの巡航飛行の始まりと終わり、すなわち Top of Climb (TOC), Top of Descent (TOD) で区別するのではなく、巡航飛行も必ず含まれるような飛行距離の範囲によって評価したのは、飛行性能としての燃料消費を飛行距離に対して評価して、TOCやTODをフリーにして得られる結果を公平に評価するためである。ある程度（±5分）の時間に対しては、降下フェーズを主に上昇フェーズを副次的に利用して飛行時間を調節し、さらに大きな飛行時間の延長が必要になる場合は、巡航飛行の速度を減速して調節しているのが分かる。第7図は、消費燃料の増加を3フェーズのどこが分担しているのかを示したものである。時間の分担と同様に、降下フェーズの影響が大きい。飛行時間の大きな延長が必要な場合に、巡航高度を下げるために上昇フェーズの燃料消費が少なく、

その分巡航フェーズが増加していることが分かる。

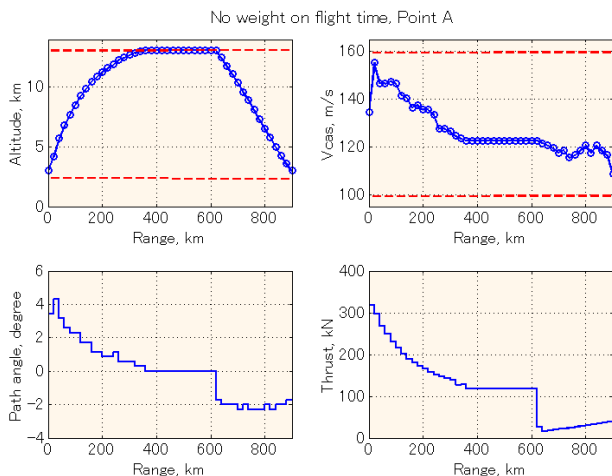
代表的な飛行プロファイルを図5図のB, C, Dの3点を選択して、第8図から第10図に示す。点Aは、基準となる最小燃料を示し、軌道は先に示した第4図である。



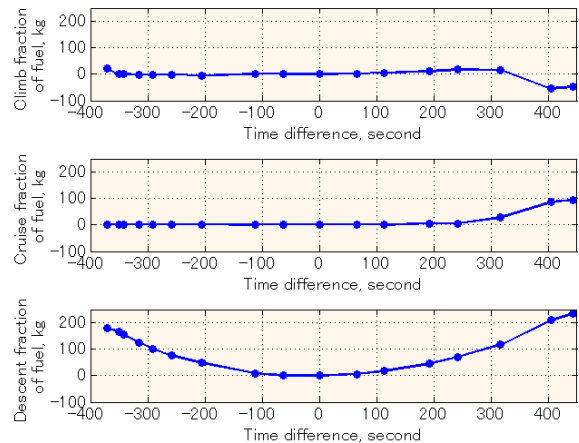
第5図 飛行時間の調節による消費燃料の増加



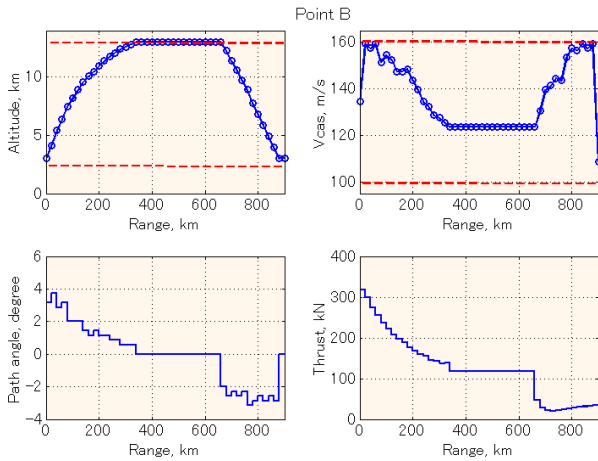
第6図 飛行フェーズごとの調節時間の分担



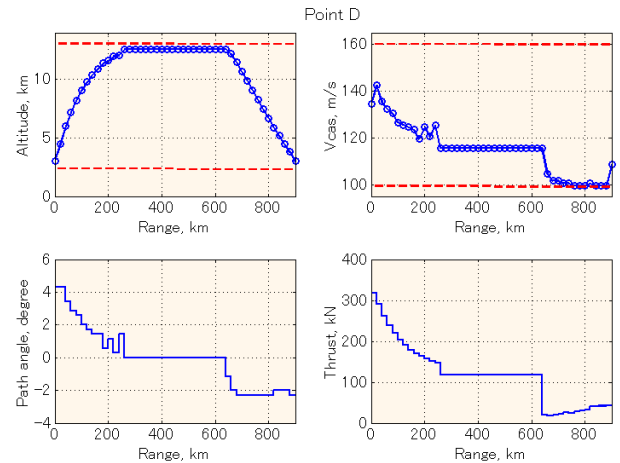
第4図 燃料最小の飛行履歴



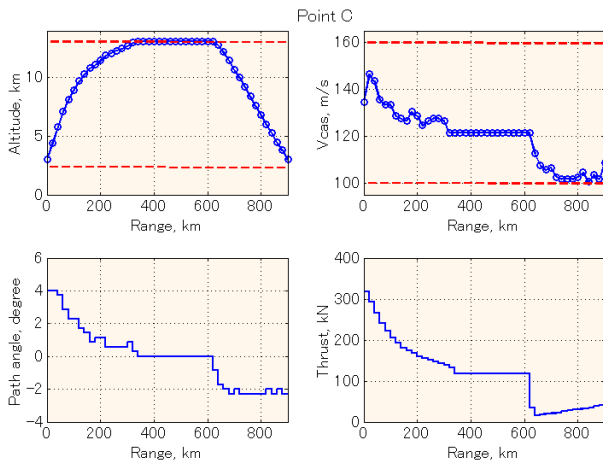
第7図 飛行フェーズごとの消費燃料の増加量



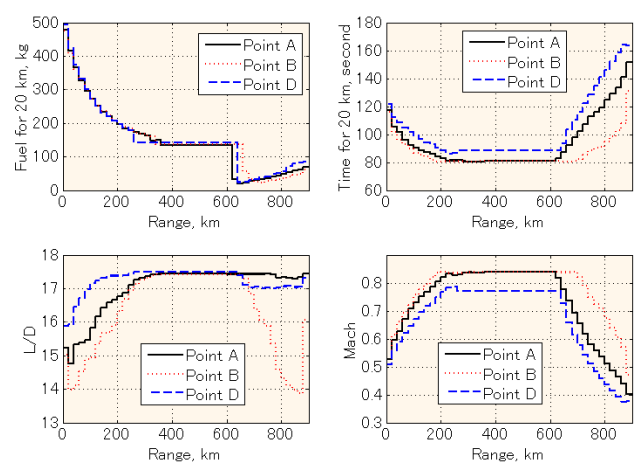
第8図 飛行時間と燃料消費を考慮した飛行履歴 (点B)



第10図 飛行時間と燃料消費を考慮した飛行履歴 (点D)



第9図 飛行時間と燃料消費を考慮した飛行履歴 (点C)



第11図 代表点における性能 (A, B, D)

最適巡航状態は、B, Cにおいては、どちらもほとんど変化がなく、降下の飛行が最も影響を受けていることが分かる。点Dにおいては、さらに飛行時間を延長するために巡航飛行状態の速度と高度を下けている。一方、飛行時間を短くするためには、巡航は最大速度のため変更の余地はなく、また上昇も最大推力に近い最適な状態のため変更の余地は少なく、降下の速度を増速して飛行時間を短縮している。ここではスピードブレーキを考慮していないが、スピードブレーキを使用すれば巡航飛行区間をさらに増してより燃料ペナルティを払いながら飛行時間を短縮することは可能である。

第11図は、代表点A, B, Dにおいて20 kmごとの燃料消費量と飛行時間、揚抗比 (L/D)、マッハ数をプロットして比較したものである。どのフェーズを使って飛行時間を調節しているか、また、どこで燃料の消費が増えるかを示している。

4.3 巡航飛行終了前の飛行時間調整 次に、この全体の結果からおおよそ予想されることであるが、巡航飛行中に飛行時間を調節する場合を想定して、後半の部分のみの最適化を行い、到着時間指定の燃料消費へ及ぼす影響を確認した。

終端条件は、先と同様に高度3 km、揚抗比最大速度とし、

初期条件は、巡航飛行時に到着時刻の変更を開始すると仮定して最適巡航状態とした。また、降下開始まである程度飛行距離がある場合を検討するため、終端から400 km離れた地点とした。格子点は、高度および速度は先と同様である。進行方向は、間隔は同様であり、-400 kmから0まで20分割、その他の条件も同じである。

第12図は、第4図と同様に速度の制約のない燃料最小の軌道履歴と制御変数である。上段の二つが状態変数であり、赤い破線は、考慮した領域を表している。速度は上下限值である。中段が制御変数であり、格子点間で一定の値を仮定している。下段は、評価量である。飛行時間は、格子点間 (レンジ方向に20 km) を飛行するための時間である。降下は約280 km手前から開始する。使用する燃料は、1387.3 kg、飛行時間は2082秒 (34.7分) である。

第13図は、重みを正および負の側で適当な間隔で変えて得られた燃料消費量および飛行時間の関係をプロットしたものである。 $a = 0$ の最適解の近傍での燃料消費量への感度が小さく、飛行時間制約の燃料消費へ及ぼす影響が小さい。例えば5%の飛行時間増加が要求された場合 (約104秒の増加)、2%以下の燃料増加 (23 kgの増加) で済む。高度3 km

において揚抗比最大速度で飛行した場合の燃料消費率は 1.35 kg/s であり、ホールドイング飛行に比べて格段に燃料消費を節約することができる。

第 14 図は、一例として飛行時間の拘束なしの最適解の 1.05 倍の飛行時間の最適軌道を示した。巡航状態における速度と高度の変化はなく、降下飛行における速度を減じることによって飛行時間を増やしている。図は省略しているが、飛行時間を短縮する場合は、この逆に降下飛行における速度を増大している。

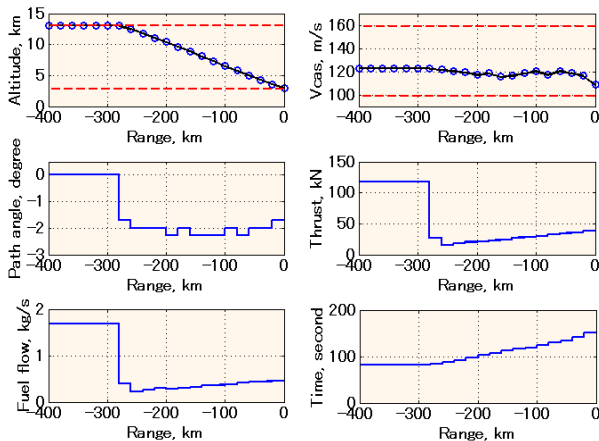
4.4 燃料消費節約の飛行方法について 燃料最小の解の近傍において降下飛行の飛行時間短縮が燃料消費へ及ぼす影響が小さいことから、速度を高めにして飛行時間を短縮することが可能である。しかし、一般には、文献 10) で解析しているように、降下時にはさらに速い速度を選択して飛行時間を短縮しているのが現状のようである。このような速度プロファイルを前提にすれば、降下飛行速度を減じて到着時刻を遅らせてかつ燃料を節約することもできる。過去には、飛行時間を最大限重視し、巡航飛行を長くとりスピードブレーキを使って降下を行うことが行われていたが、今日では、エネルギーの有効利用のためにスピードブレーキを使わないのが標準になりつつある。さらに踏み込んで降下における

速度の選択による燃料節約の可能性についてこれまであまり議論されることはなかったように思われる。降下速度の選択はユーザの便益を反映した運航会社の判断であるが、昨今騒がれているグリーンイノベーションと呼ばれる二酸化炭素の環境負荷への軽減策や燃料費高騰対策として重要な要素であり、多少の飛行時間を犠牲にして得られる効果については一考の余地があるように思われる。

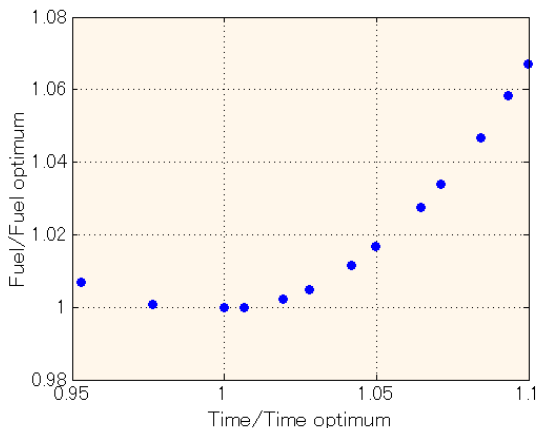
5. 計算時間の短縮法

動的計画法は、一般に計算量が多い計算法であり、リアルタイム計算に向かないとされるが、ここで、大域的最適解の保証条件を緩和して、局所的な最適化を繰り返して最適解を導く方法を提案する。すなわち、状態変数の空間に設定した格子点数が減れば、その自乗に比例して計算量が減るので、探索する状態空間を縮小して最適解を求め、さらにその周りに探索範囲を移動させて最適解を繰り返し求めることによって計算量を格段に減らすことができる。動的計画法と勾配法を融合した方法であり、探索領域移動動的計画法 (MS-DP, Moving Search Space DP) と呼ぶことができる。最短経路から離れたところに強いジェット気流があるような場合など複雑な風プロファイルがなく、局所最適解の問題の可能性が低い場合に有効な手段である。第 4 節、第 5 図の結果のように重みを変化させて飛行時間を調節するような場合、ある重みの最適解を初期解として新たな重みに対する最適解を求めることができるので、特にこの方法が適している。

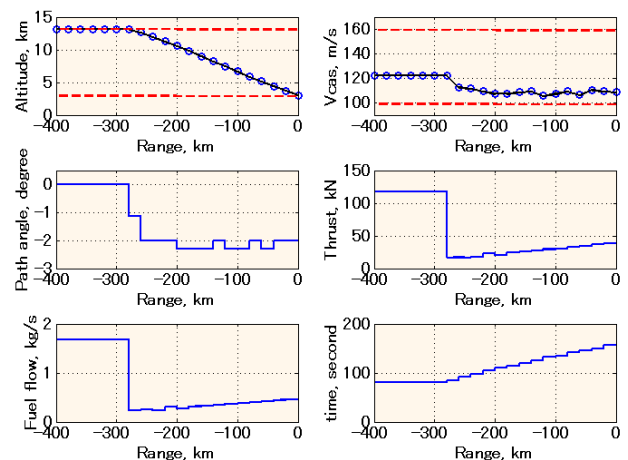
第 5 図の結果を導く解析に使用した具体的なパラメタは、高度および速度の双方について、基準軌道に対して ± 5 の格子点、すなわち、全体が、 $107 \text{ 点} \times 61 \text{ 点}$ に対して、 $11 \text{ 点} \times 11 \text{ 点}$ の探索範囲とした。1 回の最適解を求める計算量は約 2900 分の 1 になり、探索範囲を移動するための繰り返しの回数を考慮しても格段に計算時間を短縮することができる。第 7 図の 1 ケースを順次求める場合、繰り返し計算の回数は、2~7 回程度である。計算時間は 2 ケタ以上短縮される。



第 12 図 燃料最小の飛行，到着時刻制約なし



第 13 図 飛行時間制約と燃料の最小化，降下フェーズ



第 14 図 1.05 倍の飛行時間制約がある燃料最小の飛行

6. ま と め

まず初めに巡航飛行について飛行距離あたりの燃料消費量を最小とする飛行、および飛行時間を拘束して飛行距離あたりの燃料消費量を最小とする飛行を簡単なモデルを使って解析的に導き、基本的な性質を整理した。機体の性能モデルが与えられる場合も簡単な数値計算で解を求めることができるので、BADA モデルを使って解析例を示した。

次に、消費燃料最小の規範で飛行計画を作成することを前提に飛行時間の指定がどれほどの影響があるかを解析した。上昇、巡航、降下の離着陸を除く全飛行フェーズを一体とし、高度と速度を状態変数として動的計画法を用いて軌道最適化を行った。得られた結果をまとめると、

- ・飛行時間の延長：燃料最小の飛行をベースにある程度の飛行時間の延長が必要な場合、初めは降下の速度の減少によって対応するのが燃料ペナルティを少なくすることができる。降下の飛行速度が下限になり、さらに飛行時間を延長する必要がある場合、巡航飛行速度の減少、さらに巡航高度の減少を伴った速度の減少によって対応される。いずれの場合も延長時間に対する燃料の増加は、ホールディングを含めた経路迂回よりも少なく、燃料節約の観点から到着時刻を指定して速度・高度プロファイルを工夫する飛行の有効性を主張することができる。

- ・飛行時間の短縮：上昇から巡航、降下の飛行において、上昇と巡航の2つのフェーズは、上限の速度あるいはそれに近い速度を使用しており、飛行時間短縮の余地は少ない。それに対して降下フェーズは、燃料最小の飛行は飛行可能な速度範囲において中間の値をとり、飛行時間短縮に対応する余地がある。しかし、一般の運航において降下の速度は燃料最小の速度よりも速い速度を選択して飛行時間を短縮していると考えられるので飛行時間短縮の余地は少ない。別の言い方をすれば、燃料最小の飛行速度を選択すれば、飛行時間短縮の余地を生み出すことができると同時に燃料節約が可能である。

巡航飛行の途中から飛行時間の調節を行う場合の解析も行い、全体の結果から予想される結果を得ることができた。このように上昇、巡航、降下を分けずに飛行全体に対する軌道最適化を行うことによって、それぞれの断片的な特徴を全体として導くことができる。得られた具体的な結果は、ある機体の性能モデルによるものであるが、国内線で多く使用される標準的な機体である。動的計画法による計算時間の短縮法についても提案を行った。この高速化によって、事前の飛行計画ばかりでなく、飛行中の飛行計画変更にも応用することができる。

今日の多くの飛行管理装置 (FMS, Flight Management System) は、到着時刻を指定する機能 RTA (Required Time of Arrival) を持つが、ETA (Estimated Time of Arrival) 機能を拡張して巡航飛行速度を調節するような簡単なものであり、本論文で議論したような指定した到着時刻に応じて燃料最小の飛行プロファイルを生成する機能はないと思われる。また、管制においても混雑空域への到着機の到着時刻調整

に本研究で議論したような飛行性能に基づく飛行プロファイルは反映されていないと思われる。

到着時刻指定の軌道最適化は、個々の機体においては FMS の高度化によって実現することができるが、多数機の動的な調整は航空交通システムの課題である。本論文で検討した軌道最適化の結果を複数機に適用すれば、混雑する空港に集まる航空機の到着時刻の調整をそれぞれの機体の燃料消費量を考慮しながら行う等、該当する複数機からなる全体の便益を定量化して最適化することが可能となり、複数機の合理的な調整の手掛かりを与えることができる。

本研究は、JAXA 航空プログラムグループ平成 24 年度公募型研究課題「動的計画法によるコンフリクトフリー最適軌道の生成に関する研究」(担当：JAXA 航空プログラムグループ、中島徳顕) において実施したものである。

参 考 文 献

- 1) 航空交通システム研究会：将来の航空交通システムに関する長期ビジョン- 戦略的な航空交通システムへの変革，2010 年。
- 2) de Jong, P.M.A., et al.: Time-based Spacing for 4D Approaches using Speed-Profiles, AIAA-2011-6215, AIAA GNC Conference, Portland, 2011.
- 3) Franco, A., Rivas, D. and Valenzuela, A.: Minimum-fuel Cruise at Constant Altitude with Fixed Arrival Time, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 33, 1 (2010), pp. 280-285.
- 4) Bilimoria, K. and Lee, H.: Aircraft Conflict Resolution with an Arrival Time Constraint, AIAA Paper 2002-4444, AIAA GNC Conference, 2002.
- 5) Sorensen, J.A. and Waters, M.H.: Airborne Method to Minimize Fuel with Fixed Time-of-Arrival Constraints, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 4, 3 (1981), pp.348-349.
- 6) Burrows, J.W.: Fuel-Optimal Aircraft Trajectories with Fixed Arrival Times, Journal of Guidance, Control and Dynamics, 6, 1 (1983), pp. 14-19.
- 7) Vinh, N.X.: Flight Mechanics of High-Performance Aircraft, Cambridge Univ. Press, 1995.
- 8) Eurocontrol Experimental Center: User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA), Revision 3.9, EEC Technical/Scientific Report, No. 11/03/08-08, April 2011.
- 9) 宮沢与和, ビクラマシンハ・ナビンダ：フリーフライトによる便益に関する一考察，第 49 回飛行機シンポジウム，金沢，2011 年。
- 10) Wickramasinghe, N.K., Harada, A. and Miyazawa, Y.: Flight Trajectory Optimization for an Efficient Air Transportation System, ICAS2012-5.8.3, Brisbane, 2012.