

旅客機の性能モデルが最適巡航周期解に及ぼす影響

宮沢, 与和
九州大学大学院工学研究院航空宇宙工学部門

原田, 明德
九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

ビクラマシンハ, ナヴィンダ キトマル
九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

宮本, 侑斗
九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/7358034>

出版情報 : AEROSPACE TECHNOLOGY JAPAN, THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES.
12, pp.99-105, 2013. 日本航空宇宙学会
バージョン :
権利関係 : © 2013 The Japan Society for Aeronautical and Space Sciences



旅客機の性能モデルが最適巡航周期解に及ぼす影響^{*1}

Effect of Jet Passenger Aircraft Performance Model on the Optimal Periodic Cruise Maneuver

宮 沢 与 和^{*2}・原 田 明 徳^{*3}・ピクラマシンハ ナヴィンダ キトマル^{*3}・宮 本 侑 斗^{*3}
Yoshikazu MIYAZAWA, Akinori HARADA, Navinda Kithmal WICKRAMASINGHE and Yuto MIYAMOTO

Key Words: Optimal Trajectory, Cruise Performance, Passenger Aircraft

Abstract: Ideal goal of the future air traffic system is recognized that every aircraft can freely fly in the sky to optimize its own performance. Since the trajectory optimization depends on aircraft performance characteristics, the performance model is one of the key elements for practical applications. As for cruise phase, it is known that a periodic dynamic maneuver is the optimum when a simple model is used, but the maneuver is not actually used in real flight operations. This paper studies what parts of the model characteristics are influential on the optimality of the periodic dynamic maneuver in cruise flight. It reveals that engine performance model and atmospheric characteristics are two influential parameters, which justify the optimality of steady horizontal flight for cruise phase.

記 号 の 説 明

a :	音速
C_D :	抗力係数
C_{D0} :	有害抗力係数
C_L :	揚力係数
C_T :	mg で無次元化した推力
C_{Fmin} :	最小燃料流量の係数
g :	重力加速度
h :	a^2/g で無次元化した高度
J :	評価関数
K :	誘導抗力の係数
m :	機体質量
M :	マッハ数
S :	翼面積
S_w :	無次元パラメタ, $\rho a^2 S/2mg$ で定義
x :	a^2/g で無次元化した進行距離
X_F :	a^2/g で無次元化した区間距離
γ :	経路角, 比熱比
ρ :	空気密度
添字	
c :	コーナーポイント
$L/Dmax$:	揚抗比最大
max, min :	最大, 最小
ss :	水平定常最適巡航
$*$:	有次元量

1. は じ め に

今日の旅客機の運航において経済性の高い機材の導入はもとより、混雑による遅延の解消や最適飛行経路による燃料節約など高効率運航への要求が高くなっている。現行の航空管制システムの下で種々の対策が講じられるとともに各々の機体が性能を最大限に発揮することのできる新しい航空交通システムの検討も行われている¹⁻⁴⁾。相互干渉のない4次元の最適軌道 (Conflict Free 4D Optimal Trajectory) を天候や機材の不具合など必要に応じてダイナミックに修正して機体の性能を最大限に発揮するシステムの実現を目指して多数の研究が行われている。理想的な運航を検討することによって最終的に得られるメリットを評価することができるので将来のシステムに向けた研究開発の基本となる。

最適制御の結果として得られる巡航飛行の周期解, すなわち, ダイナミックな飛行により燃料あたりの飛行距離を延ばす方法が理論的な研究として古くから知られているが⁵⁾, 旅客機などの実際の運用で利用されることはなく, 今日の航空管制方式においても, 高度一定の巡航飛行が前提になっている。本論文は簡単な機体性能モデルを使った場合に最適制御の結果として現れる振動解(周期解)を論じ, この周期解の実用における意味を検討し, 実用に値するかどうかを評価する。その結果は, 旅客機が性能を最大限に発揮するように飛行計画を作成する場合に無用な周期解が現れないようにすることにも有効である。本論文は, 文献5)において議論された数学モデルと周期最適解を基本とし, 周期解に影響を及ぼすと考えられる評価関数とモデルについて詳細化を行って周期解と定常飛行の性能の違いを検討する。ジェット旅客機のようなジェットエンジンを装備して亜音速を巡航飛行する標準的な旅客機を対象とし, また, 運動エネルギーと位置エネルギーからなる力学的エネルギー

^{*1} ©2013 日本航空宇宙学会

平成 25 年 11 月 20 日, 第 51 回飛行機シンポジウムにて発表

平成 25 年 8 月 12 日 原稿受付

^{*2} 九州大学大学院工学研究院航空宇宙工学部門

^{*3} 九州大学大学院工学府航空宇宙工学専攻

一の保存が問題の背景にあることから縦の運動に限定して議論を行う。さらに、最適軌道を求める手法としては計算が容易で実用性の高い動的計画法 (Dynamic Programming, DP) を用いる⁶⁻⁸⁾。本論文の一部は文献 9) において公表されているが、新たな研究成果とともに周期解に及ぼすモデルの影響を総合的に論じてまとめたものである。

2. 巡航飛行における周期的な最適軌道

まず初めに文献 5) の周期最適巡航を参照して議論を始める。変数および運動方程式は文献に従う。ただし、飛行において経路角の変更は穏やかであると仮定し、経路角のダイナミクスを省略して解析を行う。すなわち、速度 M および高度 h を状態変数とし、飛行の進行距離 x を独立変数として以下の状態方程式を用いて最適化を行う。

$$dM/dx = \frac{C_T - S_w M^2 C_D - \sin \gamma}{M \cos \gamma} \quad (1)$$

$$dh/dx = \tan \gamma \quad (2)$$

運動の法線方向の力のつり合いより以下が与えられる。

$$C_L = \frac{\cos \gamma}{S_w M^2} \quad (3)$$

さらに、空力モデルとして以下を用いる。

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2 \quad (4)$$

ここで、 C_{D0} 、 K は定数とする。

評価関数 J は距離あたりの燃料消費量とする。ジェットエンジンの特性として燃料流量が推力に比例すると仮定し、以下で定義する。ここで燃料流量係数は省略している。

$$J = \frac{1}{X_F} \int_0^{X_F} \frac{C_T}{M \cos \gamma} dx \quad (5)$$

以上において、変数は文献 5) に従い、音速 a 、重力加速度 g 、機体に働く重力 mg の有次元量を元に無次元化を行っている。すなわち、高度や距離は、 a^2/g より無次元化され、時間は a/g 、力は mg によって無次元化される。 M は速度 (マッハ数)、 γ は経路角、 h は高度の変化分である。 C_T は推力であり、 mg で無次元化されている。 C_L, C_D は、通常定義に従う揚力係数、抗力係数である。 S_w は、 $S_w = \rho a^2 S / 2mg$ で定義された無次元係数である。ただし、 ρ, S は、それぞれ有次元の空気密度と翼面積である。

水平定常飛行 ($\gamma=0, dM/dx=0$) を仮定すると、燃料消費最小の巡航飛行は解析的に導かれる¹⁰⁾。この最適解の添え字を ss とすると評価関数は次式で表される。

$$J_{ss} = \frac{C_{Tss}}{M_{ss}} = 4 \cdot 3^{-\frac{3}{4}} \frac{1}{S_w^2} K^{\frac{1}{4}} C_{D0}^{\frac{3}{4}} \quad (6)$$

それぞれの変数は以下となる。

$$C_{Lss} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{3K}}, \quad C_{Dss} = \frac{4}{3} C_{D0}$$

$$M_{ss} = \left(\frac{3K}{S_w^2 C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad C_{Tss} = S_w M_{ss}^2 C_{Dss} = 4 \sqrt{\frac{K C_{D0}}{3}} \quad (7)$$

ちなみに、飛行時間あたりの燃料消費を最小とする水平定常飛行は推力が最小、すなわち揚抗比が最大となり、次式で与えられる。

$$C_{L/L/Dmax} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}, \quad C_{D/L/Dmax} = 2C_{D0}, \quad M_{L/Dmax} = \left(\frac{K}{S_w^2 C_{D0}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (8)$$

(7) 式の最適巡航速度は、この抵抗が最小となる速度よりも 3 割程度 ($3^{0.25}=1.316$) 速い速度となる。すなわち、

$$M_{ss} = 3^{\frac{1}{4}} M_{L/Dmax} \quad (9)$$

標準的な旅客機を想定して文献 5) で用いられた以下の数値を用いて例題とする。

$$S_w = 4, \quad C_{D0} = 0.02, \quad K = 0.05, \\ C_{Tmax} = 0.1, \quad C_{Tmin} = 0.$$

この値を(6)式へ代入すると最適な定常巡航飛行は、

$$C_{Lss} = 0.3651, \quad C_{Dss} = 0.02667, \\ M_{ss} = 0.8274, \quad C_{Tss} = 0.07303, \quad J_{ss} = 0.08826$$

となる。

次に、初期値および終端値を同一として周期最適解を求める。ただし、速度は以下のように定常最適解のマッハ数を用いる。

$$M(0) = M(X_F) = M_{ss}, \quad h(0) = h(X_F) = 0 \quad (10)$$

以下、 $X_F=5$ の場合について数値解析を行う。動的計画法により最適化計算を行い、文献 5) と同様の解が得られるかどうかを確認する。動的計画法による最適化の計算は、進行距離 x 、速度 M 、高度 h の 3 次元の空間に直交格子を張り、進行方向に状態遷移する有限個の全ての軌道の組み合わせの中から最適な経路を求めるものである。以下のように範囲と間隔を定めて離散化を行う。

$$x=[0, 5], \quad \Delta x = 5/30$$

$$M=[M_{ss}-0.3, M_{ss}+0.2], \quad \Delta M = 0.5/200 \quad (11)$$

$$h=[-0.12, 0.18], \quad \Delta h = 0.3/200$$

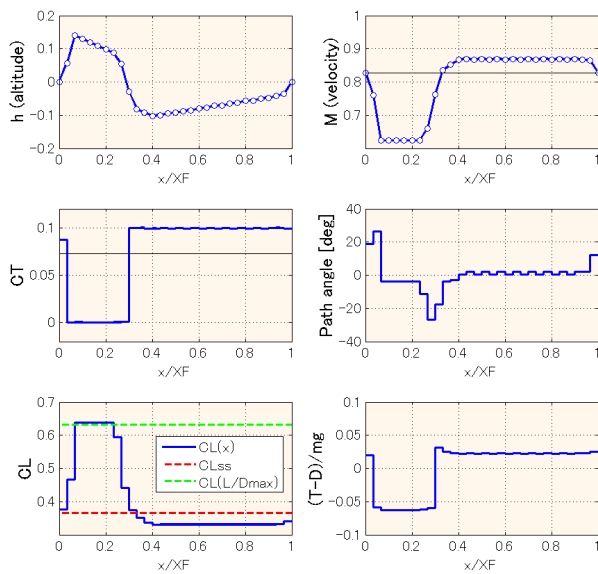
独立変数は 30 分割、状態変数は各々 200 分割である。一般に動的計画法において分割数と格子点間隔は、計算量に大きな影響を与えるので、粗いものから最適解を見ながら細かくして精度を高めるが、この分割数は、文献 5) の結果を参考にして定めたものである。進行距離 X_F の 30 分割は、物理量において 1 区間 2 km 程度となり、質点近似モデルの時定数を考慮すると十分に細かい間隔と言える。

第 1 図は、得られた最適軌道の結果である。上段が高度とマッハ数の状態変数、中段は推力係数と経路角の制御変

数，下段は飛行の様子を理解するためにプロットした揚力係数と速度ベクトル方向の外力である．通常の水平巡航飛行に対して，周期解においては，最大推力によりエネルギーを蓄える飛行と推力ゼロおよび最良滑空比で滑空する飛行を組み合わせることにより飛行距離を稼ごうとしている．燃料消費量は，定常巡航飛行に対して 3.6%程度節約されており，文献5) の 3% と比べるとやや楽観的な数値である．経路角の運動方程式を省略していることと動的計画法による離散化誤差によるものと思われるが，軌道は概ね文献の結果を再現している．平均のマッハ数は $M_{av} = 0.7777$ となり，定常巡航飛行より約 6%少なく，飛行時間は定常飛行より長くなる．ここで，平均マッハ数は，次式より定義される．

$$1/M_{av} = \frac{1}{X_F} \int_0^{X_F} \frac{1}{M \cos \gamma} dx \quad (12)$$

冒頭に述べたように実際の旅客機の巡航フェーズにダイナミックな飛行が利用されることはない．周期解は，姿勢角や加速度が変化して乗り心地等においても不都合であるが，飛行時間の増大，エンジンの運用，大気モデルの考慮等，最適解を導出する条件について検討する必要がある．本節で再現した最適解を使用してそれらの影響を次節以降において検討する．



第1図 周期最適軌道
($J = 0.085085 : \nabla 3.6\%$, $M_{av} = 0.7777$)

3. 飛行時間を考慮した場合の周期最適解

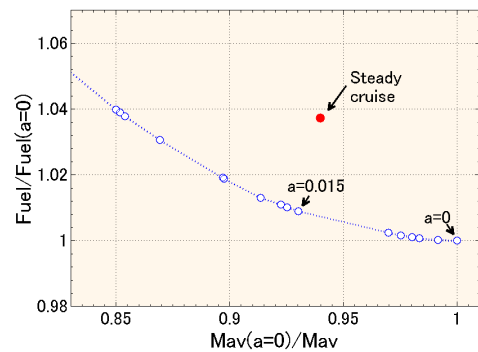
一般に旅客機の運航においては，燃料消費量ばかりでなく飛行時間についても考慮した運用が行われているが，先の例に示されたように周期最適解は，燃料の削減（3.6%）に対して飛行時間は増大（6%）する．飛行時間の短縮は乗客にとって都合が良いばかりでなく，運航会社においても運航コストを減少させることができるので，コストインデックスと呼ばれるパラメータで飛行時間も考慮した飛行計画

が作成される．燃料消費量と飛行時間を考慮した評価関数を以下のように定義し，評価関数最小によって両者の最適なトレードオフを導くことができる．

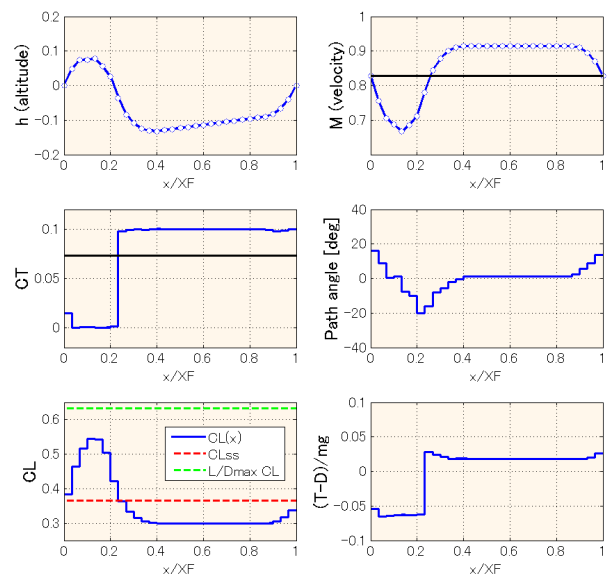
$$J = \frac{1}{X_F} \int_0^{X_F} \frac{C_T}{M \cos \gamma} dx + a \frac{1}{X_F} \int_0^{X_F} \frac{1}{M \cos \gamma} dx \quad (13)$$

ここで， a は無次元化された飛行時間に重みを付けるパラメータであり，旅客機で使用されるコストインデックスに比例する量である．

第2図は，重みパラメータ a を変化させて燃料消費量と飛行時間のトレードオフを検討した結果である．横軸が飛行時間，縦軸が燃料消費量を表し，いずれも燃料最小の周期解を基準に正規化している．赤●のシンボルは定常巡航飛行の性能を示しているが，最適解よりも性能が劣る内側にあり，飛行時間を考慮しても定常巡航飛行の最適性を主張することができないことが分かる．重み a を 0.0025 ずつ等間隔で変化させて得られた結果を示したものであるが，最適解の間隔が不規則になっているのは，動的計画法の計算において状態空間を離散化して遷移経路の組み合わせ最適化問題としているためである．



第2図 燃料消費と飛行時間のトレードオフによる最適解の性能曲線



第3図 燃料消費と飛行時間を評価した最適軌道（重み係数 $a=0.015$ ）
($J = 0.085954 : \nabla 2.6\%$, $M_{av} = 0.8415$)

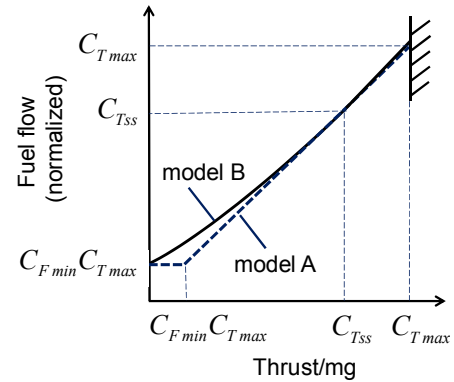
第3図は、定常巡航飛行よりも燃料消費量および飛行時間のどちらも少ない第2図中の $a=0.015$ の点の飛行の様子を示したものである。燃料最小の場合よりもマッハ数は増しているものの燃料最小の飛行と同様に最小推力と最大推力を用いてダイナミックな飛行により燃料消費量を節約している。

4. 周期最適解に影響を及ぼす燃料流量モデル

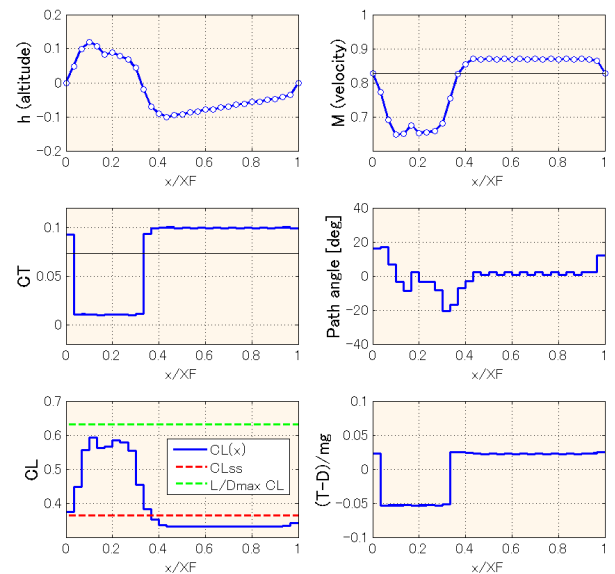
周期解の最大の特徴は、推力において最大と最小の両端を使用する点である。旅客機のファンジェットエンジンは巡航飛行状態に対して性能が最適化されていると考え、推力を最大と最小で切り替えて使用する飛行は現実的ではない。実際のエンジンの性能モデルについて一般に公表された文献がないので、ここでは、モデルを数式によって修正してその影響を調べた。すなわち、燃料流量のモデルについて①推力がゼロでも与圧、発電、ファンの回転等のために最小の燃料流量が必要である。②巡航推力において性能が最適化されており、それから大きく外れるところでは性能が劣化する。この2つの性質を簡単な数式モデルによって表現し、その係数を仮定して検討を行った。①の性質をもつものをモデルA、①と②の両者の性質をもつものをモデルBで表現し、その推力と燃料流量の関係を第4図に示すように定義した。横軸は推力、縦軸は燃料流量であるが、ここでは燃料流量係数を1としている。ここで、モデルAのパラメタは最小燃料流量であり、モデルBも同様の最小燃料流量を用い、巡航飛行において最も効率が良くなる2次式で表した。

第5図はモデルAにおいて $C_{Fmin}=0.1$ と仮定した場合の結果である。すなわち、最小燃料流量が最大燃料流量の10%であるとしたものである。最小燃料流量以下の推力は使用しなくなるものの、高度と速度の振れ幅が多少小さくなるだけで飛行の様子はほとんど変わらない。評価関数も定常に比べて3%の減少と基準の場合の3.6%より多少劣化するだけである。

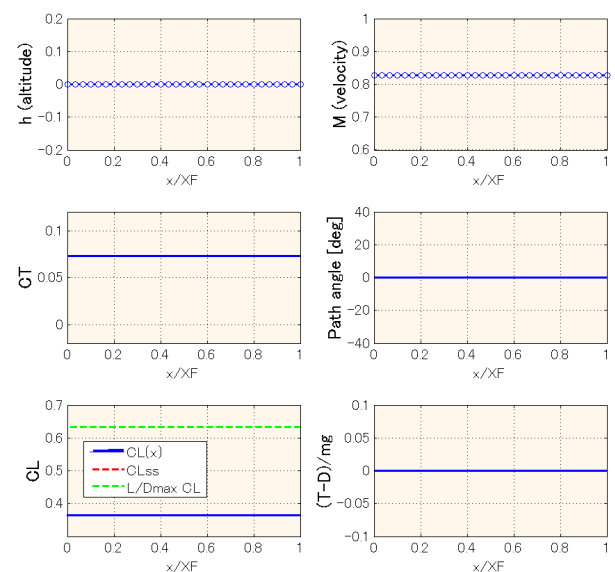
一方、モデルBにおいて同様に $C_{Fmin}=0.1$ 、すなわち、最小燃料流量（無推力時）が最大推力時の10%として2次式で表したもののについて最適解を求めた。第6図に示すように最適解として定常巡航飛行が導かれた。推力は定常飛行推力だけを利用するので、消費燃料は $J_{ss}=0.08826$ となり、推力モデルの性能劣化の影響を受けない。 C_{Fmin} の値を0.01ずつ変化させて最適解を求めたところ、定常解でなくなる C_{Fmin} の値はおおよそ0.067であった。第7図は C_{Fmin} に対して評価関数の値についてプロットしたものである。推力モデルが周期解に及ぼす影響は少なくないことを示している。



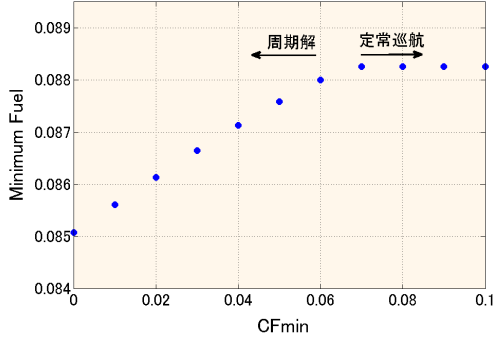
第4図 燃料流量モデル



第5図 最適軌道 (燃料流量モデル: model A)
($J=0.08565$: $\nabla 3.0\%$)



第6図 最適軌道 (燃料流量モデル: model B)
($J=0.08826$)



第7図 燃料流量モデル model B の2次モデル係数と評価関数

5. 周期最適解に影響を及ぼす大気モデル

前節までは高度を適当に定めて空気密度の変化は無視しうるものとして最適軌道を求めた。旅客機のようなジェット輸送機は、もともと音速に近いなるべく速い速度で飛行する方が効率が良いため離着陸速度との妥協によってある程度高い高度を巡航飛行するように設計されている。これは空気密度の違いを利用するものであり、解析においてもこの点を考慮する必要がある。すなわち、定数とした変数の中で S_w ($= \rho a^2 S / 2mg$) について検討が必要となる。空気密度 ρ は高度により変化するので、高度を選択することにより S_w も調節可能な変数となる。最適な定常巡航を表す(6)式より、単位飛行距離あたりの燃料は S_w の1/2 乗に比例するので、 S_w が小さいほど燃費は良いことになる。しかし、旅客機のファンジェットエンジンは空気密度により最大推力が減じるので最大高度を設定し、その高度に対する与圧を考慮した機体構造の設計が行われるので飛行高度には制限がある。最大運用高度の上限が空気密度の下限 ρ_{min} を与えるので S_w の下限 S_{wmin} は次式で与えられる。

$$S_{wmin} = \rho_{min} a^2 S / 2mg \quad (14)$$

すなわち、パラメタ S_w について次の不等式条件が与えられる。

$$S_w \geq S_{wmin} \quad (15)$$

さらに、巡航マッハ数に関しても制約条件を考慮する必要がある。(6)式は、 S_w の代わりに最適巡航マッハ数を用いて以下のように記述することができ、 M_{ss} が大きいほど燃料消費は少なくなる。

$$J_{ss} = \frac{C_{Tss}}{M_{ss}} = 4 \cdot 3^{-\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}} C_{Do}^{\frac{1}{2}} M_{ss}^{-1} \quad (16)$$

しかし、遷音速には抗力発散の現象があり、マッハ数においても最大運用マッハ数 M_{max} が定義される。すなわち、以下の不等式条件が与えられる。

$$M_{max} \geq M \quad (17)$$

これらの不等式拘束条件を考慮して最適巡航飛行を導く必要がある。

まず初めに水平定常の巡航飛行について、上記の条件を考慮した最適解を導く。巡航マッハ数 M と S_w (高度 h に

相当) を自由な変数とすると $S_w M^2 C_L = 1$ の関係から C_L が従属変数となり、定常巡航飛行の評価関数は以下のように自由な2変数で陽に表すことができる。

$$J = S_w M C_{Do} + S_w^{-1} M^{-3} K \quad (18)$$

先に導いたように、この巡航性能は高度が高く速度が速いほど向上するので、(15),(17)式の不等式条件のいずれかが有効になる。すなわち、どちらか一方が固定されるので以下のように偏微分がゼロとなることが最適解の必要条件となる。すなわち、

$$S_w = S_{wmin} \text{ の時, } \frac{\partial J}{\partial M} = S_w C_{Do} - 3 S_w^{-1} M^{-4} K = 0 \text{ より}$$

$$S_{wmin} M^2 C_{Lss} = 1 \quad (19)$$

$$M = M_{max} \text{ の時, } \frac{\partial J}{\partial S_w} = M C_{Do} - S_w^{-2} M^{-3} K = 0 \text{ より}$$

$$S_w M_{max}^2 C_{L/L/Dmax} = 1 \quad (20)$$

ここで、

$$C_{Lss} = \sqrt{\frac{C_{Do}}{3K}}, \quad C_{L/L/Dmax} = \sqrt{\frac{C_{Do}}{K}}$$

第8図の飛行包囲線図の右上の角の点 (corner point), すなわち最大運用高度かつ最大運用マッハ数における揚力係数を C_{Lc} と定義する。

$$S_{wmin} M_{max}^2 C_{Lc} = 1 \text{ あるいは } C_{Lc} = S_{wmin}^{-1} M_{max}^{-2} \quad (21)$$

C_{Lc} は最大運用高度と最大運用マッハ数で定まるが、(14)式の関係から機体質量 m に比例する。この C_{Lc} の値によってどの不等式拘束条件が有効になるかが決まる。すなわち、最適巡航飛行は次のようになる。

1) $C_{Lc} < C_{Lss}$ のとき

$$C_L = C_{Lss}, \quad S_w = S_{wmin}, \quad M = M_{ss} = 1 / \sqrt{S_{wmin} C_{Lss}} \quad (22)$$

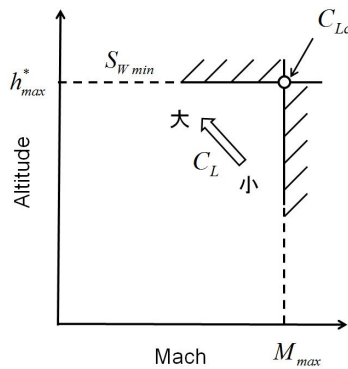
2) $C_{Lss} \leq C_{Lc} \leq C_{L/L/Dmax}$ のとき

$$C_L = C_{Lc}, \quad S_w = S_{wmin}, \quad M = M_{max} \quad (23)$$

3) $C_{L/L/Dmax} < C_{Lc}$ のとき

$$C_L = C_{L/L/Dmax}, \quad S_w = 1 / (C_{L/L/Dmax} M_{max}^2), \quad M = M_{max} \quad (24)$$

1)は最大運用高度で実現され、3)は最大運用マッハ数で実現、2)は最大運用高度かつ最大運用マッハ数の角の点で実現される。いずれにしても最適定常巡航は最大運用高度か最大運用マッハ数のいずれかである。機体が軽い時に1)の条件となり、3)は逆に重い時、2)はその中間である。3)の条件の場合、最適定常巡航は最大揚抗比が得られる高度を選択するところが特徴的である。



第8図 飛行包囲線図上の最大運用高度/最大運用マッハ数

次にダイナミックな最適軌道においても空気密度の変化と最大運用高度および最大運用マッハ数の制限を考慮した検討を行う。定常水平巡航飛行の議論と同様であるが、高度とマッハ数の限界に対して C_{Lc} によって異なる条件を考慮する必要がある。無次元化パラメータ S_w は空気密度に比例するので高度の関数となるが、成層圏のように温度変化が小さいと仮定して等温度モデルを用いると以下のように密度の変動の影響を簡単に表現することができる。ここで、ある適当に与えた基準の高度を h_o^* とする。上付き添え字 $*$ は有次元の量を表す。

$$\frac{\rho(h^*)}{\rho(h_o^*)} = \exp\left\{-1.4 \frac{g(h^* - h_o^*)}{a^2}\right\} = e^{-1.4 \Delta h} \quad (25)$$

すなわち、

$$S_w(h^*) = S_w(h_o^*) e^{-1.4 \Delta h} \quad (26)$$

ここで、 Δh は、ある与えられた高度 h_o^* からの高度差 $h^* - h_o^*$ を a^2/g により無次元化したものである。また、指数関数の係数 1.4 は熱力学において γ で表される比熱比である。

まず初めに第2節の例をベースに解析を行った。すなわち、初期および終端の高度として $S_w = 4$ となる高度を指定し、空気密度の変動モデルを用いて最適軌道を求めた。第9図は得られた最適軌道の結果である。類似した周期解が得られるが、初期および終端の高度よりも高度を上げる方に修正して巡航性能が改善されている。これは、高度を上げて定数 S_w が減ることによって巡航性能が向上する効果も取り込むためである。消費燃料も空気密度を一定とした基準の 3.6% よりも多い 5.9% 節約することができる。この数値は、文献 5) が前提とする空気密度が一定であると仮定する結果に対して無視できない量であることが分かる。さらに、この解は初期および終端の高度を最適定常巡航飛行とは限らない値に拘束したものであり、自由にすれば、定常巡航飛行において議論したように最大高度および最大マッハ数の不等式条件を考慮しなければならない。以下、不等式条件の2つのケースについて定常の最適巡航飛行を

検討する。

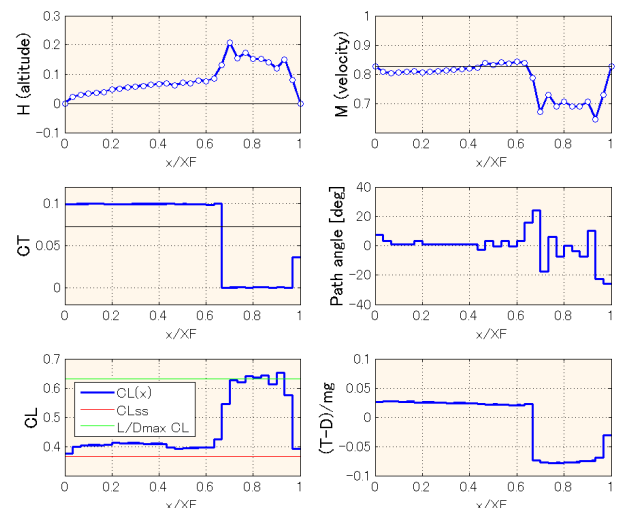
1) および 2) の 高度の上限が与えられた場合

最大高度における最適巡航速度がマッハ数の上限以下で、(19)式が有効となる場合を検討した。先の解析において設定した S_w が高度の上限、すなわち S_{wmin} とし、速度の上限は考慮せずに最適軌道を求めた。得られた最適軌道は、定常最適巡航と同様の解、すなわち最適軌道は第6図と同様になり、不利な低高度での飛行を全く行わない定常飛行となった。

3) 速度の上限が与えられた場合

S_w が小さくコーナーの揚力係数 C_{Lc} が最大揚抗比の揚力係数よりも大きい場合は、最適定常巡航の速度は最大速度、高度は最大揚抗比が得られる高度になり、その高度が最大高度に対して余裕があるケースについても軌道最適化を検討したが、1), 2) と同様に、得られた最適軌道は、定常最適巡航となった。これは、高い高度を使っても揚抗比が劣化して不利になるためと考えられる。

上記のように、空気密度モデルを導入することによって最大運用高度および最大運用速度を設定すると全てのケースにおいて水平定常巡航が最適となることが分かった。

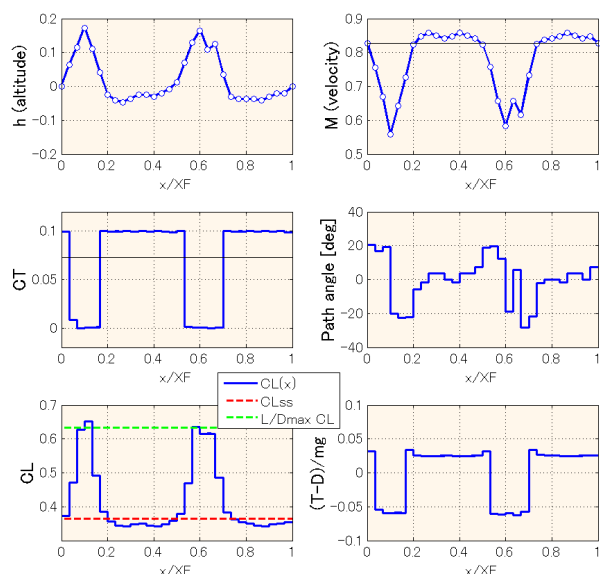


第9図 大気モデルを考慮した周期最適軌道
($J = 0.08307 : \nabla 5.9\%$)

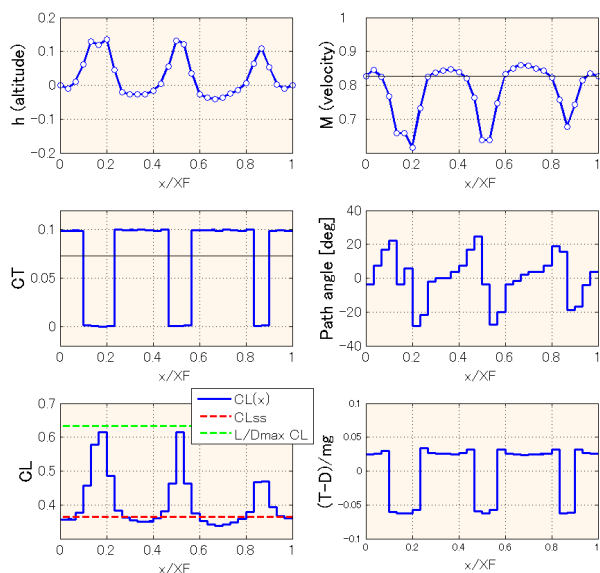
6. 局所最適解の存在について

最後に周期最適解の局所解について検討する。本節は、モデルに関する議論ではなく、第2節で確認した基本解について議論するものである。周期最適解は、距離 X_F に応じて導かれることから想像されるように波長の短い周期解が局所最適解として存在する。第10, 11図に示すように3波長までは存在を確かめることができた。波数1 (第1図) が大域的最適解であり、波数が増えるほど評価関数の値は大きくなる。第10, 11図に示した波数2と波数3の場合の評価関数はそれぞれ 0.085668, 0.086255 となり、波数1の最適解の0.085085より大きく局所最適解であることが分かる。無数の波数の局所解が存在すると予想されるが、動

的計画法による離散化計算では、格子の細かさが限界を与える。この局所最適解は、探索領域移動 DP (Moving Search Space DP, MS-DP) と呼ぶ計算法によって求めたものである。MS-DP は、探索領域を狭めることによって計算を高速化する方法であるが、局所最適解に収束する可能性がある計算法である¹¹⁾。



第 10 図 局所最適解 2 波長の例 ($J=0.085668$, $\nabla 2.9\%$, $M_{av}=0.7445$)



第 11 図 局所最適解 3 波長の例 ($J=0.086255$, $\nabla 2.3\%$, $M_{av}=0.7507$)

7. ま と め

旅客機の巡航性能を表す最も単純なモデルから導出される周期最適解について、実際の運航において考慮すべきいくつかの要素を検討して定常巡航性能と比較した。得られた結果を要約すると以下となる。

- (1) 燃料消費量ばかりでなく飛行時間を考慮した場合も周期最適解の性能は定常巡航より上回った。
- (2) エンジンの性能が巡航飛行設計点まわりに最適化されたモデルを使用するとその程度に応じて定常巡航飛行が最適軌道となった。
- (3) 大気モデルを詳細化して空気密度が変化するモデルを使用すると、最大運用高度あるいは最大運用速度が最適定常巡航になり、いずれの場合も周期最適解の最適性が失われて定常巡航飛行が最適軌道となった。

(2)と(3)は、実際の運航において周期最適解のような動的な飛行が利用されない理由として有力と考えられる。これらの結果は、効率の良い運航を検討していくときに使用するべき性能モデルや環境モデルを検討する上で有用な情報である。

最後に、本論文において具体的に議論をした対象は旅客機のようなファンジェットエンジンを装備した亜音速の輸送機であり、ロケットプレーンや超音速機などの飛行領域や特性の異なる機体を対象としていないことを付言する。

参 考 文 献

- 1) Nolan, S.N.: Fundamentals of Air Traffic Control, fifth ed., Delmar, New York, 2009, pp.485-506.
- 2) 小林正一: Carats ロードマップ, 第 49 回飛行機シンポジウム, 金沢, 2011.
- 3) 山本憲夫: 電子航法研究所の研究長期ビジョンの見直し, 第 49 回飛行機シンポジウム, 金沢, 2011.
- 4) 張替正敏: 次世代運航システム(Dreams)の研究開発計画について, 第 49 回飛行機シンポジウム, 金沢, 2011.
- 5) 上野誠也: 周期最適化による最小燃料巡航, 日本航空宇宙学会誌, **37** (1989), pp.502-506.
- 6) 宮沢与和, ピクラマシハナヴィンダ: フリーフライトによる便益に関する一考察, 第 49 回飛行機シンポジウム, 金沢, 2011.
- 7) Hagelauer, P. and Mora-Camino, F.: A Soft Dynamic Programming Approach for on-line Aircraft 4D-trajectory Optimization, European Journal of Operational Research, **107** (1998), pp. 87-95.
- 8) Bryson, A.E. and Ho, Y.C.: Applied Optimal Control, Gin and Company, 1969.
- 9) 宮沢与和, 原田明德, ピクラマシハナヴィンダ, 宮本侑斗: 旅客機の性能モデルと軌道最適化, 第 29 回誘導制御シンポジウム, 2012.
- 10) Vinh, N.X.: Flight Mechanics of High-Performance Aircraft, Cambridge Univ. Press, 1993.
- 11) Miyazawa, Y., Harada, A., Kawaguchi, J., Ninomiya, T., Suzuki, H. and Tomita, H.: Dynamic Programming Trajectory Optimization and its Application to D-SEND #2 Low Sonic-boom Research Project, AIAA-2012-4827, AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Minneapolis, 2012.