

観測量代数 : 研究の雰囲気

成清, 修
九州大学理学部物理学科

<https://hdl.handle.net/2324/7337601>

出版情報 : 2025-02-20
バージョン :
権利関係 :



観測量代数

—研究の雰囲気—

九州大学・理学部・物理学科

成清 修

このノートは研究紹介のために用意しました。

「数学を最大限に活用して物理の基礎を考える」は高校生向け（2022-06-24）です。

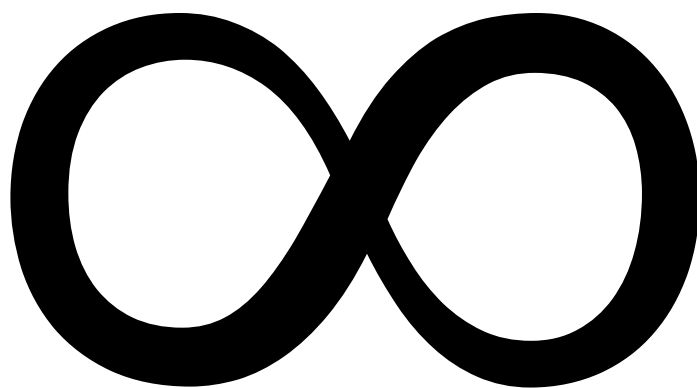
「場の理論：数学的アプローチ」は大学生向け（2021-05-07）です。

数学を最大限に活用して物理の基礎を考える

相対論

量子論

20世紀の物理学は相対論と量子論を中心に展開しました。
しかし21世紀の今でも、これらふたつの折り合いはついていません。
量子論が相対論を飲み込んで一元化する（重力を量子化する）ことを目指すのが、
超弦理論や量子ループ重力理論ですが、最終解決には至っていません。



無限大メガネ

われわれは別の道を往きます。
観測の理論を用いて、相対論と量子論の平和共存を目指します。
相対論が遵守する因果律を量子論に実装するには、無限大メガネを着用することが必要となります。
（無限大メガネというのは、Ⅲ型のフォン・ノイマン環のことです）
このメガネは、物理の理論家はありません。
平和共存の絵を描くキャンバスは、圏論という枠で張られています。
物理の理論家はこの枠もありません。

観測の理論

観測は古典的なものと量子的なものの2種類があります。相対論は古典的な観測をもとに時空を決定します。その時空に置いた、古典的にふるまう物質（たがいに相互作用しあっている物質群）でつくった測定装置によって、相互作用せずに隠れている量子とコンタクトするのが量子的な観測です。

数理物理研究室

凝縮系理論

場の理論：数学的アプローチ

何をやっている研究室かをひとことで言うと「**数学**を駆使して**場の理論**の基礎的な問題を考えている」という感じです。どんな感じかというと、[1]や[2]のような感じです。**作用素環**とか**測度論**とか**圏論**などを駆使することになります。

数年前の修士論文の要約：

<http://hdl.handle.net/2324/1955688>

を見ると具体的に何をやっているかがわかるかと思います。

以下では、この修士論文の頃に考えていたことを書いてみます。

最初に、物理の理論は観測データを構造化するものであるという立場を確認します。これは、実験科学としては、あたりまえのことと考えます。

すると、**観測者**の役割を議論できない枠組みは不適となります。

量子論の**測定理論**は確立しているので、これと整合的なアプローチを取らねばなりません。

また、実験には誤差がつきものなので、誤差の範囲内で語るという態度が必要となります。理論で精度を語る言葉が**位相**

です。

観測データを構造化するために観測量代数(量子力学の教科書ではオブザーバブルでしょうか)を用いますが、物理的な**位相**を備えた観測量代数が von Neumann 環として用意されています。

von Neumann 環はいくつかのタイプを持つことができます。大雑把に I 型、II 型、III 型に分けられますが、順に、量子力学、統計力学、**場の理論**に対応します。自由度の数で言うと、有限、離散無限、連続無限といった感じです。

量子力学を真面目に定義すると、有限自由度で非相対論的な量子論ということになります。因果律を考慮できるように(相対論的に)量子力学を拡張しようとすると、**場の理論**に進まねばならないことが示されます。

この際の大きな問題は、**場の理論**と量子力学は連続していないということです。多くの物理学者には、この問題が認識されていません。また、ここでの(von Neumann 環による)**場の理論**は、物理学者の考える素朴な場の理論とは少し

異なります。

例えば、量子力学ではユニタリー変換で繋がるただひとつの Hilbert 空間を考えますが、このようなやり方は、場の理論には使えません。ユニタリー変換では繋がらないようなものも最初から同列に議論しないといけないし、Hilbert 空間も問題の多い道具なので、無しで済ますこともできます。

場の理論では、ユニタリー変換では繋がらないものも同居していて、内在的にかつ自発的に対称性が破れて、マクロ（古典）とミクロ（量子）が共存したりします。対比的に、有限自由度の系では、対称性は破れたりしません。ここまで場の量子論と言わなかったのは、すべてが量子的である訳ではなく、古典的な自由度も存在しうるからです。物理における場の理論は量子力学の延長上につくられていて、非合法に対称性を破っています。

また、物理における場の理論では宇宙全体がユニタリーな発展をすると考えるので、ブラックホールの情報損失問題のようなパラドクスが生じますが、これは量子力学の延長上の思考であり、不良設定問題です。

Hilbert 空間の状態ベクトルにこだわってしまうと、エンタングルメントが深刻な問題のように思われてしまいます。しかし、状態ベクトルは観測データの構造化のために必須ではなく、無くても構いません。

また、状態ベクトルは観測量でもありません。逆に、エンタングルメントが悪さをして、宇宙の果ての操作が我々の実験室に影響を与えるようでは、実験で何を見ているのかわからなくなってしまいます。von Neumann 環による場の理論では、実験室の独立性が保障されます。

von Neumann 環による場の理論では、観測者の見る時空の因果構造が最初から重要な役割を果たしていて、（相対論の用語で）空間的な時空領域における観測は独立でなければなりません。ところが、この要請は、一見すると、ゲージ対称性や長距離力の存在と矛盾するように見えます。しかし、観測者が見ることのできる時空においては困難が生じないことが比較的最近示されました（Fermi 粒子も因果律を破る厄介者ですが、この問題は前世紀に解消されました）。測定理論一般に言えることですが、観測者を合理的に考慮に入れないと矛盾の無い理論をつくることはできません。

さて、だいたいうまくいってそうですが、これまでの話は平坦時空を前提としていました。残る大問題は、曲がった時空の場合への拡張です。

[1] 「量子場とミクロ・マクロ双対性」

小嶋（丸善 2013）

[2] 「無限量子系の物理と数理」

小嶋・岡村（サイエンス社 2013）