

機能的電気刺激によるヒト手指関節の精密制御

陳, 樺

<https://hdl.handle.net/2324/7329464>

出版情報 : Kyushu University, 2024, 博士 (工学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :



令和6年度博士論文

機能的電気刺激によるヒト手指関節の精密制御

陳 樺

九州大学

機械工学専攻

制御工学研究室

2024年

目次

第1章 序 論	1
1.1 研究の社会的背景と必要性	1
1.2 FES による運動制御の関連研究	2
1.3 本論文の目的と貢献	6
1.4 本論文の構成	6
第2章 FES による手指関節運動の基本的特性	8
2.1 制御対象となる筋肉及び関節	8
2.2 低周波治療装置 IVES を用いた関節運動の確認	10
2.2.1 電極の配置	10
2.2.2 刺激波形	13
2.2.3 運動の観察	13
2.3 示指 MP 関節運動の基本的特性	14
2.3.1 実験目的	14
2.3.2 実験装置	16
2.3.3 屈曲および伸展運動のステップ応答	16
2.3.4 短期間の刺激信号に対するステップ応答	18
2.3.5 異なる実験開始時刻での同一の刺激強度に対する応答	23
2.3.6 結言	23
第3章 制御手法 Proxy-based Super-Twisting Algorithm	25
3.1 制御問題の定義	26
3.2 提案するプロキシベースのスーパー・ツイスティングアルゴリズム (PSTA)	30

3.2.1	PSTA の連続時間表現	30
3.3	PSTA の離散化手法	34
3.3.1	PSTA 離散化手法の第一段階	34
3.3.2	PSTA 離散化手法の第二段階	36
第 4 章	Proxy-based Super-Twisting Algorithm による示指の MP 関節運動の精密制	
	御	42
4.1	実験設定	43
4.1.1	刺激信号の生成方法	43
4.1.2	実験参加者とその選定基準	44
4.2	PSTA 制御法の実装方法およびパラメータ調整	45
4.2.1	エラー計算	46
4.2.2	滑り面の計算	46
4.2.3	STA 制御	47
4.2.4	パルス幅の設定	47
4.3	比較のための PID 制御法の実装方法およびパラメータ調整	48
4.3.1	PID 制御入力の計算	48
4.3.2	パルス幅の設定	49
4.4	比較のための随意運動の実験プロセス	49
4.4.1	初期設定	50
4.4.2	随意運動の実験	50
4.4.3	データ収集	50
4.5	実験結果	51
4.5.1	各制御方法の運動結果	51
4.5.2	PSTA 制御と随意運動の統計	56
4.5.3	目標値変更の場合の応答性	58
4.6	結言	59
第 5 章	まとめと今後の展望	60
5.1	まとめ	60

5.2 今後の展望	61
謝辞	68

目次

2.1	指関節の位置	9
2.2	低周波治療装置 IVES	11
2.3	MP 関節の屈曲および伸展運動に影響を与える筋肉とモーターポイント	12
2.4	IVES 刺激波形	12
2.5	実験装置	14
2.6	関節角度取得装置	15
2.7	角度センサの正負方向	15
2.8	刺激波形	17
2.9	示指の MP 関節を駆動する実験	18
2.10	様々な刺激レベルによる屈曲方向の運動	19
2.11	さまざまな刺激レベルにおける最大 MP 関節角度および応答速度（屈曲方向）	19
2.12	様々な刺激レベルによる伸展方向の運動	20
2.13	さまざまな刺激レベルにおける最大 MP 関節角度および応答速度（伸展方向）	20
2.14	短時間刺激信号に対するステップ応答	21
2.15	短時間刺激信号の波形	22
2.16	異なる実験開始時刻での同一の刺激強度に対する応答	23
2.17	示指の MP 関節に対する屈曲および伸展の同時刺激	24
3.1	提案するプロキシベースのスーパー・ツイスティングアルゴリズム (PSTA) の図示	30

4.1	実験設定	43
4.2	実験装置を装着した実験参加者	45
4.3	随意運動の実験プロセスの図示	49
4.4	各制御方法の運動結果 (A、B、C)	52
4.5	各制御方法の運動結果 (D、E、F)	53
4.6	各制御方法の追従誤差 (A、B、C)	54
4.7	各制御方法の追従誤差 (D、E、F)	55
4.8	追従誤差の RMSE の統計結果	56
4.9	PSTS の同じゲイン設定の応答 (左実験開始時、右その一週間後)	57
4.10	PID の同じゲイン設定の応答 (左実験開始時、右その一週間後)	57
4.11	追従誤差の面積 S	57
4.12	10 回の試行における PSTA と随意運動の S	58
4.13	目標軌道変更の運動結果	58

表目次

2.1 指の伸ばしと曲げの動作に関与する筋肉	9
4.1 実験参加者の年齢と性別	45
4.2 異なる制御方法下での6名の実験参加者の二乗平均平方根誤差 (RMSE)	56

第1章 序 論

1.1 研究の社会的背景と必要性

機能的電気刺激（Functional Electrical Stimulation, FES）は、筋肉に直接電気刺激を与えることで運動機能を補助または改善する技術であり、医療分野において特に麻痺患者のリハビリテーションに重要な役割を果たしている。厚生労働省のデータによると、令和3年の時点で日本国内の患者数は約750万人であり、そのうち6%にあたる約45万人が脊椎障害による健康被害を受けている。これには、麻痺などの症状が出る患者も含まれている。

従来FESは主に4つの領域に適用されている。感覚FES、植物機能FES、運動FES、機能代替FESである。感覚FESは、聴覚補綴（蝸牛神経電気刺激＝コクレアインプラント）、視覚補綴（大脳皮質視覚皮質電気刺激）、肌感覚代替（肌特異的受容体電気刺激）に適用されている [1]。植物機能FESでは、心臓ペースメーカー、呼吸ペースメーカー（横隔膜神経の電気刺激）、泌尿生殖機能再構築（排尿障害、射精障害の改善）が研究されている [2]。運動系では、上下肢や体幹の姿勢制御のための麻痺運動の再構築が行われている。機能代替FESとしては、広背筋を刺激した心臓ペースキング [3] や薄い筋肉を使った肛門括約筋代替 [4] が試みられている。

近年、運動FES技術は臨床リハビリテーション分野で積極的に適用されている [5]。FESの技術は、麻痺患者の動作補助を目標としている研究において、特に重要なものである。この技術は、外骨格ロボットなどの他の動作補助技術と比較して、人の筋肉を活用するため、モーターなどの大型の機器が不要で、比較的コンパクトに作ることが可能である。その結果、衣服の下にも着用できる可能性がある。さらに、FESは麻痺患者の筋委縮の影響を少なくすることができると考えられている。

また、患者自身の筋肉を動かすことで、多くの先行研究で既に認められているようなリハビリテーションの効果が期待できる [6] [7]。筋委縮（筋肉の萎縮）などの問題に対しても、FES は効果的な対策となり得る。このように、FES は麻痺患者に対して、より自然で効果的な運動支援を提供し、彼らの日常生活の質の向上と社会参加の促進に貢献する可能性が高い。また精密なヒトの運動能力拡大にも貢献できる可能性もある。例えば、外科医の高度で精密な手術の運用が考えられる。

FES の技術は、ただ身体機能を補助するだけでなく、患者の自立と自信を高める手段としても重要である。そのため、FES は医療技術としてのみならず、社会的な側面でも大きな意味を持っている。

1.2 FES による運動制御の関連研究

機能的電気刺激（FES）は、電流を使って運動神経に働きかけ筋肉の収縮を促す神経筋電気刺激の一形態である。この技術は、脳卒中による半身麻痺患者のリハビリトレーニングや機能支援に臨床で活用されている。脳卒中を経験した患者が上肢の筋力不足や協調失調に苦しむ中、FES はこれらの機能を電氣的に刺激することで回復へと導く [8]。近年では、拡張現実（Augmented Reality, AR） [9] の利用がある。具体的にはソレノイドを使用して皮膚をたたくことで、被打撃の触覚的側面を再現し、電気筋肉刺激を使用してユーザーの腕を後方に押し出すことで、電気刺激により衝撃を再現する方法がある。また、脳コンピュータインタフェース（Brain-Computer Interface, BCI） [10] と FES との連携により、より効果的なリハビリを実現するなど利用範囲が広がっている。BCI-FES 介入は、脳の皮質運動領域に記録された使用者の意図的な運動活動（ニューラルアクティビティ）を分離するアルゴリズムを利用して、個々の筋肉または筋肉協調の電気刺激を駆動している。BCI-FES 介入の目標は、適切な神経回路における長期的な運動学習関連の神経可塑性変化を促進および誘導することによって、障害を持つ肢体の感覚運動機能を回復することである。このシステムは、対象となる遠位筋への神経刺激によって起こされる電気刺激を提供し、ユーザーに多様な感覚フィードバックを提供している。

これまでの多くの FES リハビリシステムでは開ループ制御が用いられ、限られた単純な動きの実現にとどまる。しかし、精密な制御技術は、運動機能の再建にとどまらず、日常生活やスポーツ、医療などさまざまな場面で価値が認められる可能性がある。例えば、

健康な人々の日常生活では、より自然で滑らかな動作を実現し、生活の質を向上させることが期待される。また、スポーツやフィットネスでは特定の筋肉群をターゲットにした効果的な運動を提供し、パフォーマンスの向上や怪我の予防に貢献する可能性がある。さらに、高齢者や軽度の運動障害を持つ人々に対しても、転倒防止や日常生活動作の改善をサポートし、独立した生活を支援することができるかもしれない。医療分野においては、外科医の手術支援に利用されることで、手術の精度が向上し、患者の安全性も高まると考えられる。このように、精密なヒトの運動制御技術は将来的に社会全体に多大な利益をもたらす可能性がある。

一方で、複雑な動きを実現するためには、正確な関節角度を得るための閉ループフィードバック制御が求められる [11]。Tamaki ら [12] は、PossessedHand というデバイスを提供し、前腕ベルトを使用して指がいつ、どのように動くべきかを通知する方法を実現した。PossessedHand は、前腕周囲の筋肉に電気刺激を与えることで指の動きを制御する手法を使用している。デバイスには 28 個の電極パッドが装備されており、各筋肉に選択的に刺激を与えることが可能である。実験結果により、PossessedHand が手の 16 の関節の動きを制御できることが確認されている。また、このデバイスを使用した応用例として、楽器演奏の補助が挙げられる。

機能的電気刺激（FES）制御のための多くの閉ループフィードバック制御戦略が文献で提案されているが、それぞれが独自の問題点を有している。

FES を通じた関節角度のモデルベース制御においては、適切な筋肉モデルの設計が重要である。Sakaino らは機能的電気刺激（FES）における時間遅れの問題を探り、位相遅延を回復するためのフルステートフィードバックコントローラを提案している [13]。この研究では、関節角度と電圧の関係を 4 次システムとしてモデル化し、適切なコントローラを使用して位相遅延を回復できるようにした。提案のポイントは、制御の支配的な位相遅延が時間遅れではなく 4 次システムによって引き起こされるという仮定と、ジャーク測定に高分解能エンコーダを利用したフルステートフィードバックコントローラの提案である。関節角と入力電圧の関係を 4 次システムとしてモデル化し、時間遅延を重要な要素として取り扱っている。しかし、課題は、筋肉モデルが時間とともに変化し、個々の個人によって異なることである。すなわち高忠実度筋モデルを開発することは、筋骨格系の非線形、時間変動、および個人差に依存する特性のために依然として困難である。

さらに、バックステッピング制御法 [14]、モデル予測制御 (Model Predictive Control, MPC) [15]、リカレントニューラルネットワーク (Recurrent Neural Network, RNN) に基づく制御法 [16] も FES 制御のために提案されている。しかし、これらの方法は、大量のデータを必要とし、制御性能はモデルの精度に依存する。これらの手法では筋肉の位置情報を正確に取得する必要がある、これが欠如すると制御性能が大幅に低下する可能性がある。

神経筋モデルに依存する問題を克服するために、P. Paulo ら [17] は、機能的神経筋電気刺激 (Neuromuscular and Muscular Electrical Stimulation, NMES) の PID 制御のゲインを適応させるための確率的極値探求アプローチを提案した。適応的極値探索 (Evolution Strategies, ES) アプローチを利用して、機能的神経筋電気刺激のための比例・積分・微分 (PID) 制御法のゲインを適応させている。提案されたスキームは、健康な実験参加者と脳卒中患者の腕の位置を制御するために適用され、その結果、肘の屈曲/伸展の協調運動を実現している。このアプローチにより、患者との初期の調整テストが不要となり、コントローラパラメーターがリアルタイムで自動的に計算される。PID パラメーターは、所望の性能要件を満たすコスト関数を最小化するために、多変数確率の離散化によって更新される。健康な実験参加者および脳卒中患者との実験結果から、定常状態誤差、安定時間、および過渡応答の割合といった観点から、機能回復のための理学療法で一般的に考慮される通常の仕様を満足することが示された。定量的な結果として、すべての実験参加者との実験で最後のサイクルと最初のサイクルの追従曲線を比較した場合、平均二乗誤差が 62.30 % 減少したことを示している。しかしながら、位置角度の平均誤差は依然として 3.40deg あり、これは精密な制御が求められる応用においては十分ではない。この誤差は、特に細かい動作や正確な位置決めが必要とされる場合に問題となる可能性がある。

人体は動的パラメーターが常に変化し、非線形な特性を持つため、FES 制御においては特にロバスト性が求められる。近年、モデルの不確実性や外乱に対する頑強性のために、スライディングモード制御 (Sliding Mode Control, SMC) が FES を通じた関節角度の制御に広く用いられている [16] [18] [19] [20]。Oliveira ら [21] は、NMES を用いて腕の動きを制御するために SMC を用いた。この技術により、表面電極を使用して運動神経を活性化させることができる。提案された制御システムの目標は、電気刺激を通じて実験参加者の上肢を動作させ、望ましい肘の角度変位を達成することである。人間の神経運動系は個々

の特性を持ち、時間変動性があり、非線形であり、不確実性の影響を受けるため、古典的な比例積分 (PI) コントローラーやモデルベースのアプローチよりも、ロバスト性に優れる SMC の有用性が示されている。これらの SMC の方法は外乱と有限時間収束性に対する頑強性を持っているが、数値的なチャタリング問題に陥り、制御精度が損なわれる問題もある [22]。実用性の観点からは、高精度の制御が求められるため、外乱と有限時間収束性に対する頑強性を維持しつつ、数値的なチャタリングを減少させる必要がある。高次 SMC (Higher-Order Sliding Mode Control, HOSMC) はチャタリングの大きさを減衰させるが、モデルの不確実性及び外乱の上限の知識が必要である。また、未知の外乱が微分可能であることも要求され、その適用範囲が限定されている。さらに、ノイズのないケースであっても、従来の離散時間実装の HOSMC は、数値的チャタリングを避けるために高いサンプリングレートと強力なリアルタイム計算プラットフォームを必要とする [23] [24]。これらの様々な SMC 制御戦略の中で、より安全な制御でチャタリングを減少させることを目的として、Kikuuwe ら [25] はプラントモデルを必要としないで頑健な制御と減衰運動を同時に実現するプロキシベースのスライディングモード制御 (Proxy-based Sliding Mode Control, PSMC) を提案した。PSMC は、一次の SMC と従来の PID 制御の組み合わせである。この方法は、通常入力が飽和していない時に従来の PID 制御の精度を保ちつつ、アクチュエータの力が飽和するような位置誤差からの動きをゆっくりと過減衰させる。PSMC は、単純なタイプのスライディングモード制御 (SMC) の代替であり、PID 制御の拡張でもある。実際の制御対象と概念的に「プロキシ」と呼ばれる仮想オブジェクトとを仮想カップリングで接続し、PID タイプの制御動作を行っている。プロキシは所望の軌道を SMC アプローチを使用して追従し、実際のオブジェクトはプロキシの動きを追従しようとする。PSMC は、アンチウィンドアップ効果 (オーバーシュートを抑制する効果) と安全な振る舞い、つまり、アクチュエータが飽和したときの非オーバーシュートと減衰運動の望ましい特性のために、外骨格スーツなどの様々な制御問題の応用で広く使用されている [26]。Kikuuwe ら [25] が指摘しているように、入力が飽和していない場合は PSMC は従来の PID コントローラと同等である。しかし、PSMC の一つの限界は、その等価 PID コントローラの性能であり、満足のいく制御性能を達成するには比例、積分、微分ゲインの調整が必要である。

1.3 本論文の目的と貢献

人体は動特性のパラメータが常に変化し、かつ非線形な特性を持つため、FES 制御において特に頑健性（ロバスト性）が求められる。近年、モデルの不確実性や外乱に対する頑強性のために、スライディングモード制御（SMC）は FES を通じた関節角度の制御に広く用いられている。しかし、SMC はチャタリング現象と呼ばれる振動が発生する問題がある。一方、スーパーツイスティングアルゴリズム（Super-Twisting Algorithm, STA）は、SMC のチャタリング問題を軽減するために提案された二次スライディングモード制御であるが、STA には依然としてオーバーシュートや過渡応答における過剰振動が発生する問題がある。FES 制御におけるこれらの諸問題を解決し、精密な制御を実現するために、プロキシベースのスーパーツイスティングアルゴリズム（Proxy-based Super-Twisting Algorithm, PSTA）を提案する。

この論文の主な貢献を以下に示す。

- ・アクチュエーション飽和とモデル不確実性の問題を有する、ヒトの手指関節の制御問題を解決するために、プロキシベースのスーパーツイスティングアルゴリズム（PSTA）を提案する。PSTA はスーパーツイスティングアルゴリズム（STA）のパラメータチューニング技術を活用し、PSMC のアンチwindアップ性能を継承しつつ、より高い制御精度を実現する。

- ・ STA の高い制御精度と一次 SMC の頑強性を継承し、同時に STA と SMC の数値的チャタリングを避けるために、陰的（implicit）オイラー離散化を提案している。これは低解像度エンコーダを備えた FES を通じて指の MP 関節制御の高い制御精度を実現する。

- ・提案する PSTA とその陰的（implicit）離散化の有効性は、FES による MP 関節の実験を通じて検証される。指の MP 関節のモデルに関する知識がなくても、異なる実験参加者による実験の結果を低コストで計算能力の低い Arduino Mega の MCU ボードでリアルタイム制御が実現でき、提案スキームの高い頑強性と低計算複雑性を示す。

1.4 本論文の構成

この論文の第 2 章以降の構成は以下の通りである。

第 2 章では機能的電気刺激（FES）を使用するヒトの手指の示指関節（MP 関節）運動

の実験の詳細を説明する。FES を通じて異なる電気刺激パラメータが関節運動の特性に与える影響を調査する。

第3章では、新たに提案する PSTA とその安定性に関する詳細な分析を示す。このアルゴリズムがいかにして高い制御精度と頑強性を同時に達成するか、理論的根拠とともに説明する。また提案された PSTA を実際に実装するための数値計算的手法に焦点を当てる。特に、陰的 (implicit) オイラー法を用いた離散化がどのように PSTA の実現に貢献するかが議論される。

第4章では、提案されたアプローチの有効性を実証するための実験方法と実験結果が提示される。実際の MP 関節制御における実験を通じて、提案手法の性能とその応用可能性について詳しく検討する。

第5章では、この研究から得られた結論と、今後の研究方向性について考察する。提案された PSTA が持つ可能性と、今後解決すべき課題や拡張の可能性についても触れる。

第2章 FESによる手指関節運動の基本的特性

FESは、強制的な筋肉運動、リハビリテーション、および手の器用な操作を向上させるため広く研究されている。手指関節は、日常生活やリハビリテーションにおいて重要な役割を果たす関節であり、その正確な制御は機能回復や運動機能の向上に寄与する。これ以外にも、強制的な精密制御はヒトの運動能力の向上拡大に繋がる。例えば、外科医の手術手技向上やこれまで困難であった小児脳外科手術が実現可能と考えられる。

本章では、機能的電気刺激（FES）を使用して人間の示指中手指節関節（Metacarpophalangeal Joint, MP 関節）の FES 制御の実験を説明する。本章の目的は、FES を通じて異なる電気刺激パラメータが関節運動の特性に与える影響を調査することにある。具体的には、電気刺激の強度、周波数、波形などが関節の屈曲および伸展運動にどのように影響を与えるかを調べる。これらの基本的な特性の理解は、FES を利用した精密な制御手法の最適化の方向性を明確にし、後続の制御方法の開発において重要な基礎を提供する。

2.1 制御対象となる筋肉及び関節

人間の指を動かすための筋肉の大部分は、前腕の皮膚の比較的浅い部分に位置している。この特徴により、皮膚表面からの電気刺激を通じて、指の関節の動きを容易に引き起こし、かつ十分な反応を得ることが可能となる。皮膚表面に電極を配置することで、表面電極を介した電気刺激が前腕の浅い部分に位置する筋肉に効果的に伝達され、指の各関節の動きを制御することができる。この特性は、特に機能的電気刺激（FES）を用いた研究において重要な要素となっている。

手指は多くの関節で構成されており、指関節は骨・関節とそれらを取り巻く腱・靭帯

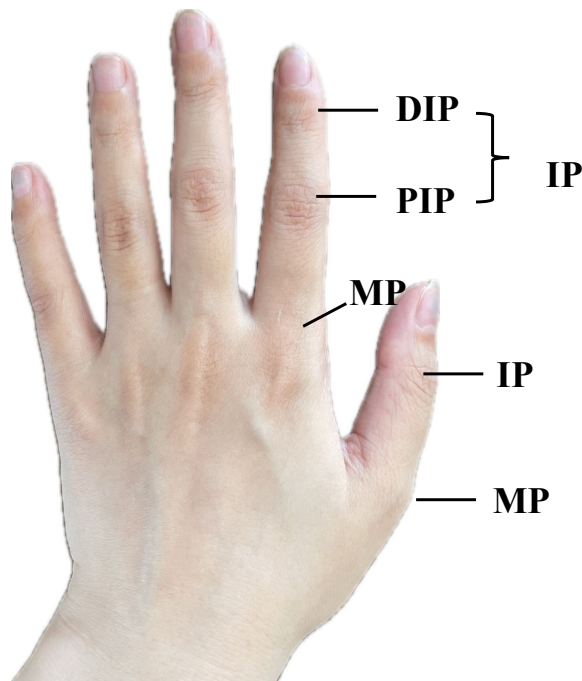


図 2.1: 指関節の位置

表 2.1: 指の伸ばしと曲げの動作に関する筋肉

指の関節	伸展運動に関する筋肉	屈曲運動に関する筋肉
親指の MP/IP 関節	短母指伸筋	短母指屈筋
示指/中指/薬指の MP/PIP 関節	総指伸筋	浅指屈筋
小指の MP/DIP/PIP 関節	総指伸筋	深指屈筋

が複雑に配置され、機能している。図 2.1 に示すように、指関節には、DIP 関節（第 1 関節：指先に一番近い関節）、PIP 関節（第 2 関節：指先に 2 番目に近い関節）、MP 関節（第 3 関節：指の付け根の関節）がある。表 2.1 には、指の伸展および屈曲運動に関する筋肉が示されている。以下に各筋肉の役割とその位置について詳細に説明する。

親指の関節

- 親指の MP/IP 関節：
 - 短母指伸筋 (Extensor Pollicis Brevis)：親指の伸展運動に関与し、手のひらから外れた方向へ親指を伸ばす役割を持っている。
 - 短母指屈筋 (Flexor Pollicis Brevis)：親指の屈曲運動に関与し、親指を手のひら側へ曲げる役割を担っている。

示指・中指・薬指の関節

- 示指、中指、薬指の MP/PIP 関節：
 - 総指伸筋 (Extensor Digitorum)：これらの指の伸展運動に関与しており、手の甲側に位置し、指の伸展を行う。
 - 浅指屈筋 (Flexor Digitorum Superficialis)：指の屈曲運動を担当しており、前腕の内側に位置している屈筋群の一部である。

小指の関節

- 小指の MP/DIP/PIP 関節：
 - 総指伸筋：小指の伸展運動を行う重要な筋肉である。
 - 深指屈筋：小指の屈曲運動に関与しており、深層の筋肉として、指の末端を曲げる役割を持っている。

これらの筋肉の配置と機能の理解は、FES を用いた実験において非常に重要である。そこで、手指関節を制御するため、論文 [27] と同様に、低周波治療装置 IVES を使用して各関節の運動を確認した。

2.2 低周波治療装置 IVES を用いた関節運動の確認

低周波治療装置 IVES (GD-611 : OG-Wellness、図 2.2) は、表面電極を通じて前腕の筋肉に電気刺激を与えることで、指の関節を動かすことができる。まず、IVES 装置を用いて各手指関節の運動特性を調査した。

2.2.1 電極の配置

- モーターポイントの特定：FES 刺激に対して手指関節が鋭敏に反応する部位が存在する。この部位はモーターポイントと呼ばれる。図 2.3 に MP 関節の伸展運動と屈曲運動に影響を与える筋肉を示している。伸筋は前腕の背側（図 2.3 の左側）のオレンジ色の領域に分布しており、図中の点に電気刺激を与えると効率的に MP 関節



図 2.2: 低周波治療装置 IVES

の伸展運動が引き起こされる。一方、浅指屈筋は前腕の手のひら側（図 2.3 の右側）のオレンジ色の領域に分布しており、MP 関節の屈曲運動を引き起こす。これらのモーターポイントは、IVES を用いたいくつかの予備実験で見い出すことができた。本研究では、対象となる筋肉が比較的浅い位置にあるため、簡便に使用できる表面電極を使用する。

- 電極の配置：前腕の皮膚表面に電極を配置し、特定されたモーターポイントに電気刺激を与える。図 2.3 に示すように、浅指屈筋の電極は前腕の内側に、伸筋の電極は前腕の外側に配置する。

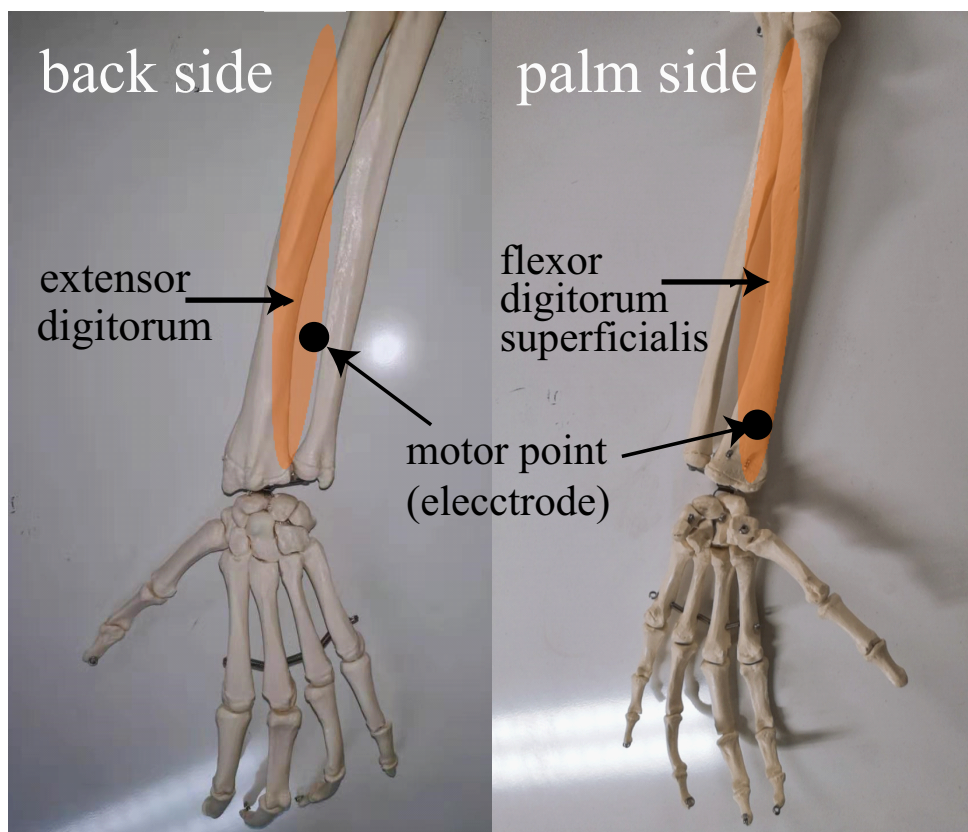


図 2.3: MP 関節の屈曲および伸展運動に影響を与える筋肉とモーターポイント

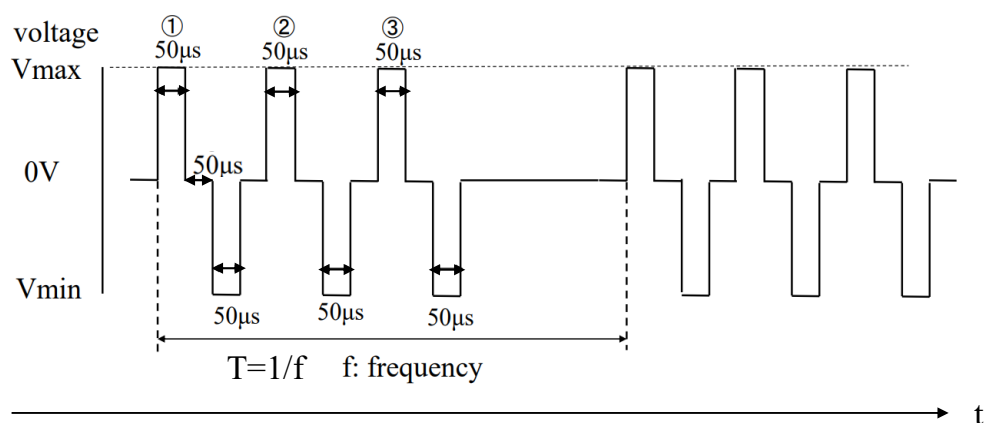


図 2.4: IVES 刺激波形

2.2.2 刺激波形

図 2.4 に示すように、IVES 装置の標準設定である $50 \pm 5\mu\text{s}$ の双方向矩形波の 3 回繰り返し波形, 基本周波数 (図 2.4 の f) は 0-100Hz に設定する。神経を刺激するのに低周波数で正負の波形が有効である。但し連続に刺激すると神経活動が疲れにより十分な反応が得られないため IVES では 3 パルスに設定されている。刺激の強度を調整することで各関節の運動は屈曲および伸展運動を引き起こすことが可能となる。

2.2.3 運動の観察

各関節 (親指の MP/IP 関節、示指/中指/薬指の MP/PIP 関節、小指の MP/DIP/PIP 関節) の運動を観察し、屈曲および伸展運動の関節角度を記録する。これにより、各手指関節の運動特性を詳細に確認する。特に、示指の MP 関節が他の関節に比べて最も活発に動くことがわかった。これに基づき、精密制御を実現する上で制御手法の特性がより明確に現れると考えて、本研究では示指の MP 関節を主要な研究対象として選定した。

以上のように、この予備実験では低周波治療機器 IVES を用いて各手指関節の運動特性を詳細に調査し、示指の MP 関節に対する FES の影響を調べた。IVES を用いた場合、周波数を変更しても手指関節における運動角度に大きな差が見られなかった。筋肉は特定の周波数範囲で最大の収縮を示す。この範囲を超えると、筋肉の応答は飽和し、追加の周波数増加による効果は限定的になると考えられる。したがって、MP 関節の FES 特性に影響するパラメータを調べるため、刺激信号の電圧および刺激時間を変更することを選択した。しかし、IVES はパルス幅や電圧、短時間刺激など変更することが出来ず、このため次の実験からは自作の FES 実験装置を利用した。これにより、示指の MP 関節の精密制御に向けた基礎データを収集し、後続の実験の方向性を決定する。この情報は、FES による精密な関節運動制御を実現するための重要なステップとなる。

2.3 示指MP関節運動の基本的特性

2.3.1 実験目的

本実験の目的は、機能的電気刺激（FES）を用いて手指のMP関節の動きを正確に制御するための基礎データを収集することである。具体的には、FESによる異なる波形（電圧および波幅）がMP関節の屈曲および伸展運動に与える影響を調べる。本研究は、手指の動きを正確に制御する技術の向上を目指しており、リハビリテーションやロボティクス分野での応用が期待される。

本実験では、FESによる屈曲伸展動作の実現のため、浅指屈筋および伸筋に電気刺激を与え、関節角度取得ユニットを用いてMP関節の運動特性を測定する。これにより、異なる刺激条件下での関節の動きの変化を定量的に解析し、効果的なFES制御手法の開発に寄与することを目的とする。

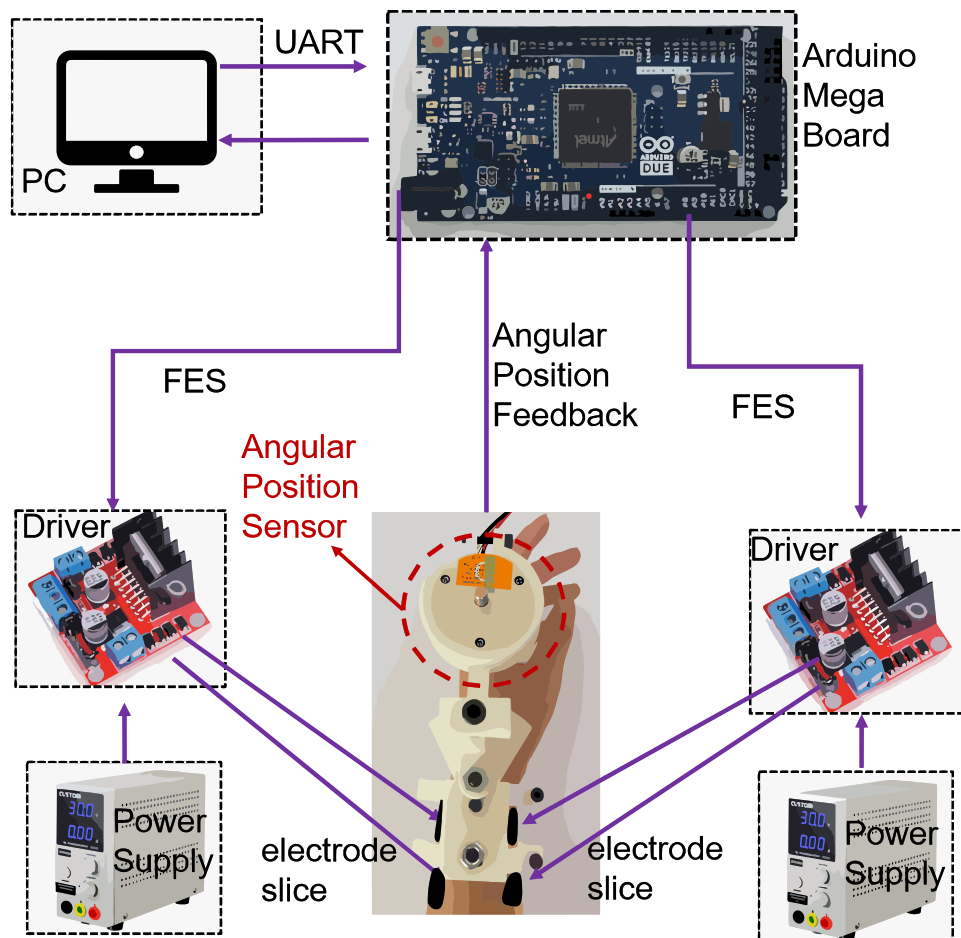


図 2.5: 実験装置

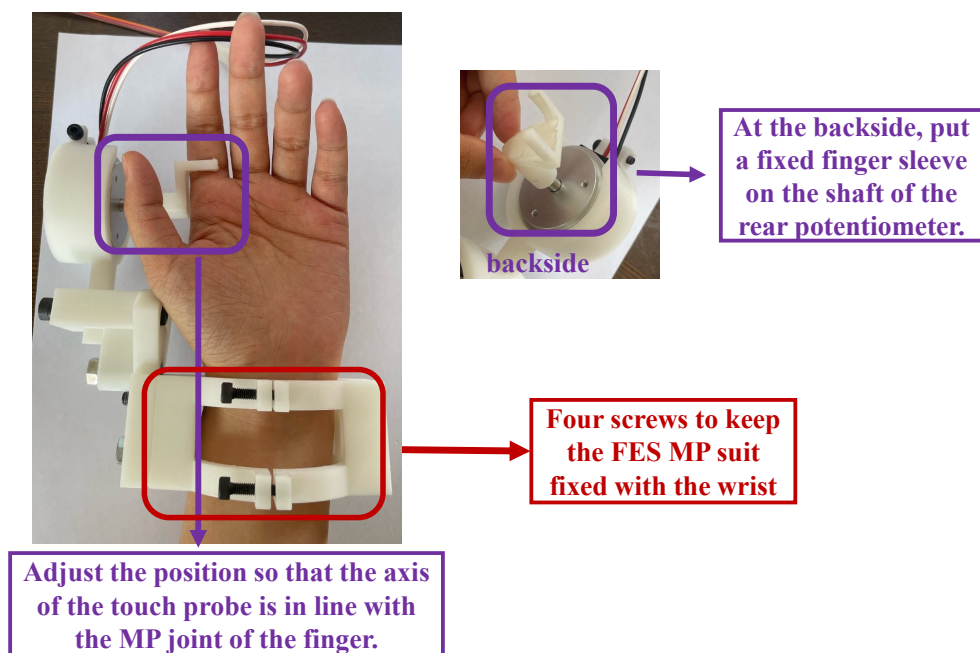


図 2.6: 関節角度取得装置

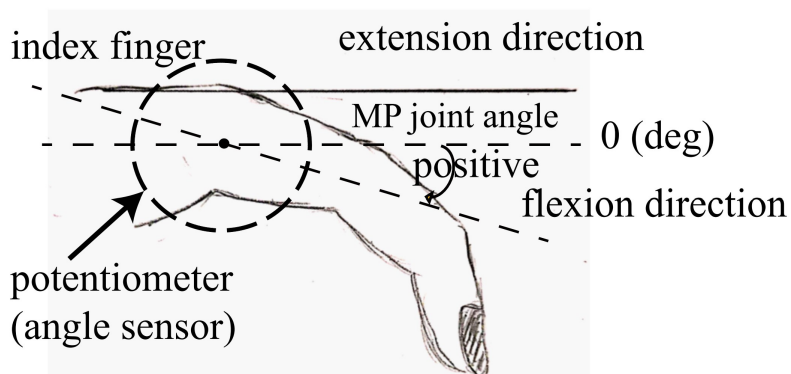


図 2.7: 角度センサの正負方向

2.3.2 実験装置

ここでは、MP関節のFESによる基本的な運動特性を調査するために、波形（電圧 V_{max} 、 V_{min} およびパルス幅 T_S 図 2.8）を任意に変更できる実験装置を作成した。この装置は、手の筋肉を選択的に刺激するための電気刺激装置として設計されており、図 2.5 と図 2.6 に示している。浅指屈筋と伸筋の2つの筋肉に刺激を与える。九州大学工学部の倫理委員会の承認のもと（承認番号：2021-02）、実験承認されたプロトコルに従って注意深く実験を行った。日本生体医工学会は治療用電気刺激装置について $500\ \Omega$ の負荷抵抗器での出力電流の制限値は、 $50\ \text{mA}$ としており、この安全基準に従って実験を行った。

実験セットアップは以下の要素で構成されている：Arduino マイクロプロセッサ、電源、電極、および関節角度取得ユニット。Arduino マイクロプロセッサは、電気刺激の制御と波形生成を担当し、柔軟なプログラミングが可能である。電源は、安定した電流供給を行うために使用される。電極は、手の筋肉に対して直接的に電気刺激を与えるために使用され、特に表面電極が使用される。

関節角度取得装置は、ポテンショメータを使用してMP関節の角度を正確に測定する。図 2.7 に示すように、第2中手骨の水平面を0度と仮定し、屈曲側を正、伸展側を負として計測する。これにより、関節角度の変化を定量的に評価することが可能となる。

FESの波形は図 2.8 に示されており、刺激信号の電圧 (V_{max})、および刺激時間 (T_S) を調整することで、さまざまな刺激強さを設定することができる。この柔軟性により、MP関節の反応を詳細に調査することが可能となる。神経を刺激するのに有効なのは低周波数 (25Hz) で正負の波形である。連続的に刺激すると神経活動が疲労により十分な反応が得られないため、3パルスに設定されている。そのため、基本的な正負交替の3つの波形を保持する。刺激信号の電圧および刺激時間を変更することを選択した。

2.3.3 屈曲および伸展運動のステップ応答

実験参加者には、図 2.9 のように装置を装着し、実験中は自発的な動きを避けるために自然な状態で指をリラックスさせるようにする。各実験条件ごとに一人一回の試行のみを示すが、同じ実験条件下複数の試行でほぼ同じ傾向が見られたため、代表的なデータのみを示す。

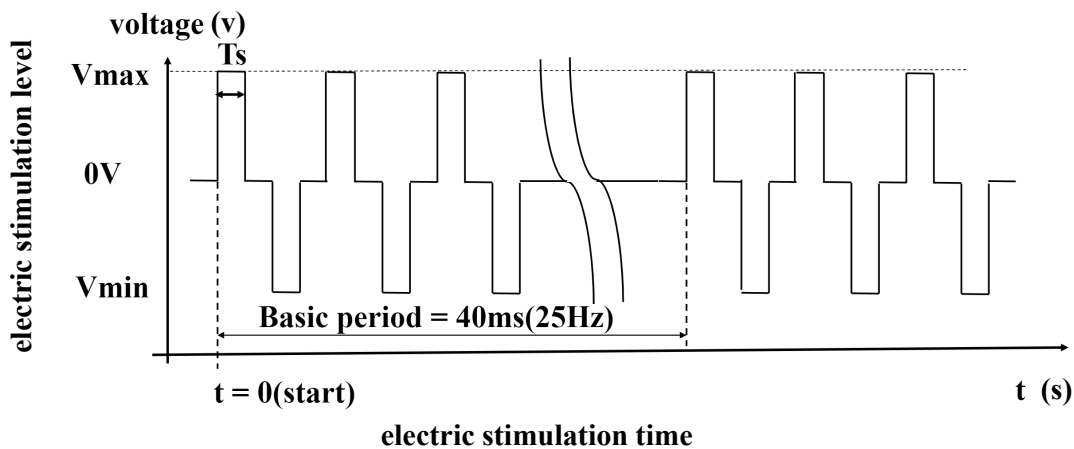


図 2.8: 刺激波形

信号電流の大きさが実験参加者の安全性に大きく影響するため、各実験ごとに端子間の生体抵抗を測定し、過剰な電流が流れないように注意した。各試行の間には十分な時間を置き、次の実験に影響を与えないようにした。

屈筋である深指屈筋のみを刺激した場合の示指 MP 関節のステップ応答は、図 2.10 に示されている。応答は、屈曲方向に意図的な力を加えない場合の MP 関節の自然な角度である約 27 度から始まる。電気刺激が開始された直後から MP 関節の角度が上昇し始めるまでに約 0.1 秒の遅延が見られる。その後、MP 関節の角度が時間とともに変化し、最終的に一定の値に収束している。信号を停止した後、MP 関節の角度は徐々に元の自然状態の角度に戻る。これより各応答はおよそ一次遅れシステムと見なせる。以前の多くの論文（例えば、論文 [13]）では、人体の手指が一次遅れシステムとしてモデル化されているが、これまでのところ、その詳細な実験的証明は行われていない。本研究では、さまざまな電気刺激レベルに対する MP 関節の応答を実験的に観察し、これが一次遅れシステムの特徴にほぼ一致することを示した。

図 2.11（左）には、屈曲方向のさまざまな刺激レベルに対する最大角度が示されている。0-14 ボルトの刺激では反応がなく、28 ボルトを超えると飽和するものの、刺激レベルの変化により最大角度は変化する。図 2.11（右）に示されているように、応答速度は刺激レベル 14-28 ボルトの間で増加する。同様の傾向が、伸筋である総指伸筋の刺激を行っ

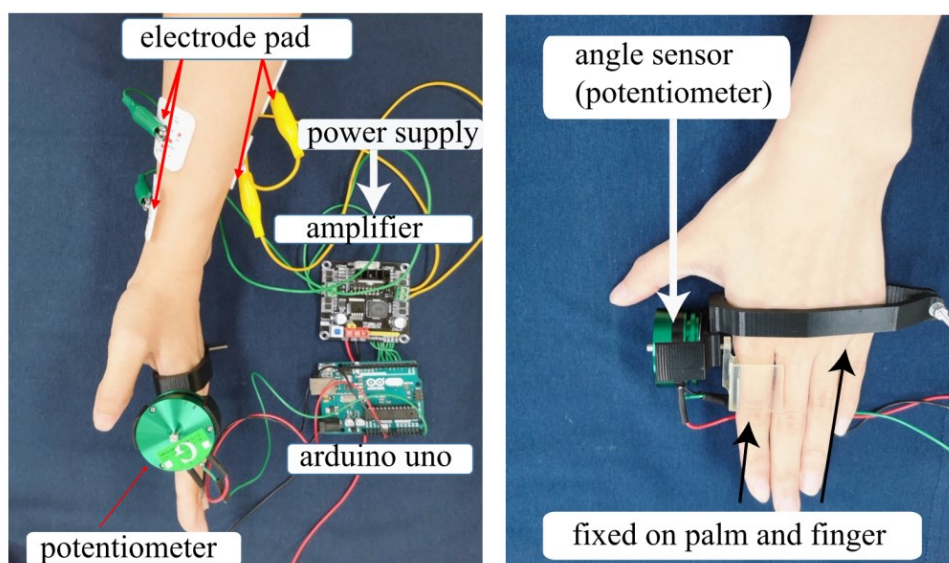


図 2.9: 示指の MP 関節を駆動する実験

た場合の伸展方向の運動においても観察され、図 2.12 および図 2.13 に示されている。ただし、22 ボルトおよび 26 ボルトの刺激レベルの場合は例外である。刺激レベルに対して最大角度および速度が逆転する理由は明らかではない。

2.3.4 短期間の刺激信号に対するステップ応答

正確な制御を実現するためには、制御入力として短期間で変化する刺激信号に対する応答速度が重要となる。しかし、現在までのところ、これに関する文献はない。そこで、図 2.14 に示すように、さまざまな信号間隔における短期間の刺激信号に対する屈曲応答を調査した。実験で使用された波形は図 2.15 に示されている。この信号間隔は、基本的な 6 つのパルス（図 2.15 参照）および効果的な FES 波形のための基本周波数が必要であるため、 $0.41 + 40 \times (n-1)$ （ミリ秒）とする。

この結果により、信号停止後のデッドタイム（もとの傾向で動きつつける時間遅れ）が約 0.1 秒であることがわかる。特に、信号の期間が短い場合には、比較的長いデッドタイムが観察される。FES 信号による迅速な応答が必要な場合、この遅延と刺激信号が $0.48 + 40 \times (n-1)$ の時間を必要とすることが問題となる可能性がある。

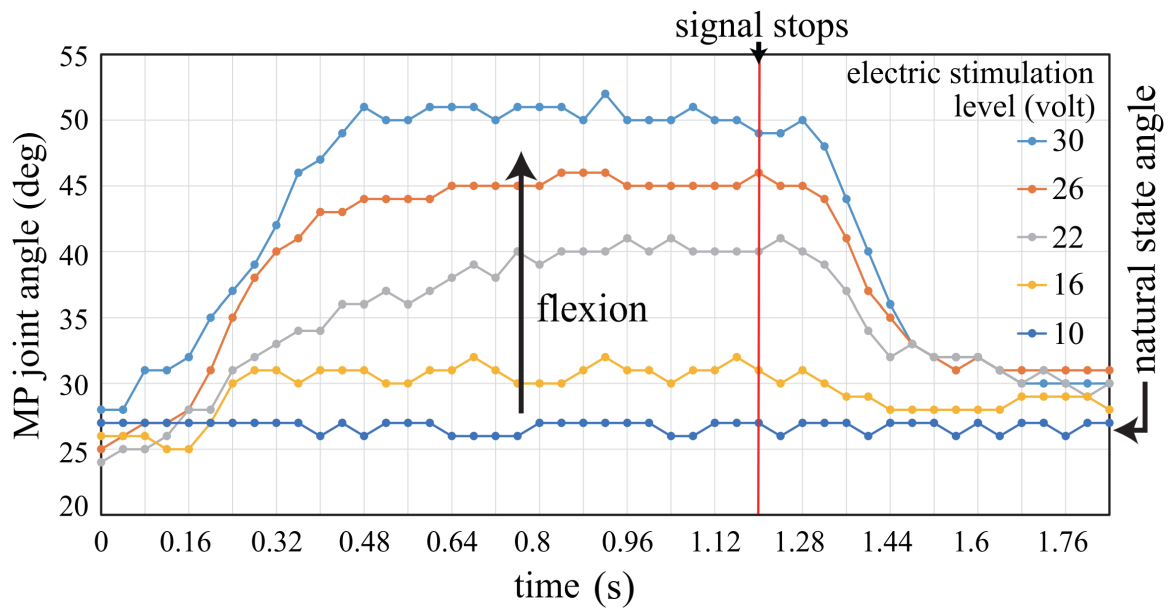


図 2.10: 様々な刺激レベルによる屈曲方向の運動

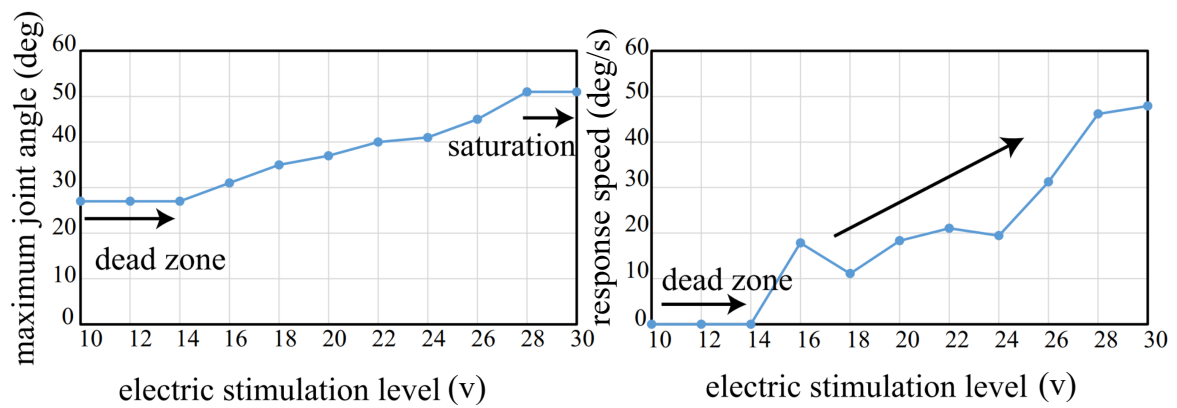


図 2.11: さまざまな刺激レベルにおける最大 MP 関節角度および応答速度 (屈曲方向)

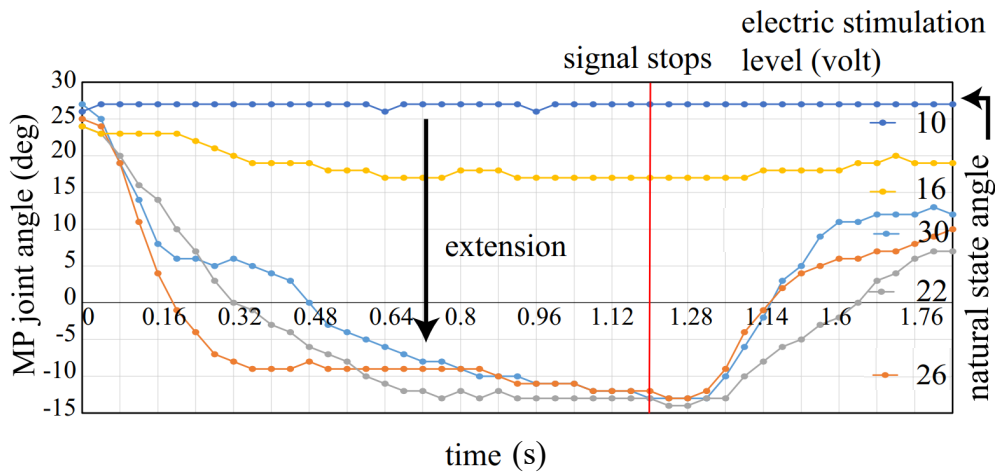


図 2.12: 様々な刺激レベルによる伸展方向の運動

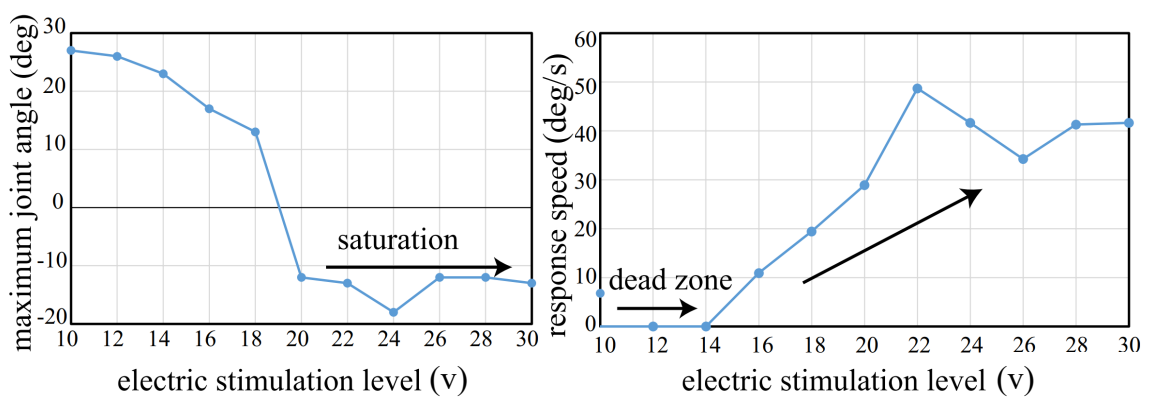


図 2.13: さまざまな刺激レベルにおける最大 MP 関節角度および応答速度 (伸展方向)

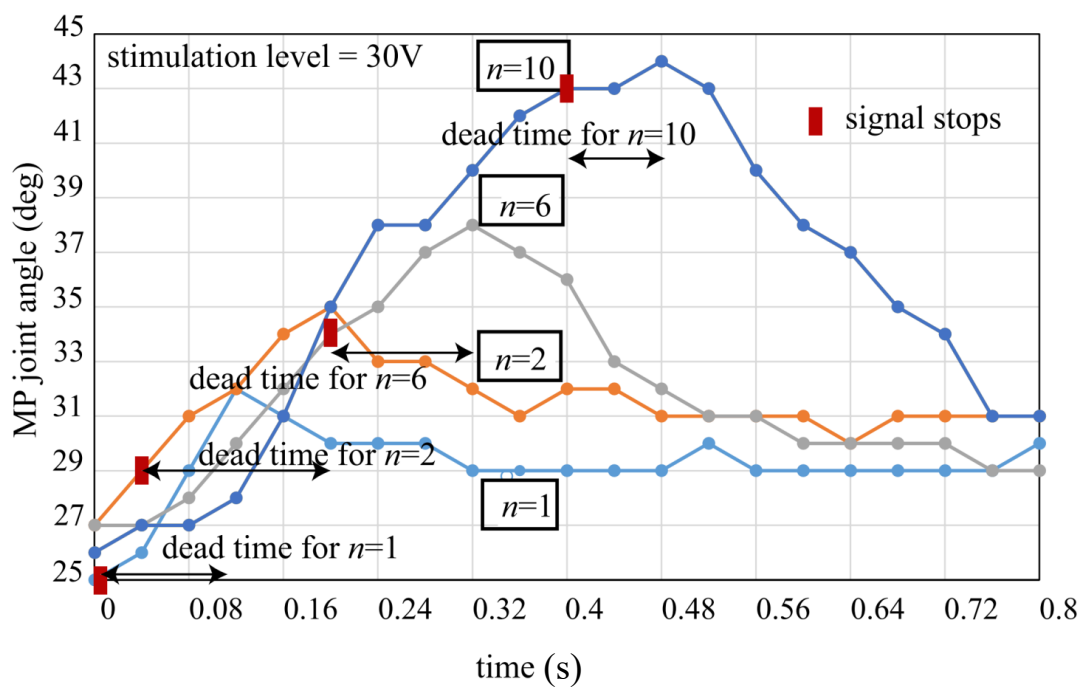


図 2.14: 短時間刺激信号に対するステップ応答

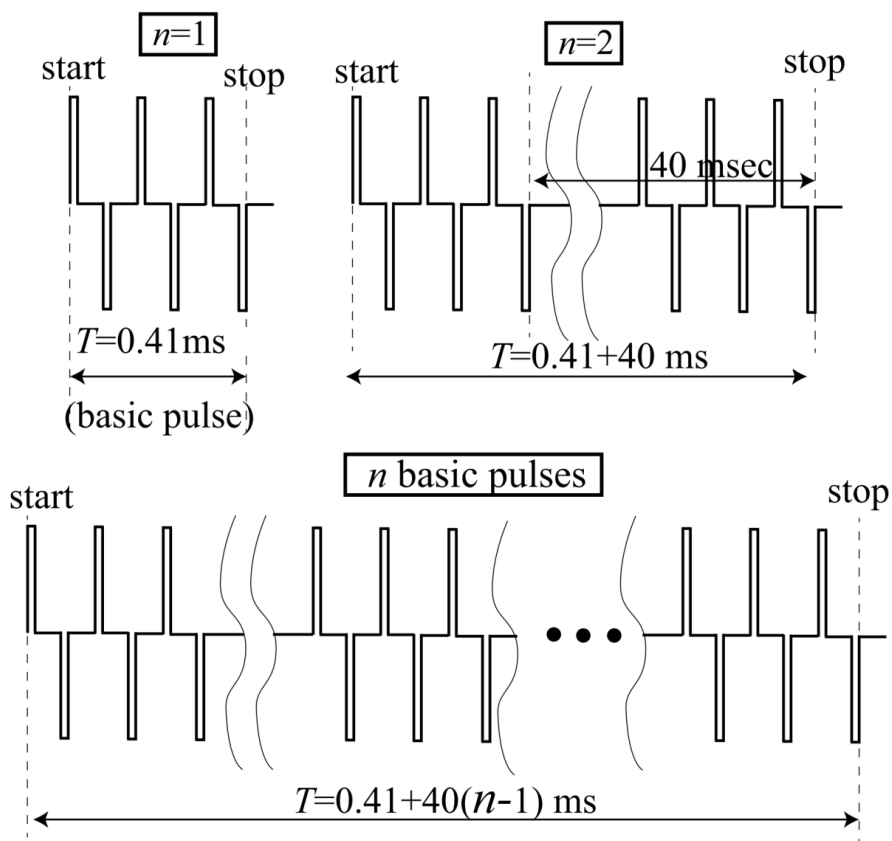


図 2.15: 短時間刺激信号の波形

2.3.5 異なる実験開始時刻での同一の刺激強度に対する応答

同じ実験参加者に対して、一定の刺激強度 ($V_{max}=30V$) を異なる実験開始時刻で与え、MP 関節の屈曲角度の変化を測定した。図 2.16 に示されるように、入力刺激強度に対する出力関節角度の応答は、それぞれの実験開始時刻で異なる特性を示した。これは、人体の動特性パラメータが時間とともに変動し、刺激信号に対する応答が一貫していないことを示している。

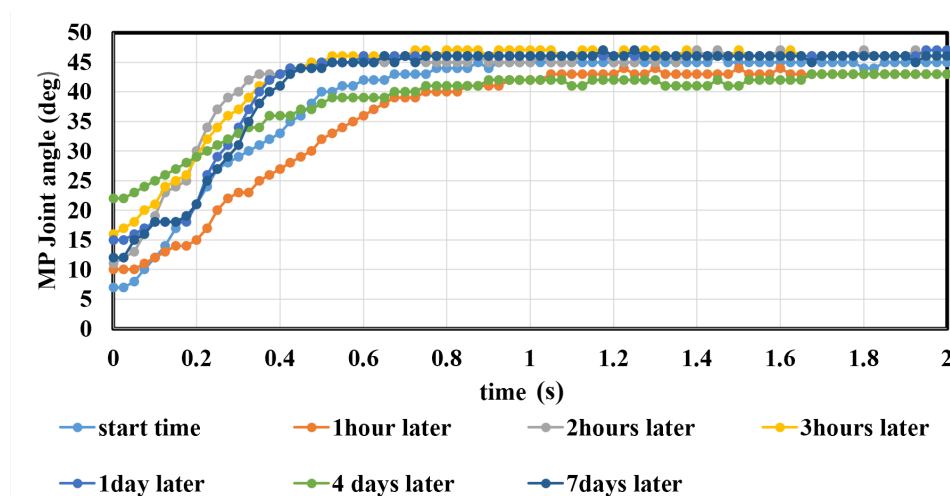


図 2.16: 異なる実験開始時刻での同一の刺激強度に対する応答

最後に、屈筋（屈曲）と伸筋（伸展）に対して同時に刺激を与えた場合に何が起こるかを調査した。この場合の MP 関節の応答は図 2.17 に示されている。この結果は、最初に屈曲方向に動き、その後伸展方向に動く不安定な応答を示しており、関節値が変動していることがわかる。入力が一定にもかかわらず出力が不安定でことは、同時刺激が FES による MP 関節の正確な制御にはあまり適していないことを意味する。

2.3.6 結言

FES を用いた指の正確な位置制御および関節角度制御を目的として、示指の MP 関節における基本的な屈曲および伸展運動を実験的に示した。特に、刺激信号の最小刺激レベル（電圧）、一次遅れシステムの特徴、FES による応答のデッドタイム、人体の動特性パラメータの時間変動など、人体の非線形な特性を認証する実験を行い、それらの特性を明らかに示した。

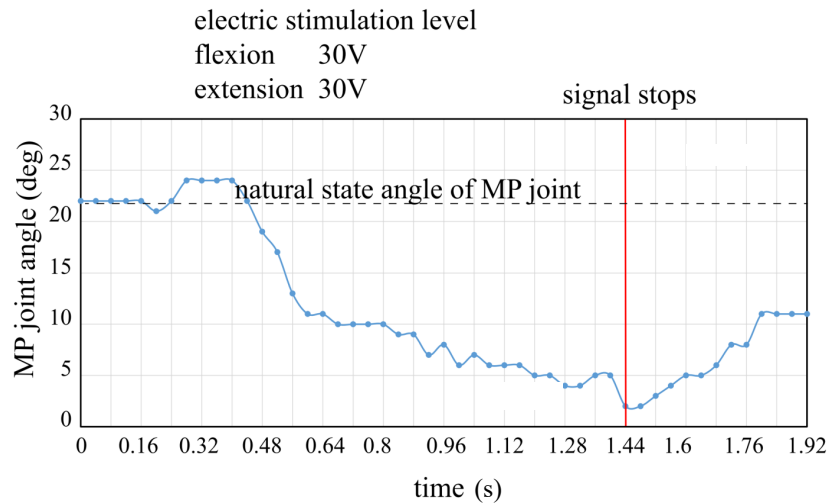


図 2.17: 示指の MP 関節に対する屈曲および伸展の同時刺激

FES 制御においては、パラメータが常に変化し、非線形な特性を持つため、特にロバスト性が求められる。スライディングモード制御 (SMC) は、これらの不確定性に対して高いロバスト性を持つため、正確な制御を実現する上で重要な要素となる。

これらの基本特性を明らかにすることは、後の制御システムの設計における重要な指針を提供する。具体的には、SMC を基礎とするフィードバック制御を導入する際に、これらの特性を考慮し、制御アルゴリズムに組み込む。これにより、FES を用いた示指の運動制御の精度と安定性を向上させることができる。

第3章 制御手法Proxy-based Super-Twisting Algorithm

本章では、第2章で述べた基本特性の研究に基づいて、指のMP関節の高精度制御を目的としたProxy-based Super-Twisting Algorithm (PSTA)を提案し、この理論的背景と実装方法について詳述する。

第2章で明らかになったように、FESを用いた指の運動制御には、刺激信号の最小刺激レベルや応答のタイムラグ、一次遅れシステムといった特性が重要であることが示された。ヒト関節のFES制御においては、パラメータが常に変化し、非線形な特性を持つため、特にロバスト性が求められる。

従来のPID制御は、システムの変化する場合に十分な効果を発揮できないことが知られている。一方で、スライディングモード制御 (SMC) は、これらの不確実性に対して高いロバスト性を持つため、正確な制御を実現する上で重要な要素となる。しかし、SMCにはチャタリング問題が存在する。

これらを踏まえて、高い制御精度とロバスト性を持つFES制御アルゴリズムとして、Proxy-based Super-Twisting Algorithm (PSTA)を提案する。具体的には、PSTAはSMCの利点を活かしながら、数値的チャタリングを抑制し、リアルタイムでの適応性を高めるための工夫が施されている。この方法により、FESを用いた指のMP関節の正確な位置制御および関節角度制御が可能となる。

PSTAの理論的背景については、従来のSuper-Twisting Algorithm (STA)との比較を通じて、その改良点と独自性を明らかにする。STAは強力な非線形制御手法であるが、実際の応用においては数値的チャタリングが問題となることが多い。PSTAでは、この問題を解決するためにプロキシ変数を導入し、より滑らかな制御入力を生成することで、チャ

タリングを効果的に抑制する。

また、PSTA の実装方法についても詳しく説明する。具体的には、連続時間表現から離散時間表現への変換、制御ゲインの適切な選定、およびリアルタイムでの適応的なゲイン調整方法について述べる。これにより、実際のハードウェア環境においても高い制御性能を発揮できるようになる。

さらに、PSTA の安定性解析についても触れる。リアプノフ安定性理論を用いて、PSTA が理論的に安定であることを証明する。

以上のように、本章では PSTA の理論的背景、実装方法、安定性解析を中心に説明し、第 2 章で明らかにされた基礎特性を踏まえた制御アルゴリズムの設計とその理論的根拠について詳述する。PSTA は、指の MP 関節の精密な運動制御において重要な役割を果たすと期待され、今後の研究や実用化に向けて非常に重要である。

本章の構成は以下の通りである。問題の定義を 3.1 節で示す。提案する Proxy-based Super-Twisting Algorithm (PSTA) とその安定性解析を 3.2 で述べる。次に、3.3 節では提案する PSTA の陰的 (implicit) Euler により実装する。

3.1 制御問題の定義

\mathcal{A} を実数の閉区間として、 $\mathcal{A} := [A, B]$ with $A < B \in \mathbb{R}$ と定義する。本論文では、以下の射影関数 $\text{proj}()$ を使用する：

$$\text{proj}(\mathcal{A}, x) = \max(\min(B, x), A), \forall x \in \mathbb{R} \quad (3.1)$$

例えば、 $A < x < B \in \mathbb{R}$ の時 $\text{proj}(\mathcal{A}, x) = x$ 、 $x < A < B \in \mathbb{R}$ の時 $\text{proj}(\mathcal{A}, x) = A$ 、 $A < B < x \in \mathbb{R}$ の時 $\text{proj}(\mathcal{A}, x) = B$ 。 $\text{proj}()$ は閉区間 $\mathcal{A} := [A, B]$ の範囲内に値を取る。また、本論文では以下の符号関数の定義を使用する。 $\text{sgn}(\cdot)$ は多値の符号関数であり、単一値の符号関数 $\text{sign}(\cdot)$ とは異なる。この種の多値定義は、従来の単一値定義に代わって多くの論文で採用されている [28–30]。違いを区別するために、 $\text{sgn}(\cdot)$ を以下のように定義する： $\text{sgn}(x) := \text{sign}(x)$ for $x \neq 0$, and $\text{sgn}(x) := 0$ for $x = 0$ 。非負のスカラー $F_s \geq 0$ を

用いると、以下の関係が成り立つ：

$$x \in F_s \text{sgn}(y - x) \iff x = \text{proj}(\mathcal{F}, y) \quad (3.2)$$

ここで、 $\mathcal{F} = [-F_s, F_s]$ であり、その証明は先行研究 [25, 28] に記載されている。以下の数学的等価性が厳密に満たされる [31]：

$$z \in -\alpha_1 \text{sgn}(z - x) - \alpha_2 \text{sgn}(z - y) \iff z = \text{proj}(\mathcal{B}, x) \quad (3.3)$$

ここで、 α_1, α_2 はパラメータであり、

$0 < \alpha_2 < \alpha_1$ and $x, y, z \in \mathbb{R}$, $\mathcal{B} := [\text{proj}(-\mathcal{C}, y), \text{proj}(\mathcal{C}, y)]$, $\mathcal{C} := [\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2]$, $-\mathcal{C} := [-\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_1]$ はコンパクト集合である。proj() は (3.1) 式で定義される。これらは後で PSTA の入力飽和で用いられる。

筋肉モデリングに関して、ヒル型筋肉モデル [32] はモデルの一つと知られており、筋肉は2つの極と1つのゼロを持つ2次システムとしてモデル化される。しかし、M. Ferrarin と A. Pedotti [33] は、膝関節に焦点を当ててパルス入力とトルク出力の関係として筋肉モデルを調査し、多くの場合、適切なモデルは1つの極のみを持つ1次モデルであるとしている。第2章の研究でも明らかになったように、FES を用いた指の運動制御には、刺激信号の最小刺激レベルや応答のタイムラグ、一時遅れシステムといった特性が重要であることが示されている。したがって、簡略化された1次システムモデルが指のMP関節にも適用できると仮定すると、指の角度とトルクは次のようなアクチュエーション飽和を伴う1次システムで表される（ここで、モデルを使用するのは、システムの動的挙動を記述するためであり、精確なモデルが必要だという意味ではない）：

$$\dot{x} = a(t, x) + b(t, x)u^*, \quad u^* = \text{proj}(\mathcal{F}, u) \quad (3.4)$$

ここで、 $x \in \mathbb{R}$ は指のMP関節の角度、 u は設計されるべき制御入力、 u^* は飽和入力、すなわち既定のセット $\mathcal{F} = [-F_s, F_s]$ への入力 u の射影であり、既知の飽和レベル $F_s > 0$ を持つ。 $a(t, x)$ 、 $b(t, x)$ および $\sigma(t, x)$ は未知の滑らかな関数、proj() は式 (3.1) で定義され

た射影関数である。

問題は、 $a(t, x)$ および $b(t, x)$ の値が時間ごとおよび個人ごとに変化するため、MP 関節の筋肉モデルを正確に取得することが困難であるという点にある。指の MP 関節モデル (3.4) は不確実であるが、1 次システムとして表せることが知られており、すなわち相対次数は 1 である。

追従偏差 σ は、目標値 x_d と x の差 $\sigma = x - x_d$ として定義される。追従偏差 σ の時間微分を求め、システムの状態方程式 (3.4) に代入すると：

$$\dot{\sigma} = \dot{x} - \dot{x}_d = a(t, x) + b(t, x)u^* - \dot{x}_d \quad (3.5)$$

この形式を一般化して、

$$\dot{\sigma} = f(t, x) + g(t, x)u^* \quad (3.6)$$

ここで、 $f(t, x)$ および $g(t, x)$ は未知であるが異なる特性を持つ。 $f(t, x)$ はほとんどすべての場所で微分可能であり、 $g(t, x)$ は正の上限および下限を持つとする。これらの仮定により、システムモデルが現実的かつ解析しやすい形で表現され、制御設計やシステムの解析が合理的に行えるようになる。すべての $t > 0$ および $x \in \mathbb{R}$ について、次の関係が成り立つとする：

$$|f(t, x)| \leq F_0, \quad |\dot{f}(t, x)| \leq F_1, \quad 0 < g_m \leq g(t, x) \leq g_M \quad (3.7)$$

ここで、 F_0 、 F_1 、 g_m および g_M は正の定数である。目的は、関数 $a(t, x)$ 、 $b(t, x)$ 、 $f(t, x)$ 、 $g(t, x)$ および未知の定数 F_0 、 F_1 、 g_m および g_M の知識なしに、状態 x を所望の設定値 x_d に駆動する制御法則 u を設計することである。モデルの不確実性が存在する場合でもアクチュエーション飽和 $u^* = \text{proj}(\mathcal{F}, u)$ が成り立つ。同様の仮定は、SMC の先行研究 [34, 35] に見られ、指の MP 関節モデルは (3.6) および (3.7) と考えることが合理的である。これら

の仮定のもとでシステム (3.6) を安定化させるための SMC 戦略の設計は簡単である。この問題は、適応 SMC、高次 SMC (HOSMC)、陰的 (implicit) Euler SMC など、さまざまな SMC 手法によって同様の条件下で解決されてきた [36]。しかし、MP 関節制御の場合ではいくつかの課題が存在する：

- パラメータ F_0 、 F_1 、 g_m 、 g_M の知識がなく、アクチュエーション飽和レベル F のみが利用可能な場合、適応 SMC 手法を設計することができるが、それらの実装には高頻度のデータ収集とアクチュエーションの切り替えが必要であり、低計算リソースや低更新頻度のハードウェアには適さない。
- HOSMC のゲインを可能な限り大きく設定することで、閉ループシステム (3.6) および (3.7) の安定性を保証する戦略がある。しかし、チャタリングの大きさはゲインの大きさと制御周期に比例し、低サンプリング周波数と FES 刺激の大きな制御周期を持つ組み込みシステムでは制御精度が低下する。
- 大きなゲインでも、SMC の陰的 (implicit) Euler 離散化はノイズがない場合に数値的チャタリングを除去できるが [37]、[34] で指摘されたように、この手法は式 (3.6) の $g(t, x)$ の知識を必要とするため、この場合には実装が困難である。さらに、高い制御精度を維持しながら不一致および一致する不確実性に対応する SMC 法則を設計することは難しい。

一方、プロキシベースのスーパー・ツイスティングアルゴリズム (PSTA) では数値的チャタリングを抑制し、高精度でリアルタイムでの適応性を高めるための工夫が施されている。この方法により、FES を用いた指の MP 関節の正確な位置制御および関節角度制御が可能となる。

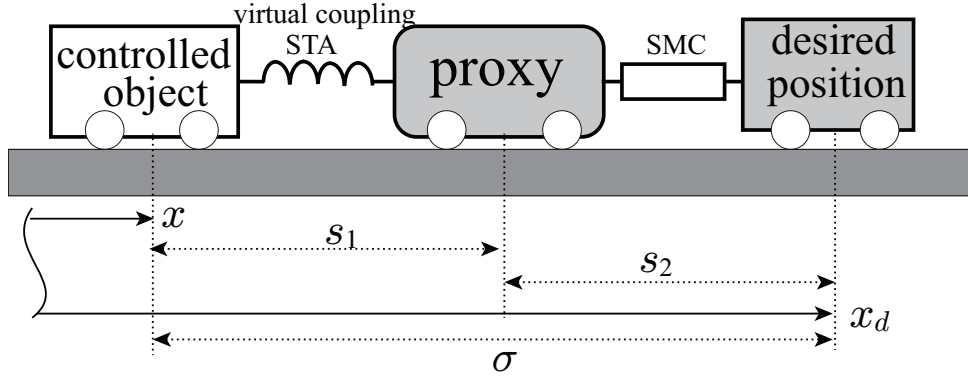


図 3.1: 提案するプロキシベースのスーパー・ツイスティングアルゴリズム (PSTA) の図示

3.2 提案するプロキシベースのスーパー・ツイスティングアルゴリズム (PSTA)

3.2.1 PSTA の連続時間表現

既存の PSMC と STA を組み合わせることにより、PSMC のアンチワインドアップ特性 [25] を継承しながら、PSMC 制御の精度を向上させるために、飽和のない (オーバーシュートを抑制する特性) 場合にスーパー・ツイスティングアルゴリズム (STA) の高精度の制御を実現するプロキシベースのスーパー・ツイスティングアルゴリズム (PSTA) を提案する。図 3.1 に示す、PSTA は次のように定義する：

$$\sigma = e + \kappa_3 \int_0^t [e(\tau)]^\xi d\tau, \quad u^* = \text{proj}(\mathcal{F}, u) \quad (3.8a)$$

$$u \in -F_s \text{sgn}(s_2), \quad s_2 = \sigma - s_1 \quad (3.8b)$$

$$u = -\kappa_1 [s_1]^{1/2} + v, \quad \dot{v} \in -\kappa_2 \text{sgn}(s_1) \quad (3.8c)$$

ここで、“ \in ”は符号関数 $\text{sgn}(\cdot)$ が従来の単一値のバージョンではなく多値であることを意味し、 σ は定義された非線形スライディング面、追従誤差 $e = x - x_d$ 、 u は制御入力、 u^* は飽和入力、 $\kappa_3 > 0$ は e の収束速度を決定するパラメータ、 s_2 は 1 次 SMC のスライディング変数、 s_1 は STA のスライディング変数、 $F_s > 0$ は SMC のゲインであり、アク

チューエータのサチュレーションレベルでもある。 v はSTAにおける補助変数で、システムのスライディングモードにおける不連続な制御入力を平滑化する役割を持つ。 $\kappa_1, \kappa_2 > 0$ は従来のSTAのゲインであり、その選択は[38]の研究を参照できる。また、制御入力 u は、多値の1次SMC(3.8b)と多値のSTA(3.8c)によって同時に決定される。

記号 $[\cdot]^\xi$ ($\xi > 0$)は次のように定義される： $\forall x \in \mathbb{R}, [x]^\xi = |x|^\xi \text{sgn}(x); \forall x \in \mathbb{R}, [0]^\xi = 0; [x]^0 = \text{sgn}(x)$ 。ここで、 $[s_1]^{1/2} = |s_1|^{1/2} \text{sgn}(s_1)$ 。

上記の制御器(3.8)をプロキシベーススーパー・ツイスティングアルゴリズム(PSTA)と呼ぶ。さらに、(3.8)から、 $u = u^*$ が成り立ち、すなわち $u \in \mathcal{F} = [-F_s, F_s]$ が常に満たされる。これは従来のSTAとは異なる。PSTAのスライディング面は、追従誤差とその積分項を含む非線形関数として設計されている。

PSTA(3.8)の望ましい特性の一つは、(3.8b)によるサチュレーション(飽和)制約により、PSMC[25]および条件付きSTA[39]と同様の特性を持ち、すなわち $F_s > 0$ のサチュレーションレベルでアンチwindアップ効果を持つことである。しかし、異なる点は、 $|u| < F$ の場合、制御入力 u はSTA(3.8c)によって決定され、PSMCと比べて制御精度が高いことである。さらに、従来のSTA[40]と比較して、アンチwindアップ特性に加えて、(3.8b)と(3.8c)の組み合わせにより、制御入力の過大な変動を防ぎつつ、高精度な制御を実現し、外乱や不確定性に対しても頑健な制御を提供する。

PSTA(3.8)に基づいて、まず s_2 の導関数をチェックすることで、システム(3.6)の動作を確認する。すなわち、 $\dot{s}_2 = \dot{\sigma} - \dot{s}_1$ であり、

$$\dot{s}_2 = \dot{e} + \kappa_3 [e]^\xi - \dot{s}_1 = f(t, x) + g(x, u)u - \dot{s}_1 + \kappa_3 [e]^\xi - \dot{x}_d = \sigma_s(t, x) + [g_m, g_M]u - \dot{s}_1 \quad (3.9)$$

ここで、 $f_0(t, x) = f(t, x) + \kappa_3 [e]^\xi$ であり、固定目標点の場合には $\dot{x}_d = 0$ である。

次に、(3.8)と(3.9)により、次のシステムに変化する：

$$\dot{s}_2 \in f_0(t, x) + g(t, x)u - \dot{s}_1, \quad u \in -F_s \text{sgn}(s_2) \quad (3.10a)$$

$$u = -\kappa_1 [s_1]^{1/2} + v, \quad \dot{v} \in -\kappa_2 \text{sgn}(s_1), \quad s_2 = \sigma - s_1 \quad (3.10b)$$

このことから、制御入力 u が1次SMCと2次STAの制約を同時に受ける摂動システ

ムであり、未知モデル (3.4) に依存しないことがわかる。あるいは、STA によって計算された入力 u が常に $|u| \leq F_s$ を満たし、1 次 SMC によって制約されると言える。さらに、STA と 1 次 SMC の両方の利点を持つ。1 次 SMC は不一致の不確か性 $f_0(t, x)$ に対してシステムの安定性を確保し、STA は滑らかな外乱やノイズ（微分可能な不確か性 $\sigma_1(t, x)$ ）に対して高精度な制御を提供する。閉ループシステム (3.10) には次の安定性がある：

Theorem 1. 不確定な項 $f_0(t, x)$ および $g(t, x)$ が $\sup |f_0(t, x)| \leq F_0$ 、 $\sup |\dot{f}_0(t, x)| \leq F_1$ および $0 < g_m \leq g(t, x) \leq g_M$ を満たす場合、すべての $t \geq 0$ および $x \in \mathbb{R}$ について、 $F_s > F_0/g_m$ が満たされると、任意のゲイン $\kappa_2 \geq F_1/g_m$ 、 $\kappa_1 > \sqrt{\kappa_2 + F_1}/g_m$ 、および $\kappa_3 > 0$ で、 $s_2(0) = \sigma(0)$ および $s_1(0) = 0$ の場合、閉ループシステム (3.10)、すなわち (3.6) と (3.8) が相互接続された場合のスライディング変数 $s_2 = \dot{s}_2 = 0$ 、 $s_1 = \dot{s}_1 = 0$ および $\sigma = 0$ の平衡状態が大域的に漸近的に達成される。

Proof. 閉ループシステム (3.6) が (3.8) と相互接続されるため、(3.10) の安定性を確認するだけでよい。システムのダイナミクスと制御則を統合したものであり、システム全体の安定性と挙動を包括的に評価できる。これにより、個別の方程式の安定性を確認する必要がなく、統合されたシステムとしての安定性を直接確認することが最も効果的。

まず (3.10a) の安定性を確認する：

$$\dot{s}_2 \in [-F_0, F_0] + [g_m, g_M]u - \dot{s}_1, \quad u \in -F_s \text{sgn}(s_2) \quad (3.11)$$

$F_s > F_0/g_m$ および $|\dot{s}_1|$ が有界で減少している場合、標準的な 1 次 SMC であるため、安定性を次のように確認できる。

(3.11) の大域的な漸近安定性は、文献 [28, Prop. 1] に従ってリアプノフ関数 $V_1(s_2) = s_2^2/2$ を定義することによって容易に示すことができる。証明の概要は以下の通りである。 $|\dot{s}_1|$ が減少しているため、 $F_s > F_0/g_m + |\dot{s}_1|$ が満たされると、有限時間 $t_1 \geq 0$ （初期条件 $s_2(0)$ および $|\dot{s}_1|$ の減少速度に依存）内で $\forall t \geq t_1$ において $\dot{s}_2 = s_2 = 0$ が成り立つ。これを (3.10) の第 1 段階と見なすことができる。

次に、 $|\dot{s}_1|$ が減少しているかどうかを確認するために、 $t \leq t_1$ の間、(3.10) を s_1 の動的

な式に書き直す：

$$\dot{s}_1 = f_0(t, x) + g(t, x)u \quad (3.12a)$$

$$u = -\kappa_1 [s_1]^{1/2} + v, \quad \dot{v} \in -\kappa_2 \operatorname{sgn}(s_1) \quad (3.12b)$$

(3.11) から、これは次のようにさらに書き直すことができる：

$$\dot{s}_1 \in -[g_m, g_M] \kappa_1 [s_1]^{1/2} + z_1 \quad (3.13a)$$

$$\dot{z}_1 \in -[g_m, g_M] \kappa_2 \operatorname{sgn}(s_1) + [-F_1, F_1] \quad (3.13b)$$

ここで、 $z_1 := f_0(t, x) + g(t, x)v$ と定義し、 $s_1 = \dot{s}_1 = 0$ はゲイン条件が満たされると有限時間 $t_2 > 0$ で達成される。 $g(t, x)$ は通常正の定数またはゆっくり変化するパラメータと見なされるため、 $\dot{g}(t, x) = 0$ である。システムの安定性解析において重要な仮定となる。この仮定により、制御システム全体の解析と設計が簡略化され、確実な安定性保証が可能となる。 $\min\{t_1, t_2\}$ から $\max\{t_1, t_2\}$ の期間は第 2 段階と見なすことができる。

また、 $t \leq t_1$ の間に $s_2 \neq 0$ の場合に s_1 が減少しているかどうかを確認するために、(3.10) を s_1 の動的な式に書き直し、同様の方法で分析する。よって、 $s_2 = \dot{s}_2 = 0$ および $s_1 = \dot{s}_1 = 0$ が有限時間 $t \geq t_s = \max(t_1, t_2)$ で達成されることが示される。

□

Remark 1. Theorem 1 からわかるように、モデルの項 $f(t, x)$ および $g(t, x)$ が未知であり、実際には境界 g_m, g_M, F_0, F_1 の知識がなくても、ゲイン F_s, κ_1, κ_2 が十分大きく設定されていれば、Theorem 1 の条件を満たすことができる。そのため、(3.6) と (3.8) が相互接続された動的システムの安定性、または同等の (3.10) の安定性が保証される。これらの大きなゲインにより、従来の陽的 (explicit) Euler 離散化法によって引き起こされる数値的チャタリングの大きな振幅は、適切な数値法でさらに解決する必要がある。制御システムを実際にデジタルコンピュータ上で実装する場合、連続的な制御法則を離散化する必要がある。

3.3 PSTA の離散化手法

3.3.1 PSTA 離散化手法の第一段階

第一段階、すなわち $s_2 \neq 0$ または $s_1 \neq \sigma$ の場合、制御法則 (3.8) で相互接続された動的システム (3.6) は、実際には一次 SMC によって制御される摂動一次動的システム (3.10) によって支配される。

PSTA(3.8) は包含式を含み、多値の符号関数のため直接実装することはできない。(3.8) の離散化手法を得るために、まず x が利用可能であり、 x_d が既知であると仮定する。次に、システム (3.8) を次のように書き直して u を消去する：

$$-\kappa_1 |s_1|^{1/2} + v \in -F_s \operatorname{sgn}(\sigma - s_1), \quad \dot{v} \in -\kappa_2 \operatorname{sgn}(s_1) \quad (3.14)$$

これは s_1 のスライディング変数に関する包含式である。陰的 (implicit) Euler 法を使用することで、制御システムの離散化において数値的安定性とチャタリングの抑制が達成される。これにより、離散化後のシステムが安定に動作し、高い制御性能が維持される。(3.14) を陰的 (implicit) Euler 法で離散化する：

$$v_k \in F_s \operatorname{sgn}(s_{1,k} - \sigma_k) + \kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2} \operatorname{sgn}(s_{1,k}) \quad (3.15a)$$

$$v_k \in v_{k-1} - h\kappa_2 \operatorname{sgn}(s_{1,k}) \quad (3.15b)$$

ここで $h > 0$ は時間のサンプリング期間を表し、添字 $k \in \{\mathbb{N} \cup 0\}$ は時間ステップのインデックスである。すなわち $t_k = hk$ および $t_k - t_{k-1} = h$ を表す。(3.15a) の v_k を (3.15b) の表現で置き換えると、次のようになる：

$$\begin{aligned} v_{k-1} - \kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2} \operatorname{sgn}(s_{1,k}) \in \\ F_s \operatorname{sgn}(s_{1,k} - \sigma_k) + h\kappa_2 \operatorname{sgn}(s_{1,k}) \end{aligned} \quad (3.16)$$

これは次の式と等価である：

$$\begin{aligned} v_{k-1} - \kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2} \text{sgn}(s_{1,k}) \in \\ h\kappa_2 \text{sgn}(|s_{1,k}|^{1/2} \text{sgn}(s_{1,k})) + F_s \text{sgn}(|s_{1,k}|^{1/2} \text{sgn}(s_{1,k}) - |\sigma_k|^{1/2} \text{sgn}(\sigma_k)) \end{aligned} \quad (3.17)$$

ここで $\text{sgn}(x) = \text{sgn}(\alpha x), \forall \alpha > 0, x \in \mathbb{R}$ を用いている。もし κ_2 と h が適切に選ばれ、 $F > h\kappa_2$ が満たされるならば、[41]の研究に基づいて、数学的な等価性(3.3)を(3.17)に適用することができ、次のようになる：

$$v_{k-1} - \kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2} \text{sgn}(s_{1,k}) = \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k) \quad (3.18)$$

ここで $y_k := v_{k-1} + \kappa_1 |\sigma_k|^{1/2} \text{sgn}(\sigma_k)$ 、 $\mathcal{D}_k := [\mathcal{C}_{1,k}, \mathcal{C}_{2,k}]$ であり、 $\mathcal{C}_{1,k} := \text{proj}(-\mathcal{F}, v_{k-1})$ 、 $\mathcal{C}_{2,k} := \text{proj}(\mathcal{F}, v_{k-1})$ 、および $\mathcal{F} := [F_s - h\kappa_2, F_s + h\kappa_2]$ である。(3.18)から、 $s_{1,k}$ の更新法則が得られる：

$$s_{1,k} = \frac{1}{\kappa_1^2} (v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k))^2 \text{sign}(v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)) \quad (3.19)$$

ここで $\text{sign}()$ は単一値の符号関数である。次に、(3.18)から、 $u = -\kappa_1 [s_1]^{1/2} + v$ であるため、提案された陰的 (implicit) Euler デジタル実装手法の第一段階は次のようになる：

$$u_k = \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k) - v_{k-1} + v_k \quad (3.20a)$$

$$v_k \in v_{k-1} - h\kappa_2 \text{sgn}(s_{1,k}) \quad (3.20b)$$

(3.20b)にまだ“ \in ”が存在することがわかる。一つの直接的な方法は、これを単一値の符号関数 $\text{sign}()$ で近似することである。ここで、単一値の符号関数による数値チャタリングを避けるために、(3.18)を再利用する別の方法を用いる：もし $\text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k) - v_k \neq 0$ であれば、

$$\text{sgn}(s_{1,k}) = \frac{v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)}{|v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)|} \quad (3.21)$$

これは $\kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2} = |\text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k) - v_k|$ から(3.18)に基づく。最後に、提案されたデジタル

実装手法 (3.8) は、符号関数を用いずに次のようになる：

$$v_k = v_{k-1} - h\kappa_2 \frac{v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)}{|v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)|} \quad (3.22a)$$

$$u_k = \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k) - h\kappa_2 \frac{v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)}{|v_{k-1} - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)|} \quad (3.22b)$$

Remark 2. 提案されたデジタル実装アルゴリズム (3.22) は、従来の STA の離散時間実現と異なることがわかる。 u_k および v_k の離散時間更新法則は、準連続 SMC や STA の離散時間表現数学的に類似しており、これらの場合、数値チャタリングの振幅が大幅に減少することが知られている。

3.3.2 PSTA 離散化手法の第二段階

第二段階では、すなわち $s_2 = 0$ および $\sigma = s_1$ のとき、制御法則 (3.8) で相互接続された動的システム (3.6) は、実際には不確定な入力ゲイン $0 < g_m \leq g(t, x) \leq g_M$ を持つ STA によって制御される摂動一次動的システム (3.13) によって支配される。つまり、第二段階では、提案された制御法則 (3.8) の制御精度や収束特性は、最終的には STA によって決定される。

STA の離散化実装方法に関連するいくつかの研究が文献 [30, 42] に存在する。しかし、[36] で示され、比較されているように、これらの研究は、漸近的な二次制御精度を失ったり、ゲインの過大評価に敏感であったりといった特性を持っている。第二段階の離散時間実装アルゴリズムを得るために、 $g_t = g(t, x)$ 、 $k_1 = g_t \kappa_1$ 、 $k_2 = g_t \kappa_2$ 、 $\phi(t) = f(t, x)$ 、 $\Delta(t) = \dot{f}(t, x)$ と仮定し、陰的 (implicit) Euler 法による (3.13) の離散化と実現を考える：

$$s_{1,k+1} = s_{1,k} + hu_k + h\phi_{k+1}, \phi_{k+1} = \phi_k + h\Delta_{k+1} \quad (3.23a)$$

$$v_{k+1} \in v_k - hk_2 \text{sgn}(s_{1,k+1}), u_k = -k_1 [s_{1,k+1}]^{\frac{1}{2}} + v_{k+1} \quad (3.23b)$$

ここで、離散化 $\phi_k = \phi(t_k)$ および $\Delta_k = \Delta(t_k)$ は、 ϕ_k が区分定数であることを意味するのではなく、実際にはアナログ-デジタル変換 (ADC) デバイスによって t_k でサンプリングされた後、期間 (t_k, t_{k+1}) 内で e_k に影響を与えないことを指す。これらの項がサンプリング期間内で一定であることを意味し、離散時間システムの解析と設計を簡略化する。した

Algorithm 1: 提案された PSTA(3.8) の第一段階 (3.22) および第二段階 (3.24)(3.37) に基づく陰的 (implicit) 的 Euler 法による実装アルゴリズムの疑似コード。

```

1 Define function proj();
   Input :  $\kappa_j, j = 1, 2, 3, h, \xi, v_0, F_s$ , the threshold  $\varepsilon$ , the reference state  $x_r$ , and the
           sampled data  $x_{1,k}, k = 1, \dots, N$ 
   Output:  $u_k$ 
2 for  $k \leftarrow 1$  to  $N$  by 1 do
3    $e_k = x_{1,k} - x_r; \sigma_k = e_k + \kappa_3 \sum_{j=0}^k h [e_j]^\xi;$ 
4    $y_k = v_k + \kappa_1 |\sigma_k|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\sigma_k)$ 
5    $z_k = v_k - \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k)$ 
6    $s_{1,k} = |z_k|^2 \text{sign}(z_k) / \kappa_1^2$ 
7   if  $|s_{1,k}| > h^2 \kappa_2 + h \kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2}$  then
8      $D_k = h^2 \kappa_2 + h \kappa_1 |s_{1,k}|^{1/2};$ 
9   else
10     $D_k = h^2 \kappa_2;$ 
11  end
12   $\mathcal{C}_k = [-D_k, D_k]; \mathcal{C}_{2,k} = [-h^2 \kappa_2, h^2 \kappa_2];$ 
13   $\mathcal{F} = [-F, F];$ 
14  if  $|\sigma_k - s_{1,k}| \leq \varepsilon$  then
15     $v_{k+1} = v_k + \text{proj}(\mathcal{C}_{2,k}, s_{1,k})/h;$ 
16     $u_k = \text{proj}(\mathcal{C}_k, s_{1,k})/h + v_{k+1}$ 
17  else
18     $v_{k+1} = v_k - h \kappa_2 z_k / |z_k|;$ 
19     $u_k = \text{proj}(\mathcal{D}_k, y_k) - h \kappa_2 z_k / |z_k|;$ 
20  end
21   $u_k = \text{proj}(\mathcal{F}, u_k); v_k = v_{k+1};$ 
22 end

```

がって (3.23) は (3.13) の陰的 (implicit) Euler 離散化であり、単純な陽的 (explicit) Euler 法やより正確な零次ホールド (ZOH) も可能である。(3.23b) を (3.23a) に代入すると、次のようになる：

$$s_{1,k+1} = s_{1,k} + h u_k + h z_{2,k} + h^2 \Delta_{k+1} \quad (3.24a)$$

$$u_k \in - \left(k_1 \sqrt{|s_{1,k+1}|} + h k_2 \right) \text{sgn}(s_{1,k+1}) \quad (3.24b)$$

ここで、 $z_{2,k} := \phi_k + v_k$ は中間変数であり、 Δ_{k+1} および $z_{2,k}$ は、 $z_{2,k} := \phi_k + v_k$ が外部の未知の外乱 ϕ_k を含むため、未知である。ここで、未知の $z_{2,k}$ および Δ_{k+1} を外乱として考

えることにより、次の (3.24) [37] を確認する：

$$\tilde{s}_{1,k+1} = s_{1,k} + h\tilde{u}_k \quad (3.25a)$$

$$\tilde{u}_k \in - \left(k_1 \sqrt{|\tilde{s}_{1,k+1}|} + hk_2 \right) \text{sgn}(\tilde{s}_{1,k+1}) \quad (3.25b)$$

ここで、 $\tilde{s}_{1,k}$ は $s_{1,k}$ の状態であり、[30] の中間状態である。(3.25) から、次の関係が得られる：

$$|\tilde{s}_{1,k+1}| + hk_1 \sqrt{|\tilde{s}_{1,k+1}|} + h^2 k_2 = |s_{1,k}| \quad (3.26)$$

これにより、 $\kappa_i > 0, i \in \{1, 2\}$ のため、簡単に $|\tilde{s}_{1,k+1}| < |s_{1,k}|$ が得られる。より大きなゲインがスライディング面への収束時間を短縮することを考慮して、(3.25) の項 $h\kappa_1 \sqrt{|\tilde{s}_{1,k+1}|} \text{sgn}(\tilde{s}_{1,k+1})$ を陽的 (explicit) に解くことなく、 $h\kappa_1 \sqrt{|s_{1,k}|} \text{sgn}(\tilde{s}_{1,k+1})$ で近似する：

$$\tilde{s}_{1,k+1} = s_{1,k} + h\tilde{u}_{1,k} \quad (3.27a)$$

$$\tilde{u}_{1,k} \in - \left(\kappa_1 \sqrt{|s_{1,k}|} + h\kappa_2 \right) \text{sgn}(\tilde{s}_{1,k+1}) \quad (3.27b)$$

関係 (3.2) を適用することで、次のように計算可能な制御入力 $\tilde{u}_{1,k}$ が得られる：

$$\tilde{s}_{1,k+1} = s_{1,k} + h\tilde{u}_{1,k}, \quad \tilde{u}_{1,k} := -\frac{1}{h} \text{proj}(C_{1,k}, s_{1,k}) \quad (3.28)$$

ここで、 $C_{1,k}$ は次のように定義される：

$$C_{1,k} := [-D_{1,k}, D_{1,k}]; \quad D_{1,k} := hk_1 \sqrt{|s_{1,k}|} + h^2 k_2 \quad (3.29)$$

次のようにスライディング面を定義する：

Defintion 1. 離散時間スライディング面は (3.27) またはその等価 (3.28) として定義される

$$\Sigma_{1,k} = \{s_{1,k} \in \mathbb{R} | \tilde{s}_{1,k} = 0, |s_{1,k}| \leq D_{1,k}\} \quad (3.30)$$

[36] から、次のように考えられる。 $\Sigma_{1,k}$ にあるとき、 $\tilde{s}_{1,k} = 0$ 、 $|s_{1,k}| \leq D_{1,k}$ 、 $k_0 + 1$ か

ら $u_k = -s_{1,k}/h$ である。(3.1) の定義に従って、滑り運動の前には $\tilde{s}_{1,k} \neq 0$ 、 $|s_{1,k}| > D_{1,k}$ であり、滑り面 Σ_1 の上にある場合、 $\tilde{s}_{1,k} = 0$ 、 $|s_{1,k}| \leq D_{1,k}$ となる。この結果から、(3.25) および (3.28) は次のように変更できる：

$$\tilde{s}_{1,k+1} = s_{1,k} + h\tilde{u}_{1,k}, \tilde{u}_{1,k} := -\frac{1}{h}\text{proj}(C_k, s_{1,k}) \quad (3.31a)$$

$$C_k := \begin{cases} [-D_{1,k}, D_{1,k}] & \text{if } |s_{1,k}| > D_{1,k} \\ [-D_{2,k}, D_{2,k}] & \text{else} \end{cases} \quad (3.31b)$$

ここで、 $D_{2,k} := h^2k_2$ である。つまり、陰的 (implicit) 近似 (3.27) は滑り運動の前にのみ機能し、滑り運動中は正確な離散時間スライディング運動に切り替わる (3.25)。

(3.24) の計算不可能な制御入力 u_k を \tilde{u}_k で近似すると、次の式が得られる：

$$s_{1,k+1} = s_{1,k} + h\tilde{u}_{1,k} + hz_{2,k} + h^2\Delta_{k+1} \quad (3.32a)$$

$$\tilde{u}_{1,k} = -\frac{1}{h}\text{proj}(C_k, s_{1,k}) \quad (3.32b)$$

スライディング面 Σ_1 から、制御入力 (3.32b) の近似により、 $\tilde{s}_{1,k} = 0$ になるため、制御精度は $h|z_{2,k} + h\phi_{k+1}|$ となり、その大きさはサンプリング期間 h により減衰される。外乱 $z_{2,k} + h\Delta_{k+1}$ では、 $(v_k + \phi_k) + h\Delta_{k+1} = v_k + \phi_{k+1}$ が管理可能な入力項 v_k とともにあるため、制御精度 $h|z_{2,k} + h\phi_{k+1}|$ は v_k を使用することでさらに向上する。補助変数 v_k が外乱を補正し、システムの安定性を向上させる役割を果たす。適切な κ_1 および κ_2 の選択により、システム (3.32) が Σ_1 のスライディング動作内にあると仮定する。すなわち、 $s_{1,k} = h\tilde{u}_k$ および $\tilde{s}_{1,k} = 0$ である。このとき、 $z_{2,k} = \phi_k + v_k$ を分離すると、(3.32) および (3.23) から次のような式が得られる：

$$s_{1,k+1} = hz_{2,k} + h^2\Delta_{k+1} = hv_k + h\phi_{k+1} \quad (3.33a)$$

$$v_{k+1} = v_k + hu_{2,k}; u_{2,k} \in -k_2\text{sgn}(s_{1,k+1}) \quad (3.33b)$$

制御精度をさらに向上させるために、(3.33a) の外乱 $h\phi_{k+1}$ を v_k を利用して減衰させ

る。 v_k を v_{k+1} に置き換えると、制御入力 $u_{2,k}$ を使用して $h\phi_{k+1}$ を補償することができる：

$$s_{1,k+1} = hv_{k+1} + h\phi_{k+1} \quad (3.34a)$$

$$v_{k+1} = v_k + hu_{2,k}; u_{2,k} \in -k_2 \text{sgn}(s_{1,k+1}) \quad (3.34b)$$

(3.34) から次のように得られる：

$$\begin{aligned} s_{1,k+2} &= hv_{k+2} + h\phi_{k+2} = h(v_{k+1} + hu_{2,k+1} + \phi_{k+2}) \\ &= s_{1,k+1} + h^2(u_{2,k+1} + \Delta_{k+2}) \end{aligned} \quad (3.35a)$$

$$v_{k+2} = v_{k+1} + hu_{2,k+1}; u_{2,k+1} \in k_2 \text{sgn}(s_{1,k+2}) \quad (3.35b)$$

ここで、(3.34a) により $s_{1,k+1} = h(v_{k+1} + \phi_{k+1})$ および $\phi_{k+2} = \phi_{k+1} + h\Delta_{k+2}$ が使用される。(3.35) から、 v_k を v_{k+1} に置き換えることで、状態 $s_{1,k+2}$ のイテレーションは(3.35)で $h\phi_{k+1}$ の代わりに $h^2\Delta_{k+2}$ に一致する外乱をもたらす。(3.35) は以前の(3.33) に比べ高制御精度をもたらす。

次に、制御入力 $u_{2,k}$ の状態 $s_{1,k+1}$ の「未来」の値が未知であるため、(3.24b) から(3.25b) までの手順を繰り返して、 $u_{2,k}$ の代わりに近似 $\tilde{u}_{2,k}$ を計算する：

$$\tilde{s}_{1,k+1} = s_{1,k} + h^2\tilde{u}_{2,k}, s_{1,k+1} = \tilde{s}_{1,k+1} + h^2\Delta_{k+1} \quad (3.36a)$$

$$v_{k+1} = v_k + h\tilde{u}_{2,k}; \tilde{u}_{2,k} \in -k_2 \text{sgn}(\tilde{s}_{1,k+1}) \quad (3.36b)$$

数学的関係(3.2)を使用して、(3.36) から計算可能な制御入力 $\tilde{u}_{2,k}$ が得られる。次に、(3.34) に代入して $u_{2,k}$ を置き換える：

$$s_{1,k+1} = s_{1,k} + h^2\tilde{u}_{2,k} + h^2\Delta_{k+1} \quad (3.37a)$$

$$v_{k+1} = v_k + h\tilde{u}_{2,k}; \tilde{u}_{2,k} = -\frac{1}{h^2} \text{proj}(C_{2,k}, s_{1,k}) \quad (3.37b)$$

$C_{2,k} := [-D_{2,k}, D_{2,k}]$ 。 $\tilde{u}_{2,k}$ の導関数は $\Sigma_{1,k}$ が到達したという仮定に基づいていることに注意する必要がある。したがって、提案された u_k を計算するアルゴリズムは(3.28)と(3.37)を統一する必要がある。(3.37)を考慮することで、(3.32)は次のように書き換える

ことができる：

$$s_{1,k+1} = s_{1,k} + h\tilde{u}_k + h\phi_k + h^2\Delta_{k+1} \quad (3.38a)$$

$$\tilde{u}_k = \tilde{u}_{1,k} + v_{k+1}; \tilde{u}_{1,k} = -\frac{1}{h}\text{proj}(C_k, s_{1,k}) \quad (3.38b)$$

$$v_{k+1} = v_k + h\tilde{u}_{2,k}; \tilde{u}_{2,k} = -\frac{1}{h^2}\text{proj}(C_{2,k}, s_{1,k}) \quad (3.38c)$$

$s_{1,k}$ は (3.19) で与えられ、(3.38a) は第二段階における $s_{1,k}$ の離散時間摂動動力学を表す。STA の陰的 (implicit) Euler 離散化は、以前の研究 [43] で時間遅延問題の解決に適用された。注意すべき点は、(3.22) および (3.38) の v_k の更新法則は異なり、それぞれの段階に応じて切り替わることである。

提案された離散時間実現アルゴリズム (3.22) および (3.38) を実装しやすくするために、条件 $s_2 = 0$ or $\sigma = s_1$ を $|\sigma - s_1| \leq \varepsilon$ として緩和し、パラメータ $\varepsilon > 0$ を実際のスライディング動作のしきい値として使用する。 $|\sigma_k - s_{1,k}| > \varepsilon$ の場合、離散時間システム (3.38) はまだ第一段階内にあり、 $|\sigma_k - s_{1,k}| < \varepsilon$ の場合、(3.38) は第一段階 (3.22) のスライディング動作を達成したことを示し、すなわち、 $\sigma_k \approx s_{1,k}$ である。入力ゲイン g_t は未知であり、したがって実践では $k_j, j = 1, 2$ は大きなゲイン κ_j で置き換えられる。(3.38) の実装アルゴリズムは Algorithm 1 (P.37) に示されている。

第4章 Proxy-based Super-Twisting Algorithmによる示指のMP関節運動の精密制御

第2章の基本特性研究から、図2.8のような正負の双相波が神経筋を効果的に刺激し、関節の動きを引き起こすことが確認された。正負の電圧を交互に供給することで神経筋を刺激し、指のMP関節を制御する方法を採用する。この方法は、運動方向と運動量を正確に制御するために、方形波のパルス幅を調整する。

第3章で紹介した Proxy-based Super-Twisting Algorithm (PSTA) を用いて MP 関節の制御を行い、その効果を検証する。PSTA は、スライディングモード制御 (SMC) とスーパーツイスティングアルゴリズム (STA) の長所を組み合わせ、高い制御精度とロバスト性を持つ制御手法であり、特に不確定なモデルや外乱に対する耐性が強い特性がある。通常の SMC の改良となる STA と従来から広く使用されている PID 制御法も比較対象として用いる。PID 制御法はシンプルで実装が容易である一方、システムのパラメータが時間とともに変化する場合や、非線形特性が強い場合に問題が生じやすい。また、強制的なフィードバック制御をヒト単独での制御機能と比較するため実験参加者が自主的に関節を動かす場合 (随意運動) も評価に加える。随意運動は、実験参加者が自分の意思で関節を動かすことであり、フィードバック制御手法を用いる場合と用いない場合を比較するためのものである。実験は、6名の健康な実験参加者を対象に行い、それぞれの制御方法の追従精度と安定性を評価する。

本章の構成は以下の通りである。まず、実験に使用した装置について詳述する。次に、PSTA の実装方法を説明し、比較対象としての PID 制御法と随意運動についても言及する。

その後、収集したデータの解析結果を示す。最後に、実験結果の考察を行い、PSTAの有効性と今後の課題について論じる。

以上の構成により、本章ではPSTAを用いた手指のMP関節の制御の手法について、従来の制御手法との比較を通じてその有用性を明らかにする。

4.1 実験設定

実験に使用したハードウェアとソフトウェアは、第2章で述べた図2.5に示すものと同様である。ここでは、主に追加の装置や信号条件の設定について説明する。

4.1.1 刺激信号の生成方法

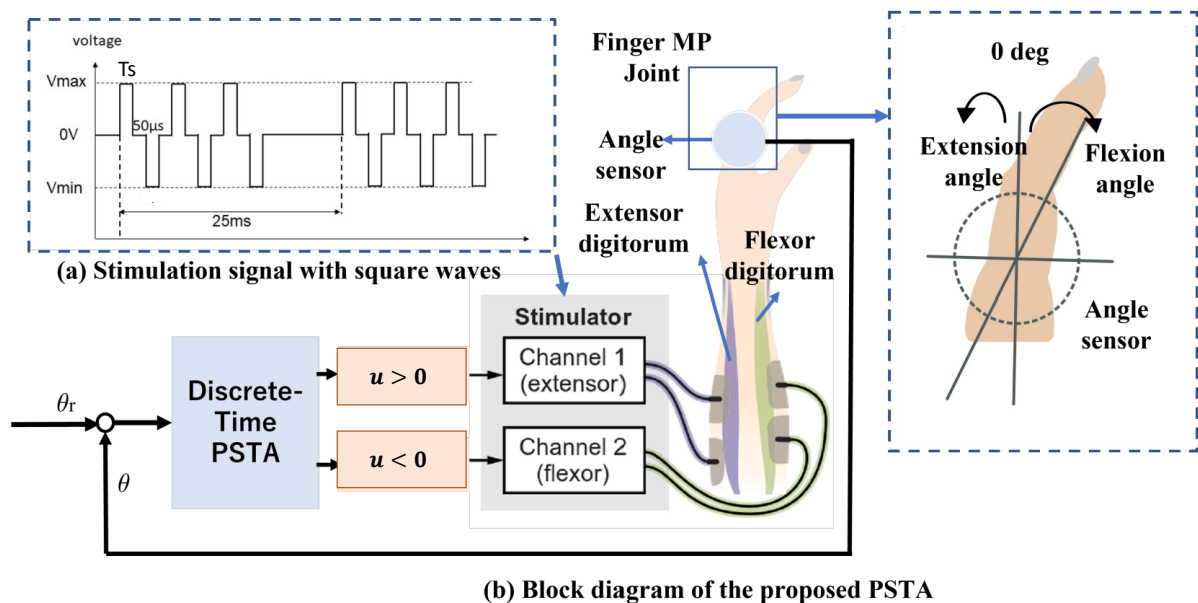


図 4.1: 実験設定

刺激信号は、交互の正負の方形波として生成される。具体的な生成方法は以下の通りである：

- 波形の設定：正負の方形波を交互に生成し、電圧の大きさは各実験参加者が痛く感じない程度の最大電圧（ V_{max} と V_{min} ）に設定した。

- パルス幅の調整：パルス幅 T_S で V_{max} 、 $50\mu s$ でゼロ電圧、 T_S で V_{min} の正負パルスが3回続く。この方形波のパルス幅 T_S を入力 u に応じて変更することで、実際の平均電圧が変化し、実際の平均電圧の大きさが関節の動きの量を決定し、入力 u の符号が運動方向を決定する。
- 周期の設定：方形波の周期は $25ms$ に設定した。これにより、刺激信号は毎秒 40 回供給されることになる
- 信号の送信：生成された刺激信号は、電圧増幅のためのアンプ L298n ドライバを介して電極に送信される。このドライバは、Arduino からの信号を増幅し、適切な電流と電圧を電極に供給する。
- 刺激の適用：電極は、ターゲットとなる筋肉（モータポイント）の上に貼付され、電気刺激を直接筋肉に伝える。これにより、筋肉の収縮が誘発され、関節の動きが引き起こされる。

FES 制御信号（図 4.1(a)）は、Arduino Mega ボードによって生成される 3 つの双極性方形波と長いゼロ電圧期間で構成されており、各 FES 制御信号は $25ms$ 持続する。各方形波は、制御入力 u で決定される等しい持続時間の正と負のフェーズを持つ。この入力 u は、PID や PSTA などの方法によって得られる。各ピーク方形波の後には、 $50\mu s$ の短いゼロ電圧期間が続く。

指の MP 関節における FES 制御のブロック図（図 4.1(b)）では、制御入力 u の符号に応じて extensor チャンネル 1 か flexor チャンネル 2 が決定される。

実験では、PSTA の出力 u がアクチュエーション入力として使用され、 u の飽和レベルは $150\mu s$ に設定されている。関節角度 θ のフィードバックは、Arduino のアナログピンに接続されたアナログポテンシオメータによって $5ms$ の周期でサンプリングされた。これにより、リアルタイムで関節角度をモニタリングしながら制御を行うことが可能となる。

4.1.2 実験参加者とその選定基準

提案の制御方法が異なる年齢層や性別に対しても有効であることを検証するため、年齢の幅が広い男女実験参加者を選定した。これにより、制御手法の汎用性と実用性を高めることを目指した。実験参加者は、実験中にリラックスした状態を保ち、指の MP 関節に

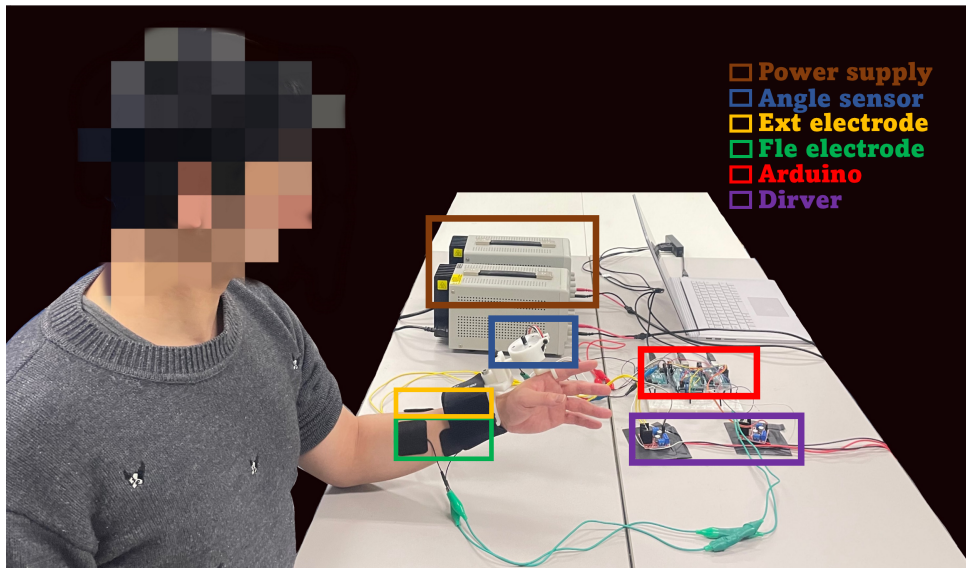


図 4.2: 実験装置を装着した実験参加者

対する電気刺激の効果を観察した。各実験参加者に対して、電極の適切な位置を確認し、電気刺激による関節の動きを確認した。

本実験には、6名の健康な実験参加者が参加した。すべての参加者は、実験の目的と手順について十分な説明を受け、同意書に署名した。これにより、倫理的配慮が確保された。図 4.2 は示指 MP 関節のサーボ制御の実験装置を装着した実験参加者である。実験参加者の一覧を表 4.1 に示す：

表 4.1: 実験参加者の年齢と性別

実験参加者	年齢	性別
A	29	女
B	22	女
C	57	女
D	16	男
E	30	男
F	50	男

4.2 PSTA 制御法の実装方法およびパラメータ調整

PSTA 制御法の実装方法は以下の通りである。

4.2.1 エラー計算

制御アルゴリズムでは、まず現在の関節角度と目標角度の差（エラー）を計算する。これは次のように行う：

1. **関節角度の取得**：ポテンシオメータを使用して、現在の関節角度 θ を測定する。
2. **エラーの計算**：目標角度 θ_d と現在の関節角度 θ の差を計算する。この差をエラー e_I と呼ぶ。具体的には、以下の式で表される：

$$e_I = \theta_d - \theta$$

ここで、 θ_d は目標とする関節の角度、 θ は現在の関節の角度である。

4.2.2 滑り面の計算

次に、エラーを基に滑り面 S_2 を計算する。滑り面は、システムが目標状態に向かって移動するための基準となるものであり、以下のステップで計算する：

1. **累積エラーの更新**：エラーの累積値 $eeIn$ を更新する。これは、現在のエラー e_I に比例し、時間とともに変化する。具体的には、以下の式で表される：

$$eeIn = eeIn + dt1 \times |e_I|^{k3} \times \text{sign}(e_I)$$

ここで、 $dt1$ は時間間隔、 $k3$ はエラーの指数つまり、(3.8a) から e_I の収束速度を決定する。 $\text{sign}(e_I)$ はエラーの符号である。

2. **滑り面の計算**：累積エラーを用いて、滑り面 S_2 を計算する。滑り面は、以下の式で表される：

$$S_2 = e_I + k4 \times eeIn$$

ここで、 $k4$ はエラー修正の強度を表す定数である。

4.2.3 STA 制御

STA (Super-Twisting Algorithm) を使用して、制御入力を計算する。このステップには、 S_1 と S の計算およびプロジェクション (Proj 関数) を用いた制御入力の調整が含まれる：

1. **制御入力の初期計算**：まず、前回の制御入力 (u_{2I}) と滑り面の平方根に比例する項を計算する。具体的には、以下の式で表される：

$$S = u_{2I} + k1 \times \sqrt{|S_2|} \times \text{sign}(S_2)$$

ここで、 $k1$ は滑りモードのゲインである。

2. **プロジェクション関数の適用**：プロジェクション関数 (Proj) を使用して、制御入力の範囲を調整する。具体的には、以下のように行う：

$$C1 = \text{Proj}(-1 \times (F + k2 \times dt1), k2 \times dt1 - F, u_{2I})$$

$$C2 = \text{Proj}(F - k2 \times dt1, F + k2 \times dt1, u_{2I})$$

ここで、 F は滑りモードの強度、 $k2$ は感度、 $dt1$ は時間間隔である。プロジェクション関数は、制御入力を適切な範囲内に収めるために使用される。

3. **S_1 の計算**： S_1 は、プロジェクション関数の結果と前回の制御入力の差を用いて計算される。具体的には、以下の式で表される：

$$zz = \text{Proj}(C1, C2, S) - u_{2I}$$

$$S_1 = \frac{|zz| \times zz}{k1^2}$$

4.2.4 パルス幅の設定

最後に、制御入力 u を基にしたパルス幅を計算し、SPI 通信を介して信号を送信する。このステップには、以下のプロセスが含まれる：

1. **パルス幅の計算**：制御入力 u_2 を基にしたパルス幅を計算する。これは、次のように行う：

$$u = k_4 \times |e_I|^{k_3} \times \text{sign}(e_I) + \frac{1}{dt_1} \times z_2 + u_2$$

ここで、 z_2 は調整された滑り面、 u_2 は更新された制御入力である。

2. **パルス幅の制限**：パルス幅が設定した範囲を超えないように制限する。パルス幅の最大値 $150\mu s$ である。

このプロセスを通じて、PSTA 制御アルゴリズムはリアルタイムで関節の角度を制御する。

4.3 比較のためのPID制御法の実装方法およびパラメータ調整

PID（比例-積分-微分）制御は、シンプルで実装が容易であり、多くの制御システムで広く使用されている。ここではサーボ系で多く使用されている Ziegler-Nichols 法を利用した。またこれらは PID パラメータの初期値として利用し、適宜試行的にパラメータ最適化を行った。

4.3.1 PID 制御入力の計算

エラーを基に、比例項、積分項、微分項を計算し、制御入力 u を生成する。具体的には、以下のステップで計算される：

1. **比例ゲイン K_p の調整**：積分ゲイン (K_i) と微分ゲイン K_d をゼロに設定し、 K_p を徐々に増加させる。システムが安定な振動を始める臨界ゲイン K_u を見つける。
2. **臨界周期 T_u の測定**：システムが臨界ゲインで振動する周期を測定する。
3. **PID パラメータの設定**：Ziegler-Nichols 法に基づいて、PID パラメータの初期値を設定し、実際の状況により微調整する。

$$K_p = 0.6 \times K_u$$

$$K_i = 2 \times K_p / T_u$$

$$K_d = K_p \times T_u / 8$$

4.3.2 パルス幅の設定

最後に、制御入力 u を基にしたパルス幅を計算し、SPI 通信を介して信号を送信する。このステップには、以下のプロセスが含まれる：

1. **パルス幅の計算**：制御入力 u を基にしたパルス幅を計算する。これは、次のように行う：

$$u = K_p e[k] + K_i \sum_{i=0}^k e[i] \Delta t + K_d \frac{e[k] - e[k-1]}{\Delta t}$$

2. **パルス幅の制限**：パルス幅が設定した範囲を超えないように制限する。パルス幅の最大値 $150\mu s$ である。

4.4 比較のための随意運動の実験プロセス

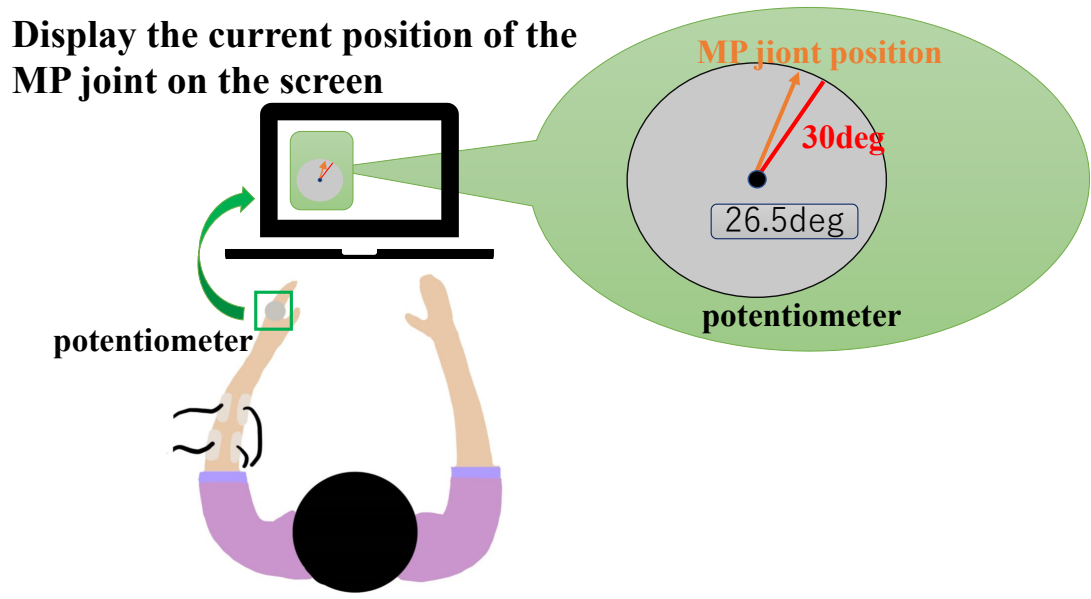


図 4.3: 随意運動の実験プロセスの図示

随意運動の実験では、実験参加者が電極未通电の状態で自分の意志で指を動かし、画面に表示される情報を参考にしながら目標角度に到達することを目指す（図 4.3）。以下にその具体的な実験プロセスを示す。

4.4.1 初期設定

- 実験参加者の指の MP 関節に電極を装着するが、この電極は通电しない状態にする。
- 実験参加者の前にモニターを設置する。

4.4.2 随意運動の実験

- 実験参加者はモニターを見ながら、目標角度位置に指を動かすように指示される。提案の PSTA や PID 制御との比較のためにフィードバックによらないヒトの随意運動での追従精度を調べる。この時、フィードバック制御ではセンサー情報を用いてヒトより相当正確に制御可能となり、ヒトの随意運動は精度上かなり不利と予想される。従って以下のようにディスプレイで拡大表示された関節角度視覚フィードバックを可能とする。
- 実験中の画面には、以下の情報が表示される（図 4.3 参照）：
 - 目標角度位置：指が到達すべき角度を示す。
 - 現在の角度位置と数値：リアルタイムで測定された MP 関節の角度のアナログ位置と数値。

4.4.3 データ収集

- 実験参加者が指を動かして目標角度に到達する過程を、モニターに表示された角度データとして収集する。
- 各試行ごとに、実験参加者の指の角度が目標位置にどれだけ近づいたかを記録し、分析する。

実験参加者は、目標角度と現在の角度を視覚的に比較しながら、指の位置を調整する。視覚情報によるフィードバック可能となる。

随意運動は、実験参加者が自分の意思で関節を動かす方法である。本実験では、実験参加者が自分の力で指の MP 関節を動かし、その動きを計測して制御精度を評価した。随意運動の利点は、実験参加者自身のフィードバックループを利用することで、利用していない場合より高い精度を実現する。

4.5 実験結果

4.5.1 各制御方法の運動結果

6名の健康な実験参加者（A、B、C、D、E、F）が実験に参加した。実験結果を図4.4と図4.5に示す。実験参加者には実験中ずっと示指をリラックスさせるよう指示し、示指の MP 関節を提案されたアルゴリズム「PSTA」、ロバスト性がある通常の SMC の改良版である「STA-Explicit」、および FES 制御でよく用いられる「PID」の3つの異なる方法で制御して目標角度 $\theta_r = 30^\circ$ に到達させた。さらに、各実験参加者が角度センサーの 30 度マーカーを目で見ながら、0 度から $\theta_r = 30^\circ$ まで示指の MP 関節をできるだけ早く動かすことを試みた。この随意運動は Voluntary と呼ぶ。PSTA では6名の実験参加者に対する実験中、パラメータはすべて同じに保たれた。すなわち、 $\kappa_1 = 2.2\sqrt{\kappa_2}$, $\kappa_2 = 0.08$, $\kappa_3 = 50$, $\xi = 0.6$ である。4つの制御方法の追従誤差は図4.6と図4.7に示されており。STA-Explicit は大きく振動している、これはチャタリングによって生じる周期的な制御誤差と考えられる。PID 制御では、オーバーシュートや小さな振動が見られた。Voluntary は目標角度から 2-3deg の誤差がある。提案されたアルゴリズム PSTA では、異なる実験参加者に対しても関節が迅速かつ正確に目標角度 θ_d に収束し、オーバーシュートがほとんどないことが確認できる。一方、他の方法では精度が低いことが図4.8および表4.2に示されている。PID、STA-Explicit、Voluntary の方法をテストする際には、試行錯誤でゲインを設定してそれぞれの方法で、できるだけ最適な性能とした。これらの方法の制御精度を向上させるためにゲイン（または Voluntary の力）を増加させると、オーバーシュートや振動が発生する可能性がある。

また PSTA のロバスト性をを認証するため、同じゲイン設定で、時間間隔（約1週間）を空け、PSTA と PID の応答を図4.9と図4.10に示した。PID は時間の経過や外乱に対する抵抗力が弱く、時間過ぎともに精度が劣化していた。PSTA では同じゲイン設定であっ

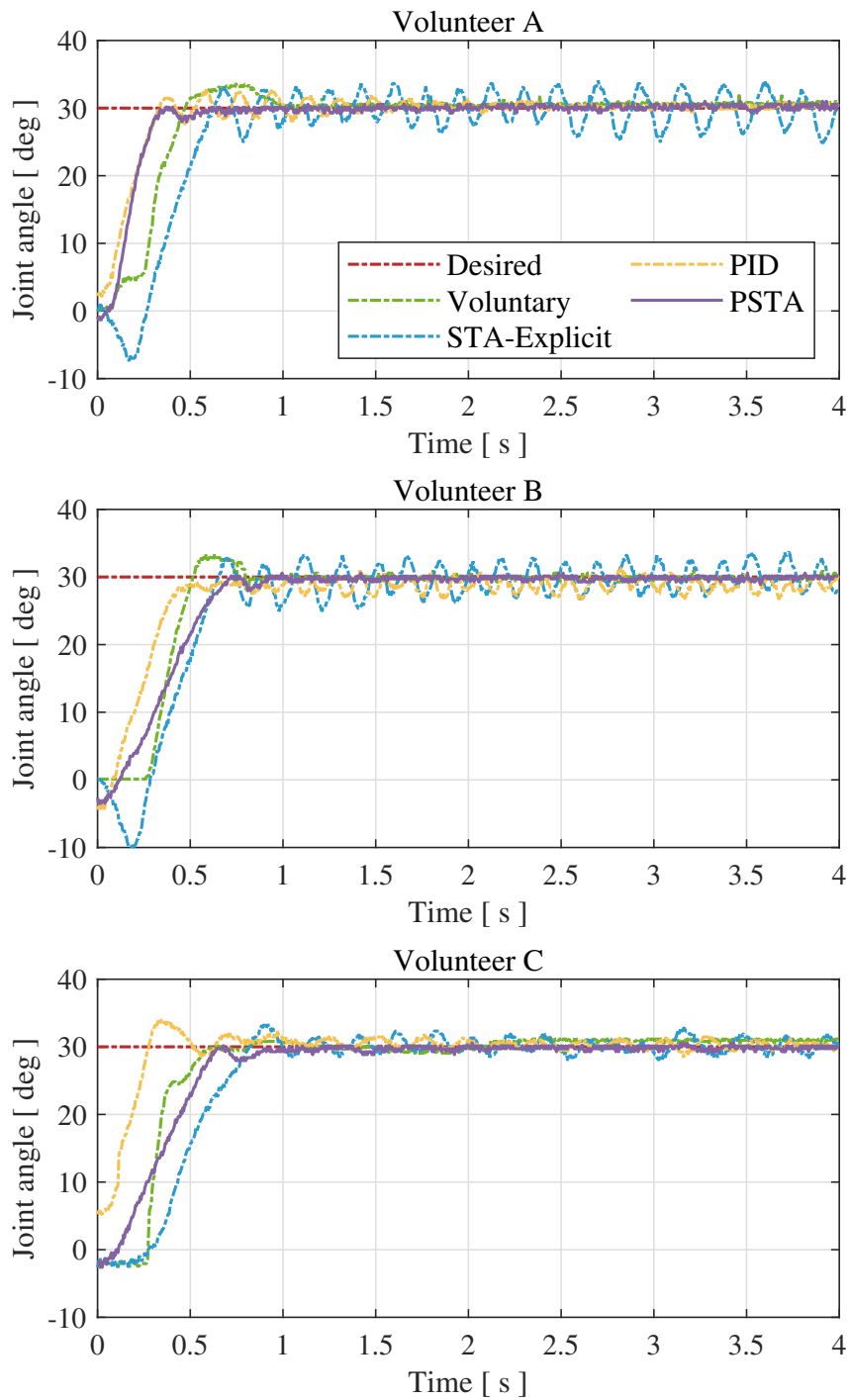


図 4.4: 各制御方法の運動結果 (A、B、C)

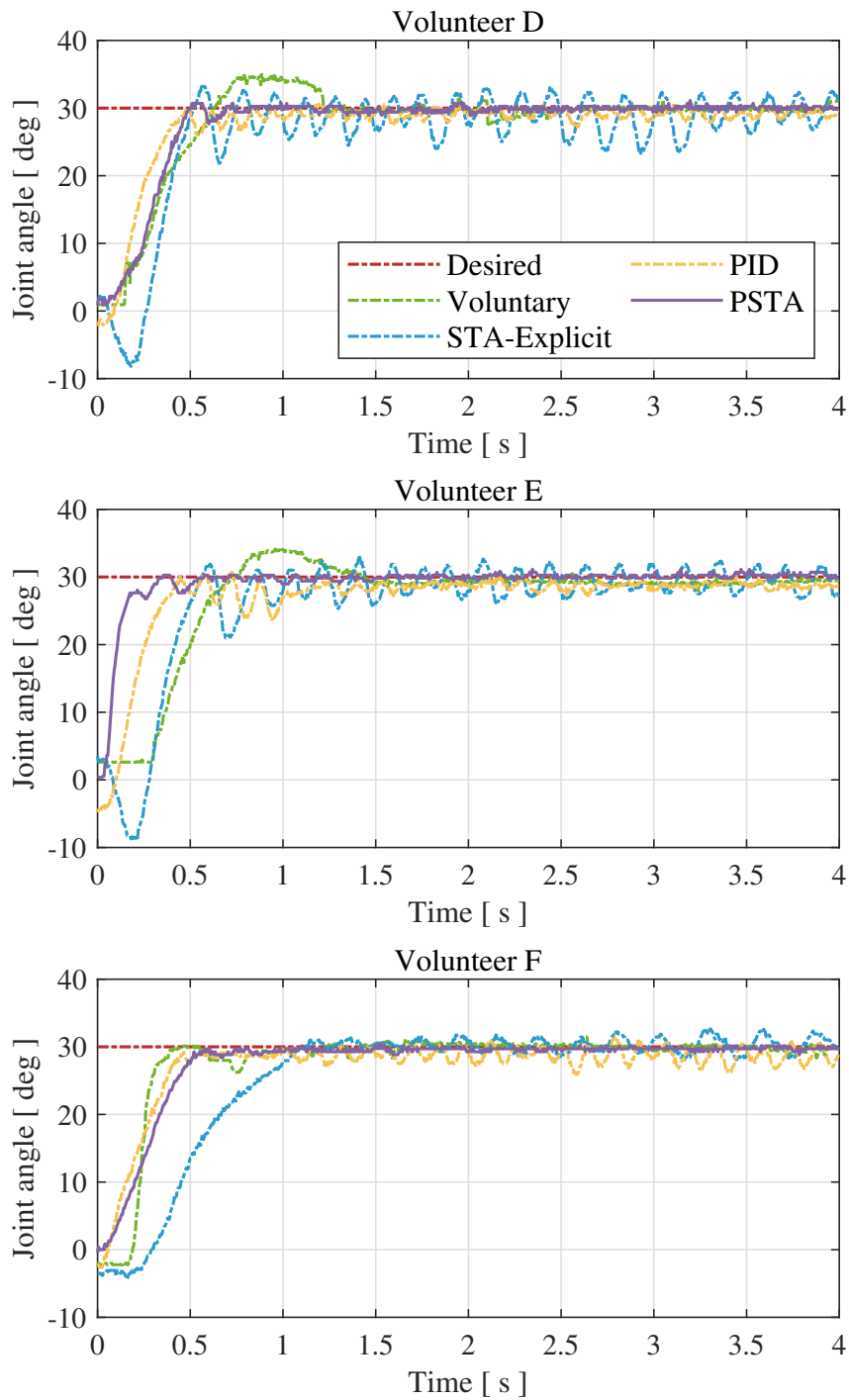


図 4.5: 各制御方法の運動結果 (D、E、F)

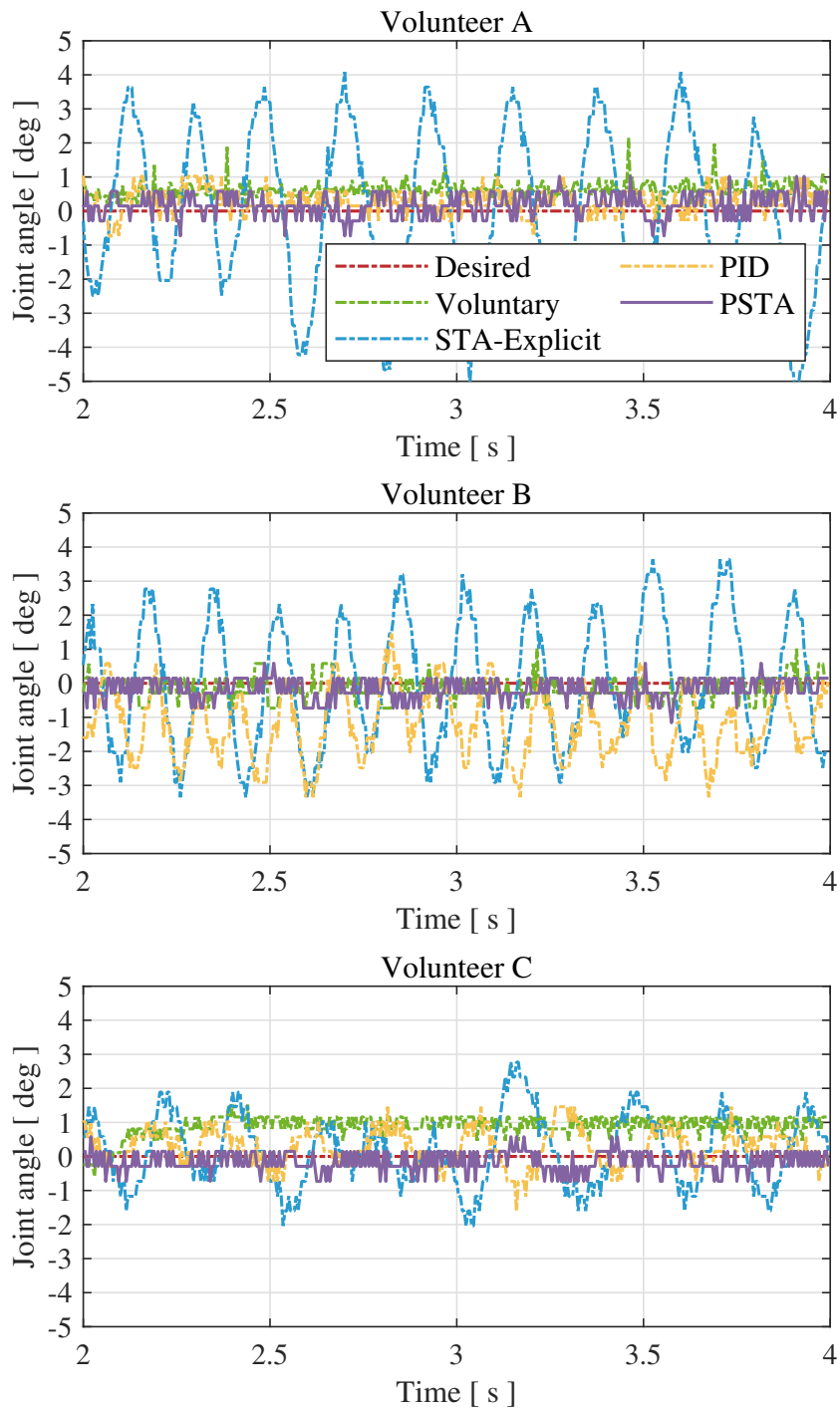


図 4.6: 各制御方法の追従誤差 (A、B、C)

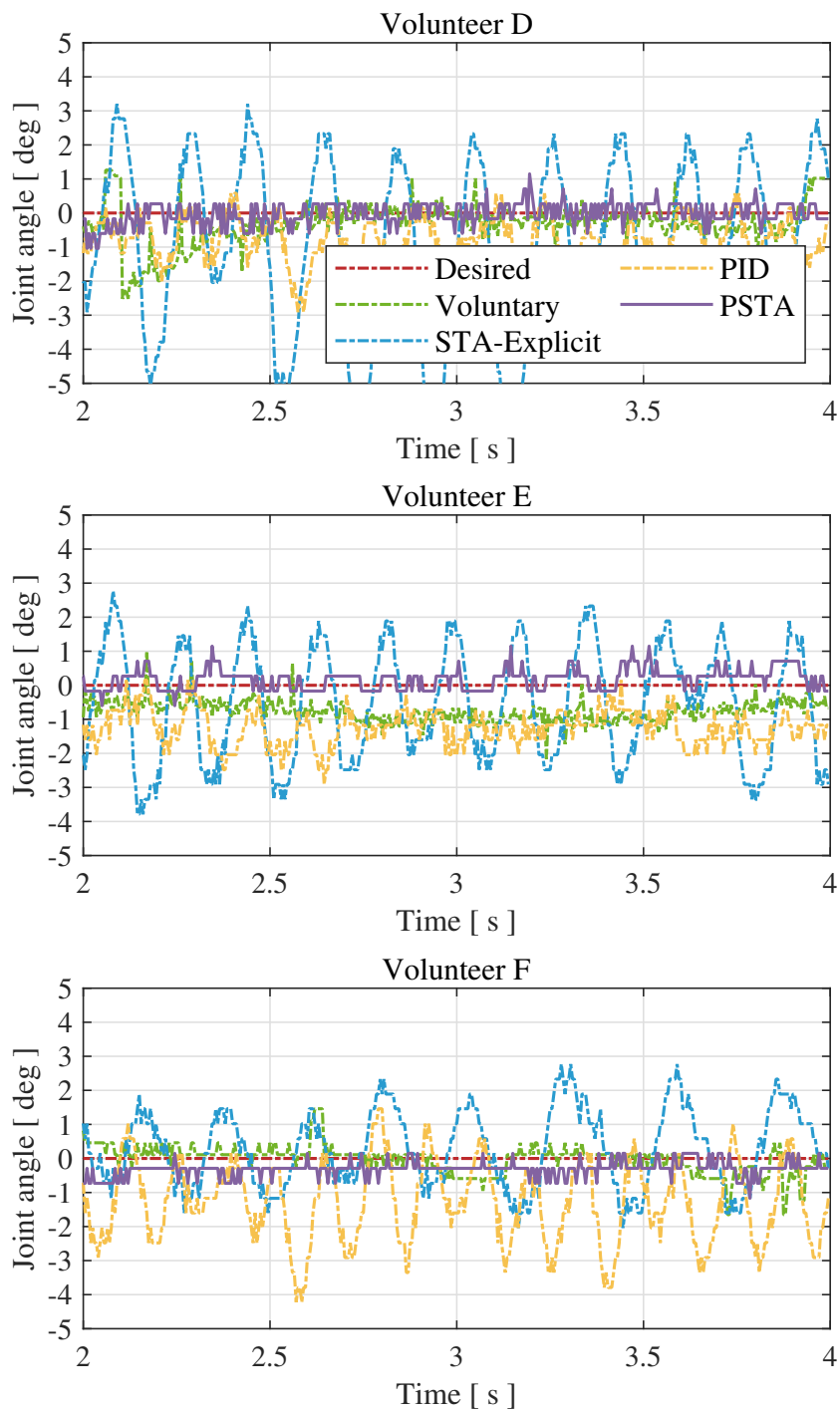


図 4.7: 各制御方法の追従誤差 (D、E、F)

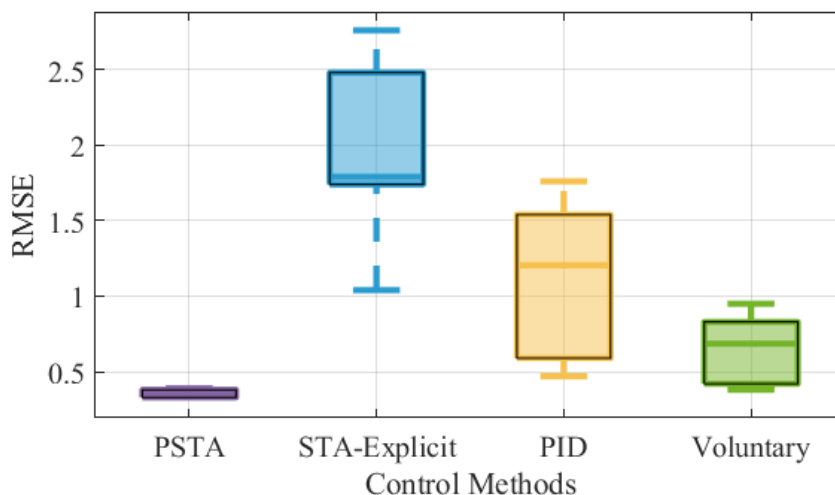


図 4.8: 追従誤差の RMSE の統計結果

でも時間の経過による性能劣化が見られず、安定した制御性能を保っている。不確実性や外乱に対する強いロバスト性を示している。

表 4.2: 異なる制御方法下での 6 名の実験参加者の二乗平均平方根誤差 (RMSE)

Volunteer	PSTA	STA-Explicit	PID	Voluntary
A	0.39	2.48	0.47	0.67
B	0.35	1.84	1.54	0.38
C	0.33	1.04	0.59	0.95
D	0.33	2.76	1.06	0.70
E	0.35	1.74	1.35	0.83
F	0.38	1.74	1.76	0.42

4.5.2 PSTA 制御と随意運動の統計

続いて、PSTA 制御と随意運動の間の比較分析を行った。4.5.1 と同じ条件を維持し、実験参加者 A に対して PSTA 制御と随意運動の両方でそれぞれ時間を空けて 10 回の試行を行った。図 4.11 (実験参加者 A をケーススタディとして使用) に示されるように、制御方法の追従精度を正確に比較するために、過渡応答と定常状態を含む追従誤差曲線の面積を使用し、これを S と表す。(a) と (c) はそれぞれ PSTA と随意運動を示し、(b) と (d) は過渡状態および定常状態を含むそれぞれの追従誤差の面積 S を示している。実際に測定された値と目標の間の面積 S の計算は、応答時間と精度を評価する基準として機能する。PSTA と随意運動のそれぞれ 10 回の試行に対する面積 S の値を図 4.12 に示す。随意運動の面積値はほぼ PSTA の値を上回っており、これは随意運動の追従誤差が PSTA よりも大きいことを意味する。

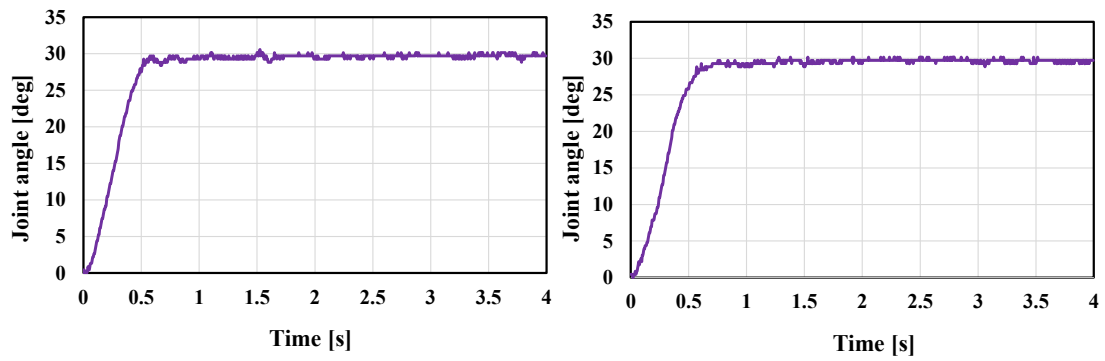


図 4.9: PSTS の同じゲイン設定の応答 (左実験開始時、右その一週間後)

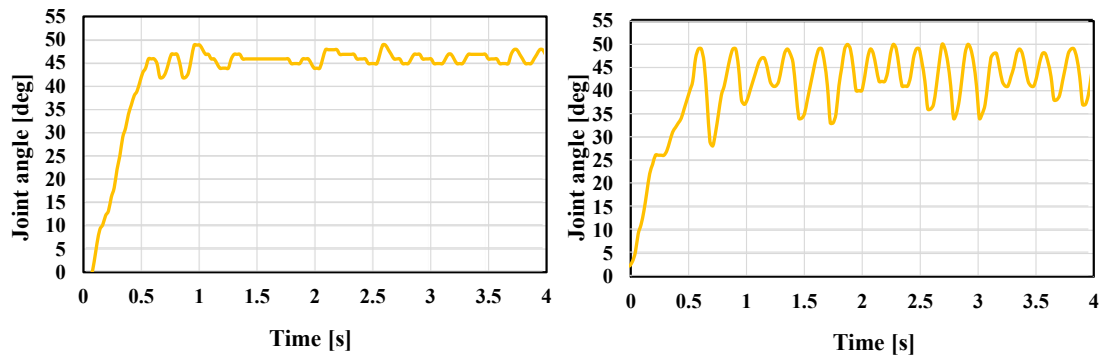


図 4.10: PID の同じゲイン設定の応答 (左実験開始時、右その一週間後)

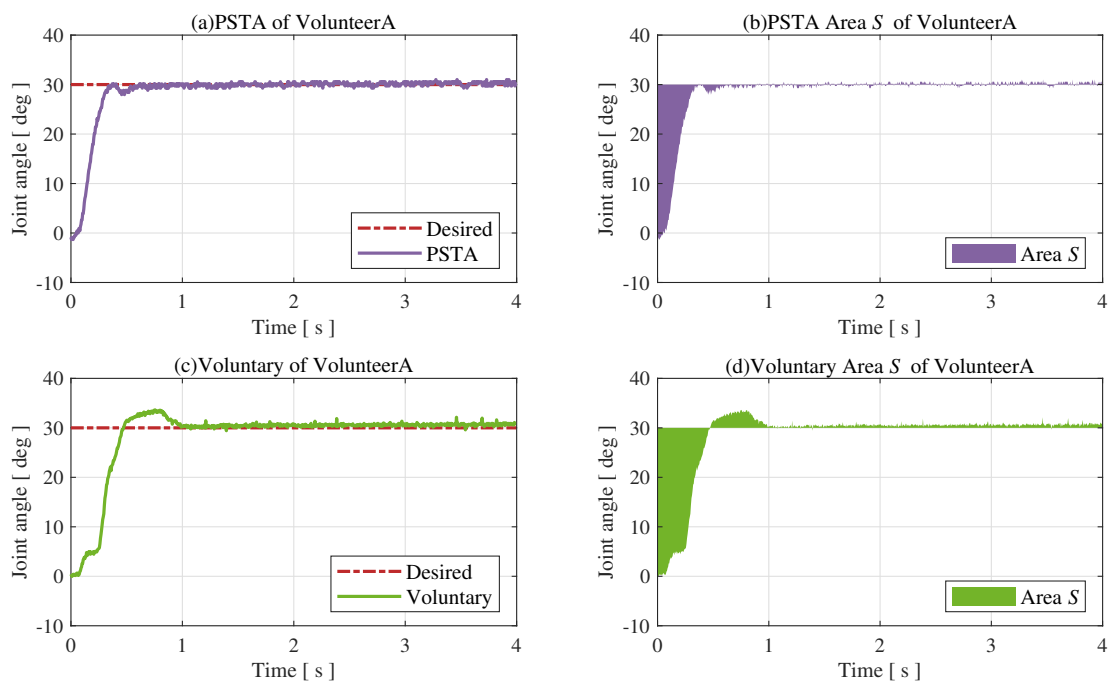


図 4.11: 追従誤差の面積 S

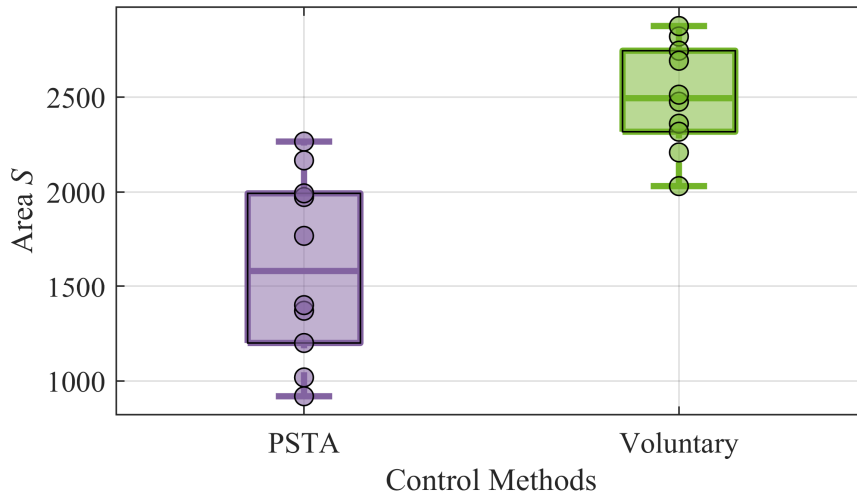


図 4.12: 10 回の試行における PSTA と随意運動の S

4.5.3 目標値変更の場合の応答性

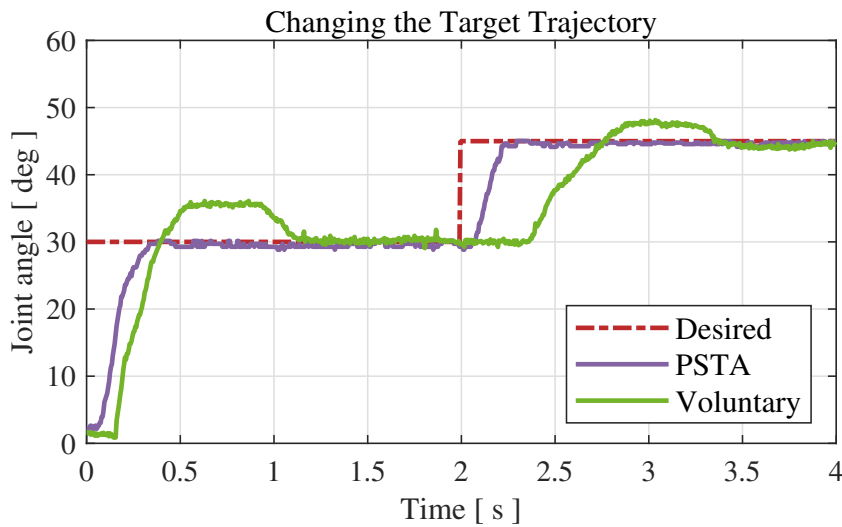


図 4.13: 目標軌道変更の運動結果

図 4.13 は、目標軌道を 30 度から 45 度に変更した際の PSTA と随意運動のデータを示している。この図は、PSTA の高い精度とオーバーシュートしない効果を明確に示しており、自主的な指の運動と比較している。同様に、進展および屈曲の 2 つのチャンネルの条件を切り替えて減少する時の目標値も追従することができると考えられる。

これらの結果は、提案された PSTA が異なる条件下でも MP 関節の正確な制御を達成する上で優れた性能を示すことを確認している。

4.6 結言

本章では、提案された Proxy-based Super-Twisting Algorithm (PSTA) を用いた制御方法の性能を評価するために、6名の健康な実験参加者 (A、B、C、D、E、F) を対象に実施した実験結果について述べた。各実験参加者には、示指の MP 関節を提案された PSTA、Explicit-Euler 離散化を用いた STA (STA-Explicit)、および PID 制御によって目標角度 $\theta_r = 30^\circ$ に到達させるよう指示した。また、随意運動 (Voluntary) による制御も実施し、各実験参加者が 0 度から 30 度まで指を動かす様子を観察した。

総括すると、提案された PSTA は、他の制御方法に比べて高い精度とロバスト性を持ち、オーバーシュートや振動を発生させることなく、目標角度に迅速に到達することができることが実証された。これにより、PSTA は MP 関節の制御において優れた性能を発揮し、リハビリテーションやその他の生体医工学的応用において有望な手法であることが示された。

第5章 まとめと今後の展望

本研究では、機能的電気刺激（FES）を用いた指の正確な位置制御および関節角度制御を目指し、FESによる手指関節運動の基本的特性、Proxy-based Super-Twisting Algorithmにの精密制御について検討を行った。本章では本論文の総括として、本研究で検討した項目についてその結果をまとめると共に、今後の研究の展望を述べる。

5.1 まとめ

基礎実験の特性

- FESによる手指関節運動の基本的特性：FESを用いた指の正確な位置制御および関節角度制御を目的として、人差し指のMP関節における基本的な屈曲および伸展運動を実験的に示した。結果として、刺激信号の最小刺激レベル（電圧）の特性と、FESによる応答のタイムラグ特性が、フィードバック制御などの正確な制御を行う際に考慮すべき重要な要素であることが示された。
- 基礎特性を明らかにすることによる設計指針：基礎特性を明らかにすることによって、後の制御システムの設計における重要な指針を提供した。具体的には、フィードバック制御を導入する際に、これらの特性を適切に考慮し、制御アルゴリズムに組み込むことが求められる。これにより、FESを用いた指の運動制御の精度と安定性を向上させることができる。

示指のMP関節運動の精密制御

- 実験設定：6名の健康な実験参加者（A、B、C、D、E、F）を対象に、提案されたPSTA、STA-Explicit、およびPID制御によって目標角度に到達させる実験を実施し

た。各実験参加者には、随意運動（Voluntary）による制御も実施し、0度から30度まで指を動かす様子を観察した。

- 制御方法の比較：提案された PSTA は、異なる実験参加者に対しても迅速かつ正確に目標角度に到達し、オーバーシュートがほとんどないことが確認された。他の方法では、精度が低く、特に STA-Explicit では目標角度周辺で数値的チャタリングが発生した。PID 制御では、試行錯誤によりゲインを調整したものの、オーバーシュートや振動が見られた。
- 定量的評価：PSTA の追跡誤差は自主運動よりも一貫して小さく、精度の高い制御が実現された。

総括 提案された PSTA は、他の制御方法に比べて高い精度とロバスト性を持ち、オーバーシュートや振動を発生させることなく目標角度に迅速に到達することが実証された。これにより、PSTA は MP 関節の制御において優れた性能を発揮し、リハビリテーションやその他の生体医工学的応用において有望な手法であることが示された。

5.2 今後の展望

本研究の成果に基づき、今後の研究では以下が深題となる：

1. MP 関節以外の関節制御への応用：今後の研究では、手指の MP 関節に加えて、他の関節部位、例えば肘関節や膝関節などへの応用を検討する必要がある。これにより、PSTA の汎用性が高まり、リハビリテーションの応用範囲が広がることが期待される。特に、トライセプス・ブラキア（上腕三頭筋）などの大きな筋群を対象とした FES 制御の実験を行い、PSTA の有効性を確認することが重要である。
2. 複数の手指関節の同時制御：現在の研究は単一の MP 関節の制御に焦点を当てているが、今後は複数の手指関節を同時に制御することを目指す。これにより、より複雑な運動を実現し、日常生活動作の改善に寄与することができる。しかし、これは一入力一出力（SISO）システムから多入力多出力（MIMO）システムへの移行を意味し、制御の複雑性が大幅に増す。このため、より高度なアルゴリズムの開発が必要であり、全関節に対してロバストで正確な制御を確保するための研究が求められる。

3. 時間変化する角度への対応：さらに、時間とともに変化する参照角度に対する追従性能を評価するための実験を実施する。これは、動的な運動やリハビリテーションプログラムにおいて非常に重要である。時間変化する目標軌道に対しても、PSTAが高精度かつ安定した制御を提供できることを確認するための研究が必要である。

これらの方向性を追求することで、提案された PSTA の実用性と有効性がさらに向上し、広範な応用が考えられる。MP 関節のみならず、様々な関節や筋群の制御においても、高精度でロバストな制御を実現することが期待される。これにより、リハビリテーションの分野だけでなく、他の生体医工学的応用にも大きな貢献が期待される。

Bibliography

- [1] Masayoshi Ichie and Yasunobu Handa. Restoration of motor function with neural prosthesis in bioengineering methods. *Journal of the Japanese Prosthodontic Society*, Vol. 39, pp. 965–970, 1995.
- [2] W. W. Glenn, et al. Central hypoventilation; long-term ventilatory assistance by radiofrequency electrophrenic respiration. *Annals of surgery*, Vol. 172, No. 4, p. 755, 1970.
- [3] J. You, R. W. Landymore, and J. Fris. Effect of cardiomyoplasty on systolic and diastolic function. *European Journal of Cardio-thoracic Surgery*, Vol. 9, No. 12, pp. 672–677, 1995.
- [4] Cor GMI Baeten, et al. Anal dynamic graciloplasty in the treatment of intractable fecal incontinence. *New England Journal of Medicine*, Vol. 332, No. 24, pp. 1600–1605, 1995.
- [5] Dejan B. Popovi. Advances in functional electrical stimulation (fes). *Journal of Electromyography and Kinesiology*, Vol. 24, No. 6, pp. 795–802, 2014.
- [6] R. H. Nathan. An fns-based system for generating upper limb function in the c4 quadriplegic. *Medical and Biological Engineering and Computing*, Vol. 27, No. 6, pp. 549–556, 1989.
- [7] M. Ichie, et al. Control of thumb movements: Emg analysis of the thumb and its application to functional electrical stimulation for a paralyzed hand. *Frontiers of Medical and Biological Engineering: The International Journal of the Japan Society of Medical Electronics and Biological Engineering*, Vol. 6, No. 4, pp. 291–307, 1995.
- [8] J. C. Furlan, M. Pakosh, B. C. Craven, and M. R. Popovic. Insights on the potential mechanisms of action of functional electrical stimulation therapy in combination with

- task-specific training: A scoping review. *Neuromodulation : journal of the International Neuromodulation Society*, Vol. 25, No. 8, pp. 1280–1288, 2022.
- [9] P. Lopes, A. Ion, and P. Baudisch. Impacto: Simulating physical impact by combining tactile stimulation with electrical muscle stimulation. In *Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on User Interface Software & Technology*, UIST '15, pp. 11–19, New York, NY, USA, 2015. Association for Computing Machinery.
- [10] A. B. Remsik, Peter L E van Kan, S. Gloe, K. Gjini, L. JR Williams, V. Nair, K. Caldera, J. C. Williams, and V. Prabhakaran. Bci-fes with multimodal feedback for motor recovery poststroke. *Frontiers in human neuroscience*, Vol. 16, p. 725715, 2022.
- [11] K. Honda, Y. Nakashima, C. Hua, and M. Yamamoto. Influence of combined vibration and electrical stimulation on latency of kinesthetic illusion. *Journal of Robotics and Mechatronics*, Vol. 35, No. 3, pp. 823–833, 2023.
- [12] Emi Tamaki, Takashi Miyaki, and Jun Rekimoto. Possessedhand: techniques for controlling human hands using electrical muscles stimuli. In *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems*, pp. 543–552. ACM, 2011.
- [13] Sho Sakaino, Tomoya Kitamura, Naoto Mizukami, and Toshiaki Tsuji. High-precision control for functional electrical stimulation utilizing a high-resolution encoder. *IEEJ Journal of Industry Applications*, Vol. 10, No. 2, pp. 124–133, 2021.
- [14] N. Sharma, N. A. Kirsch, N. A. Alibeji, and W. E. Dixon. A non-linear control method to compensate for muscle fatigue during neuromuscular electrical stimulation. *Frontiers in Robotics and AI*, Vol. 4, , 2017.
- [15] X. Bao, Z. Sheng, B. E. Dicianno, and N. Sharma. A tube-based model predictive control method to regulate a knee joint with functional electrical stimulation and electric motor assist. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 29, No. 5, pp. 2180–2191, 2021.
- [16] A. Ajoudani and A. Erfanian. A neuro-sliding-mode control with adaptive modeling of uncertainty for control of movement in paralyzed limbs using functional electrical stim-

- ulation. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 56, No. 7, pp. 1771–1780, 2009.
- [17] P. Paz, T. R. Oliveira, A. V. Pino, and A. P. Fontana. Model-free neuromuscular electrical stimulation by stochastic extremum seeking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 28, No. 1, pp. 238–253, 2020.
- [18] N. Sharma, K. Stegath, C. M. Gregory, and W. E. Dixon. Nonlinear neuromuscular electrical stimulation tracking control of a human limb. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 576–584, 2009.
- [19] H.-R. Kobravi and A. Erfanian. Decentralized adaptive robust control based on sliding mode and nonlinear compensator for the control of ankle movement using functional electrical stimulation of agonist-antagonist muscles. *Journal of neural engineering*, Vol. 6, No. 4, p. 046007, 2009.
- [20] V. Nekoukar and A. Erfanian. A decentralized modular control framework for robust control of fes-activated walker-assisted paraplegic walking using terminal sliding mode and fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 59, No. 10, pp. 2818–2827, 2012.
- [21] T. R. Oliveira, L. R. Costa, J. M. Y. Catunda, A. V. Pino, W. Barbosa, and M. N. de Souza. Time-scaling based sliding mode control for neuromuscular electrical stimulation under uncertain relative degrees. *Medical Engineering & Physics*, Vol. 44, pp. 53–62, 2017.
- [22] B. Brogliato, A. Polyakov, and D. Efimov. The implicit discretization of the supertwisting sliding-mode control algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 65, No. 8, pp. 3707–3713, 2020.
- [23] A. Hanan, A. Levant, and A. Jbara. Low-chattering discretization of homogeneous differentiators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 67, No. 6, pp. 2946–2956, 2022.
- [24] A. Hanan, A. Jbara, and A. Levant. Homogeneous low-chattering sliding mode discretization. In *2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4276–4281, 2022.

- [25] R. Kikuuwe, S. Yasukouchi, H. Fujimoto, and M. Yamamoto. Proxy-based sliding mode control: a safer extension of pid position control. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 26, No. 4, pp. 670–683, 2010.
- [26] R. Kikuuwe. Sliding motion accuracy of proxy-based sliding mode control subjected to measurement noise and disturbance. *European Journal of Control*, Vol. 58, pp. 114–122, 2021.
- [27] 半田廉延. 上肢の機能解剖学と fes. *バイオメカニズム学会誌*, Vol. 17.1, pp. 8–14, 1993.
- [28] V. Acary, B. Brogliato, and Yury V. Orlov. Chattering-free digital sliding-mode control with state observer and disturbance rejection. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 57, No. 5, pp. 1087–1101, 2012.
- [29] Vincent Acary and Bernard Brogliato. Implicit Euler numerical scheme and chattering-free implementation of sliding mode systems. *Systems & Control Letters*, Vol. 59, No. 5, pp. 284 – 293, 2010.
- [30] Bernard Brogliato, Andrey Polyakov, and Denis Efimov. The implicit discretization of the supertwisting sliding-mode control algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 65, No. 8, pp. 3707–3713, 2020.
- [31] Shanhai Jin, Ryo Kikuuwe, and Motoji Yamamoto. Improving velocity feedback for position control by using a discrete-time sliding mode filtering with adaptive windowing. *Advanced Robotics*, Vol. 28, No. 14, pp. 943–953, 2014.
- [32] D.F.B. Haeufle, M. Günther, A. Bayer, and S. Schmitt. Hill-type muscle model with serial damping and eccentric force – velocity relation. *Journal of Biomechanics*, Vol. 47, No. 6, pp. 1531–1536, 2014.
- [33] M. Ferrarin and A. Pedotti. The relationship between electrical stimulus and joint torque: a dynamic model. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, Vol. 8, No. 3, pp. 342–352, 2000.
- [34] Avi Hanan, Adam Jbara, and Arie Levant. Homogeneous low-chattering sliding mode discretization. In *2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4276–4281, 2022.

- [35] Arie Levant. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, Vol. 76, No. 9-10, pp. 924–941, 2003.
- [36] Xiaogang Xiong, Guangzeng Chen, Yunjiang Lou, Ruining Huang, and Shyam Kamal. Discrete-time implementation of super-twisting control with semi-implicit euler method. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 69, No. 1, pp. 99–103, 2022.
- [37] B. Brogliato, A. Polyakov, and D. Efimov. The implicit discretization of the super-twisting sliding-mode control algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pp. 1–1, 2019.
- [38] L. Liu, W. X. Zheng, and S. Ding. An adaptive sosm controller design by using a sliding-mode-based filter and its application to buck converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, Vol. 67, No. 7, pp. 2409–2418, 2020.
- [39] Richard Seeber and Markus Reichhartinger. Conditioned super-twisting algorithm for systems with saturated control action. *Automatica*, Vol. 116, p. 108921, 2020.
- [40] Jaime A. Moreno and Marisol Osorio. Strict Lyapunov function for the super-twisting algorithm. *IEEE Transactions On Automatic Control*, Vol. 57, No. 4, pp. 1035–1040, 2012.
- [41] Xiaogang Xiong, Yang Bai, Ran Shi, Shyam Kamal, Yujie Wang, and Yunjiang Lou. Discrete-time twisting algorithm implementation with implicit-euler zoh discretization method. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, Vol. 69, No. 8, pp. 3435–3439, 2022.
- [42] Stefan Koch and Markus Reichhartinger. Discrete-time equivalents of the super-twisting algorithm. *Automatica*, Vol. 107, pp. 190–199, 2019.
- [43] Xiaogang Xiong, Zhenyu Zou, Yunjiang Lou, Xiansheng Yang, Xu Zhu, and Fuchun Zheng. Semi-implicit euler realization of time-delayed super-twisting algorithm with modified smith predictor. In *2023 IEEE 19th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, pp. 1–6, 2023.

謝辞

本研究を遂行するに当たり、多大なるご支援とご鞭撻をいただいた、九州大学工学研究院の山本元司教授に深く感謝いたします。また、本論文の副査をご担当いただきました、九州大学システム情報科学研究院の倉爪亮教授、九州大学工学研究院の田原健二教授からのご指導、ご支援に、深く感謝いたします。

本研究へ多くのアドバイスを下さった、九州大学工学研究院の中島康貴准教授と Harbin Institute of Technology Shenzhen 大学の XiaoGang Xiong 准教授と東京大学の本田功輝助教と九州大学工学研究院の金田礼人助教に深く感謝いたします。また、本研究を遂行するために諸手続きなどで大変お世話になりました濱崎夏子様にも深く感謝いたします。

研究に行き詰まったときさまざまな支援をしてくださった、九州大学工学研究院制御工学研究室の学生諸君に深く感謝いたします。

最後に、大変な困難の中私を研究の道に進ませてくれた私の両親、陳紅武と曹鳳英に、深く感謝いたします。

2024年6月

陳 樺