

外ダイアフラム付き角形鋼管中柱：梁接合部の耐力算定式に関する研究

崔，越

Graduate School of Human-Environment Studies, Kyushu University : Doctoral Program

松尾，真太郎

Faculty of Human-Environment Studies, Kyushu University

<https://doi.org/10.15017/7217536>

出版情報：都市・建築学研究. 46, pp.25-37, 2024-07-15. Faculty of Human-Environment Studies, Kyushu University

バージョン：

権利関係：



外ダイアフラム付き角形鋼管中柱－梁接合部の耐力算定式に関する研究 Study on Evaluation on Strength of Beam to RHS Interior Column Connection with Exterior Diaphragm

崔 越*, 松尾真太郎**
Yue CUI and Shintaro MATSUO

By utilizing FEM analysis, based on monotonic tensile experiments and previous data, this study analyzed on the behavior of beam-to-rectangular hollow section (RHS) column connections with exterior diaphragms. This article reevaluates the plastic and yield strength of this kind of connections with a new formular, of which the aim is to enhance accuracy in strength prediction and address recent discoveries in connections' mechanical behavior, which, suggesting that the plastic region might not extend to the beam-end. Comparing Matsuo's traditional method to the new approach reveals, the latter showed a superior accuracy and safety, giving lower estimates on yield strength and plastic strength, according to a static analysis.

Keywords : exterior diaphragm, beam-to-column connection, yield strength, full plastic strength, finite element method

外ダイアフラム, 柱梁接合部, 降伏耐力, 全塑性耐力, 有限要素法

1. はじめに

1995年に発生した兵庫県南部地震では, 柱梁接合部の近傍における完全溶込み溶接部の脆性破断や通しダイアフラムと柱間の破断などが見られたが¹⁾, 外ダイアフラム形式接合部はこれらの防止策の一つとして有効と考えられている. 鋼構造接合部設計指針では, 外ダイアフラム形式接合部の短期許容耐力に相当する設計式が提示されているが, 寸法に対する制限がある²⁾. その式は文献3)による提案式であり, 水平ハンチ角 θ が 30° より大きい範囲や, 外ダイアフラムせい h_d と柱幅 D_c の比が0.2より大きい範囲において適用できない. なお, 直交梁が取り付けることによる影響も考慮できない. 松尾らは, 水平ハンチ角が 45° まで使えるように, 新しい全塑性耐力と降伏耐力算定式を提案し, 設計用近似式も提案した⁴⁾.

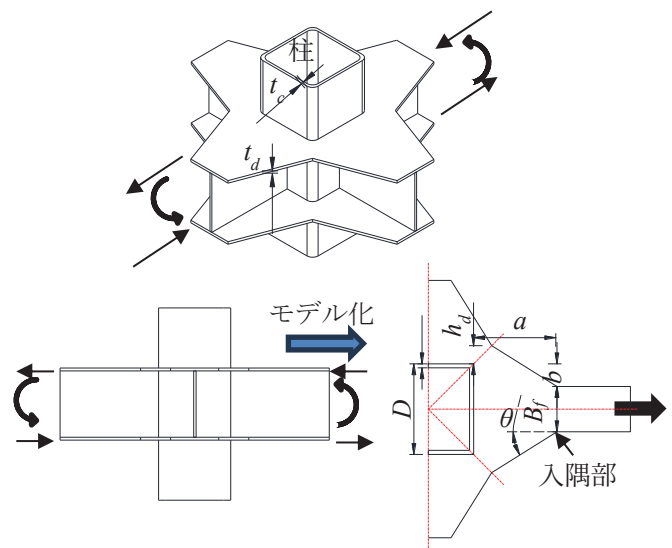
ただし, 文献4),8)による降伏耐力・全塑性耐力の計算値は, 外ダイアフラム出寸法 a が大きい領域では過大評価になる場合が多い. その理由として次の2点が挙げられる.

(1) 接合部の全塑性耐力式の誘導の際に仮定する塑性

化領域の精度が悪くなること.

- (2) 上界定理に基づいて得られる応力計算値を降伏耐力の評価に利用しているため, 必ずしも降伏時の応力とは一致していないこと.

松尾らは, 文献4)を公表する以前にも, 静的な許容応力場を用いる降伏耐力の算定法⁵⁾について検討しているが,



骨組接合部 単純引張試験体

図1 接合部力学モデル

* 空間システム専攻博士後期課程

** 都市・建築学部門

その後の展開は見られず、ここで提案した方法が成功したとは言いがたい。

本研究では、上記課題を改善するための新たな接合部耐力評価法について検討するものであり、一方向荷重される中柱接合部を対象として、全塑性耐力と降伏耐力の算定式を誘導し、接合部耐力評価の汎用性と計算精度を向上させることを目的とする。

2. 接合部の単純引張解析

2.1 解析概要

接合部の降伏・塑性化挙動を調べるために、単純引張解析を実施した。汎用有限要素法解析ソフトウェア Marc Mentat で解析を行った。試験体は対称性があるため、単純引張実験の 1/4 試験体を用いた (図 2)。梁心断面と梁フランジ厚方向中央断面は対称な境界条件を用いる。地震荷重を受けていると想定し、文献 8) の知見により柱側面の中心で逆対称な境界条件を設ける。なお、上述の柱側面中央断面と梁フランジ荷重点には、剛リンク要素を用いている。荷重点で強制変位を与え、その節点の反力を荷重と見なし、これは接合部の梁フランジ部分が負担する引張力の 1/4 に相当する。試験体の境界条件と構造形式の一例は図 2 に示す通りである。柱材は BCR 295 で、梁材は SN400B である。溶接部は、SN400 以上の強さを

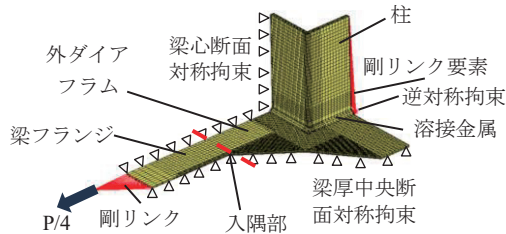


図 2 単純引張解析モデルと境界条件

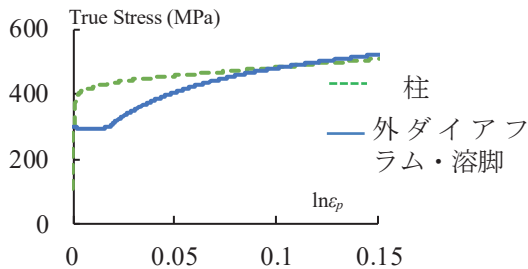


図 3 解析用素材特性

表 1 解析試験体材料特性

部材	鋼種	降伏耐力 mm	ヤング係数 N/mm ²	ポアソン比 mm
鋼管	BCR295	357	2.10×10 ⁵	
ダイアフラム	SN400B	298	2.07×10 ⁵	0.3

確保する。素材特性には文献 5) で実施した単純引張実験のデータを適用することとし、図 3 に鋼材の真応力 (True Stress) - 相当塑性歪 (lnε_p) 関係を示し、鋼材の特性は表 1 に示す通りである。梁部分を降伏させないように弾性体を適用した。従来の田中³⁾、松尾⁴⁾による提案式は、鋼管壁とダイアフラムの 2 要素から求められる耐力により構成されており、鋼管板厚 t_c (あるいは幅厚比 D/t) および外ダイアフラム板厚 t_d が接合部耐力に与える影響は概ねわかっている^{2),3),4),7)}。本研究では外ダイアフラムの出寸法 a 、外ダイアフラムせい h_d と柱側壁-梁縁間距離 b の組合せによる影響に着目する。なお、今回の解析では梁フランジ幅 B_f と外ダイアフラム端部幅 B_d を一致させており、水平ハンチ角 θ は b 、 a と h_d によって決まることになる。また柱幅 D_c には 300mm と 500mm を採用する。いずれの試験体についても外ダイアフラムの厚

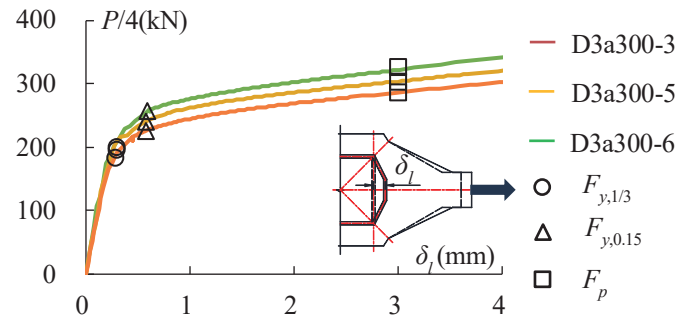
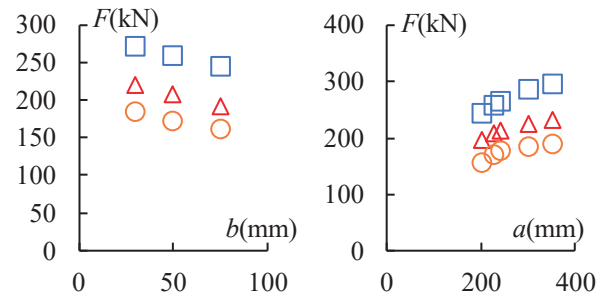
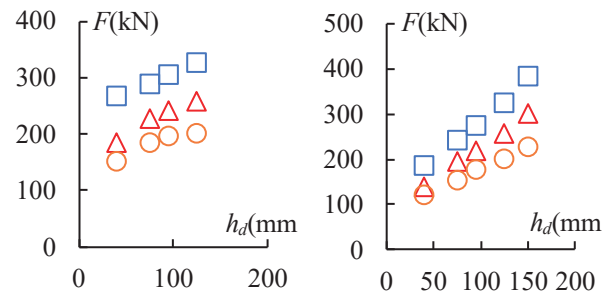


図 4 荷重-局所変形関係 ($b=50\text{mm}$)



a) $h_d=75\text{mm}$, $a=225\text{mm}$

b) $h_d=75\text{mm}$, $b=50\text{mm}$



c) $a=300\text{mm}$, $b=50\text{mm}$

d) $\theta=45^\circ$, $b=50\text{mm}$

○ $F_{y,1/3}$ △ $F_{y,0.15}$ □ F_p

図 5 各耐力-諸寸法の関係

表2 解析試験体一覧 (1/4 試験体耐力)

Item	鋼管柱			外ダイアフラム				降伏耐力		全塑性耐力
	幅	板厚	板厚	せい	出寸法	端部幅	水平ハンチ角	$F_{y,1/3}$	$F_{y,0.15}$	F_p
	D_c	t_c	h_d	a	b_d	b	θ			
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	deg	kN	kN	kN
D3a130	300	12	40	130	200	50	45	127	149	199
D3a155-1	300	12	40	155	150	75	45	130	149	192
D3a200-1	300	12	40	200	200	50	29	152	179	232
D3a200-2	300	12	40	200	150	75	36	145	169	215
D3a200-3	300	12	75	200	200	50	45	175	206	259
D3a225-1	300	12	40	225	240	30	21	162	193	254
D3a225-2	300	12	40	225	200	50	26	159	185	241
D3a225-3	300	12	75	225	240	30	35	201	230	285
D3a225-4	300	12	75	225	200	50	40	182	218	272
D3a225-5	300	12	75	225	150	75	45	160	205	259
D3a240-1	300	12	40	240	200	50	24	161	190	246
D3a240-2	300	12	75	240	200	50	37	192	222	279
D3a240-3c	300	12	75	240	150	75	42	185	210	265
D3a240-4	300	12	95	240	200	50	45	196	231	294
D3a300-1	300	12	75	300	240	50	25	216	248	311
D3a300-2	300	12	40	300	200	30	19	159	195	258
D3a300-3	300	12	75	300	200	50	29	205	237	301
D3a300-4c	300	12	75	300	150	75	34	202	229	290
D3a300-5c	300	12	95	300	200	50	35	232	260	334
D3a300-6c	300	12	125	300	200	50	45	237	269	344
D3a350-1	300	12	75	350	200	50	24	204	243	312
D3a350-2c	300	12	95	350	200	50	30	206	262	334
D3a350-3c	300	12	125	350	200	50	38	243	283	364
D3a350-4c	300	12	150	350	200	50	45	254	292	372
D5a250-1	500	12	75	250	300	100	45	185	213	405
D5a250-2	500	19	75	250	300	100	45	216	255	505
D5a300-1	500	12	75	300	300	100	38	206	230	341
D5a350-1	500	12	75	350	300	100	32	216	244	356
D5a350-2	500	12	95	350	300	100	37	224	260	370
D5a350-3	500	12	125	350	300	100	45	227	280	494
D5a350-4	500	19	125	350	300	100	45	227	280	387

さ t_d は 12mm とした。柱とダイアフラムは直接繋がって
おらず、溶接部を介して両面隅肉溶接により接合されて
いる。接触面では圧縮力と摩擦力が伝達できる。溶脚の
脚長 s は t_c と同一とした。中柱を対象としているため、
柱中心から 45° 方向の線を対称軸にして直交梁側の外
ダイアフラム要素も作成した。なお、柱に用いた冷間ロ
ール成形角形鋼管(BCR)は、角部が円弧状であり、直角の
場合と比べて耐力が高いと考えられ、今回の解析では安

全側の評価を得られるように直角のモデルとしている。

2.2 解析結果

解析結果一覧を表2に示す。降伏耐力の値は、文献2)
等による2種類の定義を採用した。 $F_{y,1/3}$ は荷重-局部変
形関係の接線剛性が初期剛性の1/3になる時の荷重、
 $F_{y,0.15}$ は、文献2)で提案されている0.15%オフセット耐力
²⁾である。 F_p は、1%の柱幅当たり局部変形が生じる時の
耐力⁷⁾であり、ここでは全塑性耐力と見なす。図4では、

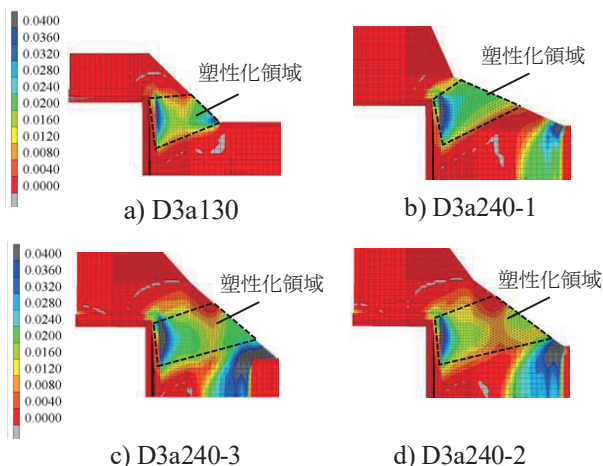


図 6 全塑性耐力時の相当塑性歪分布

$b=50\text{mm}$ の試験体 3 体の荷重 (1/4P) – 局部変形関係を示し、降伏耐力と全塑性耐力の結果も示した。図 5 に各耐力の解析結果と接合部諸寸法との関係を示す。図 5 より、耐力の変化は、 b と負の相関、それ以外のパラメータと正の相関を示しており、既往の知見と合致することが分かる⁴⁾。

2.3 接合部の降伏・塑性化挙動

図 6 に接合部が全塑性耐力に達した時の相当塑性歪分布を示す。図 6 より、すべての試験体の塑性化は柱角部を含む柱フェイスから水平ハンチ縁までの領域（黒い破線）に発生することが確認でき、松尾らが提案した文献 4) の耐力算定式（以下、松尾式）で採用される塑性化領域の傾向が認められるが、一方で外ダイアフラムの塑性化領域は必ずしも梁端部まで進展するとは言えない。図 6 には水平ハンチ角度が 45° かつ出寸法の異なる 2 体の試験体、および水平ハンチ角度が 45° 以下の試験体 2 体を示している。図 6a) と b) の試験体では、外ダイアフラムせい $h_d=40\text{mm}$ であり、降伏領域の性状が変わることが確認できる。図 6b), c) と d) の試験体は出寸法が同じであるが、 h_d と b の変化により降伏領域が変わることが確認できる。以上の 4 体により概ね本接合部の塑性化挙動を代表できることを確認している。

接合部の初期降伏時の一例として図 7 に各諸量の分布図を示す。a) 図の X 方向変位と b) 図の相当応力により、変形と応力は主に赤い破線で示す領域に集中すると考える。図 7b) と図 7c) を比較すると、柱フェイスの降伏領域幅 (Mises 応力が周囲よりかなり高い部分の幅) は降伏耐力と全塑性耐力時ではほぼ変わっていないことがわかるので、降伏領域は、3.1 節で後述する全塑性耐力の計算結果による x , a' , φ の結果を用いて構築される全塑性耐力の評価式で考える領域と同様な領域と考えられる。したがって、降伏耐力を計算する際には、全塑性耐力の評価式で仮定する塑性化領域における降伏の有無を判別する方法が有効であると考えられる。

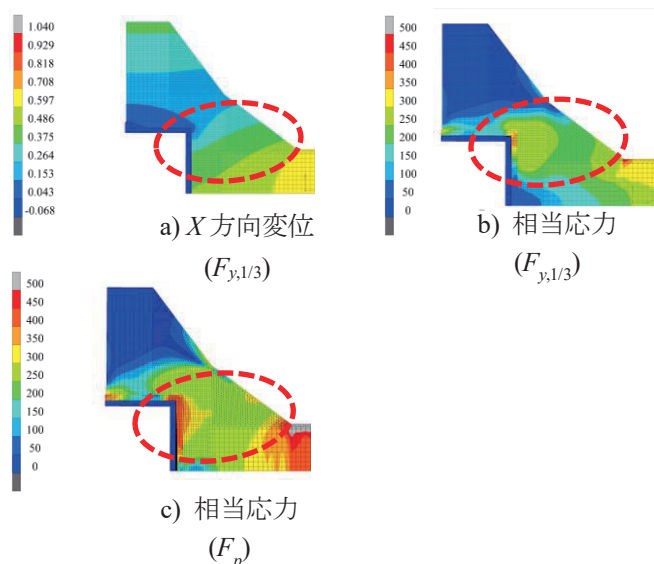


図 7 降伏と全塑性時の各種分布図(D3a240-1)

3. 耐力の計算式の導出

3.1 全塑性耐力算定式に対する改良

既往研究による知見を踏まえ、柱梁接合部の挙動は、梁フランジに引張力を加えたときの接合部の挙動に基づき検討する (図 1)。松尾式⁴⁾では、まず柱フェイスとダイアフラムの各塑性化領域のメカニズムを図 8a), b) と仮定し、最小仕事を満足する時の塑性化領域パラメータ x および κ を求めて耐力を得る。本論では、文献 4) の考え方に改良を加えるため、図 8c) に示すように、塑性化領域の前端の位置 (節点 2 に対応) を固定せずに水平ハンチ縁上の任意点を表す変数 a' を導入する。青色の部分は鋼管壁の降伏場であり、青実線は降伏線である。鋼管壁の降伏場は、Mansfield の理論により得られ、文献 4) の式を準用し、鋼管壁の面外変形による内力仕事 W_c は次式となる。

$$W_c = \sigma_y t_c^2 \delta \left(\frac{D_c - t_c - 2x}{\kappa x} + \frac{t_d + 2s}{x} + \frac{4 \ln^2 \kappa}{\pi} + \pi \right) \quad (1)$$

上式に含まれる寸法は図 8a) に記すとおりである。 σ_y は鋼管の降伏応力、 δ は仮想変位である。

文献 4) の外ダイアフラムの塑性化領域は、図 8b) に示されている。このモデルでは、塑性化領域は節点 1~4 によって構成され、外ダイアフラムと梁フランジから成る入隅部まで形成される仮定を設けていた。各領域において節点の変位は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u_1 &= u_2 = \delta \\ u_3 &= u_4 = 0 \\ v_1 &= v_2 = v_3 = v_4 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここでは、 u は X 軸 (梁軸) 方向の変位で、 v は Y 軸 (梁軸垂直方向) である。文献 4) で掲載された算定式により、片側の領域 I, II を合わせて仕事は次式となる。

$$W_{M,d} = \sigma_{dy} t_d \delta \sqrt{\frac{1}{3} \left(\sqrt{\left(x + \frac{t_c}{2} - b \right)^2 + \frac{a^2}{4}} + \frac{(1 + \tan \theta) h_d \sqrt{1 + \frac{\tan^2 \varphi}{4}}}{1 + \tan \varphi \tan \theta} \right)} \quad (3)$$

ここで、 σ_{dy} は外ダイアフラムの降伏応力、 δ は仮想変位、 t_d は外ダイアフラムの板厚である。本論では、前述したように2.3節の知見を踏まえ、外ダイアフラムの塑性化領域を図8c)のように仮定し、次の節点座標を用いる。

$$\begin{cases} [X_1, Y_1] = \left[0, -x - \frac{t_c}{2} \right] \\ [X_2, Y_2] = \left[a', h_d - (a' - h_d) \tan \theta \right] \\ [X_3, Y_3] = [0, 0] \\ [X_4, Y_4] = \left[\frac{h_d (1 + \tan \theta)}{\cot \varphi + \tan \theta}, \frac{h_d (1 + \tan \theta)}{1 + \tan \theta \tan \varphi} \right] \end{cases} \quad (4)$$

ここで a' は、節点2の X 座標である。なお、節点変位は、

$$\begin{aligned} u_1 = u_2 = \delta, u_3 = u_4 = 0 \\ v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

領域Iにおいて、変位関数を次式のように仮定する。

$$\begin{bmatrix} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \\ u_3 & v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_4 \\ a_2 & a_5 \\ a_3 & a_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

領域内の歪と変位の関係より次式で x, y 方向の歪 ${}_m \varepsilon_x, {}_m \varepsilon_y$ とせん断歪 ${}_m \tau_{xy}$ 得られる。 m は領域番号である(m はIまたはII)。

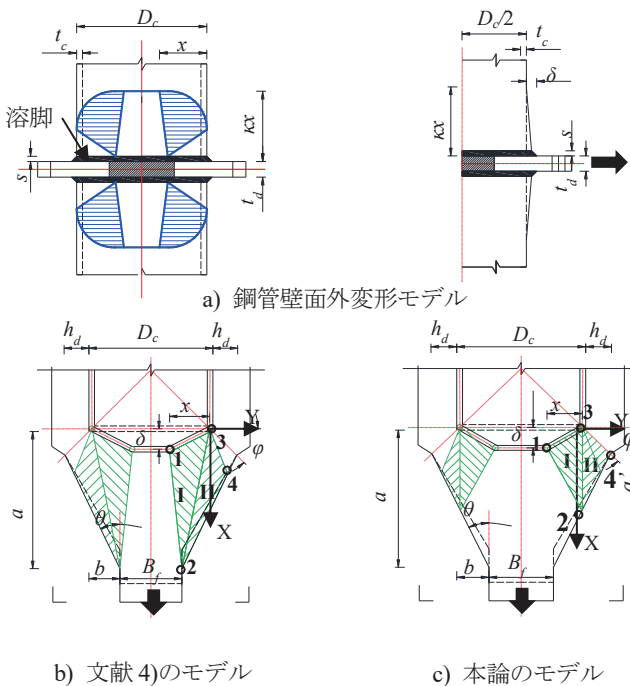


図8 全塑性耐力算定用力学モデル

$$\begin{aligned} {}_m \varepsilon_x &= \frac{\partial {}_m u}{\partial x} = {}_m a_2 = \frac{{}_m \Delta_{21}}{2 {}_m A} \\ {}_m \varepsilon_y &= \frac{\partial {}_m v}{\partial y} = {}_m a_6 = \frac{{}_m \Delta_{23}}{2 {}_m A} = 0 \\ {}_m \gamma_{xy} &= \frac{\partial {}_m v}{\partial x} + \frac{\partial {}_m u}{\partial y} = {}_m a_3 + {}_m a_5 = \frac{{}_m \Delta_{13}}{2 {}_m A} \end{aligned} \quad (7)$$

${}_m \Delta_{ij}$ は式(6)の変位関数の行列式の余因子で、 ${}_m A$ は領域 m の面積である。仕事の計算は、von - Misesの降伏則と塑性流れ則の条件より次式が得られる。

$$\Phi = {}_m \sigma_x^2 - {}_m \sigma_x \cdot {}_m \sigma_y + {}_m \sigma_y^2 + 3 {}_m \tau_{xy}^2 - \sigma_{dy}^2 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} {}_m \varepsilon_x \\ {}_m \varepsilon_y \\ {}_m \gamma_{xy} \end{bmatrix} = {}_m \lambda \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_m \sigma_x \\ {}_m \sigma_y \\ {}_m \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 ${}_m \sigma_x, {}_m \sigma_y$ は図8c)による領域 m における X 方向と Y 方向の垂直応力、 ${}_m \tau_{xy}$ は XY 面内のせん断応力、 ${}_m \lambda$ は非負の比例係数である。したがって、 ${}_m \lambda$ は次式で求められる。

$$\frac{1}{\lambda_m^2} = \frac{12 \sigma_{dy}^2}{4 {}_m \varepsilon_x^2 + {}_m \gamma_{xy}^2} \quad (10)$$

領域Iの仕事は次式となる。

$$\begin{aligned} {}_I W_d &= ({}_I \sigma_x {}_I \varepsilon_x + {}_I \sigma_y {}_I \varepsilon_y + {}_I \tau_{xy} {}_I \gamma_{xy}) {}_I A t_d \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_{dy} t_d \delta \sqrt{\left(\tan \theta (h_d - a') + h_d + x + \frac{t_c}{2} \right)^2 + \frac{a'^2}{4}} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 ${}_I A$ は領域Iの面積である。

領域IIでは、節点2、3と節点4により構成され、変位関数を次式のように仮定する。

$$\begin{bmatrix} u_3 & v_3 \\ u_2 & v_2 \\ u_4 & v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_3 & y_3 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_4 & y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 & a_4 \\ a_2 & a_5 \\ a_3 & a_6 \end{bmatrix} \quad (12)$$

仕事は、式(7)~(10)より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} {}_{II} W_d &= ({}_{II} \sigma_x {}_{II} \varepsilon_x + {}_{II} \sigma_y {}_{II} \varepsilon_y + {}_{II} \tau_{xy} {}_{II} \gamma_{xy}) {}_{II} A t_d \\ &= \frac{{}_{II} A t_d}{6 {}_{II} \lambda} (4 {}_{II} \varepsilon_x^2 + {}_{II} \gamma_{xy}^2) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_{dy} t_d \delta h_d \frac{(1 + \tan \theta)}{(1 + \tan \varphi \tan \theta)} \sqrt{1 + \frac{\tan^2 \varphi}{4}} \end{aligned} \quad (13)$$

式(1), (11), (13)より全領域の仕事は、

$$W_{total} = 2({}_I W_d + {}_{II} W_d) + W_c \quad (14)$$

仮想仕事式より、以下の全塑性耐力算定式を得る。

$$\begin{aligned}
P &= \frac{W_{total}}{\delta} \\
&= \sigma_{cy} t_c^2 \delta \left(\frac{D_c - t_c - 2x}{\kappa x} + \frac{t_d + 2s}{x} + \frac{4 \ln^2 \kappa}{\pi} + \pi \right) + \\
&\quad \frac{\sigma_{dy} t_d h_d}{\sqrt{3}} \sqrt{\left\{ \tan \theta (h_d - a') + h_d + x + \frac{t_c}{2} \right\}^2 + \frac{a'^2}{4}} + \\
&\quad \frac{\sigma_{dy} t_d h_d (1 + \tan \theta) \sqrt{1 + \frac{\tan^2 \varphi}{4}}}{\sqrt{3} (1 + \tan \varphi \tan \theta)} \quad (15)
\end{aligned}$$

なお、ここでの未知変数 a', x, φ, κ は、最小仕事原理より、次式を満足する解として得られる。

$$\frac{\partial W_{total}}{x} = 0, \frac{\partial W_{total}}{\varphi} = 0, \frac{\partial W_{total}}{\kappa} = 0, \frac{\partial W_{total}}{a'} = 0 \quad (16)$$

3.2 全塑性耐力評価式の近似式

上記の全塑性耐力の計算において、2 個以上のパラメータの解を算出しなければならず、通常、数値解析を要する。実用性から考えると、近似式の導出の必要性が考えられる。そこで、以下では x の解に関して近似式を導出する。

領域 II は文献 4) 式と同じであり、 φ の値は直接的に解が得られ、次式で与えられる。

$$\varphi = \arctan(4 \tan \theta) \quad (17)$$

最小仕事原理により、仕事は変数 x, κ および a' に対する偏微分が 0 になる時の値を採用する。これらの変数の近似解を導くにあたって、次の近似式を適用する。なお、式(19)以降の誘導の詳細に関しては、付録 A で説明している。

$$\frac{x + t_c/2}{D_c} \cong \frac{x}{D_c} \quad (18)$$

したがって、

$$\begin{aligned}
a' &= \frac{4 \tan \theta (1 + \tan \theta) h_d}{4 \tan^2 \theta + 1} \\
&+ \frac{4 \tan \theta t_c}{4 \tan^2 \theta + 1} \left\{ \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{dy}} \right) \frac{1}{\kappa_{ap} t_d}} \right\} \quad (19)
\end{aligned}$$

$$x_{ap} = t_c \sqrt{\frac{\sigma_{cy} \sqrt{3(1 + 4 \tan^2 \theta)}}{2 \sigma_{dy} t_d} \left(t_d + 2s + \frac{D_c - t_c}{\kappa} \right)} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
\kappa_{ap} &= \frac{-\zeta_2 + \sqrt{\zeta_2^2 - 4\zeta_1\zeta_3}}{2\zeta_1} \\
&\approx 0.4263 + \frac{1}{2} \sqrt{C_0 - 21.9666} \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} \zeta_1 = (\pi^2 - 4\pi + 16) \\ \zeta_2 = (-3\pi^2 + 16\pi - 32) \\ \zeta_3 = 3\pi^2 - 12\pi + 16 - C_0 \end{cases} \quad (22)$$

$$C_0 = \frac{\pi^2 \left(\xi_D + \frac{1}{\xi_D} - 2 \right) \xi_\sigma \xi_t}{2\sqrt{3(1 + 4 \tan^2 \theta)}} \quad (23)$$

ここでは、

$$\xi_D = \frac{D_c}{t_c}, \xi_\sigma = \frac{\sigma_{dy}}{\sigma_{cy}}, \xi_t = \frac{t_d}{t_c} \quad (24)$$

全塑性耐力の近似式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
P_{ap} &= \sigma_{cy} t_c^2 \left(\frac{D_c - t_c - 2x_{ap}}{\kappa x_{ap}} + \frac{t_d + 2s}{x_{ap}} + \frac{4 \ln^2 \kappa_{ap}}{\pi} + \pi \right) \\
&+ \frac{\sigma_{dy} t_d h_d}{\sqrt{3}} \sqrt{\left\{ \tan \theta (h_d - a'_{ap}) + h_d + x_{ap} + \frac{t_c}{2} \right\}^2 + \frac{a'_{ap}^2}{4}} \\
&+ \frac{\sigma_{dy} t_d h_d (1 + \tan \theta)}{\left(\sqrt{3} (1 + 4 \tan^2 \theta) \right)} \quad (25)
\end{aligned}$$

3.3 降伏耐力算定式の誘導

本節では前節により得た全塑性耐力の結果を踏まえ、 x と a' を用いて平面応力問題として 2 つの要素に分割して有限要素法の考え方を導入する。2.3 節により、外ダイアフラムの降伏領域は全塑性耐力算定式により得た領域を用いて仮定する。鋼管壁には、文献 7) で提示されてい

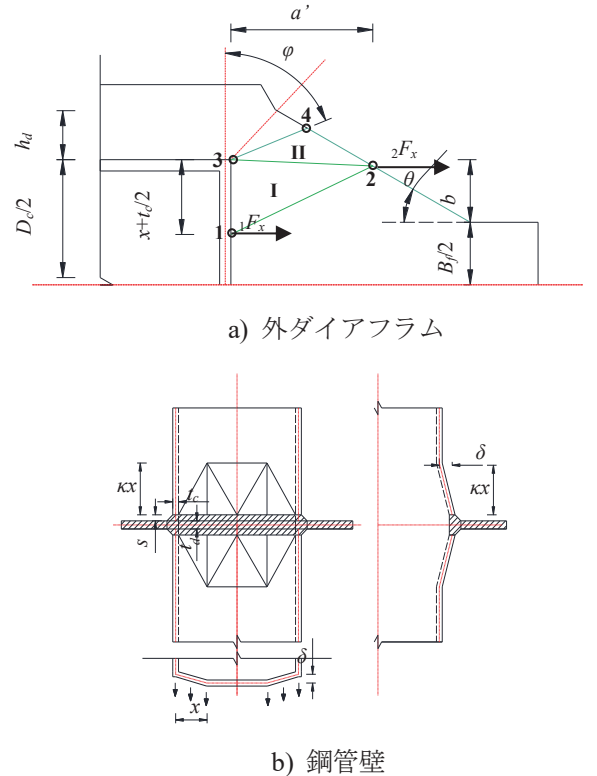


図9 降伏耐力の計算モデル

る力学モデルを導入する，図 9 には，接合部の降伏耐力を算定するための外ダイアフラムと鋼管壁の力学モデルを示している．ここでは，以下のように仮定する．

- 1) 降伏領域は，全塑性耐力算定式による a' まで伸び，柱前面の応力は，外ダイアフラム中心付近 ($D_c - 2x - t_c$) の領域において伝達せず，降伏領域 ($2x + t_c$) においてのみ伝達する．
- 2) 節点 1 と節点 2 では梁軸方向に同一の変位が発生する．
- 3) 領域 I と II のどちらかが降伏するものと見なす．各節点の座標は：

$$\begin{cases} [X_1, Y_1] = \left[0, -x - \frac{t_c}{2} \right] \\ [X_2, Y_2] = \left[a', h_d - (a' - h_d) \tan \theta \right] \\ [X_3, Y_3] = [0, 0] \\ [X_4, Y_4] = \left[\frac{h_d (1 + \tan \theta)}{\cot \varphi + \tan \theta}, \frac{h_d (1 + \tan \theta)}{1 + \tan \theta \tan \varphi} \right] \end{cases} \quad (26)$$

柱フェイスの面外変形 δ とそれにより生じる反力の関係は，外部仕事と内部仕事の釣り合い関係によって求められる．内部仕事の計算式は文献 8) に提案されており，図 9 のモデルに基づいて次式で求められる．ここでは，仮定 1) により，応力は x の領域で伝達される．

$$\begin{cases} W_m = \frac{Et_c^3}{3(1-\nu^2)} x \left(\frac{D_c - t_c}{\kappa^3 x^2} + \frac{\kappa}{x} + \frac{2}{\kappa x} + \frac{2\kappa}{D_c - t_c} \right) \delta^2 \\ W_{ex} = \frac{1}{2} P_c \delta \end{cases} \quad (27)$$

上記仕事関係により，柱部分の反力 cF_x は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} cF_x &= 2W_m / \delta \\ &= \frac{2Et_c^3 \delta}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{D_c - t_c}{\kappa^3 x^3} + \frac{\kappa}{x^2} + \frac{2}{\kappa x^2} + \frac{2\kappa}{(D_c - t_c)x} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

ここで， E はヤング係数， ν は鋼材のポアソン比である．外ダイアフラムの内部仕事計算式は，次式で表される．

$$dW_m = t_d \delta \iint_{\Delta} \mathbf{B}_I^T \mathbf{D} \mathbf{B}_I \delta dV + t_d \delta \iint_{\Delta} \mathbf{B}_{II}^T \mathbf{D} \mathbf{B}_{II} \delta dV \quad (29)$$

ここで， $\mathbf{D}$ は平面応力の場合の材料特性マトリクス， $\varepsilon = \mathbf{B}_i \delta$ は各領域の歪である．マトリクス $\mathbf{D}$ と $\mathbf{B}$ は，

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{B}_I = \begin{bmatrix} \frac{-c_1}{a'c_3} & 0 & a'^{-1} & 0 & \frac{c_1 - c_3}{a'c_3} & 0 \\ 0 & -c_3^{-1} & 0 & 0 & 0 & c_3^{-1} \\ -c_3^{-1} & \frac{-c_1}{a'c_3} & 0 & a'^{-1} & c_3^{-1} & \frac{c_1 - c_3}{a'c_3} \end{bmatrix}^T \quad (31)$$

$$\mathbf{B}_{II} = \begin{bmatrix} \frac{-c_1 + c_2}{2\Delta_{II}} & 0 & \frac{c_2}{2\Delta_{II}} & 0 & \frac{c_1}{2\Delta_{II}} & 0 \\ 0 & \frac{\tan \varphi c_2 - a'}{2\Delta_{II}} & 0 & -\frac{\tan \varphi c_2}{2\Delta_{II}} & 0 & \frac{a'}{2\Delta_{II}} \\ \frac{\tan \varphi c_2 - a'}{2\Delta_{II}} & -\frac{c_1 + c_2}{2\Delta_{II}} & -\frac{\tan \varphi c_2}{2\Delta_{II}} & \frac{c_2}{2\Delta_{II}} & \frac{a'}{2\Delta_{II}} & \frac{c_1}{2\Delta_{II}} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= \tan \theta (a' - h_d) - h_d \\ c_2 &= \frac{h_d (1 + \tan \theta)}{1 + \tan \theta \tan \varphi} \\ c_3 &= x + \frac{t_c}{2} \end{aligned} \quad (33)$$

局所変形 δ が生じる場合，外力は節点 1 と 2，および柱に負担させる節点力 ${}_1F_x$, ${}_2F_x$, cF_x の和となる．すなわち，

$$F = {}_1F_x + {}_2F_x + cF_x \quad (34)$$

${}_1F_x$, ${}_2F_x$ は次式で与えられる．

$${}_1F_x = \frac{Et_d \delta}{2(1-\nu^2)} \left\{ \frac{c_1^2}{c_2 a'} + \frac{(1-\nu) a'}{2c_2} \right\} \quad (35)$$

$${}_2F_x = \frac{Et_d \delta}{2(1-\nu^2)} \left\{ \frac{c_3 - c_1}{a'} + c_4 + \frac{\{2 + \tan^2 \varphi (1-\nu)\} c_2}{2\{\tan \varphi c_1 + a'\}} \right\} \quad (36)$$

$$c_4 = \frac{\tan \varphi (1-\nu) - 2 \tan \theta}{2(1 + \tan \theta \tan \varphi)} \quad (37)$$

各領域の応力は，以下のとおりである．

$$\begin{bmatrix} {}_I \sigma_x \\ {}_I \sigma_y \\ {}_I \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{B}_I \cdot \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ u_B \\ v_B \\ u_C \\ v_C \end{bmatrix} = \frac{E \delta}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} \frac{-c_1}{a_1 c_3} + \frac{1}{a_1} \\ \frac{-\nu c_1}{a_1 c_3} + \frac{\nu}{a_1} \\ \frac{1-\nu}{2c_3} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} {}_{II} \sigma_x \\ {}_{II} \sigma_y \\ {}_{II} \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{B}_{II} \cdot \begin{bmatrix} u_C \\ v_C \\ u_B \\ v_B \\ u_D \\ v_D \end{bmatrix} = \frac{E \delta c_2}{2(1-\nu^2) \Delta_{II}} \begin{bmatrix} 1 \\ \nu \\ -\frac{1-\nu}{2} \tan \varphi \end{bmatrix} \quad (39)$$

各領域の相当応力は，

$$\begin{aligned} \sigma_M &= \sqrt{{}_I \sigma_x^2 + {}_I \sigma_y^2 - {}_I \sigma_x \cdot {}_I \sigma_y + 3 {}_I \tau_{xy}^2} \\ &= \frac{E\delta}{1-\nu^2} \sqrt{(1+\nu) \left\{ \nu(c_2 - c_1)^2 + \frac{3(1-\nu)a_1^2}{4} \right\}} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \sigma_M &= \sqrt{{}_{II} \sigma_x^2 + {}_{II} \sigma_y^2 - {}_{II} \sigma_x \cdot {}_{II} \sigma_y + 3 {}_{II} \tau_{xy}^2} \\ &= \frac{E\delta \sqrt{(1-\nu)^2 \left(1 + \frac{3}{4} \tan^2 \varphi \right) + \nu}}{(1-\nu^2)(a' + \tan \varphi c_1)} \end{aligned} \quad (41)$$

降伏耐力は、式(40)と式(41)のいずれかの相当応力が外ダイアフラムの降伏応力に達する時の外力と考え、式(34)により次式で与えられる。

$$F_y = \frac{2({}_1 F_x + {}_2 F_x + {}_c F_x) \sigma_{dy}}{\min({}_I \sigma_M, {}_{II} \sigma_M)} \quad (42)$$

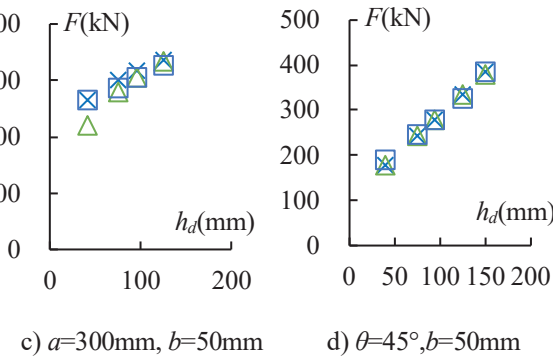
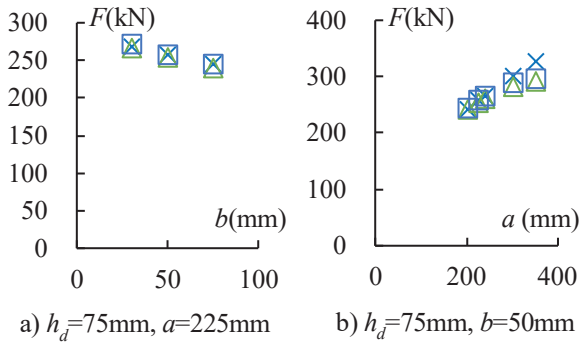
4. 耐力算定式の精度に対する検討

4.1 全塑性耐力の精度

2章の解析結果および文献8)の実験結果と3章で誘導した全塑性耐力算定式(式(15), (25))の精度を確認するために比較分析を行う。文献8)のパラメータと結果では、付表1に示す通りである。文献4)の式による誤差は *Dis.M* と表記し、本論の算定式による誤差は *Dis.New* により表記する。誤差は次の定義により計算した。

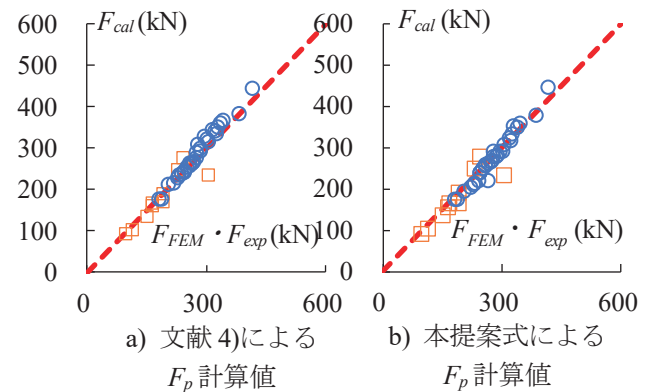
表3 FEM 解析結果に基づく比較分析

Item	$F_{p,M}$	$Dis.M$	$F_{p,New}$	$Dis.New$
	kN	-	kN	-
D3a130	178.6	-16%	178.6	-16%
D3a155-1	179.8	-13%	178.5	-14%
D3a200-1	216.9	-12%	207.8	-16%
D3a200-2	243.3	-11%	243.0	-11%
D3a225-1	240.0	-11%	221.9	-18%
D3a225-2	229.9	-10%	213.8	-16%
D3a225-3	271.0	-10%	268.8	-11%
D3a225-4	258.9	-11%	256.5	-11%
D3a225-5	246.1	-15%	243.0	-16%
D3a240-1	237.5	-9%	216.6	-17%
D3a240-2	267.9	-10%	263.3	-11%
D3a240-3c	255.4	-14%	250.1	-15%
D3a240-4	280.7	-11%	279.9	-11%
D3a300-1	312.5	-5%	292.7	-11%
D3a300-2	267.5	-2%	224.1	-18%
D3a300-3	302.4	-6%	283.5	-12%
D3a300-4c	291.1	-9%	272.1	-15%
D3a300-5c	318.4	-7%	308.7	-10%
D3a300-6c	337.1	-8%	335.2	-9%
D3a350-1	329.4	-2%	293.9	-12%
D3a350-2c	347.6	-3%	324.8	-9%
D3a350-3c	370.1	-6%	360.5	-8%
D3a350-4c	384.5	-4%	381.3	-4%
D5a250-1	266.4	-4%	260.2	-6%
D5a250-2	356.0	-1%	356.0	-1%
D5a300-1	296.4	-3%	279.4	-9%
D5a350-1	325.2	-1%	293.7	-10%
D5a350-2	341.6	-1%	320.5	-7%
D5a350-3	362.3	1%	352.4	-2%
D5a350-4	447.7	0%	447.7	0%



□ F_p 解析値 △ 本提案式 × 文献4)

図10 全塑性耐力と諸寸法の関係($D_c=300\text{mm}$)



a) 文献4)による
 F_p 計算値

b) 本提案式による
 F_p 計算値

□ 文献8)の実験

○ 本論の解析

図11 全塑性耐力計算精度($D_c=300\text{mm}$)

$$Dis.M = \left(\frac{F_{p,M}}{F_{p,FEM}} - 1 \right) \times 100\% \quad (43)$$

$$Dis.New = \left(\frac{F_{p,new}}{F_{p,FEM}} - 1 \right) \times 100\%$$

2章のFEM解析結果による接合部の耐力、およびそれらの全塑性耐力の計算値は、表3に示す通りである。図10に全塑性耐力のFEM解析結果と計算値の比較を示すが、各パラメータが耐力へ与える影響が計算値でも同様に確認できる。 a 、 h_d と b の変化の場合、計算値とFEM解析値の傾向はよく合うことが分かる。文献4)による計算値は出寸法 a が大きいほど本提案式による結果と大きく差が開く傾向が明らかである。 h_d が小さい場合は、本提案

式の結果は安全側にとどまり、 h_d の増大によって計算値はFEM解析値に近くなる傾向が確認できる。

全塑性耐力の計算値とFEM解析値の比較をさらに図11によって示している。文献8)による実験値も含まれている。横軸はFEM解析値・実験値による全塑性耐力であり、縦軸は本提案式による計算値である。図11a)は文献4)、図11b)は本提案式の結果を縦軸に用いている。各算定式の精度を評価するために、次の回帰係数を用いる。

$$F_{p,cal} = \eta_p F_p \quad (44)$$

$\eta_p=1$ の赤い破線に近づくほど精度がより良いと考えられる。本提案式の回帰による期待値は $\eta_p=0.983$ 、95%信頼区間の採択域は $[\eta_p, \eta_{p+}] = [0.961, 1.005]$ である。松尾式の場合の期待値は $\eta_p=1.023$ 、95%信頼区間の採択域は

表4 降伏耐力の計算値と解析値の比較分析

Item	$F_{y,M}$ kN	$Dis_{M,1/3}$ -	$Dis_{M,0.15}$ -	$F_{y,New}$ kN	$Dis_{New,1/3}$	$Dis_{New,0.15}$	$F_{y,ap}$ kN	$Dis_{ap,1/3}$	$Dis_{ap,0.15}$
D3a130	153.1	25%	9%	102.0	-17%	-28%	84.4	-31%	-70%
D3a155-1	144.9	17%	3%	102.9	-17%	-27%	84.3	-32%	-70%
D3a200-1	160.6	3%	-6%	129.1	-14%	-24%	110.9	-26%	-68%
D3a200-2	156.0	10%	-1%	115.6	-19%	-27%	97.3	-32%	-69%
D3a200-3	213.3	37%	9%	160.2	3%	-18%	142.2	-9%	-64%
D3a225-1	168.9	7%	-9%	151.3	-4%	-19%	133.8	-15%	-64%
D3a225-2	161.7	5%	-8%	137.8	-10%	-22%	119.8	-22%	-66%
D3a225-3	231.1	25%	5%	183.2	-1%	-17%	164.4	-11%	-63%
D3a225-4	219.7	28%	6%	170.8	0%	-18%	152.3	-11%	-63%
D3a225-5	206.9	28%	9%	160.2	-1%	-16%	142.2	-12%	-63%
D3a240-1	162.1	4%	-9%	140.2	-10%	-21%	122.6	-21%	-66%
D3a240-2	222.9	25%	4%	177.9	0%	-17%	159.5	-10%	-63%
D3a240-3c	210.4	30%	7%	165.9	2%	-16%	147.0	-9%	-63%
D3a240-4	248.3	39%	14%	192.9	8%	-12%	175.3	-2%	-60%
D3a300-1	162.2	-7%	-28%	193.7	11%	-15%	175.9	1%	-62%
D3a300-2	240.5	60%	31%	149.7	0%	-18%	131.3	-13%	-64%
D3a300-3	231.9	26%	3%	200.6	9%	-11%	182.2	-1%	-60%
D3a300-4c	221.2	20%	4%	186.9	2%	-12%	168.6	-8%	-60%
D3a300-5c	264.0	35%	10%	219.7	13%	-9%	201.7	3%	-58%
D3a300-6c	301.4	50%	17%	241.9	20%	-6%	224.9	12%	-56%
D3a350-1	235.9	25%	2%	219.2	16%	-5%	201.5	7%	-57%
D3a350-2c	272.3	36%	9%	239.9	19%	-3%	222.1	11%	-55%
D3a350-3c	317.2	48%	17%	266.1	24%	-2%	248.1	16%	-54%
D3a350-4c	346.0	51%	15%	282.8	24%	-6%	266.2	16%	-56%
D5a250-1	211.1	17%	4%	167.4	-7%	-18%	144.3	-20%	-65%
D5a250-2	306.8	46%	24%	204.7	-3%	-17%	165.4	-21%	-66%
D5a300-1	220.2	12%	0%	183.6	-6%	-17%	161.6	-18%	-63%
D5a350-1	226.9	10%	-2%	199.2	-4%	-14%	177.1	-14%	-62%
D5a350-2	259.7	21%	4%	220.9	3%	-11%	198.3	-8%	-60%
D5a350-3	301.1	40%	13%	249.1	16%	-7%	226.0	5%	-58%
D5a350-4	392.9	53%	24%	291.6	14%	-8%	246.3	-4%	-61%

表 5 降伏耐力の計算値と解析値の比較分析⁸⁾

Item	$F_{y,M}$	$Dis_{M,1/3}$	$Dis_{M,0.15}$	$F_{y,New}$	$Dis_{New,1/3}$	$Dis_{New,0.15}$	$F_{y,ap}$	$Dis_{ap,1/3}$	$Dis_{ap,0.15}$
	kN	-	-	kN			kN		
No.1	153.1	25%	9%	102.0	-17%	-28%	84.4	-31%	-70%
No.2	317.2	48%	17%	266.1	24%	-2%	248.1	16%	-54%
No.3	346.0	51%	15%	282.8	24%	-6%	266.2	16%	-56%
No.4	211.1	17%	4%	167.4	-7%	-18%	144.3	-20%	-65%
No.5	306.8	46%	24%	204.7	-3%	-17%	165.4	-21%	-66%
No.6	220.2	12%	0%	183.6	-6%	-17%	161.6	-18%	-63%
No.7	226.9	10%	-2%	199.2	-4%	-14%	177.1	-14%	-62%
No.8	259.7	21%	4%	220.9	3%	-11%	198.3	-8%	-60%
No.9	301.1	40%	13%	249.1	16%	-7%	226.0	5%	-58%
No.10	392.9	53%	24%	291.6	14%	-8%	246.3	-4%	-61%

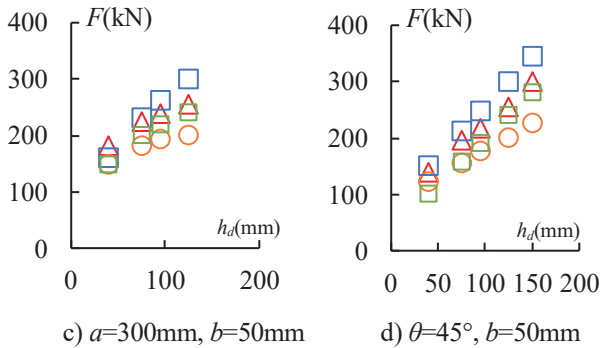
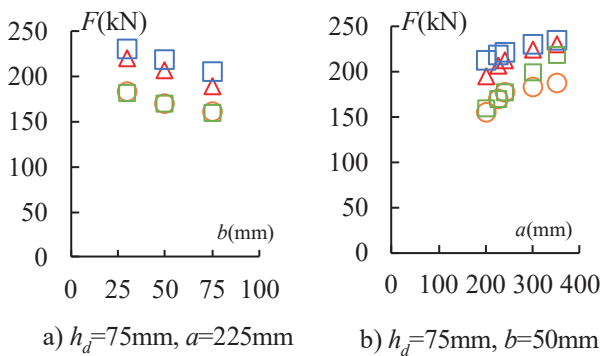
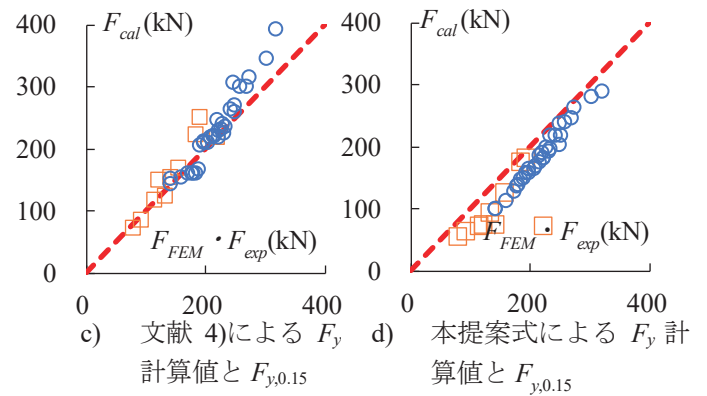
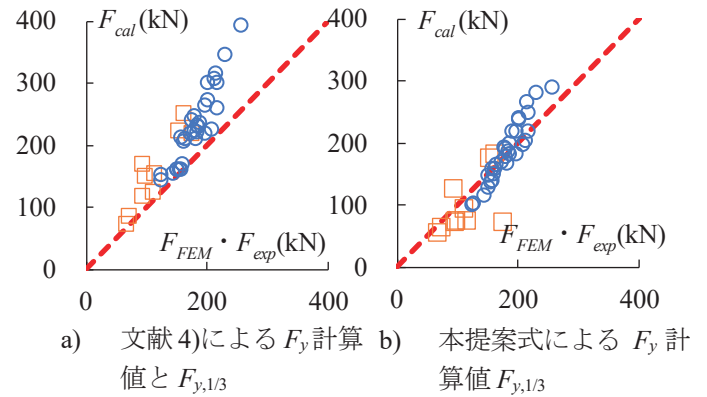
図 12 降伏耐力と諸寸法の関係($D_c=300\text{mm}$)

図 13 降伏耐力計算精度

$[\eta_p, \eta_{p+}] = [1.001, 1.045]$ である。本提案式は、全体的に過大評価が避けられる。なお、本文の FEM 解析値のみを分析すると、本提案式の期待値は $\eta_p = 0.992$ である。

4.2 降伏耐力の精度

降伏耐力の計算値と FEM 解析値の比較を表 4 に、文献 8) の実験値による値の比較を表 5 に示す。降伏耐力の計算値は、 $F_{y,0.15}$ と比べて過大評価にならないことがわかる。 $F_{y,1/3}$ の場合には過大評価する場合もあるものの、文献 4) の式より精度向上することが確認できる。なお、図 12 により、いずれのパラメータに対する単調性関係も良

く合致している。近似式の結果は、精算式より若干低いことが確認できる。それは、近似式の κ_{ap} にはペアノ剰余項が含まれておらず、 $x+t/2$ も x を代用するなどの近似化によって引き起こされる誤差と考えられる。

文献 8) の実験値も含め、算定式の精度確認は、図 13 により示される。降伏耐力算定式の精度を評価するために、次の回帰係数を用いる。

$$F_{y,cal} = \eta_{1/3} F_{y,1/3} = \eta_{0.15} F_{y,0.15} \quad (45)$$

本提案式の回帰による期待値は $\eta_{1/3} = 1.003$, $\eta_{0.15} = 0.823$, 95%信頼区間の採択域は $[\eta_{1/3-}, \eta_{1/3+}] = [0.951, 1.055]$, $[\eta_{0.15-},$

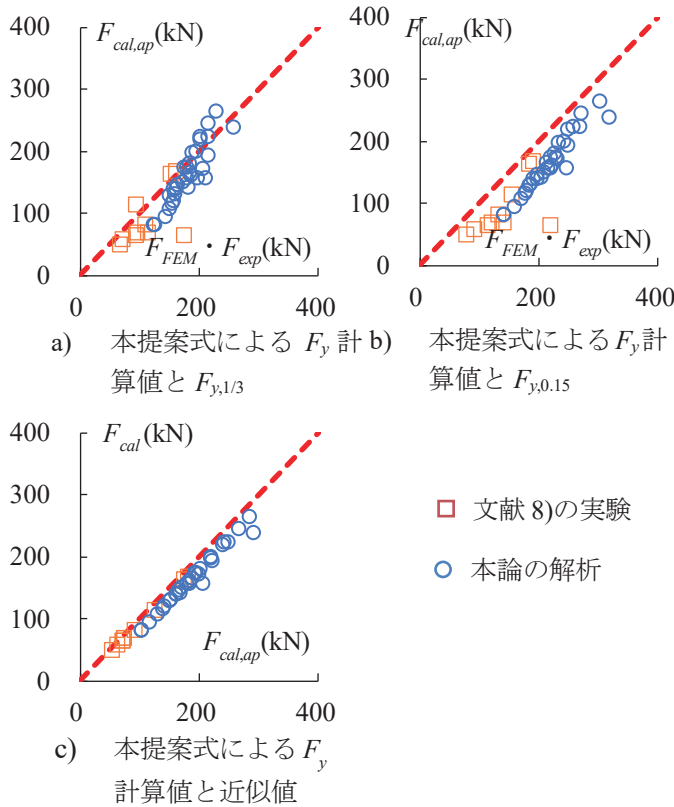


図 14 降伏耐力近似式の計算精度

$\eta_{0.15+}=[0.791, 0.867]$ である。松尾式⁴⁾の場合の期待値 $\eta_{1/3}=1.306$, $\eta_{0.15}=1.080$, 95%信頼区間の採択域は $[\eta_{1/3-}, \eta_{1/3+}]=[1.256, 1.357]$, $[\eta_{0.15-}, \eta_{0.15+}]=[1.049, 1.111]$ である。

近似式の精度関係は、図 14 に示す通りである。近似式は解析・実験値による $F_{y,1/3}$ と比べて過大評価となる場合は少なく、 $F_{y,0.15}$ を上回らない範囲にとどまることがわかる。回帰結果は、 $\eta_{1/3}=0.905$, $\eta_{0.15}=0.749$, 95%信頼区間の採択域は $[\eta_{1/3-}, \eta_{1/3+}]=[0.852, 0.958]$, $[\eta_{0.15-}, \eta_{0.15+}]=[0.710, 0.787]$ である。なお、近似式と精算式の結果を比べると、良い精度が確認できる (図 14 c))。

5. まとめ

1. 本研究では、接合部の単純引張に対する FEM 解析に基づき、外ダイアフラム付き角形鋼管中柱・梁接合部の全塑性耐力と降伏耐力の評価方法の改良について検討した。
2. 文献 4) による従来の認識と異なり、降伏・全塑性領域は、梁端まで進展しない場合もあることを確認した。
3. 文献 8) の方法を用いて、新たな崩壊機構に対する全塑性耐力算定式を誘導した。
4. 全塑性耐力算定式による塑性化領域を利用し、弾性理論に基づく降伏耐力の算定式と近似式を誘導した。各パラメータにかかわる単調性は、解析結果とよく合致していることが分かった。

参考文献

- 1) 日本建築学会近畿支部鉄骨構造部会 :1995 年兵庫県南部地震鉄骨造建物被害調査報告書, 1995.5
- 2) 日本建築学会 :鋼構造接合部設計指針, pp.172-174, 2021.2
- 3) 田中剛, 田渕基嗣, 金成龍, 山本義徳 : 外ダイアフラム形式角形鋼管柱梁接合部の降伏耐力の評価, 鋼構造論文集, Vol.12, No.48, pp.31-38, 2005.12
- 4) 松尾真太郎, 田中剛, 井上一朗 : 外ダイアフラム形式角形鋼管柱梁接合部の設計式, 日本建築学会構造系論文集, Vol.72, No.618, pp.221-228, 2007.8
- 5) 崔越, 松尾真太郎, 熊谷祐飛 : 偏心梁付き外ダイアフラム形式柱梁接合部の曲げせん断特性に関する研究, 鋼構造年次論文報告集, No.28, pp.426-435, 2020.11
- 6) Lu, L.H : The Static Strength of I-Beam to Rectangular Hollow Section Column Connections, Universiteit Delft, pp.39-41, 1997.12
- 7) 大庭諒介, 木下智裕, 吹田啓一郎他 : 高強度鋼箱形断面柱を用いた外ダイアフラム形式梁フランジ接合部の弾性剛性と降伏耐力の評価, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, No.730, pp.2123-2132, 2016.12
- 8) 松尾真太郎, 田中剛, 井上一朗 : 外ダイアフラム形式角形鋼管柱梁接合部の耐力に関する理論的・実験的研究, 日本建築学会構造系論文集, Vol.71, No.606, pp.225-232, 2006.8

付録 A x , a' , κ の近似式の誘導

本文で述べた全塑性耐力の計算では、2 個以上のパラメータの解を算出する必要があるが、これらは数値解析によってのみ得られる。実用性を考えると、近似式を導出する必要があると考える。 x に関して近似式の導出を説明する。

領域 II は、文献 4), 8) と同様に、 φ について独立した式であるため、 φ の値は直接的に求められる。精密解は次式で与えられる。

$$\varphi = \arctan(4 \tan \theta) \quad (\text{A.1})$$

最小エネルギー原理により、内部仕事は変数 x と κ に対する偏微分式が 0 になる時の x と κ を適用する。偏微分式は以下ようになる。

$$\frac{\partial W}{\partial a'} = 2\sigma_d t_d \left[\frac{a'}{4} - \left\{ (1 + \tan \theta) h_d - a' \tan \theta + x + \frac{t_c}{2} \right\} \tan \theta \right] \sqrt{3 \left\{ (1 + \tan \theta) h_d - a' \tan \theta + x + \frac{t_c}{2} \right\}^2 + \frac{a'^2}{4}} = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{2\sigma_{dy}t_d \{2\tan\theta(h_d - a') + 2h_d + 2x + t_c\}}{\sqrt{12\left(\tan\theta(h_d - a') + h_d + x + \frac{t_c}{2}\right)^2 + 3a'^2}} \quad (A.3)$$

$$-\sigma_{cy}t_c^2 \frac{t_d + 2s + \frac{D_c - t_c}{\kappa}}{x^2} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial \kappa} = 2(\pi + 4\kappa \ln \kappa)x - (D_c - t_c)\pi = 0 \quad (A.4)$$

まず式(A.2)の分子を0にして a' の算定式を導出する：

$$a' = \frac{4\tan\theta}{4\tan^2\theta + 1} \left\{ (1 + \tan\theta)h_d + \left(x + \frac{t_c}{2}\right) \right\} \quad (A.5)$$

ここでは、次のように近似する。

$$\frac{x + t_c/2}{D_c} \cong \frac{x}{D_c} \quad (A.6)$$

x の近似式を求める。式(A.3)の両辺を2乗し D_c^4 で除し、次式の通り整理する。

$$\frac{3\left(\frac{(1+\tan\theta)h_d - a'\tan\theta}{D_c} + \frac{x}{D_c}\right)^2}{\left(\frac{(1+\tan\theta)h_d - a'\tan\theta}{D_c} + \frac{x}{D_c}\right)^2 + \frac{3a'^2}{4D_c^2}} \left(\frac{x}{D_c}\right)^4$$

$$= \left(\frac{\sigma_{cy}t_c^2}{\sigma_{dy}t_d}\right)^2 \left(\frac{t_d + 2s - t_c/\kappa}{D_c} + \frac{1}{\kappa}\right)^2 \quad (A.7)$$

式(A.7)の左辺に a' （式(A.5)）を代入し、次の結果が導かれる。

$$\frac{a'}{D_c} = \frac{4\tan\theta}{4\tan^2\theta + 1} \left\{ \frac{(1+\tan\theta)h_d}{D_c} + \frac{x}{D_c} \right\} \quad (A.8)$$

$$\text{left} = \frac{4\left(\frac{(1+\tan\theta)h_d - a'\tan\theta}{D_c} + \frac{x + \frac{t_c}{2}}{D_c}\right)^2}{3\left(\frac{(1+\tan\theta)h_d - a'\tan\theta}{D_c} + \frac{x + \frac{t_c}{2}}{D_c}\right)^2 + \frac{3a'^2}{4D_c^2}} \left(\frac{x}{D_c}\right)^4$$

$$= \frac{4}{3\{1 + 4\tan^2\theta\}} \left(\frac{x}{D_c}\right)^4 \quad (A.9)$$

したがって、

$$\frac{4}{3\{1 + 4\tan^2\theta\}} \left(\frac{x}{D_c}\right)^4$$

$$= \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{dy}}\right)^2 \frac{t_c^2}{D_c^2} \frac{t_d^2}{t_d^2} \left(\frac{t_d + 2s - t_c/\kappa}{D_c} + \frac{1}{\kappa}\right)^2 \quad (A.10)$$

x の近似式は次式で得られる。

$$x_{ap} = t_c \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{dy}} \right) \frac{1}{t_d} \left(t_d + 2s + \frac{D_c - t_c}{\kappa_{ap}} \right) \sqrt{3(1 + 4\tan^2\theta)}} \quad (A.11)$$

式(A.5)に式(A.11)を代入し、 a' の近似式が次のように得られる。

$$a'_{ap} = \frac{4\tan\theta}{4\tan^2\theta + 1} \left\{ (1 + \tan\theta)h_d + \left(x + \frac{t_c}{2}\right) \right\}$$

$$= \frac{4\tan\theta}{4\tan^2\theta + 1} \left[(1 + \tan\theta)h_d + t_c \left\{ \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_{dy}} \right) \frac{1}{\kappa_{ap}t_d}} \right\} \right] \quad (A.12)$$

パラメータ κ の近似式を導出するために、 κ 微分式（式(A.4)）に式(A.11)を代入すると、

$$\frac{(D_c - t_c)\pi}{2(\pi + 4\kappa \ln \kappa)} = t_c \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{dy}} \right) \frac{1}{t_d} \left(t_d + 2s + \frac{D_c - t_c}{\kappa} \right) \sqrt{3(1 + 4\tan^2\theta)}} \quad (A.13)$$

ここでは、 $t_d + 2s - \frac{t_c}{\kappa} \ll \frac{D_c}{\kappa}$ と考え、

$$\frac{(D_c - t_c)\pi}{2(\pi + 4\kappa \ln \kappa)} = t_c \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{dy}} \right) \frac{1}{t_d} \frac{D_c}{\kappa} \sqrt{3(1 + 4\tan^2\theta)}}$$

$$\frac{(\pi + 4\kappa \ln \kappa)^2}{\kappa} = \frac{\left[\frac{(D_c - t_c)\pi}{t_c} \right]^2 \left(\frac{\sigma_{dy}t_d}{\sigma_{cy}} \right)}{2D_c \sqrt{3(1 + 4\tan^2\theta)}} = C_0 \quad (A.14)$$

上式では、左辺に κ 以外の変数がないことから、右辺を常数と見なし、付図1に κ と C_0 の関係を図示して κ の近似式を導くことを考える。

式(A.14)より、まず C_0 を下式に変換し、可能な範囲を確認する。

$$C_0 = \frac{\pi^2 \left(\xi_D + \frac{1}{\xi_D} - 2 \right) \xi_\sigma \xi_t}{2\sqrt{3(1 + 4\tan^2\theta)}} \quad (A.15)$$

$$\xi_D = \frac{D}{t_c}, \xi_\sigma = \frac{\sigma_{dy}}{\sigma_{cy}}, \xi_t = \frac{t_d}{t_c} \quad (A.16)$$

水平ハンチは45°以下に対応する。市販鋼管の幅厚比と素材特性を踏まえて、各変数の範囲を以下の通り設定する。

$$\begin{aligned}
10 \leq c_1 &\leq 55 \\
1 \leq \xi_\sigma &\leq 2 \\
0.5 \leq \xi_l &\leq 2 \\
3.4 = 2\sqrt{3} \leq c_2 &\leq 2\sqrt{15} = 7.8
\end{aligned}
\tag{A.17}$$

C_0 の範囲は,

$$0.75\pi^2 \leq C_0 \leq 62\pi^2 \tag{A.18}$$

κ の近似解は, Taylor 級数形式で展開して計算する. 付図 1 には, $\kappa_0=e$ で展開した結果と, 簡易化のために $\kappa_0=1$ で展開した結果を併記している. κ の Taylor 級数形式は次式で得られる.

$$\frac{(\pi + 4\kappa \ln \kappa)^2}{\kappa} = \sum_{n=0}^2 \frac{f^n(\kappa_0)}{n!} (\kappa - \kappa_0)^n \tag{A.19}$$

$\kappa_0=1$ の場合,

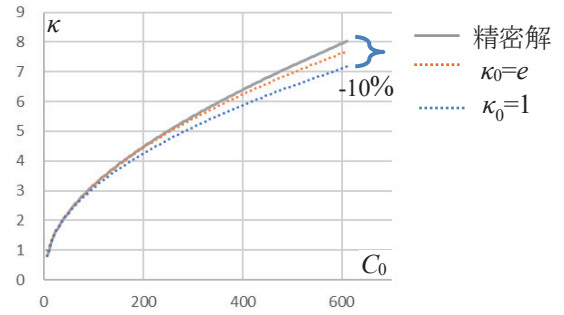
$$\begin{aligned}
&\frac{(\pi + 4\kappa \ln \kappa)^2}{\kappa} \\
&= (\pi^2 - 4\pi + 16)\kappa^2 + (-3\pi^2 + 16\pi - 32)\kappa + 3\pi^2 \\
&\quad - 12\pi + 16 + R\{(\kappa - 1)^3\}
\end{aligned}
\tag{A.20}$$

したがって,

$$\kappa_{ap} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{A.21}$$

$$\begin{cases}
a = (\pi^2 - 4\pi + 16) \\
b = (-3\pi^2 + 16\pi - 32) \\
c = 3\pi^2 - 12\pi + 16 - C_0
\end{cases}
\tag{A.22}$$

最終的に κ の近似式は次式で与えられる.



付図 1 κ の近似解曲線

$$\begin{aligned}
\kappa_{ap} &= \frac{3\pi^2 - 16\pi + 32 + \pi\sqrt{4C_0\{(\pi - 2)^2 + 12\} - 3\pi^4}}{2\{(\pi - 2)^2 + 12\}} \\
&= \frac{3\pi^2 - 16\pi + 32}{2\{(\pi - 2)^2 + 24\}} + \frac{\sqrt{C_0 - \frac{3\pi^4}{4\{(\pi - 2)^2 + 12\}}}}{\sqrt{(\pi - 2)^2 + 12}} \\
&= 0.4263 + \frac{1}{2}\sqrt{C_0 - 21.9666}
\end{aligned}
\tag{A.23}$$

付録 B 文献 8) による結果

付表 1 は文献 8) の実験データに基づいており, 本文の図 11, 13, 14 で使用されるデータを数値的に理解できるよう整理したものである. なお, 全塑性耐力の実験値は, 局部変形が柱幅に対して 1% 生じるときの耐力であり, 文献 8) ではそれが記述されていないので今回算出した.

付表 1 文献 8) 試験体一覧 (1/4 試験体耐力)

Item	鋼管柱				外ダイアフラム				降伏耐力		全塑性耐力
	幅	板厚	板厚	せい	出寸法	端部幅	水平ハンチ角 θ		$F_{y1/3}$	$F_{y0.15}$	F_p
	D_c mm	t_c mm	t_d mm	h_d mm	a mm	B_d mm			kN	kN	kN
No.1	250	12	12	25	75	200	25	31	123	145	193
No.2	250	12	12	75	175	200	25	45	167	198	245
No.3	250	12	12	25	75	200	25	45	107	129	168
No.4	250	12	28	25	75	200	25	36	188	239	308
No.5	250	9	12	25	75	200	25	45	100	118	153
No.6	250	9	12	50	125	200	25	21	135	155	194
No.7	250	9	12	75	175	200	25	26	162	190	231
No.8	250	9	12	25	112	200	25	35	111	139	167
No.9	250	6	12	25	75	200	25	40	79	95	116
No.10	250	6	12	25	75	150	50	45	75	80	101

(受理: 令和 6 年 5 月 14 日)