

Study on the fast rotation limit for the incompressible Navier-Stokes and MHD equations in a 3D layer

大山, 広樹

<https://hdl.handle.net/2324/7182313>

出版情報 : Kyushu University, 2023, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :

権利関係 : Public access to the fulltext file is restricted for unavoidable reason (3)



氏 名 : 大山 広樹

論文名 : Study on the fast rotation limit for the incompressible Navier-Stokes and MHD equations in a 3D layer
(3次元層状領域上の非圧縮性 Navier-Stokes 方程式および MHD 方程式における高速回転極限に関する研究)

区 分 : 甲

論文内容の要旨

本論文では、次の三つの問題を考察した。第2章では、3次元全空間上の Coriolis 力付き Navier-Stokes 方程式の初期値問題に関する時間大域的適切性を考察した。第3章および第4章では、3次元層状領域上の Coriolis 力付き Navier-Stokes 方程式および非圧縮性回転磁気流体力学方程式の初期値問題に対する時間大域的適切性および解の高速回転極限について考察を行なった。

第2章では、回転による Coriolis 力の影響を考慮した非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の初期値問題を3次元全空間において考察し、Stokes-Coriolis 半群により特徴付けられた関数空間に属する初期値に対して、時間大域解の存在と一意性を証明した。先行研究 Hieber-Shibata (2010) では、スケール臨界な斉次 Sobolev 空間に属する小さな初期値に対して、同方程式の時間大域的適切性が示されている。また、Iwabuchi-Takada (2013) では、スケール劣臨界な斉次 Sobolev 空間に属する大きな初期値に対して、回転速度が十分大きい場合の時間大域的適切性が証明されている。本論文では線形解の時間減衰評価および時空間積分評価に着目することにより、Stokes-Coriolis 半群を用いて定義されるスケール臨界およびスケール劣臨界な Besov 型関数空間を導入し、その関数空間における時間大域的適切性を考察した。スケール臨界の場合、同関数空間に属する小さな初期値に対する時間大域解の一意存在を示した。またスケール劣臨界の場合、同関数空間に属する大きな初期値に対して、回転速度が十分大きい場合の時間大域的適切性を証明した。ここで与えた初期値に対する条件式は、斉次 Sobolev 空間における先行研究の一般化となっている。第2章の構成は以下の通りである。2.1 節、2.2 節ではここで導入した Besov 型関数空間における線形解評価、および非線形項に対する双線形評価をそれぞれ導出する。2.3 節および 2.4 節では、それぞれスケール劣臨界およびスケール臨界な枠組みにおいて、同方程式の時間大域解の一意存在に関する主定理を証明する。

第3章では、水平方向を全平面とし、鉛直方向に周期性を課した3次元層状領域において、回転による効果を考慮に入れた Coriolis 力付き非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の初期値問題を考察し、十分大きい回転速度に対する時間大域解の一意存在、および回転速度を無限大とする極限における解の2次元流への収束を証明した。先行研究 Gallay and Roussier-Michon (2009) では、十分滑らかな初期値に対して、回転速度が十分大きい場合の同方程式の時間大域的適切性、および時間無限大における解の2次元 Lamb-Oseen 渦への収束が証明されている。本論文では、2乗可積分な2次元ベクトル場と、鉛直方向の積分平均が0となるスケール臨界な斉次 Sobolev 空間に属する3次元ベクトル場との和の形で表される初期値に対して、回転速度が十分大きい場合の同方程式の時間大域的適切性を証明した。さらに、回転速度を無限大とする高速回転極限を考察し、解である3次

元速度ベクトル場が、2 乗可積分な 2 次元ベクトル場を初期値とする 2 次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の時間大域解へ、時空間積分ノルムの意味で収束することを証明した。第 3 章の構成は以下の通りである。3.1 節では、3 次元層状領域上の Fourier 解析、および基礎的な不等式を準備する。3.2 節では、線形解公式の導出、および線形解に対する時空間積分評価を証明する。3.3 節では、同方程式の時間局所適切性に関する証明を与える。3.4 節では、極限方程式に関して、大きな初期値に対する時間大域的適切性、および解の時間大域的エネルギー評価を確立する。3.5 節では、極限方程式の解および線形解からの摂動に関する方程式を導入し、摂動に対するエネルギー評価を導出する。また、ここで導出した評価をもとに、同方程式の初期値問題に対する時間大域的適切性、および高速回転極限における解の収束を証明する。3.6 節では、3.3 節への補足として、エネルギー空間における線形評価と双線形評価に関する証明を与える。

第 4 章では、第 3 章で導入した 3 次元層状領域において、磁場の影響を考慮した Coriolis 力付き非圧縮性磁気流体力学方程式の初期値問題を考察し、十分大きい回転速度に対する時間大域解の一意存在、および高速回転極限における解の収束を証明した。先行研究 Takada-Yoneda (2023) では、3 次元全空間において同方程式を考察し、スケール臨界な斉次 Sobolev 空間に属する初期値に対して、回転速度が十分大きい場合の同方程式の時間大域的適切性が示されている。またその証明から、回転速度を無限大とする極限において、解である速度場および磁場がそれぞれ零ベクトルおよび線形熱方程式の解へ収束することが分かる。本論文では、3 次元層状領域において同方程式を考察し、2 乗可積分な 2 次元ベクトル場に、鉛直方向の積分平均が 0 となるスケール臨界な斉次 Sobolev 空間に属する 3 次元ベクトル場を加えた形の初期値に対して、回転速度が十分大きい場合の時間大域的適切性を証明した。更に、回転速度を無限大とする高速回転極限において、解である速度場および磁場が、2 次元非圧縮性磁気流体力学方程式および 3 次元誘導方程式の連立系の時間大域解へ収束することを証明した。第 4 章の構成は以下の通りである。4.1 節では、線形解に対する時空間積分評価、および基礎的な補題を準備する。4.2 節では、同方程式の時間局所解の一意存在を証明する。4.3 節では、極限方程式の解に対するエネルギー等式を確立し、大きな初期値に対する時間大域的適切性を証明する。4.4 節では、極限方程式の解である磁場から生成される外力項をもつ修正線形方程式を導入し、その解に対する時間大域的エネルギー評価と時空間積分評価を証明する。4.5 節では、極限方程式の解および修正線形方程式の解からの摂動に対するエネルギー評価を導出する。4.6 節では、同方程式の時間大域的適切性、および高速回転極限における解の収束を証明する。