

Asymptotic analysis of local zeta functions and oscillatory integrals associated to meromorphic functions

水野, 宏真

<https://hdl.handle.net/2324/7182311>

出版情報 : Kyushu University, 2023, 博士 (数理学), 課程博士
バージョン :
権利関係 :

氏 名	水野 宏真			
論 文 名	Asymptotic analysis of oscillatory integrals and local zeta functions associated to meromorphic functions			
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	神本 丈
	副 査	九州大学	教授	落合 啓之
	副 査	九州大学	教授	権 寧魯
	副 査	九州大学	教授	瀬片 純市

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

振動積分や局所ゼータ関数は、複素解析学、偏微分方程式、調和解析、特異点論、整数論、等様々な数学の分野において非常に重要となる研究対象であり、歴史的にも多くの面白い研究がなされてきた。特に、振動積分の無限遠点の漸近挙動と、局所ゼータ関数の有理型関数としての解析接続に関する情報は重要となる。

まず、局所ゼータ関数の研究に関して言及する。先行研究の多くは、実解析的関数や正則関数に付随したものについての研究が中心となっている。実際に、M. Atiyah や Bernstein-Gelfand などにより、広中の特異点解消定理を用いることにより、局所ゼータ関数が複素平面全体に有理型関数として解析接続され、さらにその極は負の実軸上に存在することが示された。その後、さらに定量的に詳しく Varchenko により、トーリック多様体の理論を用いてその極の情報が、対応する解析関数のニュートン多面体の幾何学的情報から表されることが示された。この研究は多くの研究者により一般化されてきたが、最近になって、実解析的関数や正則関数を有理型関数に置き換えたより一般的な場合について、盛んに研究されるようになってきている。中でも重要な研究として、Veys-Galindo により有理型関数の分母と分子の二つの関数の同時特異点解消により、局所ゼータ関数が複素平面全体に有理型関数として解析接続されることが示された。この一般的な場合には、極が負の実軸上だけでなく、正の実軸上にも表れるという新しい現象がみられる。水野君の研究は、Veys-Galindo らの研究の本質的に重要な精密化であり、有理型関数の場合に、上で説明した Varchenko の結果の自然な一般化と言えよう。実際に、ニュートン距離と多重度をいう量を、対応する有理型関数の分母分子に現れる二つのニュートン多面体の幾何学的な情報から導入し、ある条件の下でこれらが局所ゼータ関数の極の位置と位数を決定することを示した。この結果は、トーリック多様体の理論をより深く考察することにより得られるアイデアに基づくものであり、代数、幾何、解析と広い研究分野にまたがる興味深いものである。

一方、もう一つの研究対象である振動積分の漸近挙動についてであるが、メラン変換を通して、局所ゼータ関数の極の情報により多くの情報が得られることが解っている。振動積分の研究の場合も、相関数が実解析的な関数について、非常に多くの成果が得られているわけであるが、水野君は上で述べた局所ゼータ関数の結果を翻訳することにより、相関数を有理関数にした場合の振動積分の無限遠点と零点における挙動について、非常に面白い結果をたくさん得ている。まず、振動積分の研究では、相関数が特異点を持つ場合については、現在までのところほとんど研究が行われてこなかったわけであるが、まず 1 変数の場合に、素朴な方法により正確な結果を得た。その結果は、すでに Kyushu Journal of Mathematics に出版されている。多変数の場合については、上で述べた

局所ゼータ関数の結果が興味深く応用される。実際に、その挙動は、無限遠点と零点の挙動は、対応する有理関数の分母分子の二つの関数のニュートン多面体の幾何学的な情報から決まることを明確に示した。

これらの成果は、現在特異点論の分野で盛んに行われている多くの研究に、多くの成果を提供するものである。また解析的にも、多変数複素解析学、調和解析学、偏微分方程式論等、様々な分野に新しい問題を与える意義深いものである。

以上の結果は、上で述べた様々な研究において応用されるべく真に新しい成果であり、代数、幾何、解析の様々な分野において非常に価値ある業績と認められる。

よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。