

平面から曲面へ展開可能な測地線グリッドを用いた レシプロカルフレームのモデル化

北島, 千朔
九州大学大学院人間環境学府空間システム専攻 : 博士後期課程

末廣, 香織
九州大学大学院人間環境学研究院 : 教授

<https://hdl.handle.net/2324/7174395>

出版情報 : AIJ Journal of Technology and Design. 29 (73), pp.1653-1658, 2023-10-20.
Architectural Institute of Japan
バージョン :
権利関係 : © 2023 Architectural Institute of Japan



平面から曲面へ展開可能な測地線グリッドを用いたレシプロカルフレームのモデル化

MODELING OF RECIPROCAL FRAMES WITH GEODESIC GRIDS DEPLOYABLE FROM FLAT TO CURVED SURFACE

北島千朔 ——— * 1 末廣香織 ——— * 2

Chisaki KITAJIMA ——— * 1 Kaoru SUEHIRO ——— * 2

キーワード：
レシプロカルフレーム, アクティブベンディング,
コンピューショナルデザイン, 展開構造, 施工性

Keywords:
Reciprocal frame, Active bending, Computational design, Deployable structure, Workability

Reciprocal frames enable to assemble the large span with short and small components supported mutually. However, the design and construction of three-dimensional structure tend to be more complex. In this article, we show a method to design deployable reciprocal frames from flat to curved surface by applying a method to create the elastic geodesic grid. To measure the reproducibility of the shape, we compare laser 3D scan models with real models. In addition, the models are simulated the behaviors by numerical analyses. Lastly, we reveal the challenges of designing by constructing a full-scale temporary structure using this method.

1. はじめに

1.1 研究の背景と目的

レシプロカル梁組 (Reciprocal Frame 以下、RF とする) は構成部材である梁組が相互支持による構造システム全般を指し、短小部材の組み合わせによってスパンを得ることができるという特徴がある。一般的には Fig.1 に示すような直線曲げ材を互いに載せ掛けることでその梁せいによって立体的に全体が構成されていくが、曲面形状を構成する場合に梁の角度や組み方が複雑化しやすいため、施工の難易度も高くなりやすい。

本研究では曲面上の二点間の最短経路である測地線を図学的に求め、平坦な状態から目標の曲面形状へ端点を引っ張ることで変形可能なグリッドを生成する手法を応用する。直線材が一般的である RF について、構成梁組の弾性変形で成立する曲面 RF をモデル化した成果とその報告を行う。また、その課題についても明らかにすることを目指す。

1.2 既往研究と本研究の位置づけ

任意の曲面形状 RF の設計手法について、入力された梁組の位置や組み角度を制御する方法について提案されたもの¹⁾²⁾や、半球状の RF を対象として施工過程について言及した研究³⁾がある。これらの研究は入力曲面における 3D モデルのポリゴンメッシュに依るため、施工性に関わらず梁組の位置が自動的に決定される。そこで、測地線グリッドを用いて平坦な状態から曲面への変形可能な構造物を形成する研究として、Stefan らによる Elastic Geodesic Grids(以下、EGG とする) という手法を提案する研究⁴⁾に着目した。この手法の利点は、構成グリッドの交点であるジョイント部分をスライド可

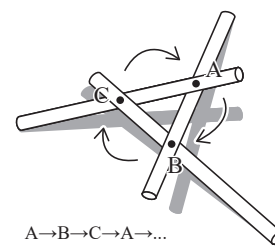


Fig.1 Reciprocal Frame

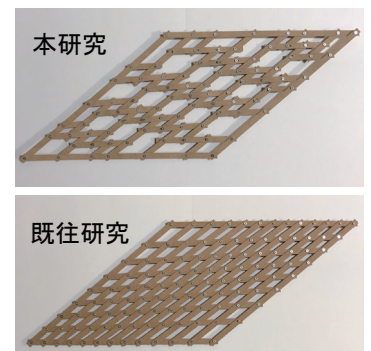


Photo.1 既往研究と本研究の比較

能な状態にすることで、平坦な状態と曲面形成時の構成グリッドの交点の位置を連続的に移動でき、梁組の弾性変形によって複曲面に関しても目標の形状を形成できる点である。

本研究では Photo.1 に示すように、既往研究の測地線グリッドの生成手法を用いることで平坦な状態から二点を引っ張ることで複曲面に対応する RF 梁組位置と梁組が載せ掛かるジョイント部分の可動域を算出する。EGG の手法を用いて RF を作成することで、短小の構成部材による加工可能なサイズの制限の緩和と、節点数が減少によるジョイント部分の施工時間の短縮を実現できる。

モデル化を行う際には、3DCAD ソフトウェアである Rhinoceros + Grasshopper をプラットフォームとし、平坦な状態から変形可能な曲面を幾何学的な条件を下に生成し、力学的シミュレーションまでのワークフローを形成する。

以下、本稿の構成を示す。まず 2 章で EGG によって測地線グリッ

本稿は「平面から曲面へ変形可能な測地線グリッドを用いたレシプロカルフレームのモデル化」(建築情報学生レビュー 2021, 2022.2.26) で発表した内容に加筆・修正したものである。

*1 九州大学大学院人間環境学府空間システム専攻 博士後期課程・修士(工学)
(〒 819-0395 福岡市西区元岡 744)

*2 九州大学大学院人間環境学府 教授・工学, 建築学・修士

*1 Graduate School of Human-Environment Studies, Kyushu Univ., M.Eng.

*2 Prof., Faculty of Human-Environment Studies, Kyushu Univ., M.Eng., M.Arch.

ドを図学的に生成し RF への変換するまでのアルゴリズムについて説明する。3 章では 3D スキャンを用いて本研究で扱うアルゴリズムから実際に作成した模型の形状と、設計時に入力した曲面の 3D モデルとの形状比較を行う。4 章では Grasshopper のプラグインツールである Kangaroo2⁵⁾ 及び K2 Engineering を用いたシミュレーションを通して、形状比較から見た差異の力学的要因を把握する。そして実大架構物の制作を通して、その課題についても述べる。最後に、5 章では本研究の結論と今後の展望について述べる。

2. 設計アルゴリズム

2.1 EGG の手法を用いた曲面と平面の関係

まず本研究で対象とした基本的な機構について整理する。梁せいが 0 のときに平面的に拡張することが可能な RF の典型的なパターンとして 2 方向または 3 方向による交差梁組などがあるが、RF の 1 ユニットにおいて Fig.2 に示すように、各対辺が平行である平行四辺形のときに不安定構造となる 1 自由度リンク機構となる⁶⁾ことから、2 方向による交差梁組を基本形とした。この基本形のユニットから対辺を平行ではない状態にすると、展開・折りたたみ時に各節点間距離が一定に保たれなくなり、梁組の曲げ変形を許すことで曲面を形成することができる。

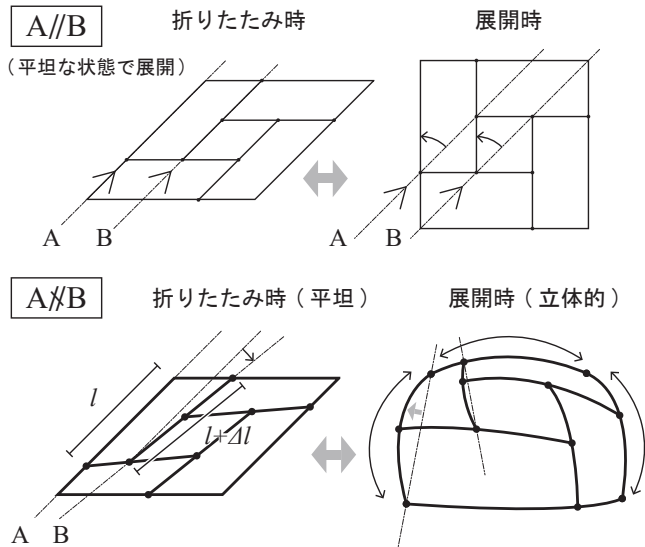


Fig. 2 平面から曲面へ変形する様子

さらに、平坦な状態と曲面形成時の局所的な座標系での節点の変位を求めて梁組上で節点がスライドできるようにすることで曲面の状態を保つことができる。

次に、EGG の手法を用いる上で入力可能な曲面の制約条件に、

- i) 周辺が 4 辺であること
- ii) 入力曲面の周辺も測地線と一致すること

iii) どの曲面上の点においても通ることができるような、曲面の対辺同士を結ぶ測地線が存在すること
の 3 点が挙げられる。Fig.3 ① に示すように、これらの制約条件範囲内で曲面を設定し、初期角度 α を新たに設定することで折りたたみ時の平面形状が唯一つに決定される。

Fig.3 ② について入力及び作成した曲面と平面それぞれに対して、各対辺を任意の定数 n (m) で等分割した点を全て結ぶ測地線を引き、その長さを d とする。その後、Fig.4 に示すように対辺の分割点 (u_1 , u_2 及び v_1 , v_2) の位置と長さ d を座標 $(x, y, z) = (u_1, u_2, d_j)$ として

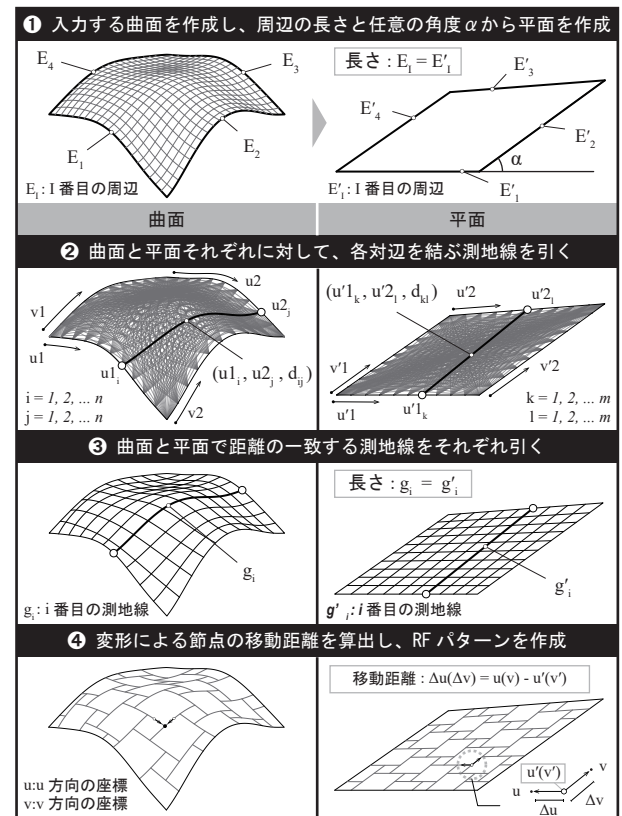


Fig. 3 曲面形状から変形可能な RF パターンを作成する手順

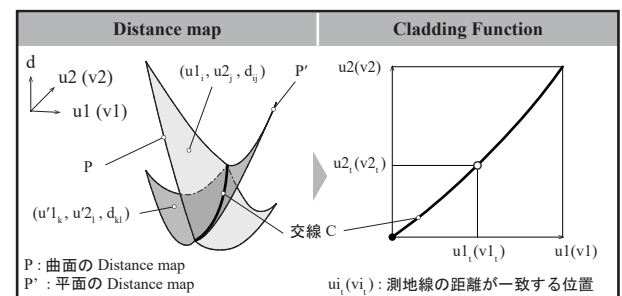


Fig. 4 Distance map と Cladding Function

点群を通る曲面である Distance map (曲面 P 及び P') を作成する。 P と P' の交線 C (Cladding Function) を生成し、その交線 C 上の座標 (u_1 , u_2 及び v_1 , v_2) を取得することで、曲面と平面の測地線の長さが一致する始点と終点の位置を調べることが可能となる。(Fig.3 ③)

次に、変形時に梁組の節点位置が移動するため、Fig.3 ④ に示すように曲面と平面の各局所的な座標系の変位から節点の移動距離 (Δu 及び Δv) を算出する。

この EGG の手法のメリットとして、設計する曲面形状を先に決定してから折りたたみが可能な平面形状を求めることができる点であり、最初に平坦な状態で組み上げた RF を施工時に目標の曲面形状へ変形させることで形状による施工性を考慮する必要が無い。この際に重要となる点として入力曲面形状の制約条件を守る必要があることと、構成部材が曲面形状を力学的に保持できることが挙げられる。

2.2 RF への変換手法

平面から曲面へ変形可能な測地線グリッドを RF に変換する方法として、グリッド内側の節点数が 5×5 を最小単位として各節点で

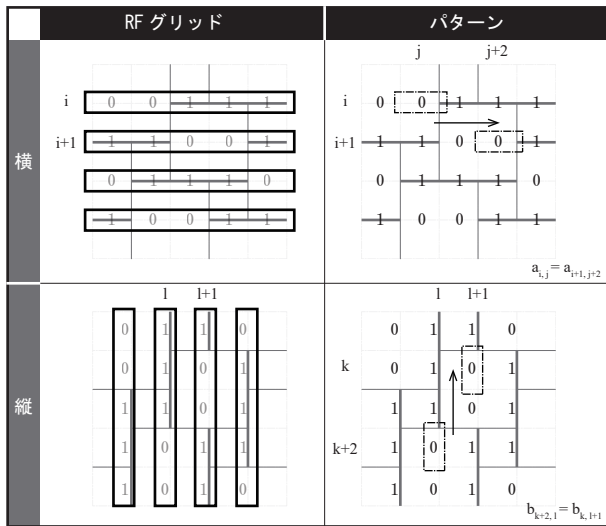


Fig. 5 測地線グリッドからRFへの変換方法

測地線グリッドを分節して番号付けし、 $\mathbf{p} = [0, 0, 1, 1, 1]$ (0を消去する部材, 1を残す部材とする) のパターンをグリッド構成部材の横方向と縦方向に対してそれぞれ当てはめていく。(Fig. 5)

横方向の構成部材において、 i 行目の j 列目の要素を $a_{i,j}$ とすると、 $(i+1)$ 行目の $(j+2)$ 列目の要素 $a_{i,j+2} = a_{i,j}$ となる。縦方向については、 $(k+2)$ 行目の 1 列目の要素を $b_{k+2,1}$ とすると、 k 行目の $(1+1)$ 列目の要素 $b_{k,1+1} = b_{k+2,1}$ となる。このように、隣の行及び列でパターンを順に2つずつずらしていき、測地線グリッドから構成部材を間引くようにRFを作成する。パターンが $[0, 0, 1, 1, 1]$ を保つ場合^{注1)}は、1行1列目の構成部材を0と1のどちらから開始するかは任意で決めることができるようにアルゴリズムを構築する。

3. 模型での形状比較

3.1 研究対象模型

2章で構築したアルゴリズムから著者らが作成した模型を研究対象とする。(Photo.2)

本研究で採用した手法ではスライド可能なジョイントを持つ構成

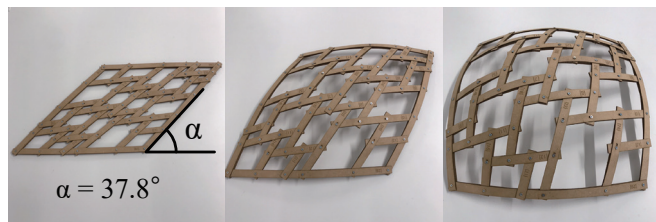


Photo. 2 作成した椀状の曲面形状の模型

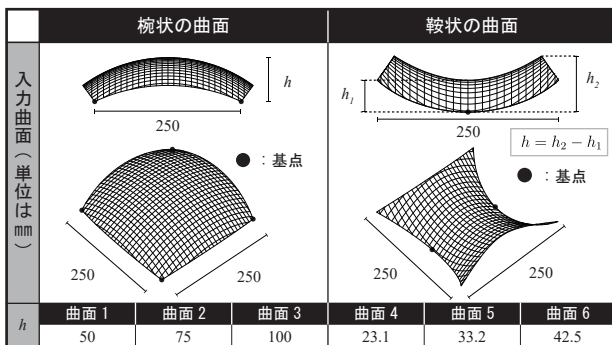


Fig. 6 入力曲面の形状及び設定パラメータ

部材の弾性変形によって平面から曲面形状を形成できるという特徴があるため複曲面⁷⁾を対象とし、曲面上の任意の点の位置でガウス曲率^{注3)}が正である椀状、負である鞍状の曲面をそれぞれ3つずつ作成した。各入力曲面形状の設定パラメータはFig.6に示す。

平坦な状態の折り畳み角度 α を 37.8° で統一^{注4)}し、梁組同士が干渉しないように調整し、 9×9 もしくは 7×7 のグリッドとした。

模型のジョイント部分にはねじ径2mmの皿小ねじとナットを用いている。ここで、長方形断面の断面二次モーメントは部材の厚さの3乗に比例するが、薄板を重ね梁にすることで元々の厚みに対して重ね梁全体の断面二次モーメントは重ねた梁の数に比例する。したがって梁組は十分に曲がりやすく、かつ局部座屈を起こさない曲げ強度を確保するために厚さ1mmのMDFを二層構成とし、梁組が端部を互いに挟み込みように作成した。作成には材幅を8～12mmとしてレーザーカッター^{注5)}で切り出しを行い、全て入力曲面の平面投影サイズが $250\text{mm} \times 250\text{mm}$ になるものとした。

3.2 3Dスキャンによる測定実験

本研究で作成した模型の曲面の形状が3Dモデル上の入力曲面の形状をどの程度再現できているかを定性的に判断するためにFig.7に示すように、ターンテーブル付きの3Dレーザースキャナー^{注6)}で測定をした。Photo.4に示すように、入力曲面の基点(Fig.6)となる部分の挟み込まれた2層の梁組の材軸中心を基準位置とし、3Dスキャンして得られた点群データと入力曲面モデルを重ね合わせた。椀状と鞍状の曲面形状について、重ね合わせた点群データと入力曲面の点群のずれ及び点群から近似して作成される曲面とのガウス曲率の差からそれぞれ評価する。

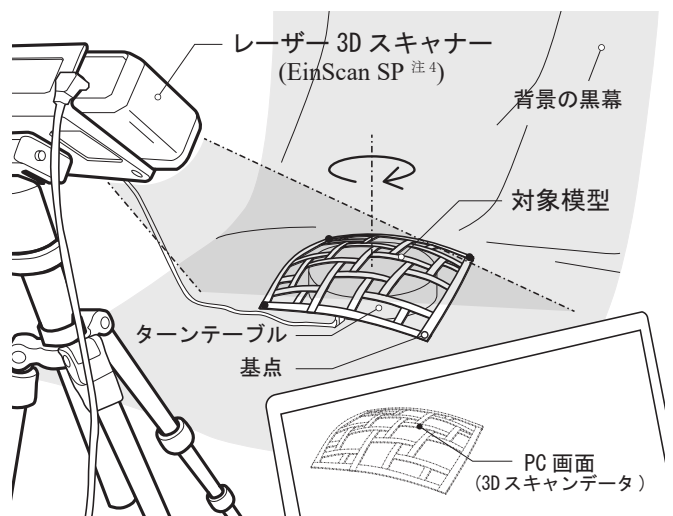


Fig. 7 3Dスキャンの模式図

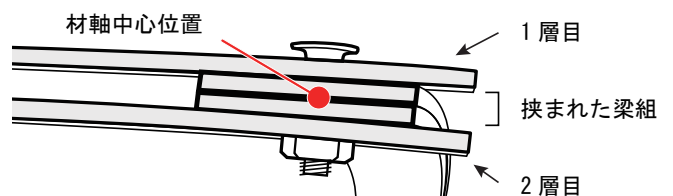


Photo. 3 3Dスキャンの基準位置

3.3 各曲面の点のずれの比較結果

Fig.8に示すように、各曲面を境界面として点から曲面に対する法線ベクトル $\mathbf{n}$ の大きさと $\mathbf{n}$ の z 成分(n_z)の正負から点のずれ x

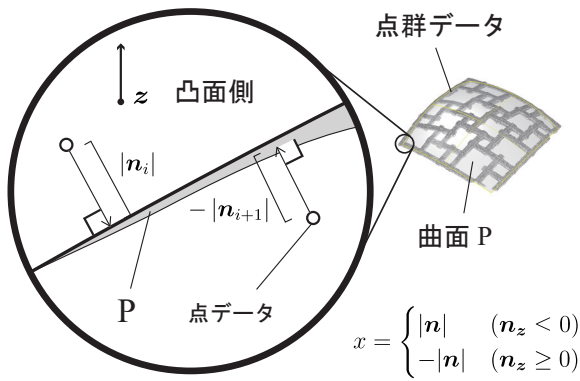


Fig. 8 点のずれの算出方法

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (-\infty < x < \infty)$$

$f(x)$: 確率密度関数 x : 確率変数(点のずれ) μ : x の平均値 σ : x の標準偏差

を算出した。各曲面について、Fig.9 に示すように、入力曲面の法線方向の距離と方向から、点群データのずれを確率密度関数から正規分布曲線^{注7)}を作成した。確率密度関数 $f(x)$ は上の式で表される。

椀状の曲面について、Fig.9 に示すように h が 50mm と 75mm は平均値が模型材料の厚み二層分の $\pm 2\text{mm}$ 程度に収まっていたため、ほとんどずれがなかったものとした。一方で、 $h = 100\text{mm}$ は平均 $+5\text{mm}$ 程度のずれがあったため、点群全体としてのずれの評価ではなく部分なずれが生じている箇所を確認するため、次節で入力曲面とのガウス曲率の差(以下、曲率のずれとする)の評価を行った。

鞍状の各曲面に関しても椀状の各曲面と同様に点群データのずれから正規分布曲線を作成した。(Fig.10)

しかし、椀状の曲面よりも点群のずれが大きく、理想の入力形状からすべての曲面が平均で 5mm 程度ずれていることがわかった。ここでは、最も標準偏差が小さく点群のずれのばらつきが小さいとされる曲面 5 のみを対象として、曲率のずれの評価を行った。

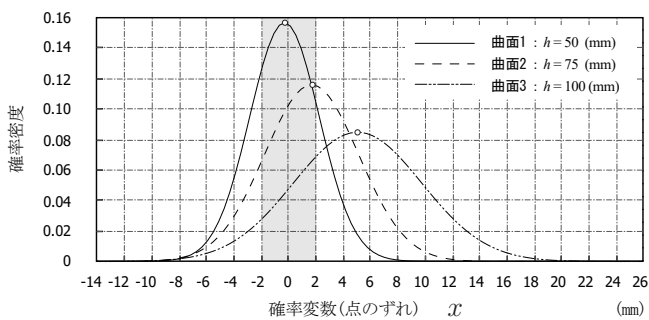


Fig. 9 椀状の曲面における点のずれによる正規分布曲線

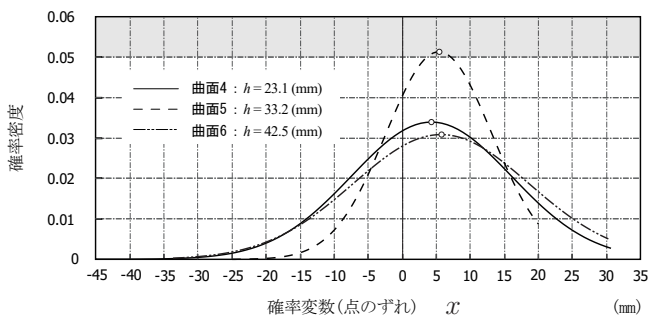


Fig. 10 鞍状の曲面における点のずれによる正規分布曲線

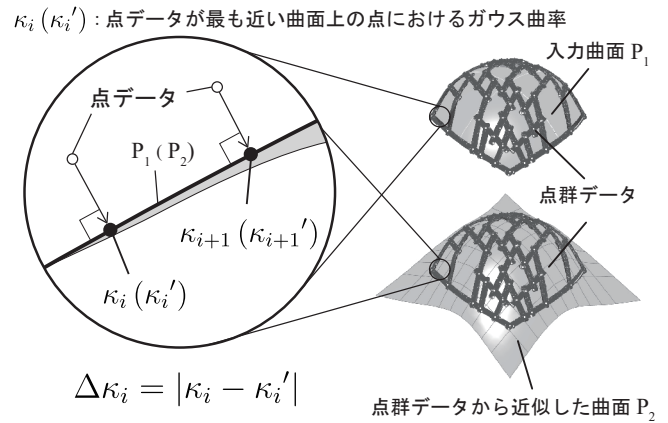


Fig. 11 曲率のずれの算出方法

3.4 各曲面の曲率のずれの比較結果

次に、Fig.11 に示すように点群から近似した曲面 (P_2) を作成し、各点データから曲面 (P_1, P_2 それぞれ) 上の最も近い点のガウス曲率を算出し、 P_1 と P_2 のガウス曲率の差を算出した。

色が白に近いほど入力曲面とのずれが小さく、黒い部分が曲率のずれが大きい。(Fig.12 左)

局所的に濃い黒が見られる部分は、構成部材に力が加わることで大きく変形した箇所であると考えられる。他に各曲面について特徴的に違いがみられる箇所について確認する。

椀状の模型については頂点部分の曲率のずれは小さく、梁組の密集した端部に近い部分のずれが特に大きいことから、周辺の曲がり具合が端部の曲率のずれに大きく影響していると考えられる。

鞍状の模型については曲面のくびれ部分に当たる、法線を通る平面で切断した時の断面曲線が凹型となる方向の梁組のずれが大きく、接合部同士の間で黒が濃い部分が数か所見られた。(Fig.12 右)

この結果から模型を曲面形状へ変形させる時に、梁組全体がねじれることで梁組の構成方向によって曲率のずれに差が生まれやすいと考えられる。

4. 力学的シミュレーション及び実大架構物の制作

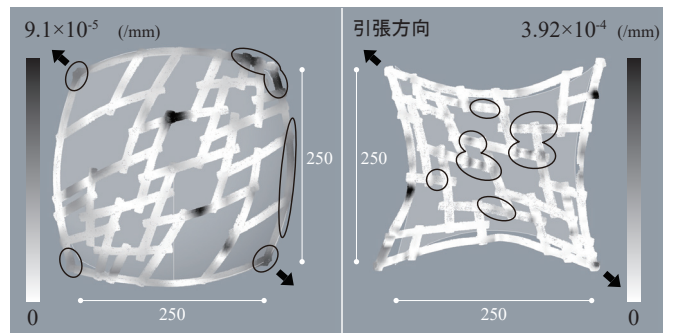
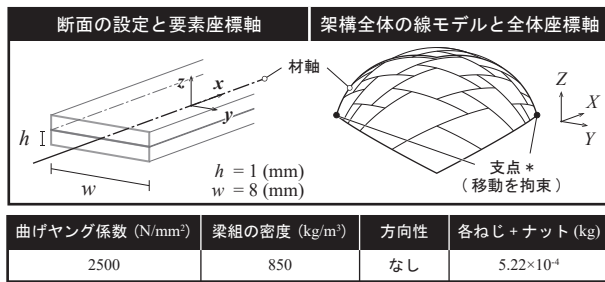


Fig. 12 各曲面の曲率のずれ (左:椀状の曲面 右:鞍状の曲面)

4.1 シミュレーションの条件設定

本章からさらに、曲率のずれを基に 3D スキャンした模型の点群データのずれが生じた力学的な要因を把握するために Kangaroo2 と K2 Engineering を用いて動的緩和法による力学的シミュレーションを行った。梁組は測地線上に位置するため、ねじれなどは考慮せず、軸力及び 1 方向の曲げをシミュレーションできる要素として設定した。荷重は梁組と節点のねじ・ナットの自重のみとし、境界条件と材料特性は Fig.13 のように設定した。また、構成部材の梁組は 2 層



* 鞍状の曲面も基点のうち下端2点を支点とし、拘束条件は同様にした。

Fig. 13 構成部材の設定条件及び材料特性

構成にしているため、本研究では1層分の断面二次モーメントを倍にすることで曲げ剛性を算出した。

また、本研究で作成したモデル化およびシミュレーションまでのプログラムの流れを以下に示す。(Fig.14)

4.2 各曲面のシミュレーション結果

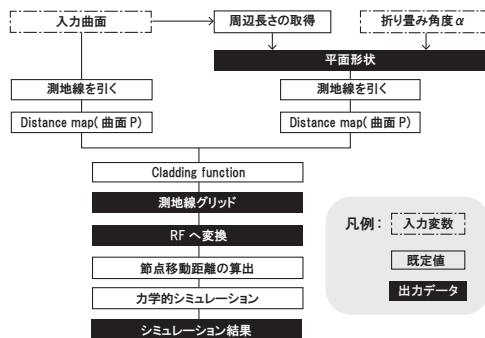


Fig. 14 作成したプログラムのフローチャート

シミュレーション結果(黒線)と入力曲面のRF(点線)、模型の点群データ(グレーの丸)を重ねた様子をFig.15に示す。

各曲面において、シミュレーションの方が模型の点群データよりも曲がりにくかったことから、曲げ剛性の設定値が小さかったことがわかるが、理想的な入力曲面の形状と模型の形状の間の力学的な挙動については概ね再現できていると考える。

椀状の模型では梁組の密度が高い基点の跳ね上がり方が顕著であり、頂点付近もさらに隆起していることが確認できた。頂点付近の曲率のずれが小さいことから、周辺の曲がりにくさが曲率のずれと端部の跳ね上げがずれの原因であったと考えられる。

鞍状の模型では椀状と同様に端部が跳ね上げていたが、くびれ部分で曲面がねじれやすく、入力曲面の再現は難しい結果となった。

○：点群データ —：シミュレーション結果 —：入力曲面グリッド

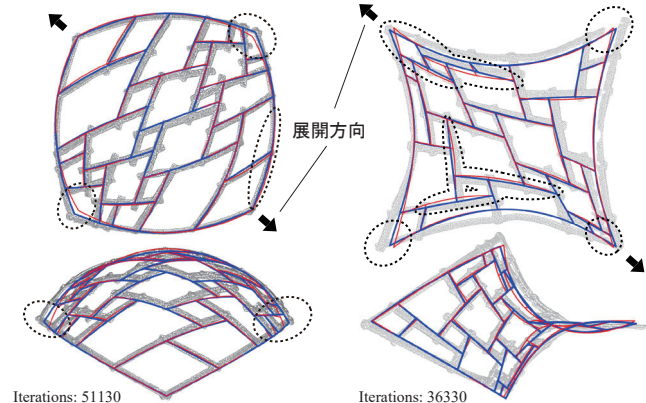


Fig. 15 各曲面のシミュレーション結果



Photo. 4 木羽 (上:展開前 下:展開後)

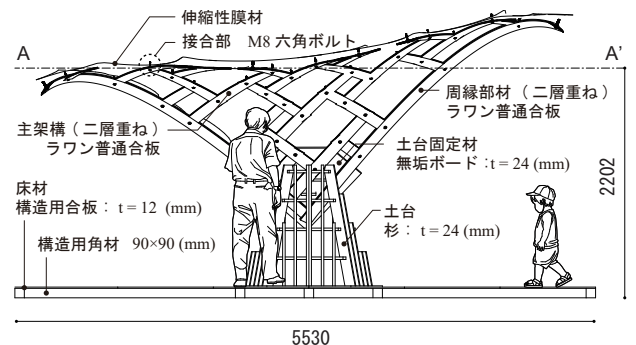


Fig. 16 断面図

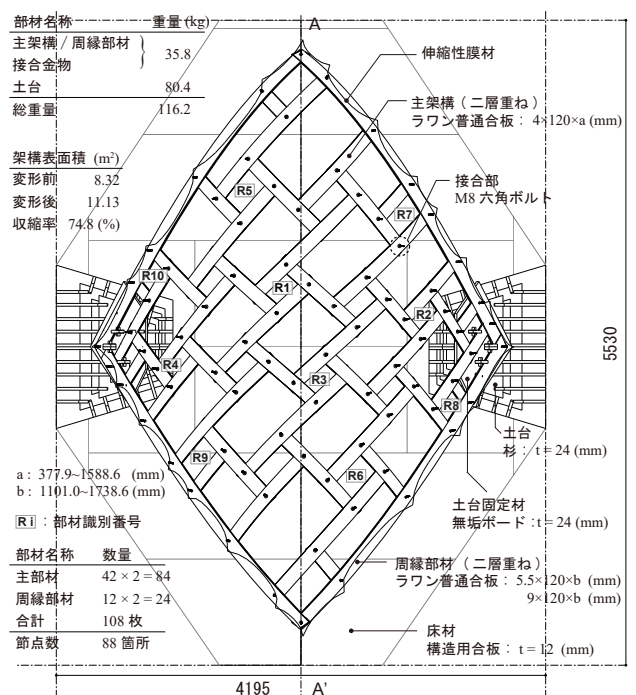


Fig. 17 平面図

4.3 実大架構物の制作

本研究ではさらに4章までの内容を応用し、数人が内部に入れる程度の実建築スケールでの変形可能なRFを形成する。

筆者らは本研究で提案する手法の実現化までの過程におけるディテールの検討や課題点の把握のため、木質仮設構造物「木羽」(以下、本架構とする)を設計・建設した。(Photo.4)

提案するRFを実現するためには以下の2点の課題について解決する必要があった。

- ① 曲がりやすさと強度を両立した部材
- ② 変形時の節点の変位を許容する接合部

本架構は主架構と周縁部材から構成され、脚部の固定板を介して土台に接合する。設計曲面は人が入れる程度の高さを有し、立体的なRFでは困難となる大きな間口を確保するため、二方向に片持ちとなる形態とした。(Fig.16,17)

本架構の部材には幅を120mmで統一し、周縁部を厚さ5.5mmと9mm、それ以外を厚さ4mmのラワン普通合板を用い、接合部分の可動域における部材加工には主に3軸のCNCルーターを使用した。

模型と同様に、部材の強度と曲がりやすさを両立させるために梁組を薄板の二層構造とし、Fig.18に示すように端部を互いに挟み込むように接合した。

梁組が交差する接合部は、屋膜材をかけるために梁組の厚みに対して長めのM8ボルトを使用し、展開時に各部材軸方向へ滑動する際に、ボルトがルーズホールと接触して合板が破壊されることを防ぐために、直径10mmの塩ビパイプで保護可能な設計とした。(Fig.19)

施工時はボルトを仮締めし、可動域の限界位置まで移動した後に本締めをすることで固定した。しかし、合板とワッシャーの摩擦力の影響によって完全に滑動できていない箇所もあり、架構の展開中に接合部の位置を調整する必要があった。滑動しやすくするために合板とワッシャーの接地面の摩擦係数を小さくするためのテフロンシートを挟むことも考慮したが、展開後にボルトの本締めによる摩擦力で固定するため、接合部の滑動のしやすさとボルト締め後の摩擦力の両立は今後の課題とする。

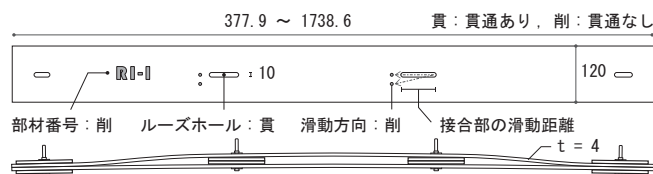


Fig. 18 構成梁組詳細図

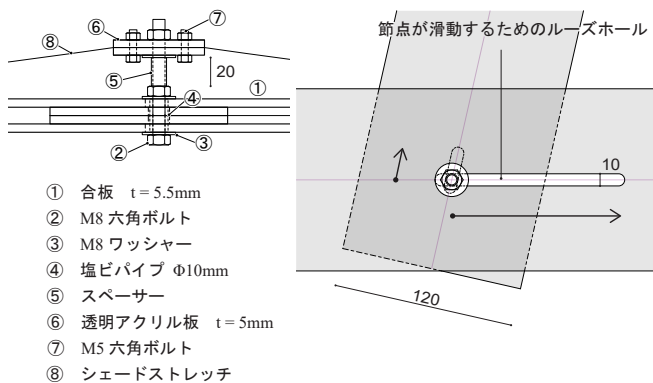


Fig. 19 接合部詳細図

5. おわりに

本研究では平坦な状態から曲面への変形可能な測地線グリッド手法からRFを設計する具体的な方法を示した。その上で、作成したプログラムから作られる機構の模型と入力曲面の3Dモデルの形状比較を行った。椀状の曲面においては曲率が大きいほど誤差も大きくなるが梁組が十分に曲がりやすい材料であれば再現可能であり、鞍状の曲面については平坦な状態から曲面化するために架構を引っ張る方向へねじれるような変形をしていて入力曲面との形状のずれが大きく、入力曲面の近い形状の再現度は低い結果となった。また、入力可能な曲面にも制約条件があるため、どのような曲面についてもRF架構が作成できるわけではない。

次に、これらの手法から実寸大スケールの仮設構造物の建設を行った。梁組が交差する接合部分について、可動域の限界位置まで滑動できるようにする必要がある一方で、滑動後は動かないように固定できる状態を両立する設計が求められた。

しかし、三次元空間上に構成される梁の角度や位置について、平面から曲面への変形によって形状が決定されるため施工上の誤差を生じるRFの設計手法の問題点を解決する手立てとなると考える。

謝辞

本プロジェクトの実施にあたり、我々の制作物の制作・設置及びイベントの開催に快くご了承くださいました宗像市日の里団地さとづくり48の皆様に深く感謝申し上げます。

また、本架構の制作にあたりご協力頂いた皆様ならびにプロジェクトチームとして一緒に企画、設計をしていただきました白石尚也氏、矢野尾左山氏、濱上結樹氏に深く感謝申し上げます。

注

- 注1) [0,0,0,1,1]のパターンから横方向の開始番号を1つずらしたとき、縦方向には3つずらす必要がある。ずらす方向はFig.5で示した方向に従う。
- 注2) 曲線の構成エレメントのみから構成された曲面。
- 注3) 曲面上の一点における主曲率(法線を通る平面で曲面を切断した断面曲線ときの曲率における最大値と最小値)の積。
- 注4) ここでの折り畳み角度 α はどの曲面の模型も平坦な状態でグリッド同士が干渉しない角度とした。
- 注5) CO2レーザーであるtrotec speedy100を30Wで運用した。設定パラメータは次に示す。Power: 60 (%) Speed: 2.5 Hz: 5000(Hz)
- 注6) 3Dスキャンの際はSHINING 3D社の白色光LEDを光源とした卓上型3DスキャナーであるEinScan SPを使用した。スキャンモードはターンテーブル付きとし、ターンテーブル上の非左右対称の対象物をスキャン可能な特徴アラインを採用した。
- 注7) 正規分布曲線の最も高い凸部分は平均値を表しており、データのばらつき度合を表す標準偏差が小さいほど凸部分は高くなる。

参考文献

- 1) Peng Song et al. : Reciprocal Frame Structures Made Easy, ACM Transactions on Graphics, Vol. 32, No. 94, pp. 1-13, 2013.7
- 2) Dario Parigi et al. : The Reciprocalizer: an agile design tool for reciprocal structures, Nexus Network Journal, Vol. 16, No. 1, pp. 61-68, 2014.3
- 3) Yousef,Anastas et al. : Design-to-Construction Workflow for Cell-Based Pattern Reciprocal Free-Form Structures, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol. 57, No. 2, pp. 159-176, 2016.6
- 4) Stefan Pillwein et al. : On elastic geodesic grids and their planar to spatial deployment. ACM Transactions on Graphics, Vol.39, No. 4, pp.125:1-12, 2020.7
- 5) Daniel Piker : Kangaroo: form finding with computational physics. Architectural Design, Vol.83, No. 2, pp.136-137, 2013.3
- 6) 鳥巢茂樹 : 折畳み可能なレシプロカル梁組架構, 日本建築学会大会学術講演梗概集(北陸), pp.929-930, 2019.9
- 7) 日本図学会 : 図学用語辞典, 森北出版株式会社, 2009

[2023年2月1日原稿受理 2023年3月20日採用決定]