

流砂ある河川に於ける流速法則に就いて

椿, 東一郎
九州大学流體工學研究所

古屋, 朝治
九州大学流體工學研究所

<https://doi.org/10.15017/7159378>

出版情報 : 流體工學研究所報告. 7 (4), pp.8-24, 1951-04-07. Research Institute for Fluid Engineering, Kyushu University

バージョン :

権利関係 :



流砂ある河川に於ける流速法則に就いて

椿 東 一 郎
古 屋 朝 治

(昭 和 2 6 年 3 月 3 1 日 受 理)

§ 1. 緒 言 円管内の乱流に関する最近の知識を開水路乱流にも適用して G. Keulegan¹⁾ は固定床水路及び河川に於ける流体力学的な流速法則の基礎を定め、それによつて吾々は Manning 公式等の従来諸公式を理論的に意味づけることが出来る様になった。然し乍ら河川の流速公式としては固定床の場合と同様に底面の粗度と直接に関連づけようとする公式の他に、Siedek に初まり Hermanek 及び Kudielka によつて発展せしめられた型式の様に粗度に関する係数を取り除いて、その代りに水面巾、水位等で河川の形状を区別し、その間に適用せられる数値を與える平均流速公式や、嵩州の流砂河川及び実験水路の測定より作られた永井氏の指数公式²⁾等は、それらが作られた河川及び環境に於てはその正当さを失はないにもかかわらず、固定床河川との連関は全く認められないのである。更に安藝博士³⁾ は鬼怒川及び Donau 川に於ける実測値からutter 式及び Manning 式等を検討し、中間水位に於ける実測流速より粗度係数 n を逆算し、此の値を用いて他の水位の場合の流速を計算すると、中間水位以下の場合には過小の流速を與え、それ以上の場合には過大な値を與えていることは、河川の流速法則に就いて多くの検討すべき問題を含むことを示すに他ならないと述べられてゐる。

河川は位置のエネルギーを失ふことにより、河床の抵抗に打ち勝つてその運動を維持してゐるのであるが、この抵抗は底層の受ける大きな剪断応力のために、底層の速度を減少させて、そのための速度勾配により平均流

1) G. H. Keulegan, "Laws of turbulent flow in open channels", Jour. Res. nat. Bureau. Stand (1938)

2) 永井莊士郎, "移動河床を有する小水路及び自然河川に於ける新流量法則" 土木学会誌, 28 巻 6 号及び 7 号 (昭和 17 年)

3) 安藝俊一 "河相論" P39-44

の運動エネルギーを渦擾エネルギーに変換し、更に分子粘性によつて熱エネルギーに換える作用をもつ他に、他の物体に力学的な作用を働きかけ、河床の砂泥を移動、運搬する直接の要因となつてゐる。この現象は水と砂との相互作用を含む複雑な問題であるから、現在のところ理論的な解析は望めないのであるが、河川の流速法則に就いての前述の疑問は当然流砂の影響によるものではなからうかと云ふ疑いをいだくに到るのである。實際仮りに Manning 式等の固定床に於ける流速公式が流砂河川に於ても成り立つとしても、その粗度係数について新らしい吟味を必要とすることは、固定床に於ける砂礫の粒径程度に相応する粗度係数が流砂河川のそれより甚だしく小さいことから明らかなことである。

従つて河川の本質の究明及びその体系化に際しては、河川を固定床河川と流砂河川とに大別し、後者の流速法則については前者との相違を明らかにすると共に、流砂の物理的機構を考察して新しく検討を加えねばならぬと考えられる。本文はこの様な見地から次元考察の助けをかりて一般的無次元流速を法則を得ると共に、流砂河川の本質を明らかにするための一助としてなされた試みである。

②. 固定床水路及び河川に於ける流速法則：流砂ある河川の流速法則に入るに先だち、固定床の場合に得られてゐる結果の概略を述べておかう。円管内の流れに較べて不明の分野の少なくなかつた開水路流れも、Keulegan が前者の知識を適用し、更に secondary current 自由表面及び断面形の影響に対して適当な假定をおき、同様に Prandtl の流速分布及び径深を用いた平均流速の対数公式を導いた。其の後の権威ある研究のすべてはこの線に沿うものであるが、結論は次の如くである。

(i) 流速分布：壁の近傍に於ては理論的に予期される Prandtl の式

$$u/u_* = 5.75 \log \frac{y}{y_0} \quad (2.1)$$

$$\text{又は } u/u_* = A \left(\frac{u_* r_s}{\nu} \right) + 5.75 \log \frac{y}{r_s} \quad (2.1')$$

が成り立ち、更に巾の広い二次元水路では上式は水表面迄も適用される。上式に於て y は底面より上方に測られた距離、 ν は動粘性係数、 r_s は粗度の大きさを示し、 u_* は摩擦速度で底面の応力を τ_0 とすると $u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$ で表はされる。更に y_0 は境界の影響を示す長さで $A \left(\frac{u_* r_s}{\nu} \right)$ は粗度の Reynolds 数の函数であるが、抵抗の 2 乗法則の成立する範囲、即ち $\frac{u_* r_s}{\nu} \geq 70$ に於ては $\frac{u_* r_s}{\nu}$ に無関係になる（従つてこの領域では y_0 の

れ)ことが知られてゐる。

上述の流速分布の特性としては今最も簡単な2次元水路を考えるとその形は壁面の状態及び Reynolds 数に無関係であつて、流速の絶対値は壁面のごく近傍に於ける laminar sub-layer 或いは粗度により発生する turbulent sub-layer によつてきまることがある。

(ii) 開水路平均流速公式の最も基本的な形は (2.1') を断面全体について積分することに相当した Keulegan の式

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \left\{ A \left(\frac{u_* k_s}{\nu} \right) - 2.5(1-\varepsilon) \right\} + 5.75 \log \frac{R}{k_s} - \varepsilon \frac{\bar{u}}{u_*} \quad (2.2)$$

であろう。上式に於て $\bar{u}$, u_* は各々断面全体の平均速度、摩擦速度を示し、径深 R 、勾配 I 、重力の加速度 g を用いて $u_* = \sqrt{gRI}$ である。尚 ε は Keulegan によつて導入された補正係数であつて前者は断面形の形の函数、後者は自由表面の影響及び断面の剪断応力の不均一性を示す尺度であつて、縦横比 1:5 程度迄の巾の広い水路では $\varepsilon \approx 0.1$, $\varepsilon = 0$ と見做される。^{*}

この様にして流速分布及び平均流速について合理的な形が求められたのであるが、その絶対値を知るためには吾々は粗度の大きさ k_s についての知識を必要とする。この k_s については粗度の大きさだけでなく、その形状、排列等によつても変化することが知られてゐるので、多くの研究者は円管の流則法則の研究に際して J. Nikuradse⁴⁾ の用いた均一粒径の砂についての粗法則

$$\frac{u}{u_*} = 3.5 + 5.75 \log \frac{y}{k_s} \quad \text{又は} \quad A = 8.5 \quad (2.3)$$

を標準にし、流速分布が (2.3) 又は平均流速が (2.2) に一致する様に相当粗度 k_s を各々の粗面に就いて実験的にきめてゐる。この様に相当粗度 k_s をきめると (2.1), (2.2) に於て粗領域では $A = 8.5$ 滑領域 ($\frac{u_* k_s}{\nu} \leq 3$) では $A = 5.5 + 5.75 \log \frac{u_* k_s}{\nu}$ とおくことによつて合理的な流速法則が得られる。更に滑らかなら粗に到る遷移領域に就い

^{*} 最近の R. W. Powell の実験に於て縦横比の大きい開水路に於ては ε が無視され得ないため係数 5.75 が稍々大きくなることが知られた。

(Trans. A. S. C. E. vol. 111, 1946) 然し乍ら流砂河川では縦横比は小さいから以下の計算では Keulegan の値 $\varepsilon = 0.1$, $\varepsilon = 0$ を使用する。

4) J. Nikuradse V. D. I. Forschungsheft, Nr. 361 (1933)

(11)

ては栗原教授⁵⁾の研究を参照して $A\left(\frac{U_* k_s}{V}\right)$ の函数形を推定することが出来るから、固定床流れの全領域に亘り、必要な水面勾配、径深及び粗度をもつ流れについて無次元的な一般法則が得られるわけである。

(iii) (ii)により従来指数公式の物理的意味も明瞭になる。例えば Chézy Manning 等の指数公式 $\bar{U} = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{2}+m} I^{\frac{1}{2}}$ は I の幕が $\frac{1}{2}$ であるから粗面の抵抗法則を示すものであり、その点次元形は

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{n'} \left(\frac{R}{k_s} \right)^m \quad (2.4)$$

であることが推定される。従つて (2.4) と (2.2) から導かれる平均流速が一致するためには先ず n' 従つて n が一定とすれば m の値が

$$m = \frac{2.5}{\varphi} \quad \varphi = \frac{\bar{U}}{U_*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \quad (2.5)$$

の時のみに限られる。例えば Manning 公式は $m = \frac{1}{6}$ であるから $\varphi = 15$ を得る。実際の河川及び開水路では φ は 7 ~ 30 の程度であるから Manning 公式は統計的に見て一定の粗度係数を以て一般法則 (2.2) を良く表わしてゐるといえる。

次に指数公式の形を (2.4) ときめた後には、最近 Powell⁶⁾ が Manning 式に就いて指通した様に、相対粗度 $\frac{R}{k_s}$ の全領域で一般法則 (2.2) と一致するためには n' 従つて n は最早一定とは見做されないのであつて、明らかに

$$n' = \varphi^{\frac{1}{2}} \frac{n}{k_s^m} = \frac{\left(\frac{R}{k_s} \right)^m}{\frac{A - 2.5(1 - \varepsilon) + 5.75 \log \frac{R}{k_s}}{1 + \varepsilon}} \quad (2.6)$$

n, φ, k_s は meter sec 単位

で與えられる。今巾の広い水路の値 $\varepsilon = 0$ 、 $\varepsilon \approx 0.1$ を用いて φ (Chézy の係数を C とすると $\varphi = \frac{C}{1.49}$)、Manning 及び Forchheimer 公式の粗度係数 n' 従つて n を計算すると粗領域に於て Fig 1 の様になる。粗滑遷移領域に於ても (2.6) はそのまま適用されるが n' は A を通じて $\frac{R}{k_s}$ と $\frac{U_* k_s}{V}$ の

5) 栗原道徳 “粗滑遷移領域に於ける管流の抵抗法則に就いて”
流研報告、7巻3号、(1951)

6) R. W. Powell, Trans. Amer. Geophys. Union, vol. 31 No. 4 (1950)

函数として表わされる。尚滑領域についても Manning 公式をあてはめるときには次元的に

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = \frac{1}{n_s} \left(\frac{RU_*}{V} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{n} \frac{R^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{g}} = \frac{5.5 - 2.5(1-\varepsilon) + 5.75 \log \frac{U_* R}{V}}{1 + \varepsilon}$$

より、 $n_s = n \sqrt{g} \left(\frac{\sqrt{g} I}{V} \right)^{\frac{1}{3}}$ は $\frac{U_* R}{V}$ の函数として與えられる。層流から乱流への遷移点を $\frac{U_* R}{V} = 40 - 100$ ⁷⁾ として、乱流領域の計算の結果を Fig 1 に併記しておく。

上述のことから従来指数公式の意味も明らかとなり、それらは限られた環境条件のもとに於てのみ正しい値を與えることが了解される。

§3. 流砂河川の特性及び固定床水路との比較：永井氏^{*}及び安藝・佐藤両氏⁸⁾により行われた人工開水路における実験的研究や流砂量の研究に於ける素樸な記述によると吾々は流砂の現象は(i)砂運の発生、生長及び消滅、(ii)河床上に於ける砂粒の移動方式即ち転動、滑動及び跳躍、(iii)浮流等の一つの相又は種々の相の混在した状態に於て行なわれてゐることを知る。従つてこれらの物理的機構を考慮して、流砂ある河川及び開水路の流れは粗度の大きさ k_s が一定である固定床の流れに較べて次の諸点に於てその性格を異にすると推定されるので、各々に就いて若干の考察を加えてみよう。

(i) 砂運の影響 限界掃流力を超して河床の平衡が破れると普通砂運が発生し、その発達や消滅は砂の性質と共に hydraulic な力に關係する。従つて砂運を生ずると新らしく渦及び乱れが発生して河床附近の渦擾状態はその砂運の尺度等によつて定められる状態に落着くから、これらの影響が支配的である層即ち相当粗度 k_s の大きさも変化する。この場合の粗度は2次元的と見做されるから、その振巾(山より谷までの高さ)及びその波長によつてかわることが期待され、J. W. Johnson⁹⁾等によつて得られた固定床水路に於ける roughness batten の k_s の無次元表示が有益な資料を與えるであろう。

(ii) 局部的な洗掘、堆積に伴う河底の凹凸 自然河川には種々の不規則

7) 石原藤次郎、岩垣雄一、合田健、"薄層流の研究" 土木学会誌、35巻5号(昭和25年)

* 前出

8) 安藝博士"河相論"に詳論されてゐる

9) Trans. A. S. C. E. vol 111, 1946. Powell の論文の discussion

性が潜在するために、掃流力が大きくなれば河底に極く局部的な洗堀、堆積を生じ、砂漣の様に規則的なものではないが凹凸を生じて底面の粗度を増加させる。これらの凹凸は統計的には砂の性質及びhydraulicな力によつてきまり、掃流力が大きい時に着るしいであらう。

(iii) 砂粒の跳躍の影響 個々の砂粒は河床上を転動、滑動すると共に、各々は短かい pass を描いて跳躍運動 (saltation) を行い乍ら移動してゆく。跳躍した砂は流れのために主流方向に加速され、飛びあがりの時よりも大きな速度を以て再び砂面と衝突し砂面との摩擦のためにエネルギーを減少して砂面に落ち着いたり転動したり再跳躍に入つたりする。このために、流砂のない場合には重力の分力とつり合つてゐた渦動粘性は saltation zone に於ては重力の分力より砂面に落下する砂粒と飛び出す砂粒との x 方向の運動量成分の差によつて起る応力だけ減少することになる。この影響は風による飛砂の運動⁽¹⁰⁾に於ては決定的な役割を果すことが知られてゐるが、流砂の場合にも一応考慮すべきであらう。

(iv) 浮流流砂の影響 流速が大きくなるにつれて turbulent velocity も大きくなり、その値が砂粒の沈降速度を超えると跳躍した砂は主流にのつて運ばれながら乱れのために拡散し、水表面迄も砂泥の存在が見られるようになる。この浮流砂泥の分布は多くの研究者によつて論ぜられてゐるが、今は浮流流砂の流速に及ぼす影響を知るために、実験水路の上流より一定量の砂を浮流させて流速分布を測定し摩擦抵抗係数を吟味した荒木氏⁽¹¹⁾の実験を検討してみよう。同氏の実験に於ては流砂ある場合の流速分布を $\frac{U}{U_*} \sim \log y$ の semi-log 紙にプロットすると流砂なき場合の流速分布 (2.1) に略々平行であつて流速の絶対値は減少し摩擦抵抗係数は稍々大きくなつてゐる。このことから同氏の実験の様に含砂率が 0.15% 程度迄の浮流流砂は流速分布には大きな影響を與えてゐないことが解り、又河床附近では砂が河床と衝突したり (跳躍の影響)、砂と水との間に河床では相対速度があるため底面の粗度を増加させて河床流速を減少させ摩擦抵抗係数の増加をもたらすものと考えられる。従つて普通の流砂河川のよりに含砂率が大きくない場合には浮流流砂の影響は無視して差支えないであらう。

(10) 例えば Bagnold, Proc. Roy. Soc. A. 157, (1936)

(11) 荒木技官 “流砂ある開水路流れの流体抵抗に関する実験的研究”

(昭和25年)

上述のことから吾々は流砂ある河川の流速法則について次の様に考えることが出来る。即ち流れを2つの領域に大別して、先ず河床附近の砂漣や不規則な凹凸により発生する乱れが支配的であつたり跳躍が盛んに行なわれて渦動粘性が減少してゐたり或いは上記の影響はなく砂自身の乱れが支配的である様な領域を考えることが出来る。次にその上部に存在し、且つ流れの大半をしめる浮流流砂の領域である。然し乍ら後者に於ては浮流流砂の影響は無視され、既知の開水路乱流の性質はそのまゝ成立して流速分布として(2.1)があてはまる。従つて平均流速公式として(2.2)式：

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \quad (3.1)$$

が最も合理的な式であり、上式は指数公式の如く適用の範囲に大きな制限を受ける恐れはない。然し乍ら(3.1)に於ける相当粗度 k_s は河床の状態を規定する砂漣、凹凸の大きさや跳躍の高さ等を示すものであるから、 k_s は固定床の様に一定ではなく、砂の性質及び hydraulic な力によつて変化する筈である。従つて流砂河川の流速法則は相当粗度 k_s の合理的な形を見出すことに帰着する。

§4 次元解析による相当粗度の函数形：前章の議論から γ_0 及び k_s は先ず第一に壁際附近の物理量に支配されると考えられる。これらの量は砂粒の直径 k_0 及び密度 σ 、底面の応力(掃流力) τ 、動粘性係数 ν 、水の密度 ρ 、重力の加速度 g 及び砂の混合状態を表わす常数 β であるから、8個の物理量より組み立てられた5個の無次元乗積の関係式として次式：

$$k_s/k_0 = f \left\{ \frac{\tau}{(\sigma - \rho)gk_0}, \frac{u_*k_0}{\nu}, \frac{\sigma - \rho}{\rho}, \beta \right\} \quad (4.1)$$

が得られる。

先ず $\tau/(\sigma - \rho)gk_0$ は最も重要な無次元常数であつて砂の動き易さを表わしてゐる。即ち砂粒が砂面にあるときには E を packing coefficient とすると砂に作用する流体力は $\frac{\tau k_0^2}{E}$ であり、跳躍してゐる砂についても ρu^2 の $\rho u_*^2 = \tau$ であるから流体から砂に働く力は $\tau f \left(\frac{u_* k_0}{\nu} \right) k_0^2$ に比例し、一方砂に作用する重力は $\frac{1}{6} \pi k_0^3 (\sigma - \rho) g$ であつて $\frac{\tau}{(\sigma - \rho)gk_0}$ はこの二つの力の比を表わしてゐる。

次に砂粒の Reynolds 数 $\frac{u_* k_0}{\nu}$ は河床に一度凹凸を生じた後には、その凹凸の尺度に対応する乱れに支配されて凹凸は発達するから、大して重要

な役割をしめるものではない。然し乍ら砂漣の発生に対しては一応の吟味を必要とする。又流砂河川では σ は大体一定であるから $\frac{\sigma-\rho}{\rho}$ の影響は考えないことにする。

最後に前章の考察の他に砂漣の波長をきめる河床に於ける特性長さの存在を假定することも出来る。この假定の良否は砂漣の物理的機構の明確な知識を得て初めて判明することであるが、しとしては乱れの尺度や河川に於て生じ得る波の尺度等が考えられ、この様な場合には λ を通じて水路又は河川の尺度(例えば水深)等の影響を受ける可能性も存在する。更に河床に凹凸を生ずれば、流れは全体としては等流であつても局部的には不等流であることや、現在の状態に到る迄の履歴にも影響されるであろう。

上述の如く流砂河川及び開水路の相当粗度は考慮すべき parameter が非常に多く極めて複雑な様相を呈することが推定されるが、以下に於て最も基本的であると思われる(5.1)の関係を河川に於ける実際の資料から吟味してみよう。

§5. 河床砂の性質が記載された流砂河川の流速資料として、永井氏が移動床河川の研究に際して使用された滿洲の諸河川の測定* 安藝氏の鬼怒川の測定** 及び最近荒木氏により行なわれた肝属川調査に於ける流速測定資料*** を使用する。既に発表されてゐる資料については河床砂礫の粒度曲線を Fig 2 にその要目を表 I に示し、肝属川の資料は未だ公表されてゐないので $\bar{d}_s$ の計算の結果をも含めて表 II に、河床砂礫の粒度曲線を Fig 3 に示しておく。

初め流砂の諸現象は砂粒の形状や混合状態によつて異なることが知られてゐるので、これらの影響を考慮した平均直径及び混合状態の係数 β の決定は常に研究者を悩ませてゐる。このために種々の試みがなされてゐるけれども、この問題は流砂の力学的機構を究めた後でなければ合理的な解決は困難であるから、深い追求は避けて次の様に簡単に考えておく。即ち流砂現象は於ては直径 2mm 以下の砂が重要な役割をなすのであるから、先

* 永井莊士郎、前出、土木学会誌 28巻7号

** 安藝岐一、河相論、P40

*** 1950年荒木氏により行なわれた鹿児島縣肝属川の流砂観測は流砂河川の本質について多くの示唆を与える様に見える。調査の見学とこのたび未発表の資料を貸與された同氏の御厚意に対して著者は深甚なる謝意を捧げるものである。

第 1 表

河川及び地点	砂のみの 平均 直径 mm	砂の 割合 %	平均 粒 径 mm	比 重	勾 配	水深又は 径 深 cm	限界掃流 力 $\tau_{c/(G-P)gk_0}$	τ dyne/cm ²	$\frac{\bar{u}}{u_*}$	$\frac{\tau}{(G-P)gk_0}$	$\frac{u_* k_0}{v}$
太子河筋遼陽	0.229	45.6	0.502	2.63	0.0001- 0.00045	57.3- 177.3	0.0354	7.37- 78.1	11.5- 24.7	0.089- 0.944	13.6- 44.4
輝河筋奉天	0.27	100	0.27	2.64	0.000333- 0.0008	28.3- 129.3	0.048	10-76	7.77- 13.9	0.224- 1.7	8.54- 23.6
“ 撫 順	0.28	66.3	0.422	2.72	0.0006- 0.0008	13.3- 41.1	0.0385	10.1- 29.4	10.4- 17.2	0.145- 0.422	13.4- 22.8
昭和14年 “ 窪 渾 沐	0.755	60.9	1.24	2.64	0.0009- 0.0015	16.3- 184.7	0.0225	19-199	7.41- 12.4	0.0927- 0.972	54.1- 175
昭和15年					0.001- 0.0015	32.4- 114.1		31.8-130	7.43- 11.8	0.155- 0.688	70-141
柴河筋大平泰	0.27	61.0	0.442	2.65	0.0007- 0.0016	10-82.1	0.0378	8.31-111	7.3-1- 12.3	0.114- 1.5	12.7- 46.4
鬼怒川長塚	0.4	100	0.4	2.65	0.000228- 0.000625	93-216	0.04	20.8-118	10.2-14.4	0.315-1.79	18.3- 43.6

第 2 表

(a) 肝属川上小原

砂のみの直径 0.555 mm, 砂の割合 69.8%, 平均粒径 0.796 mm, 比重 2.6

平均流速	水深	勾配	$\bar{u}/u_*$	$\log R_0/k_s$	$\log \frac{\tau}{(\sigma-p)gR_0}$
101.3	171	1/1350	9.09	2.84	-0.01
104.8	161	1/1350	9.69	2.71	-0.02
104.3	156	1/1400	9.98	2.66	-0.07
103.9	151	1/1450	10.3	2.58	-0.09
87.8	131	1/1600	9.80	2.6	-0.2
88.1	129	"	9.91	2.57	-0.21
87.9	126	"	10.01	2.55	-0.21
82.5	125	"	9.42	2.65	-0.22

$$\tau_0/(\sigma-p)gR_0 = 0.026$$

(b) 肝属川池ノ園

砂のみの直径 0.565 mm, 砂の割合 82.2, 平均粒径 0.688 mm, 比重 2.6

平均流速	水深	勾配	$\bar{u}/u_*$	$\log R_0/k_s$	$\log \frac{\tau}{(\sigma-p)gR_0}$
101.1	310	1/3200	10.4	2.93	-0.05
96.6	302	1/4000	11.2	2.78	-0.16
92.2	296	"	10.8	2.84	-0.17
72.1	251	1/5600	10.9	2.76	-0.29
69.6	246.5	1/7000	11.9	2.58	-0.49
67.7	242	"	11.6	2.61	-0.50
64.8	239	"	11.0	2.70	-0.51
62.3	185	"	12.2	2.39	-0.62

$$\tau_0/(\sigma-p)gR_0 = 0.0286$$

ず砂のみ (2mm 以下の直径のもの) の粒度曲線に於ける 50% 直径を求め、一般的な河床砂の平均直径としては (砂のみの平均直径 $\times \frac{100}{\text{砂のしめる重量}(\%)}$) より計算される値を用い、 β に就いては考えない。尚表中の限界掃流力の無次元表示はこの平均直径を使用し、既に得られてある限界掃流力公式²⁾より計算したものであり、資料の掃流力では限界時のものより常に大きいから河床砂は移動してゐる。

これらの資料を用いて §3 の終りに述べた計算を遂行した後、相当粗度 k_s を算定し、前章の次元解析より得られた関係式；

$$k_s/k_0 = f\left\{ \frac{\tau}{(\sigma - p)gk_0}, \frac{u_*k_0}{\sqrt{\tau}} \right\} \quad (5.1)$$

を吟味してみよう。先ず一河川のある場所では河床砂礫はきまつてゐるから、 k_s は τ (又は u_*) のみの函数であり、 $\log \frac{k_s}{k_0}$ を $\log \frac{\tau}{(\sigma - p)gk_0}$ に対して描くと両者の間に函数関係の存在することが期待される。計算の結果は一括して Fig. 4 に示しておいたが、標順に於ける k_s が、資料の $\frac{\tau}{(\sigma - p)gk_0}$ の変域が小さいために明確な結論を導き得ないのを除いて、他のすべての河川では因より明らかな様に掃流力が大きくなるとうると共に k_s は單調に大きくなつてゐる。

一方流砂がないときには、河床に若干の不規則な凹凸があるにしても、その附近の乱れは砂粒自身のひき起すものによつて決められるから、相当粗度 k_{s0} は一定であつて且つその大きさは砂の直径 k_0 の程度であり、 $\log \frac{k_{s0}}{k_0}$ は $\frac{\tau}{(\sigma - p)gk_0}$ に無関係に零から大きくは離れてゐない値をとる筈である。従つて Fig. 4 に於ける $\log \frac{k_s}{k_0}$ の大きな値と更にその値が $\log \frac{\tau}{(\sigma - p)gk_0}$ と共に大きくなつてゆくことは、予期した様に流砂河川の流速法則が固定床の場合と著しくその性格を異にすると云ふ吾々の見解を裏付けるものに他ならない。

扱つて (5.1) は一般的にすべての河川について成り立つことが期待される。實際同図によると相当な散開は認められるけれどもすべての河川は略々同一の傾向を示してゐる。即ち $\log \frac{k_s}{k_0}$ は限界掃流力を起すまで (平均的に $\log \frac{\tau}{(\sigma - p)gk_0} \approx -1.3$) は固定床河川であつて、河川掃流力が限界値を超えると河床に砂鏈を生じて k_s は急激に大きくなり、河床砂礫の性質に応じて hydraulic な力に釣合ふ迄発達することが解る。更に掃流力が増加

して砂漣の如く規則正しい凹凸が崩れても河床にごく局部的な洗滌、堆積による凹凸を生じ、跳躍による作用も加わつてきて $\log \frac{k_s}{k_0}$ は $\log \frac{\tau}{(0-p)gk_0}$ の増加と共に單調に増してゆく。然してその増加の割合は掃流力が大きくなると共に小さくなり、且つ $\log \frac{k_s}{k_0}$ は $\frac{\tau}{(0-p)gk_0}$ が非常に大きくなると一定の値に漸近的に近づいてゆく様に見える。

従つて流砂河川の相当粗度 k_s は次の実験式：

$$\log \frac{k_s}{k_0} = 3.48 \left(1 - 0.225 \sqrt{\frac{(0-p)gk_0}{\tau}} \right) \dots\dots\dots (5.2)$$

が良く適合する。上式は平均点な限界掃流力を僅かに超えた $\frac{\tau}{(0-p)gk_0} = 0.506$ に於て固定床の場合の相当粗度 k_{s0} ($\doteq k_0$) と一致し、掃流力の増大と共に前述の傾向を示し乍ら $\frac{\tau}{(0-p)gk_0} = \infty$ の時 極限值 3.48 に近づいてゆく。従つて大洪水の様に $\frac{\tau}{(0-p)gk_0}$ が非常に大きい流砂河川では k_s は一定と見做して差支えなく、近似的に Manning 式が成り立つ。然し乍ら k_s の絶対値は砂径の 2.2×10^3 程度の大きな値に迄達し得るからその粗度係数は非常に大きい。

最後に Fig. 4 には参考のため永井氏及び安藝、佐藤両氏* により行なわれた人工流砂水路に於ける k_s の計算結果の実験曲線をも併記しておく。流砂河川の実験曲線 (5.2) が両者の実験の略々平均の値をとつて居り、且つ定量的な一致を示してゐない。更に安藝氏 B 種砂や Gilleit の実験** によると砂漣は最初掃流力と共に増加するが、掃流力がある値に達すると砂漣は消滅して k_s は k_0 の略々 2 倍程度におちる。この現象は河川に於ては現われない実験水路の特異な現象であつて、これらに対しては前章に補足的に述べられた多くの parameter を考慮しなければならぬ。これらについては後の機会にゆづるが、尚安藝氏は小波長の砂漣が消滅した後、粗度としては殆んど影響のない波長 1 米程度の微弱な砂寄せを生じたことを記しておられるが、筆者は実際の河川で観察される砂漣はこの砂寄せの発達したものであらうと考えてゐる。

§6 流砂ある河川に於ける流速法則： 前章に於て流砂河川の相当粗度 k_s には相当の散開があり、且つ $\frac{\tau}{(0-p)gk_0}$ が非常に大きい時の実測を缺きその点に若干の疑問を残すけれども、 k_s は (5.2) で良く表わされ

* 前出

** 橋本一朗 “水路床砂礫の掃流量に就いて” 本号に記載参照

る様に見える。従つて、(4.1)と(5.2)とより流砂河川に於ける平均流速公式として

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{R_0} - 20(1 - 0.225 \sqrt{\frac{\alpha - p}{PI} \frac{R_0}{R}}) \quad (6.1)$$

が得られた。上式に於て $\left(\frac{\bar{U}}{U_*}\right)_0 = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{R_0}$ は流砂がないときの流速公式であつて、最後の項が流砂による流速の減少を示してゐる。上式より流砂河川では $\frac{\bar{U}}{U_*}$ は $\frac{R}{R_0}$ と $\frac{PI}{\alpha - p}$ の函数であるから $\frac{PI}{\alpha - p}$ を parameter として $\frac{\bar{U}}{U_*}$ と $\frac{R}{R_0}$ との関係を Fig 5 に與えておいた。

先ず $\frac{PI}{\alpha - p}$ が一定の場合、 $\frac{R}{R_0}$ が略々限界掃流時に対応する値

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\alpha - p}{PI} \times 0.0506 \quad (6.2)$$

に達する迄は河床砂の移動はなく、流速公式は $\frac{\bar{U}}{U_*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{R_0}$ であるが、限界水深(6.2)を超えると $\frac{\bar{U}}{U_*}$ は $\frac{R}{R_0}$ の増加につれて減少し

$$\left(\frac{R}{R_0}\right)_{\min} = 0.81 \frac{\alpha - p}{PI} \quad (6.3)$$

なる水深に於て極小値

$$\left(\frac{\bar{U}}{U_*}\right)_{\min} = -9.28 + 5.75 \log \frac{\alpha - p}{PI} \quad (6.4)$$

をとる。更に $\frac{R}{R_0}$ が増加すると $\frac{\bar{U}}{U_*}$ は次第に大きくなり漸近的に

$$\frac{\bar{U}}{U_*} = -13.75 + 5.75 \log \frac{R}{R_0} \quad (6.5)$$

に近づいてゆく。又 $\frac{R}{R_0}$ をきめると $\frac{PI}{\alpha - p}$ が小さい程、即ち緩勾配の河川程 $\frac{\bar{U}}{U_*}$ は大きくなる。

この様に流砂河川は固定床河川とは全くその平均流速公式を異にすることが知られる。然し乍ら吾々の考え方、即ち相当粗度や河床附近の物理量によつてきめられると云ふ假定が成り立つためには、 $\frac{R}{R_0}$ があまりみても2より小さくないことを必要とする。従つて(6.1)の適用は $\frac{\bar{U}}{U_*} \geq 3$ 以上の速度をもつ流れに限定される。(Fig 4では $\frac{\bar{U}}{U_*} \leq 3$ は点線で示されてゐる)。このことは吾々の考察が自然河川に対しては略々悉当であるにしても $\frac{R}{R_0}$ が小さく、且つ勾配の大きい実験水路に対しては適用し難いことを示しており、実験水路に於てはある掃流力で砂運が消滅することを一連

(21)

の關係をもつと思われる。

次に Chézy 式 $\bar{u} = C \sqrt{RI}$ は $\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{C}{\sqrt{g}}$ であるから (5.1) 及び Fig 5 はそのまま Chézy の係数をあらわしてゐる。又河川の流速公式として最もよく使われる Manning の式は $\bar{u} = \frac{1}{n} R^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$ であるから

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{R_0^{\frac{1}{6}}}{n} \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{1}{6}}$$

と書き更せる。従つてこの式と (6.1) とが一致する様に Manning の n をきめると

$$n' = \frac{n \sqrt{g}}{R_0^{\frac{1}{6}}} = \frac{(R/R_0)^{\frac{1}{6}}}{6.25 + 5.75 \log \frac{R}{R_0} - 20(1 - 0.225 \sqrt{\frac{\sigma - p}{PI} \frac{R_0}{R}})} \quad (6.6)$$

m. sec 単位

となり、Manning の n' は一つの河床砂に対して $\frac{R}{R_0}$ と $\frac{PI}{\sigma - p}$ との關係となる。計算の結果 Fig 6 に示す様に、 n' は固定床の値

$$\frac{(R/R_0)^{\frac{1}{6}}}{6.25 + 5.75 \log \frac{R}{R_0}} \text{ より大きくなり、} \frac{PI}{\sigma - p} \text{ がきまつてゐる時には } \frac{R}{R_0}$$

が非常に大きくなると略々一定値に近づくが、その値は流砂のない場合に較べて遙かに大きい。

最後に永井氏が流砂河川に対して與えられた流速公式 $\bar{u} = \frac{1}{n} R^{0.55} I^{0.2}$ について一言しておかう。流砂河川の相当粗度 R_s に就いて一般的に成り立つ (5.2) の代りに $\log \frac{\tau}{(\sigma - p) g R_0}$ のある領域では

$$\log \frac{R_s}{R_0} = a + b \log \frac{\tau}{(\sigma - p) g R_0} \quad \text{又は} \quad \frac{R_s}{R_0} = A \left\{ \frac{\tau}{(\sigma - p) g R_0} \right\}^b$$

が用いられる。更に (4.1) は $\frac{R}{R_s}$ の変域についての §2 (iii) に述べた制限のもとに

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{n} \left(\frac{R}{R_s} \right)^m$$

と書き更せるから流砂河川に対する指数公式は次の様になる。

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{1}{n} \left(\frac{R_0}{R_s} \right)^m \left(\frac{R}{R_0} \right)^m = \frac{1}{n} A^{-m} \left\{ \frac{(\sigma - p) R_0}{PI} \right\}^{bm} \left(\frac{R}{R_0} \right)^m \quad (6.7)$$

$$\text{又は} \quad \bar{u} = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{2} + m(1-b)} I^{\frac{1}{2} - bm} \quad (6.7')$$

$$n = f(R_0)$$

さて永井氏の用いられた滿州の河川の実測は $\frac{\bar{u}}{u_*} = 10$ 程度のものが多
いから (6.7) に於ける n に一定値を與えるためには (2.5) より $m = \frac{1}{4}$ で
ある。従つて $\beta = 0.8$ とおくと

$$\bar{u} = \frac{1}{n} R^{0.55} I^{0.3}$$

が得られる。永井氏の式に於て実測により確立されてゐるのは R の指数
0.05 であつて I の指数には多分の任意性が介入してゐるから、永井氏の
式 $\bar{u} = \frac{1}{n} R^{0.55} I^{0.2}$ は上述の考察に対応するものである。更に流砂河川
の指数流速公式は限界掃流力附近では n が大きいために R 及び I の指数は
共に小さく、掃流力の増大と共に固定床水路の指数に近づいてゆく。

§7 總 括、本文は流砂ある河川の流速法則に就いて粗度の大きさが
一定である固定床河川との相違を明らかにすると共に、流砂の物理的機構
を考察し、次元解析の助けをかりて流砂河川の一般的無次元法則を得よう
としたものである。

先ず固定床水路及び河川の流速法則については、Keulegan にならつて
円管と同様に Prandtl の速度分布及び完全粗の領域に於ては相当粗度を
 k_s 、径深を R 、摩擦速度 $u_* (= \sqrt{g R I})$ とし平均流速公式

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_s} \quad (2.2)$$

が成り立つことを指摘し、更に上式により吾々は Manning 公式等の指数
公式の物理的意味及びその精度についても多くの知識を得ることが出来る。

[§2]

初て流砂ある河川の流れは粗度の大きさ k_s が一定である固定床の場合
に較べて次の諸点に於てその性格を異にすると考えられる。即ち (i) 砂漣及
び掃流力が大きい時河床に極く局部的な洗滌、堆積による凹凸を生じ、河
床の粗度の状態及び粗度による乱れが変化すること。(ii) 跳躍砂の影響、

(iii) 浮流流砂の影響等である。然して普通の流砂河川に於ては浮流流砂は流
速分布に対して大きな影響を與えないから、便宜的に流砂河川の流れは (i)
及び (ii) の影響が支配的である河床附近の薄い領域と、その上部に存在し
既知の開水路乱流の性質がそのまゝ成立する流れの大半を占める領域とに
2 大別することが出来る。(§3)

従つて流砂河川の流れについても (1) 式が最も合理的な流速公式であるが
この式中の k_s は固定床の様に一定ではなく、河床を規定する砂漣、凹凸

(23)

の大きさや砂の跳躍高さを示し、河床附近の物理量、即ち砂の性質や底面の掃流力等によつて変化すると考えられる。この様な考察により、相当粗度 k_s は次元解析よりその函数形が決定され ((4.1) 及び (5.1)), $\log \frac{k_s}{k_0}$ は砂粒に働く hydraulic な力と重力との割合を示す $\frac{\tau}{(\alpha - \rho) g k_0}$ の函数となることが期待される。

現在迄の流砂河川の測定 (永井氏の用いられた満州の諸河川、安藝氏による鬼怒川、荒木氏による肝属川の実測) を解析した結果、流砂河川の k_s に対して次式が成り立つ。(5.2)

$$\log \frac{k_s}{k_0} = 3.48 \left(1 - 0.225 \sqrt{\frac{(\alpha - \rho) g k_0}{\tau}} \right) \dots\dots\dots (5.2)$$

従つて流砂河川の平均流速公式として流体力学的な根拠をもち、且つ次元的にも正しい。

次式

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_0} - 20 \left(1 - 0.225 \sqrt{\frac{(\alpha - \rho)}{\rho I} \cdot \frac{k_0}{R}} \right) \dots\dots\dots (5.3)$$

が得られた。上式に於て $\left(\frac{\bar{u}}{u_*} \right)_0 = 6.25 + 5.75 \log \frac{R}{k_0}$ は流砂がないとした場合の流速公式であつて、最後の項が流砂による流速の減少を表はしてゐる。且つ $\frac{\bar{u}}{u_*}$ は $\frac{R}{k_0}$, $\frac{\alpha - \rho}{\rho I}$ によつてあらはされるから固定床水路の場合と全く異なつてゐる。尚上式を用いて流砂河川に於ける Manning の粗度係数 n が求められ、永井氏の公式 $\bar{u} = \frac{1}{n} R^{0.55} I^{0.2}$ の意味づけをすることも出来る。

この様に最近の乱流理論による知識や流砂の物理的機構を考慮して従来のものに一步を進めた新しい無次元公式が得られたのであるが、尚次の疑問：

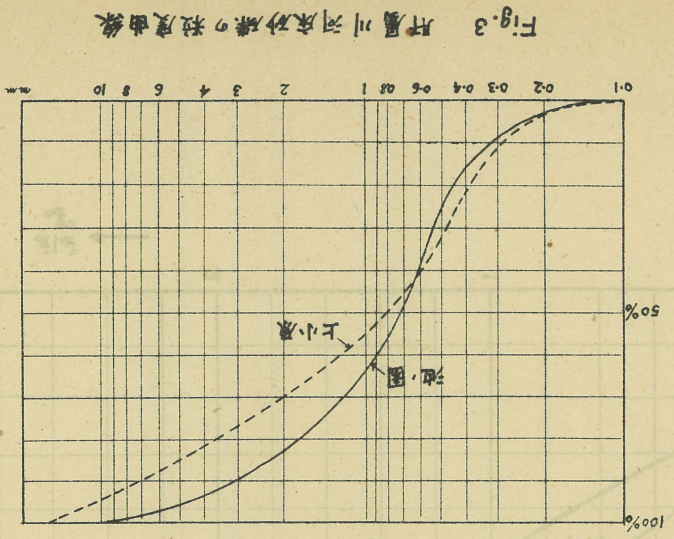
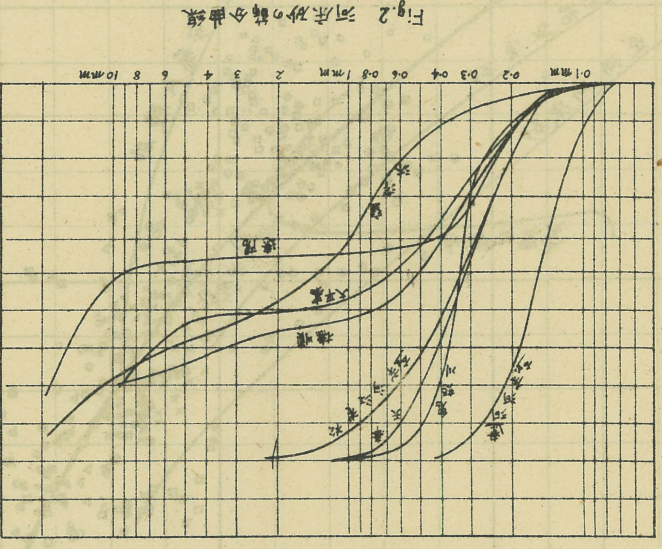
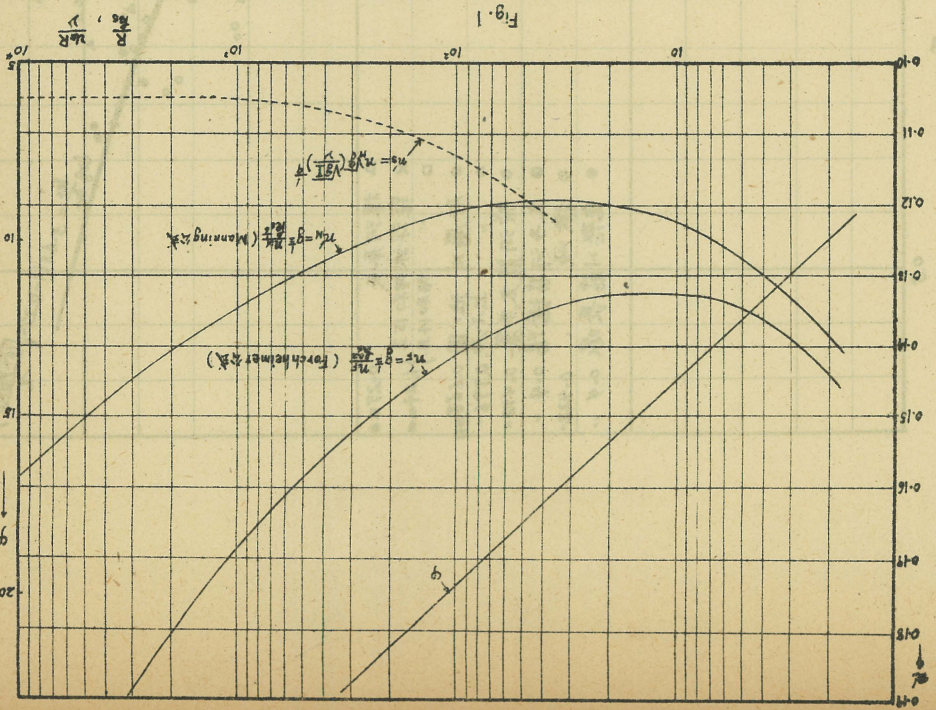
(i) 吾々の考察が成り立つためには $\frac{R}{k_s}$ は 2 より小ならざることを必要とするから (6.1) は $\frac{\bar{u}}{u_*} < 8$ に対しては適用出来ない。Fig 5 によるとこのことは (6.1) が自然河川に対しては悉当であるが $\frac{R}{k_0}$ が小さく勾配の大きい実験水路では成立しないことを示してゐること。

(ii) (i) と連関をもつのであるが、小型の実験水路の流速法則は特に $\frac{\tau}{(\alpha - \rho) g k_0}$ が大きくなると砂運は消滅し、(5.2), (6.1) は成立せず流砂河川とは著しく異なること。

は将来の問題として未知のまゝに残され、精密な実験、実測より検討を加

えて、小型の奥驗水路をも含め更に合理的な流速法則を追求しなければならぬと思はれる。

本論文は栗原教授、篠原教授の御懇篤な御指導のもとに行なわれた。
茲に厚く感謝の意を表するものである。



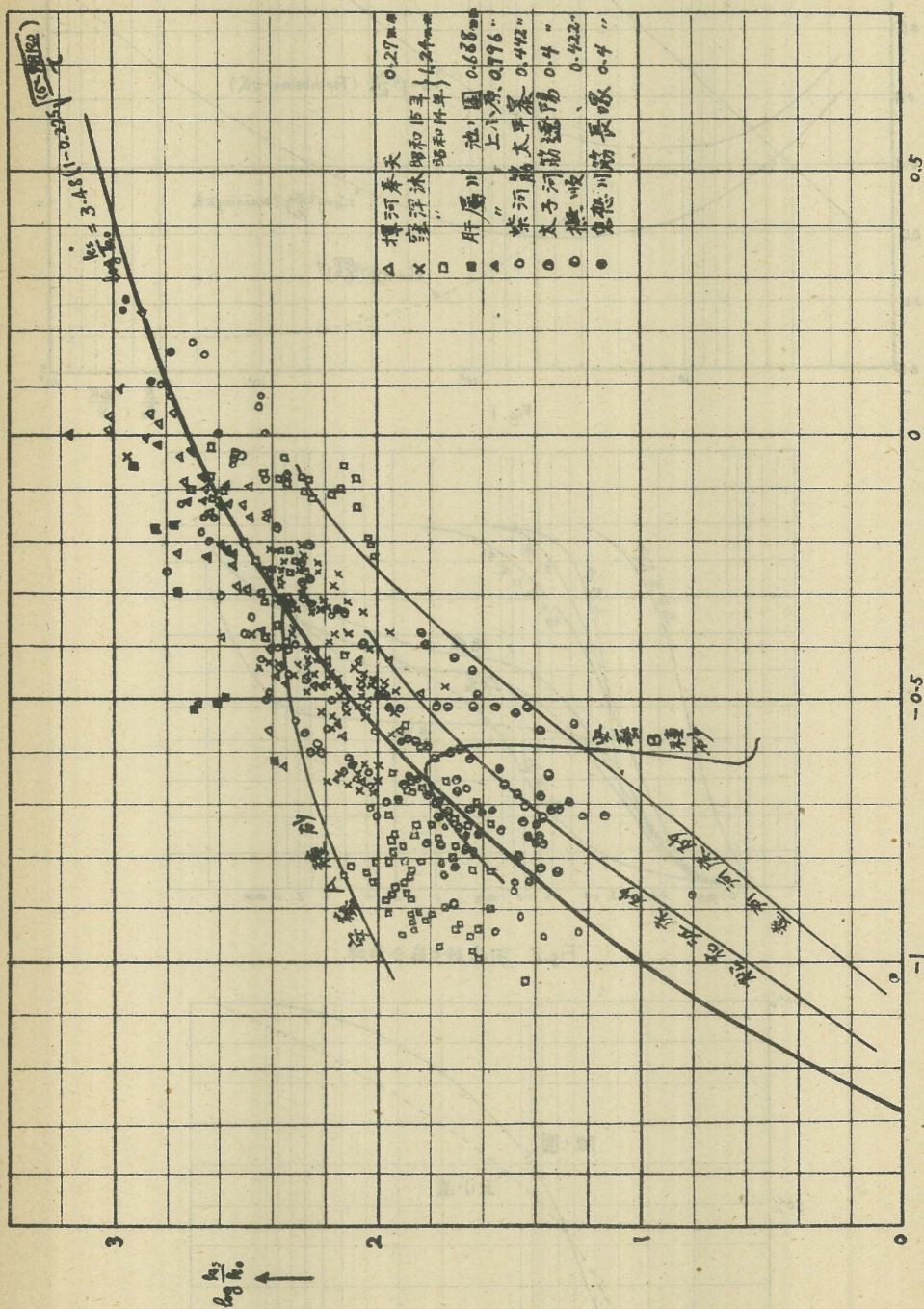


Fig. 4. $\rightarrow \log \frac{\sigma - p}{\sigma} g h_o$

