

## 進行低気圧に依る高潮(三)

山田, 彦兒  
九州帝國大學流體工學研究所

<https://doi.org/10.15017/7153257>

---

出版情報 : 流體工學研究所報告. 4 (1), pp.21-41, 1947-11. Research Institute for Fluid Engineering, Kyushu Imperial University

バージョン :

権利関係 :



# 進行低氣壓に依る高潮 (三)\*

所 員 山 田 彦 兒

(昭和二十二年十月二十五日受理)

## §1. 簡略方程式の導入

第二報でその解を取扱つた方程式 [I(21)] が十分に信用し得る事既に見たところであるが、之を用ひて海岸或は灣奥に於ける潮位を計算する事は極めて困難である。それ故もつと容易に取扱ひ得る近似式を導入する事を考へやう。

[I(21)] の兩邊を  $z$  に就いて  $0 \rightarrow h$  の間に積分すれば、

$$h^{-1} \int_0^h u dz \equiv v \quad (1)$$

即ち鉛直切斷面の平均流速を  $v(x, t)$  と記號する事として

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\nu}{h} \left[ \frac{\partial u}{\partial z} \right]_0^h - g \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x} (hv) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

を得るのであるが、此處に  $[\partial u / \partial z]_{z=0} = 0$  は風に依る切線歪力の無い條件として當然採用し得るとしても  $[\partial u / \partial z]_{z=h}$  の値を事前に直接に知る事が出来ない。そして近似の成否は要するに此の値を如何に假定するかに係るわけである。此處では取扱ふ問題が氣壓に依る水の移動である事に重點を置く。氣壓の場合は、風に依る驅動と異り、理想流體としても一應の計算を許すものである(第一報)事を想起し、その際の水の水平運動速度は、同一鉛直斷面を通じて同一なる事に注目する。斯る完全流體的運動状態に於て粘性が導入される場合を想像するに、水平速度の大小と水底に於ける速度勾配の大小とは互に對應するといふ考へを許容し得るであらう。そして斯る對應中の最も簡單なるものは

(\*) 本報告及び以降の報告は文部省科學研究費に依る研究である。

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=h} = -\frac{x}{h} v \quad (3)$$

なる直接の比例である。但し  $x$  は未知の比例常數(純數)であつて、(3)の假定を最も効果的ならしめる如く撰定されるものとする。此處では此の假定を推し進める事とし、(3)を(4)に代入して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{xv}{h^2} v - g \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}(hv) \end{aligned} \right\} \quad (2)'$$

を得るが、之が今後取扱ふ基礎方程式である。

$x$  を定める爲には無限に長い等深等幅の水道を長さの方向に低氣壓が進行する際の定常潮位、即ち第二報に於て詳論した場合を(2)'を用ひて取扱ひ、兩者の潮位をなるべく一致せしめる事を目標としてその數値を決定する。低氣壓を  $P(x-Vt) \equiv P(X)$  として、[I(21)] に依る解は [I(25)] 即ち\*\*

$$\zeta^* = \frac{1 - \frac{\tan \sqrt{ix}}{\sqrt{ix}}}{\sigma^2 - 1 + \frac{\tan \sqrt{ix}}{\sqrt{ix}}} \cdot \bar{P}; \quad \bar{u} = \frac{V}{h} \frac{1 - \frac{\cos(\sqrt{ix} y)}{\cos \sqrt{ix}}}{\sigma^2 - 1 + \frac{\tan \sqrt{ix}}{\sqrt{ix}}} \cdot \bar{P} \quad (4)$$

$$x \equiv \sigma \gamma \quad (5)$$

であるが、(2)'を全く同様に積分したものは容易に得られて(此の際  $[v]_{x=\pm\infty} = [\zeta]_{x=\pm\infty} = 0$  の条件を用ひる),

$$\zeta^* = \frac{ix}{(\sigma^2 - 1)ix - x\sigma^2} \cdot \bar{P}; \quad \bar{v} = \frac{V}{h} \zeta^* \quad (6)$$

である、そこで、假に兩方の  $\zeta^*$  が完全に恒等であると考え、従つて假に變化量と考へられた  $x(x)$  の模様を吟味して見やう。之は(4)、(6)に依つて

$$x(x) = -\sqrt{ix} \tan \sqrt{ix} / (1 - \tan \sqrt{ix} / \sqrt{ix}) \quad (7)$$

である。(1)

(\*\*) 印刷上の都合に依つて、今後、變換された量の或ものには文字の右肩に星印をつける事とする。

(1)  $x$  の此の式には次の如くしても到達する。即ち元來の導入の定義に従つて  $[(\partial u / \partial z)]_{z=h} = -(x/h^2) \int_0^h u dz$  即ち  $x = -h^2 [(\partial \bar{u} / \partial z)]_{z=h} / \int_0^h \bar{u} dz$  であるから、此の右邊を(4)の  $\bar{u}$  を用ひて計算するのである。兩法の  $x$  が一致すべき事は自ら明かである。

まづ  $|x|$  が極めて小さい際には、稍々面倒な變形並に展開の後に

$$\left. \begin{aligned} R(x) &= 3 + \frac{1}{175}x^2 + \dots\dots\dots \\ I(x) &= -\frac{1}{5}x + \frac{687}{3500}x^3 \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

を得るから、 $|x| \ll 1$  に於て  $x \approx 3$  なる事が分る。次に進んで  $|x|$  が漸次増大した時の値を見る爲に

$$\tan \sqrt{ix} / \sqrt{ix} \equiv A + iB; \quad \sqrt{|x|/2} \equiv y$$

と置けば

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{Bx - i(A - A^2 + B^2)x}{1 - A - (A - A^2 + B^2)} \\ A &= \frac{\{\tan y + \tanh y + (\tan y - \tanh y)\tan y \tanh y\}}{2y(1 + \tan^2 y \tanh^2 y)} \\ B &= \frac{\pm \{-\tan y + \tanh y + (\tan y + \tanh y)\tan y \tanh y\}}{2y(1 + \tan^2 y \tanh^2 y)} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

上號  $x > 0$ , 下號  $x < 0$

を得るから、之を用ひて計算すれば次表の如くである。

第十四表

$ x $	$y$	$A$	$B$	$x$ (上號 $x > 0$ , 下號 $x < 0$ )
0.00	0.0	1.00000	0.00000	3.0000
0.18	0.3	0.99571	$\pm 0.05968$	$3.0002 \mp 0.0350 i$
0.50	0.5	0.96801	$\pm 0.16019$	$3.0021 \mp 0.0995 i$
0.98	0.7	0.88938	$\pm 0.28280$	$3.0055 \mp 0.1957 i$
2.00	1.0	0.67782	$\pm 0.40608$	$3.0226 \mp 0.3981 i$
4.50	1.5	0.37305	$\pm 0.36300$	$3.1125 \mp 0.8756 i$
8.00	2.0	0.24886	$\pm 0.26306$	$3.3224 \mp 1.4869 i$
18.00	3.0	0.16565	$\pm 0.16611$	$4.1313 \mp 2.7512 i$
50.00	5.0	0.10000	$\pm 0.10001$	$6.0980 \mp 4.8780 i$

そこで元の立場に戻り、 $x$  を純常數と考へる時之に與ふべき數値としては、上表から  $x \sim 3$  が見出される。それ故  $x = 3$  とした時の近似の程度を調べる爲に、

$\zeta^*$  を構成する主要函數

$$\left. \begin{aligned} Q(x) &\equiv \frac{1 - \tan\sqrt{ix}/\sqrt{ix}}{\sigma^2 - 1 + \tan\sqrt{ix}/\sqrt{ix}} = \frac{ix}{(\sigma^2 - 1)ix - x(x) \cdot \sigma^2} \\ Q_0(x) &\equiv \frac{ix}{(\sigma^2 - 1)ix - 3\sigma^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

の値を種々の  $\sigma^2$  に對して對照計算して見る。次の第十五表が之を示し、括弧内の數字が  $Q_0(x)$  の値である。此の表を見る時近似の程度は  $\sigma^2$  の値に大いに司配せられ、 $\sigma^2 = 0.5$ 、或は  $\sigma^2 = 2.0$  では先づ満足し得る程度であるが、 $\sigma^2 = 1$  の際には兩函數が性質的にさへ相違して來るのが見られる。即ち近似は  $\sigma^2$  が 1 に近づくと共に悪化する事が期待されるのである。

第 十 五 表

$x$	0.0	0.5	2.0	8.0	50.0	$\infty$	
$\sigma^2 = 0.5$	$R(Q)$	0.000 (0.000)	-0.044 (-0.054)	-0.548 (-0.615)	-1.949 (-1.753)	-2.177 (-1.993)	-2.000 (-2.000)
	$I(Q)$	0.000 (0.000)	-0.327 (-0.324)	-1.033 (-0.923)	-0.995 (-0.657)	-0.294 (-0.120)	0.000 (0.000)
$\sigma^2 = 1.0$	$R(Q)$	0.000 (0.000)	0.006 (0.000)	0.086 (0.000)	0.898 (0.000)	3.998 (0.000)	$\infty$ (0.000)
	$I(Q)$	0.000 (0.000)	-0.166 (-0.167)	-0.650 (-0.667)	-2.006 (-2.667)	-4.998 (-16.667)	$-\infty$ ( $-\infty$ )
$\sigma^2 = 1.3$	$R(Q)$	0.000 (0.000)	0.009 (0.005)	0.134 (0.077)	0.926 (0.915)	2.058 (3.122)	3.333 (3.333)
	$I(Q)$	0.000 (0.000)	-0.127 (-0.128)	-0.472 (-0.501)	-0.923 (-1.487)	-0.765 (-0.812)	0.000 (0.000)
$\sigma^2 = 2.0$	$R(Q)$	0.000 (0.000)	0.010 (0.007)	0.126 (0.100)	0.533 (0.640)	0.803 (0.986)	1.000 (1.000)
	$I(Q)$	0.000 (0.000)	-0.082 (-0.083)	-0.273 (-0.300)	-0.323 (-0.480)	-0.164 (-0.118)	0.000 (0.000)

更に進んで特別な場合に移り、第二報で計算した多くの場合を簡略式を用ひて再び計算し比較對照して見る。即ち  $x = 3$  として(6)を用ひて  $Q$  を計算するのである。第二報に掲げた第六、七、八表甲並に第十表中の括弧内の數字が之であつて、之をグラフに表現したものが第二、三、四圖甲及び第五圖中の點線である。此處では  $P = Ae^{-\lambda|x|}$  とする時(6)の逆變換は容易に行はれて次の表式(11)に達する事を述べるに止め、個々の數値を取入れた多くの表式を列擧する煩を省略する。

$$\left. \begin{aligned}
 X > 0: \zeta &= \frac{1}{\sigma^2 - 1 + (x\sigma^2/B)} A e^{-aX} \\
 &+ \begin{cases} 0 & (\sigma > 1) \\ \frac{2x\sigma^2/B}{(\sigma^2 - 1)^2 - (x\sigma^2/B)^2} A e^{-(1/\sigma^2 - 1)(x\sigma^2/B)aX} & (\sigma < 1) \end{cases} \\
 X < 0: \zeta &= \frac{1}{\sigma^2 - 1 - (x\sigma^2/B)} A e^{aX} \\
 &- \begin{cases} \frac{2x\sigma^2/B}{(\sigma^2 - 1)^2 - (x\sigma^2/B)^2} A e^{(1/\sigma^2 - 1)(x\sigma^2/B)aX} & (\sigma > 1) \\ 0 & (\sigma < 1) \end{cases}
 \end{aligned} \right\} (11)$$

第二, 三, 四圖に就て見るに, 期待される如く  $\sigma^2 = 0.5$  (第二圖)に於て兩者の一致は充分であり,  $\sigma^2 = 2.0$  (第四圖)に於ける精度が之に次ぎ,  $\sigma^2 = 1.3$  (第五圖)の場合に於て兩計算潮位は少くともその趨勢同一であると見る事が出来る. 又同様に期待される如く,  $\sigma^2 = 1$  (第三圖)の際には趨勢が兩者に於て異つてゐる. そこで,  $\sigma^2$  値のどの値迄近似式を以て取扱ひ得るであらうか. 之が答は勿論要求精度次第であるけれ共, 第五圖の  $\sigma^2 = 0.8, \sigma^2 = 1.3$  の場合が之に對する一つの示唆を與へると見る事が出来やう. 此の程度の近似を以て満足する事として, 後程  $\sigma^2 = 1.3$  附近の問題を取上げるであらう.

尙  $x$  に對して 3 以外の値を撰定する事に依つて近似を一層良好ならしめる事が出来るか, といふ問題が残されてゐる. 之に對する一つの答を與へる爲,  $\sigma^2 = 2.0, B = 4$  の場合の  $\zeta$  に就いて吟味したものが第十六表である.  $x = 3.720$  なる値は中心より前方の潮位を正確解のそれに全く一致せしめるものであり, 又  $x = 6.080$  は, 正確解の最高瀬位を  $0.156 (\zeta/(-A))$  の値と見積り. 近似解のそれを之に一致せしむべく撰定された値である. 計算結果は更にグラフとして第四圖丙(第二報)に示されてゐるが, 之を見る時何れの  $x$  をより良しとすべきかの判定に困却し, 寧ろ簡単に  $x = 3$  と撰ぶに如くはないのを知るのであつて, 斯くて最後の  $x = 3$  の採用が決定する.

§2. 海岸に生ずる高潮 (一)

第 十 六 表

$aX$	正確解 <sup>(2)</sup>	近似解 $x = 3.000^{(2)}$	近似解 $x = 3720$	近似解 $x = 6.080$
-3.0	0.080	0.073	0.052	0.024
-2.0	0.136	0.151	0.121	0.065
-1.5	0.156 (最高?)	0.193	0.167	0.102
-1.176	—	0.206 (最高)	—	—
-1.027	—	—	0.192 (最高)	—
-1.0	0.136	0.200	0.192	0.145
-0.745	—	—	—	0.156 (最高)
-0.7	0.085	0.153	0.166	0.156
-0.4	-0.019	0.024	0.061	0.110
-0.2	-0.142	-0.141	-0.091	0.000
-0.1	-0.229	-0.256	-0.204	-0.101
-0.05	-0.282	-0.324	-0.272	-0.167
0.0	-0.350	-0.400	-0.350	-0.248
0.05	-0.332	-0.380	以下正確解に同じ	-0.235
0.1	-0.316	-0.362		-0.224
0.2	-0.286	-0.327		-0.203
0.4	-0.234	-0.268		-0.166
0.7	-0.174	-0.199		-0.123
1.0	-0.129	-0.147		-0.091
1.5	-0.078	-0.089		-0.055
2.0	-0.047	-0.054		-0.034
3.0	-0.017	-0.020		-0.012

第一報に取扱つたと同じ問題を §1 で導いた簡略方程式を用ひ、即ち渦動粘性を取入れて解いて行く事とする。それ故 (2') に  $x = 3$  と置いて

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{3\nu}{h^2} v - g \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}(hv) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

が基礎方程式である。  $t = 0$  に於て  $\zeta = 0, v = 0$  である事第一報の如くであるから、(12) に Laplace 變換を施して

$$\left. \begin{aligned} p\bar{v} &= -g \frac{d\zeta^*}{dx} - \frac{3\nu}{h^2} \bar{v} - g \frac{d\bar{P}}{dx} \\ p\zeta^* &= -h \frac{d\bar{v}}{dx} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

<sup>(2)</sup> 第八表甲から再掲

となる。P に就ても定形等速で x の負から正の方向に進む事第一報と全く同様であつて、従つて [I(7)] の如く  $\bar{P} = e^{-(t/V)x} \phi^*(p)$  である。(13) を  $\bar{v}$  に就て解けば

$$\bar{v} = \frac{V}{h} \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)p-2\epsilon\sigma^2} \left\{ -e^{-(x/V)p} + \alpha e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} + \beta e^{(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \right\} \quad (14)$$

$$2\epsilon \equiv \frac{3\nu}{h^2} = \frac{3V}{\gamma} \quad (14')$$

を得、従つて又

$$\zeta^* = -\frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)p-2\epsilon\sigma^2} \left\{ e^{-(x/V)p} - \alpha \sigma \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} + \beta \sigma \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \right\} \quad (15)$$

となる。此處に平方根は  $|p| \rightarrow \infty$  の時  $\sqrt{p(p+2\epsilon)}$  が p と同一の argument を持つものと約束し、 $p = 0$  と  $p = -2\epsilon$  の兩點間に barrier を設けて置く事とする。(14) を [I(8)] と比較すれば明かな如く、 $\epsilon = 0$  即ち  $\nu = 0$  とすればすべてが理想流體の場合に戻る。この事實から或は一見、(15) の右邊第二、第三項が夫々低氣壓進行に順、逆行して自由速度  $c (= \sqrt{gh})$  で走る潮位を表はす如く認められる惶なしとしないけれ共、之は一般には正しくない。常に第一項を定常隨伴潮位と見做す事も誤である。唯理想流體の際のみが無制限に斯の如く解釋し得る特別の場合であつて、之に就ては節を改めて吟味する事とし、此處では條件に應じて積分常數  $\alpha, \beta$  を決定しさへすれば、(15) が全體としての潮位を算出せしめる事のみを知れば充分である。

水道が  $x = 0$  に岸を持ち、 $x > 0$  に無限に長いものとすれば、條件は  $[\bar{v}]_{x=0} = 0$ ,  $[\bar{v}]_{x=\infty} \neq \infty$  となり、従つて (14) から  $\alpha = 1, \beta = 0$ , 即ち

$$\bar{v} = \frac{V}{h} \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)p-2\epsilon\sigma^2} \left\{ -e^{-(x/V)p} + e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \right\} \quad (16)$$

$$\zeta^* = \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)p-2\epsilon\sigma^2} \left\{ -e^{-(x/V)p} + \sigma \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \right\} \quad (17)$$

が得られる。逆變換が

$$\zeta = \frac{1}{2\pi i} \int_L \zeta^* e^{pt} dp \quad (17')$$

である事、及び積分路が、 $\zeta^*$  の特異点を悉く左に見乍ら、 $p = -i\infty$  から  $p = i\infty$  に至るものなる事は既述の通りである。

(16)、(17) の特異点は、 $\phi^*$  に起因するものを除けば、 $p = 0$ 、 $p = -2\epsilon$  及び  $p = \epsilon \cdot 2\sigma^2 / (1 - \sigma^2)$  の三つで在つて、 $\phi$  の解析的表現が與へられてゐる場合には (17') を函數論的に積分するのが適當である。しかし實際問題として  $\phi$  はグラフ 又は一聯の數値として與へられるものであるから、 $\phi$  の解析的表現を前以て求めて置くべき煩を省略して、直接に數値計算を遂行するに適當な形に (17') を變形する事を試みやう。

先づ

$$\bar{F} \equiv p\phi^* / \{(1 - \sigma^2)p - 2\epsilon\sigma^2\} \quad (18)$$

に該當する函數  $F(t)$  を求めるに、 $\phi'^* = -\phi(0) + p\phi^*$  なる事を考慮して<sup>(3)</sup>、

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= \frac{1}{1 - \sigma^2} e^{\epsilon\lambda t} \left\{ \phi(0) + \int_0^t \phi'(\tau) e^{-\epsilon\lambda\tau} d\tau \right\} \\ &= \frac{1}{1 - \sigma^2} \left\{ \phi(t) + \epsilon\lambda \int_0^t \phi(\tau) e^{-\lambda(\epsilon t - \tau)} d\tau \right\} \\ \lambda &\equiv 2\sigma^2 / (1 - \sigma^2) \end{aligned} \right\} \quad (18')$$

となり、之に依つて  $\phi$  を表はす一聯の數値から  $F(t)$  を表はす數値を容易に計算する事が出来る。

そこで (17) の第一項を見るに之は  $-\bar{F}(p)e^{-(x/V)p}$  であるから、容易に知られる如くその値は

$$\begin{aligned} \zeta^I &= -F\left(t - \frac{x}{V}\right) \\ &= -\frac{1}{1 - \sigma^2} P\left(t - \frac{x}{V}\right) - \frac{\epsilon\lambda}{1 - \sigma^2} \int_0^{t - (x/V)} \phi(\tau) e^{\epsilon\lambda(t - (x/V) - \tau)} d\tau \quad (19) \end{aligned}$$

で在つて、[I(9')] と比較すれば明かな如く、右邊第一項は理想流體の場合の値を、

<sup>(3)</sup>  $\phi'$  は  $(d/d\tau)\phi(\tau)$  を意味する



$$\zeta = -F(t) + \int_0^t G(t-\tau) d\tau e^{-\sigma\tau} I_0(\epsilon\tau) \quad (t \geq 0) \quad (23)$$

となり、之に依つてその潮位を時間的に追跡出来るのであつて、數値例は第四報に於て示す豫定である。

### § 3. 定常状態への移行

時間の経過と共に低氣壓が海上に去つて岸を遠く距る時、之に伴ふ高潮は定常状態に達する筈で、従つて(6)の示す潮位<sup>(6)</sup>

$$\zeta^{**} = \frac{i\omega\gamma}{(\sigma^2 - 1)i\omega\gamma - 3\sigma^2} \cdot P^{**} \quad (6')$$

に一致する筈である。此の間の経過を考へて置く事は計算遂行上の種々の疑問を氷解せしめる爲に必要であるから、此處にそれを吟味しやう。

(18') に依つて

$$F(t) = \frac{1}{1 - \sigma^2} \left\{ \phi(t) + \epsilon\lambda\phi^*(\epsilon\lambda) e^{\epsilon\lambda t} - \epsilon\lambda \int_t^\infty \phi(\tau) e^{\epsilon\lambda(t-\tau)} d\tau \right\}$$

であるから  $\zeta^I$  の中には

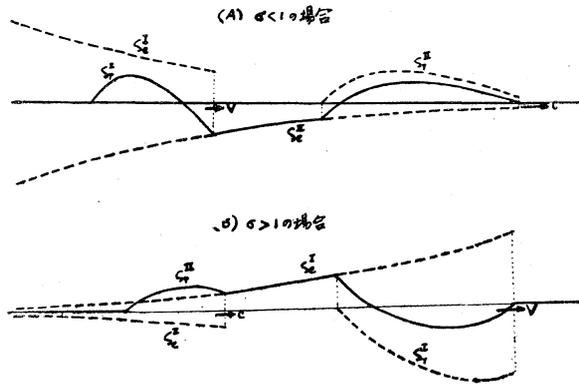
$$-\frac{\epsilon\lambda}{1 - \sigma^2} \phi^*(\epsilon\lambda) e^{\epsilon\lambda(t-x/V)} \quad (t \geq x/V)$$

なる一項を含み、之は(17)より見れば明かな如く、 $p = \epsilon\lambda$  なる極に於ける Residue である。任意の固定點  $x$  に於て眺むれば、此の項は  $\lambda$  の正負即ち  $V < c$ ,  $V > c$  に従つて絶対値が指數函數的に増大或は減少し、 $t = x/V$  の瞬間に突然現れて自後無限に存在する。指數函數的に無限に増大する如き項の存在は物理的に許容し得ない事であり、従つて  $\zeta^{II}$  を表はす諸項の中に之を打消す一項が必ず存在すべきである。實際(17)より見る如く、第二項の  $p = \epsilon\lambda$  に於ける Residue は丁度之を打消し、此の事は指數函數的に減少する場合に就ても同様である。<sup>(7)</sup>

(6) 此の § では  $e^{iaX} dX$  に依る變換と  $e^{-bt} dt$  に依る變換とが同時に現れるから、此の兩者を區別する爲に、前者に依つて變換された量には、肩に\*\*をつける事とする。

(7) 今は(17)を用ひて吟味したけれ共、(20') の  $\zeta^{II}$  を用ひても同一なるべき事勿論であつて、其處の不完全な記載を完成すれば讀取る事が出来る。

然し、 $\zeta^{II}$  が現れるのは  $t = x/c$  の瞬間であるから、 $\zeta^I$  の現れる  $t = x/V$  との間には時間的ずれが存在する。此の間の消息を知る爲に  $\zeta^I$ 、 $\zeta^{II}$  を共に指數函數項  $\zeta_e$  と殘餘部分  $\zeta_r$  とに分轄して考へる事とし、 $\phi(0) = 0$ 、 $\phi(\tau) = 0 (\tau \geq 0)$ <sup>(8)</sup> の



第 6 圖

場合に就て低氣壓が岸を遠く離れた際を圖示して見れば上の如くである。<sup>(9)</sup> 時間が経過して低氣壓が進行して行く時 (その速度  $V$ )、 $\zeta^I$  はその表式から見て、終始形を變化する事なく之に隨伴し。即ち  $\zeta_e^I$ 、 $\zeta_r^I$  は何時迄もその形、大いさを保つ。 $\zeta^I$  と  $\zeta^{II}$  の間隔はその進行速度の差に依つて時間経過と共に開いて行く、そして  $\zeta_e^{II}$  は  $\zeta^{II}$  の先端に於て創られながらも進行速度は  $V$  であり、 $c$  の速度で進む  $\zeta_r^{II}$  は次第に低く、遂に消失するに至る。斯くて  $\zeta_r^{II}$  が消失した際が即ち定常状態で在つて、此の際の  $\zeta$  は  $V < c$  の場合には、 $\zeta_r^I$  とその前方に連つて  $x \rightarrow \infty$  に及んでゐる  $\zeta_e^{II}$  (の一部) から成立ち、 $V > c$  の場合には、 $\zeta_r^I$  と  $\zeta_e^I$ 、即ち完全な  $\zeta^I$  そのものである。此の様に  $V \leq c$  に従つてその定常状態の組成が異なる事は注目すべきである。

次に、上の考察に基いて定常潮位の表式を求めて見やう。

(A)  $\sigma < 1$  の場合： 定常潮位  $\zeta_0$  は  $t - x/V > 0$  の處では  $\zeta_r^I$  であり。その前

<sup>(8)</sup>  $\phi(0) = 0$  は潮位の先端が平均水面から連続的に始まる事を意味し、 $\phi(\tau) = 0 (\tau \geq 0)$  は潮位の尾部が次第に平均水面に復歸する事を保證する。

<sup>(9)</sup> 實線が實現されてゐる水面高低を示す。 $\zeta_r^{II}$  の尾部は明瞭には途切れないのであるけれ共、理解の簡單である様に、圖では途切つて畫かれてゐる。

方  $t-x/V < 0$  の處では  $\zeta_e^{II}$  である。それ故に  $t-x/V > 0$  に於ては、(17)に依つて

$$\zeta_0 = \zeta_r^I = \zeta^I - \zeta_e^I = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{p\phi^* e^{(t-x/V)p}}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} dp - \left[ \begin{array}{l} p = \epsilon\lambda \text{ なる極に} \\ \text{於ける residue} \end{array} \right]$$

となり、此の residue を除く爲には積分路を取換へて、 $p = \epsilon\lambda$  なる極を積分路の右に置けば良い。然るに今の場合  $\phi$  に關する假定に依つて、 $\phi^*$  は虚軸上及びその右には特異點を持たず、且  $|p| \rightarrow \infty$  に於て充分に強く零となる事が分るから、積分路として虚軸を採用する事が出来る。即ち

$$\zeta_0 = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{p\phi^* e^{(t-x/V)p}}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} dp \quad (24)$$

次に  $t-x/V < 0$  の範圍では  $\zeta_0$  は  $\zeta_e^{II}$  であり、 $\zeta_e^{II}$  は  $\zeta_e^I$  の符號をかへて  $t-x/V < 0$  の範圍に延長したもものなる事明かである。それ故

$$\zeta_0 = -\zeta_e^I = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\epsilon\lambda} \frac{p\phi^* e^{(t-x/V)p}}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} dp.$$

此處で前述の  $\phi^*$  の性質と  $t-x/V < 0$  とを考慮すれば、閉積分路  $\epsilon\lambda$  を虚軸に沿ふ  $-i\infty$  から  $i\infty$  迄の路で置換する事が出来るが、斯く置換されたものは即ち(24)に他ならないので在つて、従つて定常状態がその全範圍に亘つて一つの表式(24)で表現される事が分る。

(B  $\sigma > 1$  の場合：此の時  $\zeta_0$  は即ち  $\zeta^I$  である。そして  $p = \epsilon\lambda$  は實軸上負の側に在るから、 $\zeta^{I*}$  の凡ての特異點が虚軸の左側に存在する事となり、 $L$  としては矢張り虚軸を利用出来る。そして斯く定めた  $\zeta^I$  の積分表式は又(24)に完全に一致して丁ふ。

斯くて汎ゆる場合を通じて(24)が定常隨伴潮位を表はす事となるのであるが、之は先に掲げた(6')と同一内容たるべき筈であつて、此の事は次の如く証明せられる。(6') 即ち

$$\zeta_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i\alpha\gamma P^{**}}{(\sigma^2-1)i\alpha\gamma-3\sigma^2} e^{i\alpha(x-Vt)} d\alpha; \quad P^{**} = \int_{-\infty}^{\infty} P(X) e^{-i\alpha X} dX \quad (6'')$$

に於て、今の場合に應じて

$$P(x-Vt) \equiv \phi(t-x/V) \quad (x-Vt < 0 \text{ i.e. } t-x/V > 0)$$

$$P(x-Vt) \equiv 0 \quad (x-Vt > 0 \text{ i.e. } t-x/V < 0)$$

とすれば、 $X = -V\tau$  を考慮して

$$P^{**} = \int_{-\infty}^0 P(X)e^{-iaX}dX = \int_{\tau=\infty}^0 \phi(\tau)e^{-ia(-V\tau)}(-Vd\tau) = V\phi^*(p); \quad p \equiv -iaV$$

となり、従つて上の  $\zeta$  表式の積分變數を  $u$  から  $p$  に變換すれば、(14') を取入れて、丁度(24) が得られるのである。

#### §4. 海岸に生ずる高潮(二)

既に定常に達してゐる潮位を伴ふ低気圧が  $x$  の負方向から進んで來る時に、 $x=0$  に在る岸の爲に生ずる高潮の計算に移る。低気圧の前端が岸に達した時を時間の原點に採る事として

$$P(t-x/V) \equiv \phi(t-x/V) \quad (t-x/V \geq 0)$$

$$P(t-x/V) \equiv 0 \quad (t-x/V < 0)$$

とすれば、その隨伴定常潮位  $\zeta_0$  は(24)で與へられ、之に伴ふ海水の水平平均速度  $v_0$  は(6)に依つて

$$v_0 = -\frac{V}{h} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p\phi^*e^{p(t-x/V)}}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} dp \quad (24')$$

なる事明かである。

此の潮位が岸に依つて反射せられて第二の潮位を生じ、此の第二の潮位は自由なる波動方程式、即ち(12)の中に  $P \equiv 0$  と置いて得られるもの、

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} + 2\epsilon \frac{\partial \zeta}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} \quad (25)$$

の解で在つて、その進行方向が  $x$  の負に向ふものである事勿論である。斯るものの一つとして、 $p$  を或 parameter とする時、 $e^{+ix/c} \sqrt{p(p+2\epsilon)+1}$  を擧げる事が出來、従つて一般に

$$\zeta_1 = \frac{1}{2\pi i} \int_L B(p) e^{(x/c) \sqrt{p(p+2\epsilon)} + tp} dp \quad (26)$$

が斯る潮位を表はす、此處に積分路  $L$  は  $\zeta_1$  が逆行波を與へる事を保証するものなるべき事勿論である。そして之に伴ふ海水の水平平均速度  $v_1$  は(12)によつて

$$v_1 = -\frac{c}{h} \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{pB(p)}{p(p+2\epsilon)} e^{(x/c) \sqrt{p(p+2\epsilon)} + tp} dp \quad (27)$$

となる。

$\zeta_1$  が  $\zeta_0$  に依つて誘起されるもので在る爲には、 $x=0$  に於て  $v_0$  と  $v_1$  とが互に打消さなければならない。故に先づ

$$B(p) = -\sigma \sqrt{p(p+2\epsilon)} \phi^* / (1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)$$

となり、次に積分路  $L$  は、虚軸に沿ふて  $-i\infty$  から  $i\infty$  に至るもので在る事が分る。即ち(26)の表式が確定して

$$\zeta_1 = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\sigma \sqrt{p(p+2\epsilon)}}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \phi^* e^{(x/c) \sqrt{p(p+2\epsilon)} + tp} dp. \quad (26')$$

求むる高潮  $\zeta$  は入反射兩波の和であるから

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_1 \quad (28)$$

此處に注意すべきは、(26')の積分路上に分岐點  $p=0$  が存在する事であつて、之を無限小半徑の半圓を以て迂廻するに際し、その半圓は  $p=0$  を左に見て進むものなるべき事容易に理解せられる處である。

先に(18)に於て導入した函數  $F(t)$  に對應して

$$\mathfrak{F}(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} e^{tp} dp \quad (29)$$

なる函數を導入する。  $\mathfrak{F}$  と  $F$  の間には

$$\mathfrak{F}(t) = \begin{cases} F(t) - \frac{\epsilon\lambda}{1-\sigma^2} \phi^*(\epsilon\lambda) e^{\epsilon\lambda t} & (\sigma < 1) \\ F(t) & (\sigma > 1) \end{cases} \quad (29')$$

なる關係が存在する。又同様に(20), (21)で導入した  $G(t)$  に對應して



を得るが、之の適用例は第四報に述べる事とする。

ついでに一つの擴張を述べやう。即ち  $P \equiv 0(t-x/V < 0)$  の制限を撤去して如上の問題を取扱ふ事である。元來一般的な定常随伴潮位は(6'')で與へられるが、 $P$ の變數を  $X$  から  $\tau$  に變化する際に、上の制限を取去つて、一般に  $P \equiv \phi(t-x/V)$  とすれば、 $p \equiv -i\alpha V$  として

$$P^{**} = \int_{+\infty}^{-\infty} \phi(\tau) e^{-p\tau} (-V d\tau) = V\phi_{**}^*; \quad \phi_{**}^*(p) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\tau) e^{-p\tau} d\tau \quad (34)$$

となる。それ故に  $\zeta_0$  の積分變數を  $a$  から  $p$  に變更すれば

$$\zeta_0 = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{p\phi_{**}^*(p)}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} e^{p(t-x/V)} dp \quad (35)$$

を得、之は(24)と比較して唯  $\phi^*$  を  $\phi_{**}^*$  に依つて置換したものに過ぎない。それ故に  $x=0$  の壁に依る反射潮位  $\zeta_1$  は、(26')の中の  $\phi^*$  を  $\phi_{**}^*$  で置換したもので與へられ、更に  $\zeta_0, \zeta_1$  の積分が(29), (30), (31), (32)の  $\phi^*$  を  $\phi_{**}^*$  で置き換へて得られる事も亦自ら明かである。

### §5. 矩形閉湖に生ずる高潮.

兩端を  $x=0, b$  に持つ水道即ち入口が極めて狭くて閉口と見做し得る港灣或は矩形の湖に低氣壓が進入する際を考へる。その條件は  $x=0, b$  に於て  $\bar{v}=0$  なる事であるから、(14)から

$$\alpha = 1 - \beta; \quad \beta = \left\{ e^{-(b/V)p} - e^{-(b/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \right\} / 2 \sinh \left\{ \frac{b}{c} \sqrt{p(p+2\epsilon)} \right\}$$

を得、之を(15)に用ひて

$$\zeta^* = \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \left\{ \begin{array}{l} -e^{-(x/V)p} + \sigma \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \\ -\sigma \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} \frac{e^{-(b/V)p} - e^{-(b/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}}}{\sinh\left(\frac{b}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}\right)} \\ \times \cosh\left(\frac{x}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}\right) \end{array} \right\} \quad (36)$$

が得られる。

$\zeta^*$  から  $\zeta$  に變換するに當つては [I § 3] に於ける展開方式をその儘襲用するのが便利である。即ち

$$\begin{aligned} \zeta^* &= \zeta^I + \zeta^{II*} + \sum_{n=0}^{\infty} (\zeta_{n+}^{III*} + \zeta_{n-}^{III*}) + \sum_{n=0}^{\infty} (\zeta_{n+}^{IV*} + \zeta_{n-}^{IV*}) \\ \zeta^I &= -\frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} e^{-(x/V)p} \\ \zeta^{II*} &= \sigma \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \\ \zeta_{n\pm}^{III*} &= -\sigma \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-((2n+1)b\mp x)(1/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)} - (b/V)p} \\ \zeta_{n\pm}^{IV*} &= \sigma \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} e^{-((2n+2)b\mp x)(1/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} \end{aligned} \quad (37)$$

此等の  $\zeta^*$  を見るに、 $\zeta^I$  と  $\zeta^{II*}$  とは § 2 に於ける其等と全く同一であり、その他の  $\zeta^*$  はすべて  $\zeta^{II*}$  と同一の形を持つ<sup>(10)</sup>。それ故に  $\zeta$  への變換は直ちに行はれて

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta^I + \zeta^{II} + \sum_{n=0}^{\infty} (\zeta_{n+}^{III} + \zeta_{n-}^{III}) + \sum_{n=0}^{\infty} (\zeta_{n+}^{IV} + \zeta_{n-}^{IV}) \\ \zeta^I &= -F(t-x/V) \\ \zeta^{II} &= \begin{cases} \int_{x/c}^t G(t-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2-x^2/c^2}) & (t \geq x/c) \\ 0 & (t < x/c) \end{cases} \\ \zeta_{n\pm}^{III} &= \begin{cases} -\int_{(2n+1)b\mp x)/c}^{t-b/V} G(t-b/V-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (2n+1)b\mp x)^2/c^2}) & (t \geq b/V + \frac{2n+1b\mp x}{c}) \\ 0 & (t < \quad \quad \quad ) \end{cases} \\ \zeta_{n\pm}^{IV} &= \begin{cases} \int_{(2n+2b\mp x)/c}^t G(t-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (2n+2b\mp x)^2/c^2}) & (t \geq \frac{2n+2b\mp x}{c}) \\ 0 & (t < \quad \quad \quad ) \end{cases} \end{aligned} \quad (37')$$

を得る事は容易に分る通りである。

特に  $x = 0$  の岸に於ては

<sup>(10)</sup>  $\zeta^{III*}$  に於ける因數  $ebp/V$  は、既に見た如く、 $t$  の代りに  $t-b/V$  を代入すべき事を示してゐるに過ぎない。

$$\left. \begin{aligned}
 \zeta^I &= -F(t); \quad \zeta^{II} = \begin{cases} \int_0^t G(t-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\tau), & (t \geq 0) \\ 0, & (t < 0) \end{cases} \\
 \zeta_{n+}^{III} &= \begin{cases} -\int_{\frac{2n+1b}{c}}^{t-b/V} G(t-b/V-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (2n+1b)^2/c^2}), & (t \geq b/V + \frac{2n+1b}{c}) \\ 0 & (t < \quad \quad \quad) \end{cases} \\
 \zeta_{n+}^{IV} &= \begin{cases} \int_{\frac{2n+2b}{c}}^t G(t-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (2n+2b)^2/c^2}), & (t \geq \frac{2n+2b}{c}) \\ 0 & (t < \quad \quad \quad) \end{cases} \\
 \zeta_{n-}^{III} &= \zeta_{n+}^{III}; \quad \zeta_{n-}^{IV} = \zeta_{n+}^{IV}
 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

となり、従つて

$$\zeta = \zeta^I + \zeta^{II} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_{n+}^{III} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_{n+}^{IV} \quad (38')$$

を得、又  $x = b$  の岸に於ては

$$\left. \begin{aligned}
 \zeta^I &= -F(t-b/V); \quad \zeta_{0+}^{III} = \begin{cases} -\int_0^{t-b/V} G(t-b/V-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\tau) & (t \leq b/V) \\ 0 & (t < b/V) \end{cases} \\
 \zeta_{n-}^{III} &= \begin{cases} -\int_{\frac{2n+1b}{c}}^{t-b/V} G(t-b/V-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (2n+1b)^2/c^2}), & (t \geq b/V + \frac{2n+1b}{c}) \\ 0 & (t < \quad \quad \quad) \end{cases} \\
 \zeta_{n+}^{IV} &= \begin{cases} \int_{\frac{2n+1b}{c}}^t G(t-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (2n+1b)^2/c^2}), & (t \geq \frac{2n+1b}{c}) \\ 0 & (t < \quad \quad \quad) \end{cases} \\
 \zeta^{II} &= \zeta_{0+}^{IV}; \quad \zeta_n^{III} = \zeta_{(n-1)-}^{III} (n \geq 1); \quad \zeta_{n-}^{IV} = \zeta_{(n+1)+}^{IV}
 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

となり、従つて

$$\zeta = \zeta^I + \zeta_{0+}^{III} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_{n-}^{III} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_{n+}^{IV} \quad (39')$$

を得る。そして(38), (39) を見るにすべての項が

$$F(t)$$

及び

$$E_m(t) \equiv \left. \begin{cases} \int_{mb/c}^t G(t-\tau) d\tau e^{-\epsilon\tau} I_0(\epsilon\sqrt{\tau^2 - (mb)^2/c^2}) & (t \geq mb/c) \\ 0 & (t < " ) \end{cases} \right\} \quad (40)$$

なる二種類の函數で盡される事が分り、之を用ひて (38'), (39') を書きかへれば

$$x = 0: \quad \zeta = -F(t) + E_0(t) - 2\sum_{n=0}^{\infty} E_{2n+1}(t-b/V) + 2\sum_{n=0}^{\infty} E_{2n+2}(t) \quad (38'')$$

$$x = b: \quad \zeta = -F(t-b/V) - E_0(t-b/V) + 2\sum_{n=0}^{\infty} E_{2n+1}(t) - 2\sum_{n=0}^{\infty} E_{2n+2}(t-b/V) \quad (39'')$$

となる。之等を用ひる數値例は次報に於て示すであらう。

### § 6. 開口港灣に生ずる高潮

灣口を  $x = 0$  にとり奥岸を  $x = b$  とする。理想的な場合を考へて隨伴して來る潮位は灣口侵入に際して變形を受けないものとすればその表式  $\zeta_0$  は、 $t$  を低氣壓前端が灣口に到達した時から數へるものとして、(24), (25) で與へられる。

灣口に於ける反射潮位は、容易に分る如く

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= \frac{1}{2\pi i} \int_{L'} A(p) e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}+pt} dp; \\ v_1 &= \frac{c}{h} \cdot \frac{1}{2\pi i} \int_{L'} \frac{pA(p)}{p(p+2\epsilon)} e^{-(x/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}+tp} dp, \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

で表はされ、灣奥岸の反射潮位は既に見た如く (26), (27) で在つて、今之を  $\zeta_2, v_2$  と記號する。

灣奥岸に於て  $v = 0$  なる條件は従前の通りであるが、灣口に於ける條件は周知の如く簡単な取扱ひを許さない。しかし兎に角、港灣靜振の場合などに用ひられてゐる普通の取扱ひ、即ち其處に於て合成自由潮位 (隨伴潮位を除いたもの) が零となる、といふ條件を先づ用ひる事とせやう。  $L, L'$  なる積分路を、分岐點  $p = 0$  に就ての既述の注意を取入れながら、虚軸に採つて、 $[v_1 + v_2 + v_0]_{x=b} = 0$  の

条件から

$$-e^{-(b/V)p} + ae^{-(b/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} - \beta e^{(b/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}} = 0$$

を得、又  $[\zeta_1 + \zeta_2]_{x=0} = 0$  の条件から

$$a + \beta = 0$$

が得られるから、従つて

$$a = -\beta = e^{-(b/V)p/2} \cosh\left(\frac{b}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}\right)$$

となる。此處に  $a, \beta$  は

$$A \equiv \frac{\sigma\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)}\sqrt{p(p+2\epsilon)} \cdot a; \quad B \equiv \frac{\sigma\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)}\sqrt{p(p+2\epsilon)} \cdot \beta$$

と置かれたものである。それ故に

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2 \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \left\{ -e^{-(x/V)p-\sigma} \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} \frac{e^{-(b/V)p}}{\cosh\left(\frac{b}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}\right)} \right. \\ &\quad \left. \times \sinh\left(\frac{x}{c}\sqrt{p(p+2\epsilon)}\right) \right\} e^{tp} dp \end{aligned} \quad (42)$$

が高潮を與へる事となり、之を例の如く展開して

$$\left. \begin{aligned} \zeta &= \zeta^{I'} + \sum_{n=0}^{\infty} (\zeta_{n+}^{III'} + \zeta_{n-}^{III'}) \\ \zeta^{I'} &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} e^{p(t-x/V)} dp \\ \zeta_{n\pm}^{III'} &= \mp (-)^n \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \sigma \frac{p\phi^*}{(1-\sigma^2)(p-\epsilon\lambda)} \cdot \frac{\sqrt{p(p+2\epsilon)}}{p} \\ &\quad \times e^{pt-(2n+1b\mp x)(1/c)\sqrt{p(p+2\epsilon)}-(b/V)p} dp \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

を得るが、之を前節の展解と比較すれば、物理的に reasonable なのを容易に讀取る事が出来る。(43)の積分は §4 で導入した  $\mathfrak{F}(t), \mathfrak{G}(t)$  を用ひて成就される。即ち  $\zeta^{I'}$  は其處の  $\zeta_0$  [(24), (31)] に外ならず、 $\zeta_{n\pm}^{III'}$  は其處の  $\zeta_1$  [(26'), (32)] と同型である。それ故灣奥岸  $x=b$  の潮位に就ては

$$\zeta'' = -\mathfrak{F}(t-b/V)$$

$$\zeta_{n+}''' = (-)^{n+1} \int_{2nbl/c}^{\infty} \mathfrak{G}(t-b/V-\tau) d\tau e^{-\varepsilon\tau} I_0(\varepsilon\sqrt{\tau^2-(2nb)^2/c^2})$$

$$\zeta_{n-}''' = (-)^n \int_{2n+2bl/c}^{\infty} \mathfrak{G}(t-b/V-\tau) d\tau e^{-\varepsilon\tau} I_0(\varepsilon\sqrt{\tau^2-(2n+2b)^2/c^2})$$

が得られ、此處に於て、前節に倣つて

$$\varepsilon_m(t) \equiv \int_{mbl/c}^{\infty} \mathfrak{G}(t-\tau) d\tau e^{-\varepsilon\tau} I_0(\varepsilon\sqrt{\tau^2-(mb)^2/c^2}) \quad (44)$$

なる函數を導入すれば

$$\zeta = -\mathfrak{F}(t-b/V) - \varepsilon_0(t-b/V) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-)^n \varepsilon_{2n}(t-b/V) \quad (45)$$

に依つて高潮が表現される事となる。此の場合の數値例も第四報で示す事としよう。

(45) に於ては渦動粘性に依る潮位の減衰が取入れられてゐる一方、波動エネルギーの灣口からの散逸が省略せられて、其處での完全反射が假定されてゐる。何れがより大きい効果を潮位の消滅に寄與するかは場合場合の問題ながら、普通の港灣に於て後者が前者に較べて省略し得ると考ふべきでは無いであらう。それ故次に之を取入れる事とする。

此の爲最も簡単な方法は、凡ゆる波が灣口に於て再び内奥に向けて反射する時、その波高が入射波の  $\xi$  倍 ( $0 < \xi < 1$ ) に減ずると考へて定數  $\xi$  を導入し<sup>(11)</sup>、之を導入した時の計算結果を實測に一致せしめる如くその値を撰定する事である。そして  $\xi$  を導入するには (43) 式を見て、灣口反射を  $m$  回うけてゐる  $\zeta_{m+}'''$  を  $\xi^m \zeta_{m+}'''$  で置きかへるだけの手數をとれば良い。それ故に、(45) に對應して

$$x = b: \zeta = -\mathfrak{F}(t-b/V) - \varepsilon_0(t-b/V) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-)^n \xi^n \varepsilon_{2n}(t-b/V) \quad (46)$$

を得、同様に灣口に於て

$$x = 0: \zeta = -\mathfrak{F}(t) + (1-\xi) \sum_{n=0}^{\infty} (-)^{n+1} \xi^n \varepsilon_{2n+1}(t-b/V) \quad (47)$$

を得る。數値例は同じく次報で示されるであらう。

<sup>(11)</sup> H. Lamb: 'Hydrodynamics' p.262 (6th edition) 参照。