

曳航船の曳索に生ずる張力及び繫船浮標用錨鎖に生ずる張力

上野, 敬三
九州帝國大學流體工學研究所

<https://doi.org/10.15017/7152014>

出版情報 : 流體工學研究所報告. 2 (3), pp.49-75, 1944-02-25. Research Institute for Fluid Engineering, Kyushu Imperial University

バージョン :

権利関係 :



曳航船の曳索に生ずる張力及び繫船浮標用 錨鎖に生ずる張力

所 員 上 野 敬 三

(昭和18年2月20日受理)

Abstract.

On the Tension of Towing Hawsers of Ships and also of Chain Cables of Mooring Buoys.

By Keizo Ueno, *Kogakuhakushi, Member.*

In the fore part of this paper the author discussed the tension occurred in the towing hawser of ships when they meet regular waves and gusts, assuming that the profile of the towing hawser is a catenary curve and the weight of the hawser per unit length is constant, and neglecting water resistances to the motions of the hawser in water, and the following results are obtained: If so long heavy hawser as T/T_e is very large, where T is a period of free oscillation of the hawser and T_e is a period of encounter of ships and waves, is used, the tension in the hawser is affected only by winds but by no wave, and even this winds' effect is safely so small as the hawser can not be cut off, whereas the tension in a short light hawser is much affected by both waves and winds, and especially, if T/T_e is unity, the tension is steeply augmented from time to time, and finally the hawser will be cut off, but even their effects either can be minimized by adjusting the phase difference between the towing and towed ships to the encounter waves, or can be free from the synchronism between T and T_e , by changing the length of the hawser, the speed and course of the towing ships. It is cleared up that in all cases the smaller towing ship is used, the smaller the effects of waves and winds on the tension in the hawser is.

In the after part of this paper the author discussed similarly as above the tension occurred in the chain cables of mooring buoys when ships moored in sea of some depth of water meet regular waves and gusts, and the following results are obtained: If so large heavy chain cables as T/T_w is very large, where T is a period of free oscillation of the chain cables and T_w is a period of waves, is used, the tension in the chain cables is affected only by winds but by no wave, whereas the tension in short light chain cables is much affected by both waves and winds, and especially, if T/T_w is unity, the tension is steeply augmented from time to time, and finally they will be cut off. It is therefore advisable to use as large heavy chain cables as possible in order to be free from the cutting off.

緒 言

曳航船が大洋を航行する際には曳船及び被曳船が風浪のために各々縦揺、横揺、艀揺或は上下動を

行ひ、曳索中に非常に大なる張力を生じ、ために曳索を切斷することが多い。この場合に若し曳索に十分な弾性があれば、この Towing shock を吸収し得て、切斷を免れ得るのであるが、曳索として Steel wire hawser を用ふる場合はその弾性限界内に於ける伸張は約 $2\frac{1}{2}\%$ であるから、荒天時に於ける曳索の應力を軽減するには不十分である。それで普通一般には曳索の長さを出來得る限り長くし、且つ、これに重量を持たしめる。例へば、非常に長い Steel wire hawser に Bower chain を連結したものを曳索として使用する。而してこの重い長い曳索を水中深く垂らして曳航すると、垂れ下つた部分の曳索が Elastic spring の作用をして、Towing shock を充分に吸収することが出来る。曳索の長さは被曳船が曳船の推進器後流の影響を避けるためにも、又、操舵性を良くするためにも相當の長さを要するもので、S. Miller⁽¹⁾ 氏は曳船の長さの $6\frac{1}{2}$ 倍の曳索を用ひし時に甫めて曳船の推進器後流の影響を免れ得た例を擧げてゐる。

曳航船の問題を取扱つた文獻としては前記 S. Miller 氏が曳航船の實例を種々擧げてゐる外に、鈴木不二男⁽²⁾氏の論文があるが、これは問題を靜的に取扱つてゐる。これを動的に取扱つた文獻は未だ無い様である。

本論文では曳索が懸垂曲線をなすものと假定し、且つ、曳索の弾性伸長及び曳索が水中を運動する際に受ける水の抵抗を無視し、曳船及び被曳船が風と浪の影響を受ける際曳索中に生ずる張力に就て論じた。

又、繫留船舶は荒天時に風浪、潮流等のため繫船浮標を中心として前後左右に移動し、ために繫船浮標を海底に取付けてゐる處の錨鎖は水中に在つて激しく動搖し、大なる張力を受けて切斷することが多い。錨鎖の動搖は船舶曳航時の曳索の動搖と全然同じ様に取扱ふことが出来るので、本論文後半に於て繫留船舶が風と浪の影響を受けた時繫船浮標用錨鎖に生ずる張力に關して少しく觸れて見た。

I. 曳航船の曳索に生ずる張力

曳航船がある規則波中を進行し、更に進行方向から突風を受けた時、曳索中に生ずる張力を求める。

1. 記號及び假定

次の如き記號を使用する (第 1 圖参照)

F_1 = 曳船の推進器推力

W_1 = 曳船が水中を運動する際の見掛けの重量

W_2 = 被曳船が水中を運動する際の見掛けの重量

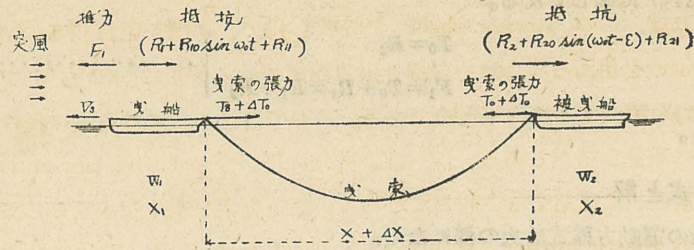
X_1 = 曳船の走行距離

X_2 = 被曳船の走行距離

S = 曳索の長さ

(1) S. Miller: "Elastic Towing," Marine Engineering and Shipping Age, 1924.

(2) 鈴木不二男: "On the Elastic Towing," 九州帝國大學工學部造船學科卒業論文 (昭和 3 年).



第 I 圖

w = 曳索の単位長さの水中に於ける見掛けの重量

T_0 = 曳航船が静水中を一定速度 V_0 にて進行する時、曳索中に生ずる張力の水平分力

X = 曳航船が静水中を一定速度 V_0 で進行する時の曳索の水平の長さ

ΔT_0 = 風波の影響に依つて生ずる T_0 の増加

$\Delta X = T_0$ が ΔT_0 だけ増加する時の X の増加量

R_1 = 曳船が静水中を一定速度 V_0 で進行する時水から受ける抵抗

R_2 = 被曳船が静水中を一定速度 で進行する時水から受ける抵抗

R_{11} = 突風に依る風圧から来る曳船の抵抗

R_{21} = 突風に依る風圧から来る被曳船の抵抗

$R_{10} \sin \omega_0 t$ = 曳船が規則波中を進む場合、縦揺、横揺、艀揺、上下動等のために生ずる抵抗増加量

$R_{20} \sin(\omega_0 t - \epsilon)$ = 被曳船が規則波中を進む場合、縦揺、横揺、艀揺、上下動等のために生ずる抵抗増加量

T = 曳索の自己振動週期

T_e = 船と波との出會週期

p = 船と波との出會時間に就て、被曳船の曳船に對する位相の遅れを表はす係数

然る時は

$$\omega_0 = 2\pi/T_e, \quad \epsilon = 2\pi p$$

と置くことが出来る。茲に T_e, p は夫々附録 II に於て定義せられる。

曳索が水中を進行する時には水の抵抗を受け、曲線が懸垂曲線から少しく變形する筈であるが、その抵抗は曳索の張力に比して非常に小さく、又、曲線の變形も極小なる故、これを無視する。又異なる材質のものを組合せて一本の曳索として使用せる場合、例へば、Steel wire rope と Bower chain とを連結せる様な場合には、曳索の単位長さの重量も均一でなく、曲線も懸垂曲線より異つて来る筈であるが、茲では取扱ひの便宜上、曳索の単位長さの重量は均一、曲線は正しく懸垂曲線を示すものと假定して論を進める。曳索が水中に於て振動する場合の水の抵抗を無視する。従つて、この場合は曳索の自由振動が減衰しないと假定することとなる。又船が風波の影響を受けて前後に動揺する時その船の運動に對する水の抵抗を無視する。尙、曳航船が静水中を一定速度 V_0 にて進行する時と、風波の影響を受けた時とに於て曳船の推進器推力 F_1 に變化なきものと假定する。

以上の假定を置くと、曳船の艀に於ける曳索の張力の水平分力と被曳船の艀に於ける夫とは同じ大

さとなり、 $(T_0 + \Delta T_0)$ に等しくなる。

又

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= R_2 \\ F_1 &= T_0 + R_1 = R_1 + R_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

の関係が表はれる。

2. 運動方程式と解

曳船及び被曳船の運動方程式は次の様になる。

曳船の運動方程式

$$\frac{W_1}{g} \frac{d^2 X_1}{dt^2} = F_1 - (T_0 + \Delta T_0) - [R_1 + R_{10} \sin \omega_0 t + R_{11}] \dots\dots\dots (2)$$

被曳船の運動方程式

$$\frac{W_2}{g} \frac{d^2 X_2}{dt^2} = (T_0 + \Delta T_0) - [R_2 + R_{20} \sin (\omega_0 t - \varepsilon) + R_{21}] \dots\dots\dots (3)$$

然るに (1) の関係があるから、上の二運動方程式は次の様に簡単になる。

$$\frac{d^2 X_1}{dt^2} = -\frac{g}{W_1} [\Delta T_0 + R_{10} \sin \omega_0 t + R_{11}] \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{d^2 X_2}{dt^2} = \frac{g}{W_2} [\Delta T_0 - R_{20} \sin (\omega_0 t - \varepsilon) - R_{21}] \dots\dots\dots (5)$$

一方に於て $X_1, \Delta X, X_2$ の間に

$$X_1 = \Delta X + X_2 \dots\dots\dots (6)$$

の関係がある。今 (6) を時間 t に就て二回微分すれば

$$\frac{d^2 X_1}{dt^2} = \frac{d^2 \Delta X}{dt^2} + \frac{d^2 X_2}{dt^2}$$

上式に (4), (5) を代入し、更に附録 I, (3) の関係を用ふれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Delta T_0}{dt^2} + \omega^2 \Delta T_0 &= -R_0 \sin (\omega_0 t + \sigma) - R' \\ \text{但し } R_0 &= \sqrt{(R_{20}' \sin \varepsilon)^2 + (R_{10}' - R_{20}' \cos \varepsilon)^2} \\ \tan \sigma &= (R_{20}' \sin \varepsilon) / (R_{10}' - R_{20}' \cos \varepsilon) \\ R_{10}' &= \frac{g R_{10}}{K W_1}, \quad R_{20}' = \frac{g R_{20}}{K W_2}, \\ R' &= \frac{g}{K} \left(\frac{R_{11}}{W_1} - \frac{R_{21}}{W_2} \right), \quad \omega^2 = \frac{g}{K} \left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

(7) の一般解は

$$\Delta T_0 = A \sin (\omega t + \gamma) + \frac{R_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \sin (\omega_0 t + \sigma) - \frac{R'}{\omega^2} \dots\dots\dots (8)$$

運動系全體として次の 4 つの境界条件を取る。

$$t=0 \text{ に於て } \left. \begin{aligned} X_1 &= 0, \quad \frac{dX_1}{dt} = V_s \\ X_2 &= 0, \quad \frac{dX_2}{dt} = V_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

然るに (6) と附録 I、(3) から

$$\begin{aligned} \Delta X &= K \cdot \Delta T_0 = X_1 - X_2 \\ \therefore \frac{d\Delta X}{dt} &= K \cdot \frac{d\Delta T_0}{dt} = \frac{dX_1}{dt} - \frac{dX_2}{dt} \end{aligned}$$

故に (9) の條件が成立するならば

$$t=0 \text{ に於て } \Delta T_0 = 0, \quad \frac{d\Delta T_0}{dt} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

なる條件も成立する。

故に ΔT_0 の初期條件として (10) を用ひ、(8) 式中の積分常數 A と γ を決定すれば次の様になる。

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{R_0 \cos \sigma \cdot \omega_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega} \cdot \sec \gamma \\ \tan \gamma &= \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \tan \sigma + \frac{R'(\omega^2 - \omega_0^2)}{R_0 \cos \sigma \cdot \omega \cdot \omega_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta T_0 &= \frac{R_0 \cos \sigma \cdot \omega_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega} \cdot \sec \gamma \cdot \sin(\omega t + \gamma) - \frac{R_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \cdot \sin(\omega_0 t + \sigma) - \frac{R'}{\omega^2} \\ &= \frac{R_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \left[\frac{\omega_0}{\omega} \cdot \cos \sigma \cdot \sec \gamma \cdot \sin(\omega t + \gamma) - \sin(\omega_0 t + \sigma) - \frac{R'(\omega^2 - \omega_0^2)}{R_0 \omega^2} \right] \dots\dots (12) \end{aligned}$$

次に曳船、被曳船の運動状態を知るために X_1, X_2 を求める。先づ X_1 を求めるために (4) の ΔT_0 の中に (12) を代入して、これを時間に就て 2 回積分すれば

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{g}{W_1} \left[-\frac{R_0 \cos \sigma \cdot \omega_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega^3} \sec \gamma \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{R_0}{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_0^2} \cdot \sin(\omega_0 t + \sigma) \right. \\ &\quad \left. - \frac{R_{10}}{\omega_0^2} \sin \omega_0 t - \left(\frac{R'}{\omega^2} - R_{11} \right) \frac{t^2}{2} \right] + c_1 t + c_2 \end{aligned}$$

初期條件として (9) の上の 2 條件を用ふれば、積分常數 c_1, c_2 は次の様になる。

$$c_1 = V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \varepsilon)}{\omega_0(W_1 + W_2)}, \quad c_2 = \frac{gR_{20} \sin \varepsilon}{\omega_0^2(W_1 + W_2)} - \frac{gR'}{W_1 \omega_0^4}$$

$$\begin{aligned} \therefore X_1 &= \left[\frac{gR_0 \cos \sigma \cdot \omega_0}{W_1(\omega^2 - \omega_0^2)\omega^3} \sec \gamma \cdot \sin(\omega t + \gamma) - \frac{gR_0}{W_1(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_0^2} \cdot \sin(\omega_0 t + \sigma) \right] \\ &\quad + \frac{gR_{10}}{W_1 \omega_0^2} \sin \omega_0 t - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} t^2 + \left[V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \varepsilon)}{\omega_0(W_1 + W_2)} \right] \cdot t \\ &\quad + \left[\frac{gR_{20} \sin \varepsilon}{\omega_0^2(W_1 + W_2)} - \frac{gR'}{W_1 \omega_0^4} \right] \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

X_2 は、これと全く同様に、(5) を t に就て 2 回積分し、(9) の初期條件を用ひて求め得られる

し、又

$$X_2 = X_1 - \Delta X = X_1 - K \cdot \Delta T_0$$

の関係があるから、上式中に (12) と (13) を代入しても求め得られる。何れにしても結果は同一で、次の様になる。

$$\begin{aligned} X_2 = & \left[-\frac{gR_0 \cos \sigma \cdot \omega_0}{W_2(\omega^2 - \omega_0^2)\omega^3} \cdot \sec \gamma \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{gR_0}{W_2(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_0^2} \cdot \sin(\omega_0 t + \sigma) \right] \\ & + \frac{gR_{20}}{W_2\omega_0^2} \cdot \sin(\omega_0 t - \varepsilon) - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} t^2 + \left[V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cdot \cos \varepsilon)}{\omega_0(W_1 + W_2)} \right] t \\ & + \left[\frac{gR_{20} \cdot \sin \varepsilon}{\omega_0^2(W_1 + W_2)} + \frac{gR'}{W_2\omega^4} \right] \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

3. 解の吟味

曳索の張力の變化 ΔT_0 は (12) の右邊に示された様に 3 項よりなり、その内第 1 項は風浪の影響から来る曳索自身の自由振動を表はし、第 2 項は波の強制振動であり、第 3 項は突風の風圧の大きさを表はす。

曳船の運動 X_1 は (13) にて表はされ、(13) の第 1 項は (12) の右邊に於ける振動の項に相似なる故、これは明らかに曳索の張力から来る振動であり、第 2 項は曳船を打つ波に依る強制振動を表はしてゐる。これと全く同様に、被曳船の運動 X_2 を表はす (14) に於ても、第 1 項は曳索の張力の影響に依る振動であり、第 2 項は被曳船を打つ波の強制振動を表はす。又、(13), (14) の右邊に於て、 t^2 の係数は突風の影響であり、 t の係数は波の影響を表はす。即ち、初めに一定速度 V_s の定常運動をしてゐた曳航船が波のために平均速度が、

$$\frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \varepsilon)}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e}{2\pi}$$

だけ減少すると同時に、更に突風のために

$$g(R_{11} + R_{21})/(W_1 + W_2)$$

だけの逆加速度を受けることになる。

曳索の自己振動週期を T なる記號にて表はせば、 T は次の値を取る。

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{K \cdot W_1 W_2}{g(W_1 + W_2)}} = 2\pi \sqrt{\frac{S^3 w^2 W_1 W_2}{12 T_0^3 g(W_1 + W_2)}}$$

然るに

$$T_e = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{L_w}{V_s \cos \phi \pm V_w} = \frac{L_w}{V_s \cos \phi \pm \sqrt{gL_w/2\pi}}$$

但し L_w = 波長, V_w = 波の進行速度

$$\therefore \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{T}{T_e} = \frac{2\pi(V_s \cos \phi \pm \sqrt{gL_w/2\pi})}{L_w} \cdot \sqrt{\frac{S^3 w^2 W_1 W_2}{12 T_0^3 g(W_1 + W_2)}} \dots \dots \dots (15)$$

今 $T_0 = R_2 = k W_2^{2/3} V_s^2$, 但し k = 比例常數
と置けば、(15) は次の様に書き換え得られる。

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \frac{T}{T_e} = \frac{2\pi(V_s \cos \phi \pm \sqrt{g L_{01} \pi})}{V_s^3 \cdot L_w} \cdot \sqrt{\frac{S^3 w^2}{12 k^3 g W_2 \left(1 + \frac{W_2}{W_1}\right)}} \dots \dots \dots (16)$$

次に ω_0/ω の非常に大なる場合、非常に小なる場合、1 に等しい場合に就て、 ΔT_0 , X_1 , X_2 を吟味する。

(i) ω_0/ω が非常に大なる場合

この場合は T/T_e の非常に大なる場合に相當する。換言すれば、(16) より明らかな様に、曳船が比較的小さい被曳船を單位長さの重量の大なる長さの長い曳索を用ひて小速度にて曳航し、長さの小さな波に出會ひ、波の進行方向に對して逆の方向に曳航船が進む場合に相當する。

この場合には (12), (13), (14) より ΔT_0 , X_1 , X_2 の近似値として次式を得。

$$\Delta T_0 \doteq \frac{W_1 W_2}{(W_1 + W_2)} \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) (1 - \cos \omega t) \dots \dots \dots (17)$$

$$X_1 \doteq K \cdot \frac{W_1 \cdot W_2^2}{(W_1 + W_2)^2} \cdot \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) (1 - \cos \omega t) \\ - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} t^2 + \left[V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \epsilon)}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e}{2\pi} \right] t \dots \dots \dots (18)$$

$$X_2 \doteq -K \cdot \frac{W_1^2 \cdot W_2}{(W_1 + W_2)^2} \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \cdot (1 - \cos \omega t) \\ - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} t^2 + \left[V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \epsilon)}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e}{2\pi} \right] t \dots \dots \dots (19)$$

(17), (18), (19) を見ると、 ΔT_0 , X_1 , X_2 の振動の項には波の影響なく、風圧の影響のみを受けて曳索の自己振動週期にて振動することが判る。而して ΔX , X_1 , X_2 の振動の振幅を比較して見ると、曳索の振幅は曳船の振幅と被曳船の夫との和に等しいことを示してゐる。

(17) を見れば判る様に、 ΔT_0 に及ぼす風の影響は曳船と被曳船とに於て互ひにその影響を打消し合ふ様に働く。

今

v = 風速

a_1 = 曳船の風圧面積

a_2 = 被曳船の風圧面積

k_1, k_2, k_1', k_2' = 船型及び船體中心線に對する風の相對的方向に依り定まる常數

とし、

$$R_{11} = k_1' a_1 v^2 = k_1 W_1^{2/3} v^2$$

$$R_{21} = k_2' a_2 v^2 = k_2 W_2^{2/3} v^2$$

と置けば

$$\left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1}\right) = \frac{k_2 v^2}{W_2^{1/3}} \left[1 - \frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{1/3}\right] \dots\dots\dots (20)$$

故に曳船と被曳船とが同じ大きさ、同じ船型の船であり、且つ、それ等の中心線が夫々同じ方向を向いて進行してゐる時には

$$\frac{k_1}{k_2} \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^{1/3} \doteq 1$$

なる故

$$\Delta T_0 \doteq 0$$

と置き得る。従つてこの場合には曳索は振動せず、曳船被曳船も前後に振動することなく、只一直線上を進行するのみである。

曳船と被曳船とが同一直線上を進む場合には $k_1 \doteq k_2$ なる故

$$W_2/W_1 = m$$

と置けば

$$\left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1}\right) \doteq \frac{k_2 v^2}{W_2^{1/3}} [1 - m^{1/3}] \dots\dots\dots (21)$$

故に $m \geq 1$, 即ち, $W_1 \leq W_2$ の時 $\Delta T_0 \leq 0$

となる。併し ΔT_0 に及ぼす m の影響は僅かに $m^{1/3}$ に過ぎないから、曳船と被曳船とが同一直線上を進む時は、 m の大小に無関係に、 ΔT_0 に及ぼす風の影響は小さいと云ふことが出来る。

然るに船は風波の影響を受けて常に揺揺をなし、又常に操舵してゐるのであるから、今何等かの原因に依つて

第2圖の様に被曳船の中心線が曳船の進行方向に對して大きく傾斜し、曳船の進行方向から突風が吹いて來た場合を考へると、この場合 R_{21} は風圧の外に、船の中心線が傾斜してゐるための水の抵抗増加量を含み、又、 W_2 の中には見掛けの重量の増加量を含む筈であるが、結局

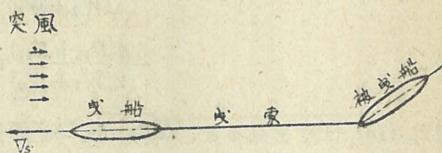
$$\frac{R_{21}}{W_2} > \frac{R_{11}}{W_1}$$

となり、若し R_{11}/W_1 が R_{21}/W_2 に比し無視し得る程度の大さならば

$$\Delta T_0 \doteq \frac{W_1 R_{21}}{(W_1 + W_2)} \cdot (1 - \cos \omega t) \dots\dots\dots (22)$$

$$(\Delta T_0)_m = \text{最大の } \Delta T_0$$

とすれば



第2圖

$$(\Delta T_0)_m \doteq \frac{2W_1 R_{21}}{(W_1 + W_2)} \doteq \frac{2}{(m+1)} \cdot R_{21} \dots\dots\dots (23)$$

若し曳船と被曳船とが同じ程度の大きさならば

$$W_1 \doteq W_2 \quad \therefore \quad m \doteq 1$$

$$\therefore (\Delta T_0)_m \doteq R_{21}$$

(ii) ω_0/ω が非常に小なる場合

此場合は T/T_e が非常に小なる場合に相當する。換言すれば、曳船が比較的大なる被曳船を單位長さの重量の小なる長さの非常に短い曳索を用ひて大速度にて曳航し、波長の大なる波に出會ひ、波の進行方向と同方向に曳航船が進む場合に相當する

この場合は (12), (13), (14) より

$$\Delta T_0 \doteq \frac{W_1 W_2}{(W_1 + W_2)} \left[\frac{R_{20}}{W_2} \cos \omega t \cdot \sin \varepsilon + \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) (1 - \cos \omega t) - \frac{R_{10}}{W_1} \sin \omega_0 t + \frac{R_{20}}{W_2} \sin(\omega_0 t - \varepsilon) \right] \dots (24)$$

$$X_1 \doteq X_2$$

$$\begin{aligned} &\doteq \frac{g R_{10} \cdot T_e^2}{(W_1 + W_2) 4\pi^2} \cdot \sin \omega_0 t + \frac{g R_{20} T_e^2}{(W_1 + W_2) 4\pi^2} \cdot \sin(\omega_0 t - \varepsilon) - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} \cdot t^2 \\ &\quad + \left[V_e - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \varepsilon)}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e}{2\pi} \right] \varepsilon + \frac{g R_{20} \sin \varepsilon}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e^2}{4\pi^2} \dots\dots (25) \end{aligned}$$

ΔT_0 , ΔX , X_1 , X_2 の振動の振幅を $|\Delta T_0|$, $|\Delta X|$, $|X_1|$, $|X_2|$ なる記號にて表はせば (24), (25) から次の關係が出る。

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta X|}{|X_1|} &= \frac{K \cdot |\Delta T_0|}{|X_1|}, \quad \frac{|\Delta X|}{|X_2|} = \frac{K \cdot |\Delta T_0|}{|X_2|} \\ \therefore \frac{|\Delta X|}{|X_1|} &\doteq \frac{|\Delta X|}{|X_2|} \propto \frac{T_e^2}{T_e^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

(24) は曳索の振動は風波の影響に依る自由振動と波の強制振動との和よりなることを示し、(25) は曳船の運動と被曳船の運動とは殆ど相等しく、その振動は風圧の影響を全然受けず、波の影響に依る強制振動なることを示してゐる。又、(26) より、曳索の振動の大きさは曳船及び被曳船の振動の大きさに比して全く無視し得る程度の小運動なることが判る。即ち、曳船及び被曳船は曳索の振動の影響を殆ど受けることなく、兩者殆ど同じ運動をし乍ら進むことになる。

ΔX は X_1 , X_2 の振幅に比して無視し得る程度の小さい値であることが判つたが、 ΔT_0 は決して小さくない。(24) の第 1 項は被曳船を打つ波と曳船を打つ波との位相差から来る曳索の自由振動であり、位相差 $\varepsilon=0$ ならばこの項は消える。第 2 項は風圧の影響から来る自由振動で、被曳船の風圧 R_{21} と曳船の風圧 R_{11} とは互ひに打ち消し合ふ様に働く故この項の影響は非常に小さいが、(i) にて述べた様に、何れか一方が他よりも非常に大なる場合、例へば、 R_{21} が R_{11} に比して非常に大なる場合には R_{11} の項は無視せられ、 R_{21} のみが残る。又、第 3 項は曳船を打つ波の強制振動であり、第 4 項は被曳船を打つ波から来る強制振動である。

(24) を書き換えれば

$$\Delta T_0 = \frac{W_1 W_2}{(W_1 + W_2)} \left[\left\{ \frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \cdot \cos \omega t + \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) (1 - \cos \omega t) \right\} \right. \\ \left. - \sqrt{\left(\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \right)^2 + \left(\frac{R_{10}}{W_1} - \frac{R_{20}}{W_2} \cos \varepsilon \right)^2} \cdot \sin (\omega_0 t + \sigma) \right] \dots\dots\dots (27)$$

故に ΔT_0 の最大、最小を與へる時間は次の條件を満足しなければならぬ。

$$\frac{\sin \omega t}{\cos (\omega_0 t + \sigma)} = \frac{\omega_0}{\omega} \cdot \frac{\sqrt{\left(\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \right)^2 + \left(\frac{R_{10}}{W_1} - \frac{R_{20}}{W_2} \cos \varepsilon \right)^2}}{\left\{ -\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon + \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \right\}} \dots\dots\dots (28)$$

ΔT_0 の最大、最小値を求めるため上式を用ふると少しく複雑であるから、次の様な考へ方をして簡単に近似値を求める。

現在 ω_0/ω が非常に小なる場合を取扱つてゐるから、(27) の第2項は時間と共にその値が比較的徐々に變化するに對し、第1項は比較的急激に變り、 ΔT_0 の最大、最小は略率的に増減する。従つて第2項の最大を與へる時間の附近に於て第1項の最大を與へる時間に ΔT_0 の最大を生じ、第2項の最小を與へる時間の附近に於て第1項の最小を與へる時間に ΔT_0 の最小を生ずる。然るに第2項の最大、最小は

$$\cos (\omega_0 t + \sigma) = 0 \quad \therefore \quad \omega_0 t = \frac{\pi}{2} (2n+1) - \sigma, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

に於て生じ、第1項の夫は

$$\sin \omega t = 0 \quad \therefore \quad \omega t = n\pi, \quad n=0, 1, 2, \dots$$

に於て起る。故に

$$\omega_0 t = \frac{\pi}{2} - \sigma \quad \text{に於て}$$

$$\frac{\Delta T_0 \text{ の最小値}}{\frac{W_1 W_2}{(W_1 + W_2)}} = - \sqrt{\left(\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \right)^2 + \left(\frac{R_{10}}{W_1} - \frac{R_{20}}{W_2} \cos \varepsilon \right)^2} \\ \pm \left\{ \frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon - \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \right\} + \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \dots\dots\dots (29)$$

$$\text{但し } \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \geq \frac{R_{20}}{W_2} \cdot \sin \varepsilon \text{ に應じ±の附號を取るものとす。}$$

又、 $\omega_0 t = \frac{3}{2}\pi - \sigma$ に於て

$$\frac{\Delta T_0 \text{ の最大値}}{\frac{W_1 W_2}{(W_1 + W_2)}} = \sqrt{\left(\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \right)^2 + \left(\frac{R_{10}}{W_1} - \frac{R_{20}}{W_2} \cos \varepsilon \right)^2} \\ \pm \left\{ \frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon - \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \right\} + \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right) \dots\dots\dots (30)$$

但し、 $\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \geq \left(\frac{R_{21}}{W_2} - \frac{R_{11}}{W_1} \right)$ に應じ、土の附號を取るものとす。

(i) にて述べた様に、被曳船の中心線が曳船の進行方向に對し傾斜した場合を除けば風圧の影響は極小さいから、今風圧の項を無視すれば、 ΔT_0 の最大値 $(\Delta T_0)_m$ は次の様になる。

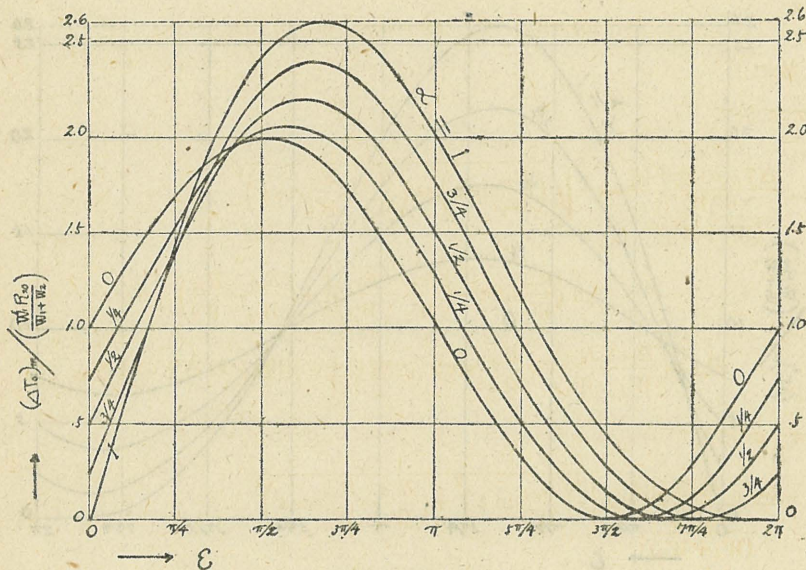
$$\frac{(\Delta T_0)_m}{\frac{W_1 W_2}{(W_1 + W_2)}} = \sqrt{\left(\frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \right)^2 + \left(\frac{R_{10}}{W_1} - \frac{R_{20}}{W_2} \cos \varepsilon \right)^2} + \frac{R_{20}}{W_2} \sin \varepsilon \dots \dots \dots (31)$$

今 $\alpha = \left(\frac{R_{10}}{W_1} \right) / \left(\frac{R_{20}}{W_2} \right)$, $\alpha' = \left(\frac{R_{20}}{W_2} \right) / \left(\frac{R_{10}}{W_1} \right) = \frac{1}{\alpha} \dots \dots \dots (32)$

と置き、 α の種々の値に對し、 ε を横軸に $(\Delta T_0)_m / \left(\frac{W_1 R_{20}}{W_1 + W_2} \right)$ の曲線を書いたのが第 3 圖、その cross curve が第 4 圖、又、 α' の種々の値に對し、 ε を横軸に $(\Delta T_0)_m / \left(\frac{W_2 R_{10}}{W_1 + W_2} \right)$ の曲線を書いたのが第 5 圖で、その cross curve を第 6 圖に示した。

第 3 圖、第 4 圖より $(\Delta T_0)_m / \left(\frac{W_1 R_{20}}{W_1 + W_2} \right)$ の値を吟味すれば、例へば、 α 一定の場合に就て云へば $\alpha=1$ では $\varepsilon=2\pi/3$ で最大で 2.6、 $\varepsilon=0$ で最小で 0、
 $\alpha=0$ では $\varepsilon=\pi/2$ で最大で 2.0、 $\varepsilon=3\pi/2$ で最小で 0、
 $\alpha=0 \sim 1$ の中間では上の中間の値を取り、極概略的に云つて、 $\varepsilon \approx 11\pi/18$ で最大、 $\varepsilon \approx 5\pi/3$ で最小値を取る。

ε 一定の場合に就て云へば



第 3 圖

$\varepsilon > \text{約 } 5\pi/3$ 及び $\varepsilon < \text{約 } \pi/3$ では α 大となるに連れて小となり、 $\alpha \rightleftharpoons 1$ で最小値を取り、

約 $5\pi/3 > \varepsilon > \text{約 } \pi/3$ では α 大となるに連れて大となり、 $\alpha = 1$ で最大値を取る。

又、第 5 圖、第 6 圖より $(\Delta T_0)_m / \left(\frac{W_2 R_{10}}{W_1 + W_2} \right)$ の値を吟味すれば、

α' 一定の場合には

$\alpha' = 1$ では $\varepsilon = 2\pi/3$ で最大で 2.6、 $\varepsilon = 0$ で最小で 0、

$\alpha' = 0$ では ε に無関係に 1、

$\alpha' = 0 \sim 1$ の間では上の中間の値を取り、極概略的に云へば、 $\varepsilon \rightleftharpoons 13\pi/18$ で最大、 $\varepsilon \rightleftharpoons 16\pi/9$ で最小値を取る。

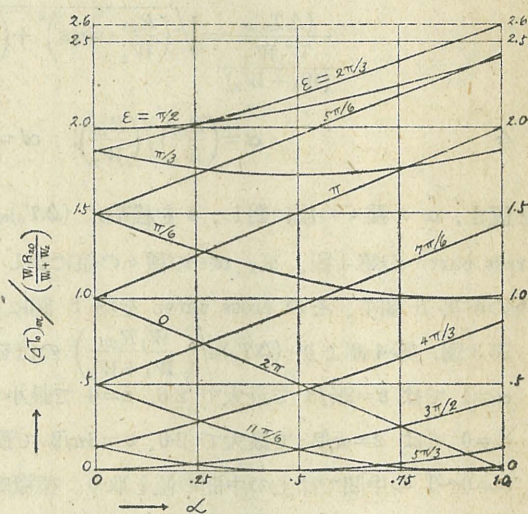
ε 一定の場合には

$\alpha' = 0$ では ε に無関係に一定で 1、

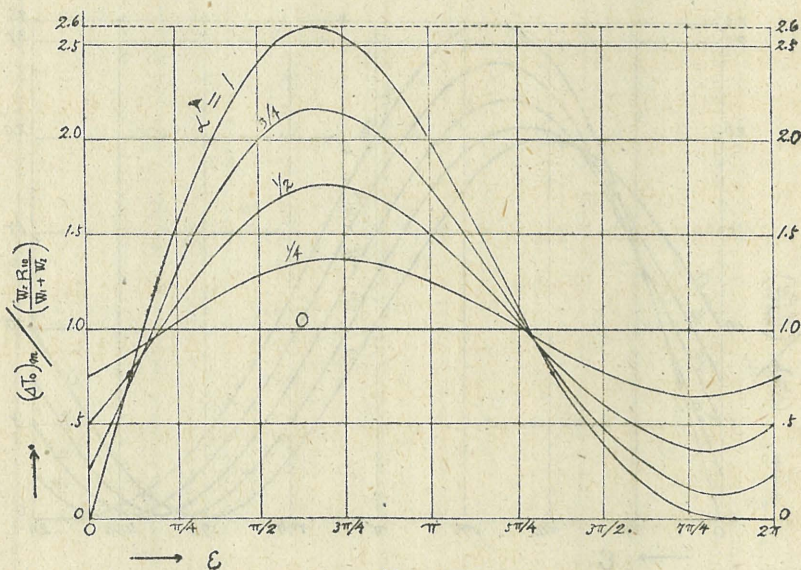
$\varepsilon > \text{約 } 15\pi/12$ 及び $\varepsilon < \text{約 } \pi/6$ で α' 大となる程小となり、 $\alpha' = 1$ で最小、

約 $15\pi/12 > \varepsilon > \text{約 } \pi/6$ で α' 大となるに連れて大となり、 $\alpha' = 1$ で最大となる。

以上の事柄を今少しく具体的に説明すれば、次の様になる。



第 4 圖



第 5 圖

(a) 曳船と被曳船とが略々同一の大きさ、同一の船型を有する場合

この場合は

$$W_1 \doteq W_2, \quad R_{10} \doteq R_{20}, \quad R_{10}/W_1 \doteq R_{20}/W_2$$

なる故

$$\alpha \doteq \alpha' \doteq 1$$

なる場合に相当し

$\varepsilon=0$ の時 $(\Delta T_0)_m$ が最小で $(\Delta T_0)_m=0$,

$\varepsilon=2\pi/3$ の時 $(\Delta T_0)_m$ が最大で

$$(\Delta T_0)_m = 2 \cdot 6 \cdot \frac{W_1 R_{20}}{(W_1 + W_2)} \doteq 1 \cdot 3 R_{20} \cdots (33)$$

この場合には曳船と被曳船との縦揺週期は略々等しいから、船と波との出會週期と同調する場合には、曳船と被曳船とが同時に同調し、 R_{10} 及び R_{20} が非常に大きくなり、曳索に大きな張力を生ずる。故にこの場合には、曳索の長さ、波の進行方向に對する曳航の進路を變へて、出来るだけ ε を 0 に近附けなければならない。

(b) 曳船と被曳船とがその大きさ、船型を異にせる場合

この場合には曳船と被曳船との縦揺週期が異なる故、各船の同調する出會週期も異なる。そこで次の如く 2 つの場合に分けて考へる。

(イ) 被曳船の縦揺週期が出會週期と一致した場合

この場合には被曳船が猛烈に縦揺を行ひ、従つて R_{20}/W_2 が R_{10}/W_1 よりも大となり、その比に應じて α が $(0 \sim 1)$ の間の値を取り、

$\varepsilon = (3\pi/2 \sim 2\pi)$ の間で $(\Delta T_0)_m$ が最小で $(\Delta T_0)_m=0$,

$\varepsilon = (\pi/2 \sim 2\pi/3)$ の間で $(\Delta T_0)_m$ が最大で

$$(\Delta T_0)_m = (2 \sim 2 \cdot 6) \cdot \frac{W_1 R_{20}}{(W_1 + W_2)} = \frac{(2 \sim 2 \cdot 6)}{(m+1)} \cdot R_{20} \cdots (34) \quad \text{但し } m = W_2/W_1$$

即ち、曳船が被曳船に比して小なる程 $(\Delta T_0)_m$ 小さく、大なる程 (ΔT_0) 大となることが判る。

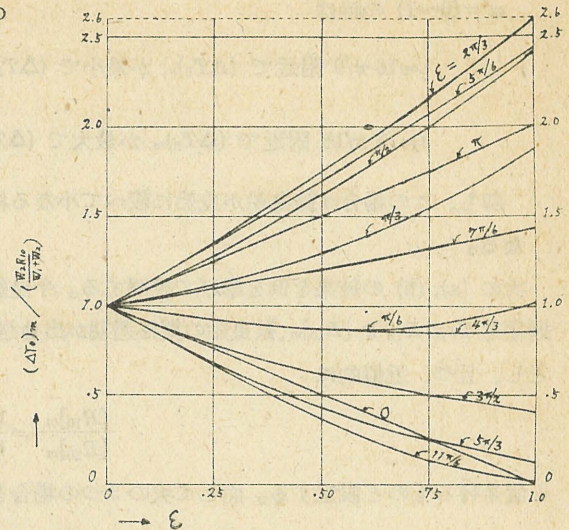
(ロ) 曳船の縦揺週期が出會週期に一致した場合

この場合には曳船の縦揺が大きく、従つて R_{10}/W_1 が R_{20}/W_2 よりも大となり、その比に應じて α' が $(0 \sim 1)$ の間の値を取り、

$\alpha'=0$ の時は ε に無關係に

$$(\Delta T_0)_m = \frac{W_2 R_{10}}{(W_1 + W_2)} = \frac{1}{(m'+1)} \cdot R_{10} \cdots (35)$$

但し、 $m' = W_1/W_2 = 1/m$



第 6 圖

$\alpha'=(0\sim 1)$ の時は

$$\varepsilon \approx 16\pi/9 \text{ 附近で } (\Delta T_0)_m \text{ が最小で } (\Delta T_0)_m = (1\sim 0) \cdot \frac{1}{(m'+1)} \cdot R_{10},$$

$$\varepsilon \approx 13\pi/18 \text{ 附近で } (\Delta T_0)_m \text{ が最大で } (\Delta T_0)_m = (1\sim 2.6) \cdot \frac{1}{(m'+1)} \cdot R_{10} \dots\dots\dots (36)$$

即ち、この場合は被曳船が曳船に較べて小なる程 $(\Delta T_0)_m$ が小さく、大なる程 $(\Delta T_0)_m$ が大きくなる。

次に (a), (b) の結果を例を擧げて説明する。今曳船の縦揺週期が出會週期と同調する時、その出會週期を T_{e1} , R_{10} を $[R_{10}]_m$, 被曳船の縦揺週期が出會週期と同調する時の出會週期を T_{e2} , R_{20} を $[R_{20}]_m$ とし、且つ、近似的に

$$\frac{[R_{10}]_m}{[R_{20}]_m} \approx \frac{W_1}{W_2}$$

と置き得るものと假定する。而して次の3つの場合を考へる。

(イ) $W_1 < W_2$, 例へば $W_1 = \frac{1}{2} \cdot W_2$ の場合、

この場合には

$$T_{e1} < T_{e2}, [R_{10}]_m \approx \frac{1}{2} [R_{20}]_m, \quad m=2, \quad m'=\frac{1}{2}$$

なる故、

曳船が波と同調する時には、 $\alpha'=(0\sim 1)$ となり、

$$\begin{aligned} \text{最大の } (\Delta T_0)_m &= (1\sim 2.6) \cdot \frac{1}{(m'+1)} \cdot [R_{10}]_m \\ &= (0.333\sim 0.867) \cdot [R_{20}]_m \end{aligned}$$

被曳船が波と同調する時には、 $\alpha=(0\sim 1)$ となり、

$$\begin{aligned} \text{最大の } (\Delta T_0)_m &= (2\sim 2.6) \cdot \frac{1}{(m+1)} \cdot [R_{20}]_m \\ &= (0.667\sim 0.867) \cdot [R_{20}]_m \end{aligned}$$

(ロ) $W_1 = W_2$ の場合

この場合には

$$T_{e1} \approx T_{e2}, [R_{10}]_m \approx [R_{20}]_m, \quad m = m' = 1$$

$$\therefore \text{最大の } (\Delta T_0)_m \approx 1.3 [R_{20}]_m$$

(ハ) $W_1 > W_2$, 例へば $W_1 = 2W_2$ の場合

この場合には

$$T_{e1} > T_{e2}, [R_{10}]_m \approx 2[R_{20}]_m, \quad m = \frac{1}{2}, \quad m' = 2$$

従つて

曳船が波と同調する時

$$\text{最大の } (\Delta T_0)_m = (0.667 \sim 1.733) \cdot [R_{20}]_m$$

被曳船が波と同調する時

$$\text{最大の } (\Delta T_0)_m = (1.333 \sim 1.733) \cdot [R_{20}]_m$$

以上 (イ)、(ロ)、(ハ) を總括すれば、ある大さの被曳船を曳航する場合には、曳船が被曳船よりも小さければ小さい程最大の $(\Delta T_0)_m$ 小となり、有利なことが判る。

又、出會週期と船の縦揺週期との相對關係から求めた α 及び α' に應じ、曳索の長さ或は波の進行方向に對する曳航船の進路を變へて ε を適當に調節すれば、その時の $(\Delta T_0)_m$ を最小にすることが出来る。例へば曳船と被曳船とが同じ位の大きさの船ならば $\varepsilon=0$ 曳船と被曳船との大きさが等しくない場合には、曳船が波と同調する時は $\varepsilon=16\pi/9$ 、被曳船が波と同調する時は $\varepsilon=5\pi/3$ が最小の $(\Delta T_0)_m$ を與へる。

以上曳船と被曳船とが規則波に同時に出會ふ場合に就て論じたが、然らざる場合例へば、曳船のみが突然波に叩かれた場合、或は被曳船のみが突然波に叩かれた場合の如きは以上の特別の場合として取扱ひ得られ、前者は $\alpha'=0$ の場合、後者は $\alpha=0$ の場合に相當する。

以上波の影響に就てのみ述べたが、尙この外に風の影響をも附加しなければならぬ。風の影響は曳船と被曳船とが一直線上を進む場合には小さいが、被曳船の中心線が曳船の進行方向に對して傾斜し、そこへ曳船の進行方向から突風の來る場合は非常に大きい張力を曳索に與へることは既に (i) に於て述べた處であり、風の影響を考へない場合に比してそれだけ $(\Delta T_0)_m$ を増す譯である。風の影響に關しては (i) に於て詳述せる故茲では省略する。

(iii) $\omega_0=\omega$ の場合

$$\text{この場合は} \quad \frac{T}{T_e} = \frac{2\pi(V_s \cos \phi \pm \sqrt{gL_w/2\pi})}{V_s^3 \cdot L_w} \cdot \sqrt{\frac{S^3 w^2}{12k^3 g W_2 \left(1 + \frac{W_2}{W_1}\right)}} = 1$$

を満足する場合である。(12), (13), (14) に上の條件を入れて見ると、そのまゝでは ΔT_0 , X_1 , X_2 は不定なる故、その極限值を取れば

$$\Delta T_0 = \frac{R_0}{2\omega^2} \left\{ \omega t \cdot \cos(\omega t + \sigma) - \sin \omega t \cdot \cos \sigma \right\} - \frac{R'}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \dots\dots\dots (37)$$

$$\begin{aligned} X_1 = & \frac{g}{W_1 \omega^2} \left[\frac{R_0}{2\omega^2} \left\{ \omega t \cdot \cos(\omega t + \sigma) - \sin \omega t \cdot \cos \sigma \right\} - \frac{R'}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \right] \\ & - \frac{gR_0}{W_1 \omega^4} \sin(\omega t + \sigma) + \frac{gR_{10}}{W_1 \omega^2} \sin \omega t - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} \cdot t^2 \\ & + \left[V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \varepsilon)}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e}{2\pi} \right] t + \frac{gR_{20} \sin \varepsilon}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e^2}{4\pi^2} \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_2 = & -\frac{g}{W_2 \omega^2} \left[\frac{R_0}{2\omega^2} \left\{ \omega t \cdot \cos(\omega t + \sigma) - \sin \omega t \cdot \cos \sigma \right\} - \frac{R'}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) \right] \\
& + \frac{g R_0}{W_2 \omega^2} \cdot \sin(\omega t + \sigma) + \frac{g R_{20}}{W_2 \omega^2} \cdot \sin(\omega t - \varepsilon) - \frac{g(R_{11} + R_{21})}{2(W_1 + W_2)} \cdot t^2 \\
& + \left[V_s - \frac{g(R_{10} + R_{20} \cos \varepsilon)}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e}{2\pi} \right] t + \frac{g R_{20} \sin \varepsilon}{(W_1 + W_2)} \cdot \frac{T_e^2}{4\pi^2} \dots \dots \dots (39)
\end{aligned}$$

(37), (38), (39) を見ると曳索の振幅は曳船、被曳船の振幅と同程度の大さであることが判る。(38), (39) を見ると、その第1項は (37) の右邊に相似であり、従つて、この項は曳索の張力から来る振動の項を表はし、第2項、第3項は何れも波の強制振動の項を表はしてゐる。

ΔT_0 の最大、最小を求めるため (37) の ΔT_0 を t に就いて微分して零とおけば次式を得。

$$\left. \begin{aligned} \omega t &= \frac{\sin(\sigma + \beta) \cdot \sin \omega t}{\cos \beta \cdot \sin(\omega t + \sigma)} \\ \text{且し } \tan \beta &= \frac{2R'}{R_0 \cos \sigma} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

今

$$G = \omega t$$

$$H = -\frac{\sin(\sigma + \beta) \sin \omega t}{\cos \beta \cdot \sin(\omega t + \sigma)}$$

と置き、 ωt を横軸とし、 G 及び H を縦軸として畫けば第7圖の様になり、 G なる直線と H なる曲線群との交點が (40) を満足することとなる。第7圖より明らかな様に、(40) を満足する時間 t は近似的に

$$\omega t \approx n\pi - \sigma, \quad n = 1, 2, \dots \dots \dots (41)$$

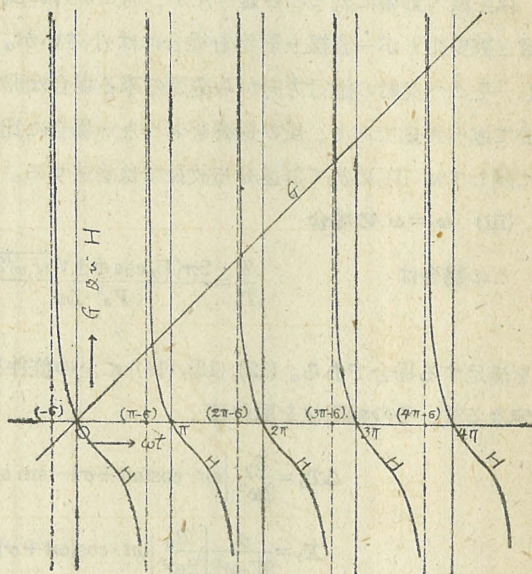
にて與へられることが判る。

ΔT_0 の最大値又は最小値を $(\Delta T_0)'_m$ なる記號にて表はせば、(37) に (41) を代入して

$$\begin{aligned}
(\Delta T_0)'_m = & (-1)^n \frac{R_0}{2\omega^2} \left[\sin \sigma \cdot \cos \sigma + (n\pi - \sigma) \right] \\
& - \frac{R'}{\omega^2} \left[1 - (-1)^n \cos \sigma \right] \dots \dots \dots (42)
\end{aligned}$$

(42) の第1項は波の影響を表はし、第2項は風の影響を示してゐる。この内第2項に就いては既に (i), (ii) に於て詳述せる故省略し、茲では主として第1項に就て吟味する。第1項を見る

と ΔT_0 の最小値より最大値へ、或は最大値より最小値へと一振れ毎にその振幅が増加する故、 ΔT_0



第7圖

が急激に増加して、遂には曳索が切斷せられることとなる。今 ΔT_0 の一振れ毎の振幅増加量を $\Delta(\Delta T_0)$ なる記號にて表はせば、

$$\Delta(\Delta T_0) = \frac{\pi R_0}{2\omega^2} = \frac{\pi W_1 W_2}{2(W_1 + W_2)} \sqrt{\left(\frac{R_{10}}{W_1}\right)^2 - 2\left(\frac{R_{10}}{W_1}\right)\left(\frac{R_{20}}{W_2}\right)\cos \varepsilon + \left(\frac{R_{20}}{W_2}\right)^2} \dots\dots\dots (43)$$

(43) を書き換へて

$$\frac{\Delta(\Delta T_0)}{\frac{\pi W_1 R_{20}}{2(W_1 + W_2)}} = \sqrt{1 - 2\alpha \cos \varepsilon + \alpha^2}$$

但し

$$\alpha = \left(\frac{R_{10}}{W_1}\right) / \left(\frac{R_{20}}{W_2}\right)$$

すると $\Delta(\Delta T_0) / \left[\frac{\pi W_1 R_{20}}{2(W_1 + W_2)} \right]$ は α の種々の値に對して、 ε を横軸として曲線に畫くことが出来る。斯くして得た曲線が第8圖で、その cross curve が第9圖である。又 (43) は

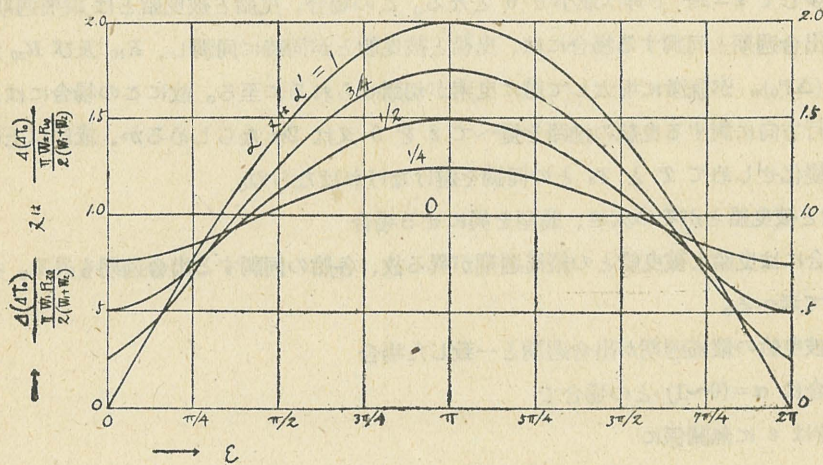
$$\frac{\Delta(\Delta T_0)}{\frac{\pi W_2 R_{10}}{2(W_1 + W_2)}} = \sqrt{1 - 2\alpha' \cos \varepsilon + \alpha'^2}$$

但し

$$\alpha' = \left(\frac{R_{20}}{W_2}\right) / \left(\frac{R_{10}}{W_1}\right) = \frac{1}{\alpha}$$

と書き換え得られ、 $\Delta(\Delta T_0) / \left[\frac{\pi W_2 R_{10}}{2(W_1 + W_2)} \right]$ は α' と ε との函數として曲線に表はし得られる。而してその曲線は第8圖、第9圖と全く同じものになる。

$\Delta(\Delta T_0) / \left[\frac{\pi W_1 R_{20}}{2(W_1 + W_2)} \right]$ の値を吟味して見ると、次の様になる。第8圖より、 α が一定ならば



第8圖

$\varepsilon=0$ 及び 2π で最小、 $\varepsilon=\pi$ で最大となる。

又、第9圖より、 ε 一定ならば

$\varepsilon=\pi$ 附近では、 α の増加と共に増加し、
 $\alpha=1$ で最大となり、

$\varepsilon=0$ 及び 2π 附近では、 α の増加と共に減少し、 $\alpha=1$ で最小となり、

その中間の $\varepsilon=\pi/3$ 及び $\varepsilon=5\pi/3$ 附近では α の値に無関係に略々一定で1に近い。

尚、 $\Delta(\Delta T_0)/\left[\frac{\pi W_2 R_{10}}{2(W_1+W_2)}\right]$ の α' に依る變化に關しても、これと全く同様のことが云ひ得られる。

以上を (ii) の場合と全く同じ様にして具體的に説明すれば、次の様になる。

(a) 曳船と被曳船とが略、同一の大きさ、同一の船型を有する場合

この場合には $W_1 \doteq W_2$, $R_{10} \doteq R_{20}$, $R_{10}/W_1 \doteq R_2/W_2$

故に $\alpha \doteq \alpha' \doteq 1$ の場合に相當し

$\varepsilon=0$ 及び 2π で $\Delta(\Delta T_0)=0$,

$$\varepsilon=\pi \text{ で } \Delta(\Delta T_0) = \frac{\pi W_1 R_{20}}{(W_1+W_2)} \doteq \frac{\pi}{2} \cdot R_{20} \cdots \cdots (44)$$

即ち $\Delta(\Delta T_0)$ は $\varepsilon=0$ で最小で 0, ε と共に漸次増加し、 $\varepsilon=\pi$ で最大で $\pi/2 \cdot R_{20}$ となり、それより漸次減少して $\varepsilon=2\pi$ で再び最小で 0 となる。この場合、曳船と被曳船とは縦揺週期は略、等しいから、出會週期と同調する場合には、曳船と被曳船とが同時に同調し、 R_{10} 及び R_{20} が非常に大となり、 $(\Delta T_0)_m$ が急激に増大して遂に曳索が切斷せられるに至る。故にこの場合には、曳索の長さ波の進行方向に對する曳航の進路を變へて ε を 0 又は 2π ならしめるか、或は以上の外に曳航速度をも變化せしめて T と T_0 との同調を避けなければならぬ。

(b) 曳船と被曳船とがその大きさ、船型を異にせる場合

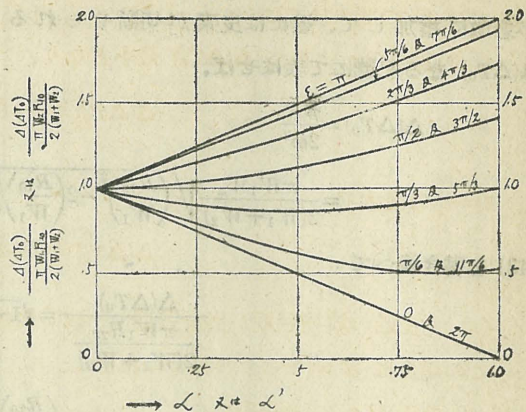
この場合には曳船と被曳船との縦揺週期が異なる故、各船の同調する出會週期も異なる。次の2種の場合に就て考へる。

(イ) 被曳船の縦揺週期が出會週期と一致した場合

この場合は $\alpha=(0 \sim 1)$ の場合で

$\alpha=0$ の時は ε に無關係に

$$\Delta(\Delta T_0) = \frac{\pi W_1 R_{20}}{2(W_1+W_2)} = \frac{\pi R_{20}}{2(m+1)} \cdots \cdots (45)$$



第9圖

$\alpha=(0\sim1)$ の間に於ては、

$\varepsilon=0$ 及び 2π に於て $\Delta(\Delta T_0)$ 最小となり、

$$\Delta(\Delta T_0)=(1\sim0)\frac{\pi R_{20}}{2(m+1)}$$

$\varepsilon=\pi$ で最大で

$$\Delta(\Delta T_0)=(1\sim2)\frac{\pi R_{20}}{2(m+1)} \dots\dots\dots (46)$$

(ロ) 曳船の縦揺週期が出會週期に一致した場合

この場合は $\alpha'=(0\sim1)$ の場合に相當し、

$\alpha'=0$ の時は ε に無關係に

$$\Delta(\Delta T_0)=\frac{\pi W_2 R_{10}}{2(W_1+W_2)}=\frac{\pi R_{10}}{2(m'+1)} \dots\dots\dots (47)$$

$\alpha'=(0\sim1)$ の間に於ては

$\varepsilon=0$ 及び 2π に於て最小となり、

$$\Delta(\Delta T_0)=(1\sim0)\frac{\pi R_{10}}{2(m'+1)}$$

$\varepsilon=\pi$ に於て最大で

$$\Delta(\Delta T_0)=(1\sim2)\frac{\pi R_{10}}{2(m'+1)} \dots\dots\dots (48)$$

(a), (b) の結果を例を擧げて説明する。例へば、最大の $\Delta(\Delta T_0)$ 即ち、 $\varepsilon=\pi$ に於ける $\Delta(\Delta T_0)$ が $W_1 \geq W_2$ に應じ如何に變化するかを調べて見る。以下の符號は (ii) の場合と全く同じものを使用する。

(イ) $W_1 < W_2$ 例へば、 $W_1 = \frac{1}{2}W_2$ の場合

曳船の縦揺週期が出會週期と同調する時

$$\Delta(\Delta T_0)=(1\sim2)\frac{\pi R_{10}}{2(m'+1)}=(0.333\sim0.667)\frac{\pi}{2}[R_{20}]_m$$

被曳船の縦揺週期が出會週期と同調する時

$$\Delta(\Delta T_0)=(1\sim2)\frac{\pi R_{20}}{2(m+1)}=(0.333\sim0.667)\frac{\pi}{2}[R_{20}]_m$$

(ロ) $W_1 = W_2$ の場合

$$\Delta(\Delta T_0)=\frac{\pi}{2}[R_{20}]_m$$

(ハ) $W_1 > W_2$ 例へば、 $W_1 = 2W_2$ の場合

曳船の縦揺週期が出會週期と同調する時

$$\Delta(\Delta T_0) = (0.667 \sim 1.333) \frac{\pi}{2} [R_{20}]_m$$

被曳船の縦揺週期が出會週期と同調する時

$$\Delta(\Delta T_0) = (0.667 \sim 1.333) \frac{\pi}{2} [R_{20}]_m$$

以上 (イ)、(ロ)、(ハ) の結果を總括すれば、一定の大きさの被曳船を曳航する際には曳船が被曳船に比して小なる程 $\Delta(\Delta T_0)$ が小さくなることが判る。

曳船と被曳船とが同一の大きさ、同一の船型の船ならば曳索の長さ、波の進行方向に對する曳航船の進路を變へて ε を 0 ならしめれば、 $\Delta(\Delta T_0)$ を 0 ならしめ得るが、曳船と被曳船とが大きさを異にする場合には、假令 ε を 0 ならしめても $\Delta(\Delta T_0)$ を最小にし得るのみで 0 とはなし得ず、時間と共に曳索の張力を増加して切斷の恐がある。この場合は曳索の長さ、曳航方向の外に尙曳航速度をも適當に調節して、 T と T_0 との同調を避けなければならない。

以上は曳船と被曳船とが、同時に規則波に出會ふ場合であるが、曳船が突然波に叩かれた場合、或は被曳船が突然波に叩かれた場合等は、以上の特別の場合として取扱ひ得られ、前者は $\alpha' = 0$ の場合、後者は $\alpha = 0$ の場合に相當することは既に (ii) に於て述べた處である。

風の影響に関しても (ii) の末尾に於て述べたと全く同様のことが言ひ得られる故、茲では省略する。

(iv) 總 括

(i), (ii), (iii) の場合を總括すれば、(i) では波の影響が消え、突風の影響が残る。(ii) に於ては突風の外に波の影響も表はれ、(iii) に於ては波と風の影響が同時に表はれ、且つ、曳索の自己振動週期 T と出會週期 T_0 とが、同調して曳索の張力の振幅が時間と共に急激に増大し、遂には切斷せられるに至る。故に曳索としては (i) の場合を適用して、出来るだけ單位長さの重量の重い、長さの長いものを使用し、 T/T_0 が非常に大となる様にし、風圧から來る張力の増加に耐え得られる様に設計すれば、切斷を免れ得られ、安全となる。

II. 繫船浮標用錨鎖に生ずる張力

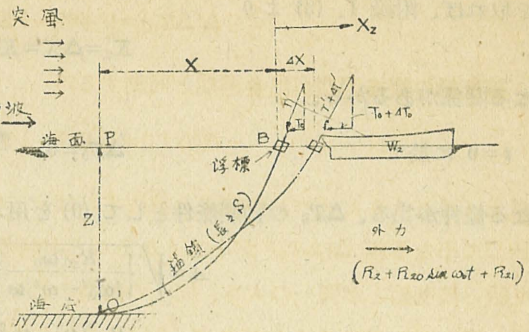
1. 運動方程式と解

第 10 圖に示す様に、水深 Z の海上に於て繫船せられてゐる船が風のため一方に漂流し、繫船浮標用錨鎖にある大きさの張力を生じ、その水平分力を T_0 、船に對する風圧の大きさを R_2 とする。然る時は

$$T_0 = R_2 \dots \dots \dots (1)$$

この時錨鎖が平衡位置に於て取る形 $O'B$ が懸垂曲線の一部をなすものと假定する。又繫留索の船上に於ける取付位置から繫船浮標までの長さを無視する。錨鎖 $O'B$ の長さを S 、錨鎖の水平の張り PB を X とする。

今茲に第 10 圖に示す様な方向から突風が吹きある大さの規則波が船に向つて進行して來た場合を考えると、船は運動をして、浮標 B が水平に移動する。突風のために増加する風圧を R_{21} 、波の影響として船に與へられる力を $R_{20} \sin \omega_0 t$ とする。浮標の元の平衡の位置 B を通る鉛直線から X を増加する方向への船の水平移動距離を X_2 、 X の増加を ΔX 、 X が ΔX だけ増加する時張力 T_0 の増加する量を ΔT_0 、船の運動に對する見掛けの重量を W_2 とする。茲では、船の運動に對する水の抵抗及び錨鎖の水中に於ける運動に對する水の抵抗を無視する。



第 10 圖

以上の假定を置くと船の運動方程式は次の様になる。

$$\frac{W_2}{g} \cdot \frac{d^2 X_2}{dt^2} = -(T_0 + \Delta T_0) + R_2 + R_{20} \sin \omega_0 t + R_{21} \quad \dots (2)$$

(1) を (2) に代入して

$$\frac{d^2 X_2}{dt^2} = \frac{g}{W_2} \left[-\Delta T_0 + R_{20} \sin \omega_0 t + R_{21} \right] \quad \dots (3)$$

然るに

$$X_2 = \Delta X \quad \dots (4)$$

なる関係があるから、これを時間 t に就き 2 回微分し、更に附録 I, (6) の関係を用ふれば

$$\frac{d^2 X_2}{dt^2} = K_1 \cdot \frac{d^2 \Delta T_0}{dt^2}$$

上式に (3) を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Delta T_0}{dt^2} + \omega^2 \Delta T_0 &= R_{20}' \sin \omega_0 t + R_{21}' \\ \text{但し} \quad R_{20}' &= \frac{g R_{20}}{K_1 W_2}, \quad R_{21}' = \frac{g R_{21}}{K_1 W_2} \\ \omega^2 &= \frac{g}{K_1 W_2} \end{aligned} \right\} \quad \dots (5)$$

(5) の一般解は

$$\Delta T_0 = A \sin(\omega t + \gamma) + \frac{R_{20}'}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \sin \omega_0 t + \frac{R_{21}'}{\omega^2} \quad \dots (6)$$

境界條件として

$$t=0 \text{ に於て} \quad X_2 = 0, \quad \frac{dX_2}{dt} = 0 \quad \dots (7)$$

を取れば、附録 I、(6) より

$$X_2 = \Delta X = K_1 \cdot \Delta T_0 \dots\dots\dots (8)$$

なる関係があるから、

$$t=0 \text{ に於て} \quad \dot{\Delta T}_0 = 0; \quad \frac{d\Delta T_0}{dt} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

なる条件が出る、 ΔT_0 の初期条件として (9) を用ふれば、(6) の積分常数 A, γ は次の様になる。

$$A = \sqrt{\left\{ \frac{R_{20}' \omega_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) \omega} \right\}^2 + \left\{ -\frac{R_{21}'}{\omega^2} \right\}^2} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \tan \gamma = \frac{R_{21}'(\omega^2 - \omega_0^2)}{R_{20}' \omega_0 \omega} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta T_0 &= \sqrt{\left\{ \frac{R_{20}' \omega_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) \omega} \right\}^2 + \left\{ -\frac{R_{21}'}{\omega^2} \right\}^2} \cdot \sin \left\{ \omega t + \tan^{-1} \frac{R_{21}'(\omega^2 - \omega_0^2)}{R_{20}' \omega_0 \omega} \right\} + \frac{R_{20}'}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \sin \omega_0 t + \frac{R_{21}'}{\omega^2} \\ &= \sqrt{\left\{ \frac{R_{20} \omega_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \right\}^2 + (-R_{21})^2} \cdot \sin \left\{ \omega t + \tan^{-1} \frac{R_{21}(\omega^2 - \omega_0^2)}{R_{20} \omega_0 \omega} \right\} + \frac{R_{21}}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \sin \omega_0 t + R_{21} \\ &\dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

(8) を見ると、船の運動 X_2 は ΔT_0 に比例する。従つて ΔT_0 の變化が判れば X_2 の變化も判る。

(11) の第 1 項は風波の影響から来る錨鎖の自由振動であり、第 2 項は波の強制振動を表はし、第 3 項は突風から来る風圧の増加を表はす。

2. 解 の 吟 味

$$\omega_0 = 2\pi/T_w, \quad \omega = 2\pi/T$$

とおけば、 T_w は波の週期を表はし、 T は錨鎖の自己振動週期を表はす。従つて

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi g}{L_w}}, \quad \text{但し } L_w = \text{波長}$$

(5) と附録 I、(6) より

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{K_1 W_2}} = \sqrt{\frac{12 T_0^3 g}{X^3 w^2 W_2}}$$

今 v = 突風の吹く前の風の速度

a_2 = 船の風圧面積

k_2, k_2' = 船型及び船體中心線に對する風の相對的方向に依つて定まる常数とすれば、

(1) より

$$T_0 = R_2 = k_2' a_2 v^2 = k_2 W_2^{2/3} v^2$$

又、附録 I、(4) より

$$X^2 = (S^2 - Z^2)$$

と置き得る。

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \frac{T}{T_w} = \sqrt{\frac{\pi(S^2 - Z^2)^{3/2} w^2 W_2}{6k_2^3 a_2^3 v^6 L_w}} = \sqrt{\frac{\pi(S^2 - Z^2)^{3/2} w^2}{6l_2^3 W_2 v^6 L_w}} \dots\dots\dots (12)$$

次に ω_0/ω の非常に大なる場合、非常に小なる場合、1 に等しい場合に就て ΔT_0 の値を吟味する。

(i) ω_0/ω が非常に大なる場合

この場合は T/T_w の非常に大なる場合で、(12) より明らかな様に、比較的小さい船が、浅い海に於て単位長さの重量の重い、長さの長い錨鎖に依つて繋船せられ、そこへ風速の小さい風が吹き、押し寄せる波の波長が小さい場合に相當する。

$$(11) \text{ より } \Delta T_0 \doteq R_{21}(1 - \cos \omega t) \dots\dots\dots (13)$$

故にこの場合には波の影響は無視せられ、突風から来る自由振動のみが残る。

最大の ΔT_0 を $(\Delta T_0)_m$ なる記號にて示せば

$$(\Delta T_0)_m = 2 \cdot R_{21} \dots\dots\dots (14)$$

(ii) ω_0/ω が非常に小なる場合

この場合は T/T_w が非常に小なる場合で、比較的大なる船が、深い海にて、単位長さの重量の小なる、長さの短い錨鎖に依つて繋船せられ、そこへ風速の大なる風が吹き、波長の大なる波に出會ふ場合に相當する。

$$(11) \text{ より } \Delta T_0 \doteq R_{20} \sin \omega_0 t + R_{21} (1 - \cos \omega t) \dots\dots\dots (15)$$

故にこの場合には波の影響に依る強制振動と突風から来る自由振動とが残る。I、3、(ii) に於て述べたと全く同様に、現在は ω_0/ω の非常に小なる場合を取扱つてゐるのであるから、上式の第1項は時間と共に徐々に變化するに對し、第2項は急激に變る故、近似的には、第1項の最大を與へる時間の附近に於て第2項の最大を與へる時間に ΔT_0 の最大を生じ、第1項の最小を與へる時間の附近に於て第2項の最小を與へる時間に ΔT_0 の最小を生ずる。

然るに第1項の最大、最小は

$$\omega_0 t = \frac{\pi}{2}(2n+1), \quad n=0, 1, 2, \dots\dots$$

に於て生じ、第2項の最大、最小は

$$\omega t = n\pi, \quad n=0, 1, 2, \dots\dots$$

に於て生ずる。故に例へば

$\omega_0 t \doteq \pi/2$ に於て

$$(\Delta T_0)_m = R_{20} + 2R_{21} \dots\dots\dots (16)$$

$\omega_0 t \doteq 3\pi/2$ に於て

$$\text{最小の } \Delta T_0 = -R_{20}$$

(iii) $\omega_0 = \omega$ の場合

この場合は

$$\frac{T}{T_w} = \sqrt{\frac{\pi(S^2 - Z^2)^{3/2} w^2 W_2}{6k_2^3 a_2^3 v^6 L_w}} = \sqrt{\frac{\pi(S^2 - Z^2)^{3/2} w^2}{6k_2^3 W_2 v^6 L_w}} = 1 \dots$$

を満足する場合である。

(11) に上の条件を入れて極限値を取れば

$$\Delta T_0 = \frac{R_{20}}{2} (\sin \omega t - \omega t \cdot \cos \omega t) + R_{21} (1 - \cos \omega t) \dots \dots \dots (17)$$

ΔT_0 の最大、最小を求めるため上式を時間 t に就て微分して 0 とおけば、

$$\left(\frac{R_{20}}{2} \cdot \omega t + R_{21} \right) \cdot \sin \omega t = 0$$

$\left(\frac{R_{20}}{2} \cdot \omega t + R_{21} \right)$ は 0 でないから

$$\sin \omega t = 0$$

故に

$$\omega t = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

に於て ΔT_0 の最大、最小がおこる。

ΔT_0 の最大、最小値を $(\Delta T_0)_m'$ と置けば

$$(\Delta T_0)_m' = -(-1)^n \frac{\pi}{2} \cdot R_{20} \cdot n + R_{21} [1 - (-1)^n] \dots \dots \dots (18)$$

上式より、最小値から最大値へ、或は最大値より最小値へと一振れ毎に ΔT_0 の振幅の増加する量即ち $\Delta(\Delta T_0)$ を求むれば

$$\Delta(\Delta T_0) = \frac{\pi}{2} \cdot R_{20} \dots \dots \dots (19)$$

故に波の週期と船の縦揺週期とが同調した様な場合には、 R_{20} 従つて又、 $\Delta(\Delta T_0)$ が非常に大となり ΔT_0 が急激に増大して、錨鎖が切斷せられに至る。

(iv) 總 括

以上 (i), (ii), (iii) の内、(i) では波の影響が消えて風の影響のみが残り、(ii) に於ては波と風との兩方の影響が表はれ、(iii) では風と波との兩方の影響あり、特に波のため、時間と共に振幅が急激に増大し、最も危険である。故に錨鎖としては (i) の場合を採用し、出来るだけ單位長さの重量の重い、長さの長いものを使用し、 T/T_w を非常に大となる様に設計するのが得策である。

III. 結 論

以上 I, II の理論を要約すれば次の結論が得られる

(1) 海上を曳船がある一定の速度にて被曳船を曳航し、ある大さの波と突風に出會ふ時、曳索に生ずる張力の増加 ΔT_0 には曳索の長さ S と曳索の單位長さの重量 w とが非常に關係する。而して若し S, w が非常に大きくて曳索の自己振動週期 T と船と波との出會週期 T_e との比 T/T_e が非常に大な

る場合には、 ΔT_0 には波の影響が殆ど無く、風の影響のみが表はれ、曳索の振幅は曳船、被曳船の夫の和に等しい。又 S と w とが非常に小さくて、 T/T_0 が非常に小さい場合には、曳索は殆ど振動せず、曳船と被曳船とが全く同じ様な運動をする。而して ΔT_0 には波と風との両方の影響が表はれ、 ΔT_0 が非常に大きくなる。この場合 S と波の進行方向と曳航船の進行方向との角 ϕ を變へて ε を $(5\pi/3 \sim 16\pi/9)$ となる様に調節すれば、 ΔT_0 を最小にすることが出来る。次に $T=T_0$ の場合には ΔT_0 に波と突風との両方の影響が表はれ、殊に波のため ΔT_0 の振幅が時間と共に急激に増加して、遂に曳索が切斷せられるに至る。この場合曳船と被曳船とが同じ大さ、同じ船型の船ならば、 S と ϕ とを變へて ε を 0 又は 2π となる様調節すれば、 ΔT_0 をりならしめ得るが、曳船と被曳船との大さが等しくない場合には S と ϕ との外に尙曳航速度をも變化せしめて T と T_0 との同調を避けるより外には ΔT_0 を小さくする方法はない。

以上 $T \equiv T_0$ の 3 種の場合に於て、曳船が被曳船に比してその大さが小なれば小なる程 ΔT_0 に及ぼす波及び風の影響が小となることが判明した。又以上 3 種の場合の内、 T/T_0 の非常に大なる場合が ΔT_0 小さく、最も安全であるから、曳索としては S と w との出来るだけ大なるものを使用する方が得策である。

(2) ある一定の深さの海上に於て繫留せられてゐる船舶がある大さの波と突風に出會つた時、繫船浮標用錨鎖に生ずる張力の増加 ΔT_0 には錨鎖の長さ S と錨鎖の單位長さの重量 w とが非常に關係する。而して若し S と w とが非常に大きくて、錨鎖の自己振動週期 T と波の週期 T_w との比 T/T_w が非常に大なる場合には ΔT_0 には波の影響が全然無く、風の影響のみが表はれて来る。又、 S と w とが非常に小さくて、 T/T_w が非常に小なる場合には波と風との影響が表はれ、 ΔT_0 が大きくなる。更に $T=T_w$ の時には波と風との影響が兩方表はれ、殊に波の影響のために ΔT_0 の振幅が時間と共に急激に増大して、遂に錨鎖が切斷せられるに至る。故に錨鎖としては出来るだけ S と w とを大きくし、 T/T_w を非常に大となる様設計した方が安全となり得策である。

終りに臨み、御懇篤なる御指導を賜りたる渡邊恵弘先生に對し、又有力なる示唆と助言を賜りたる内務技師兼海軍技師近藤市三郎氏に對し深甚なる感謝の意を表する次第である。

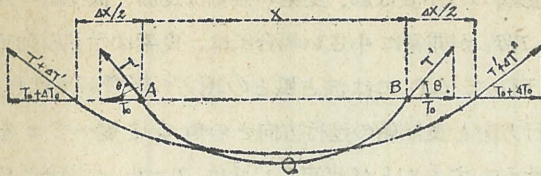
附 録 I

懸垂曲線をなせる曳索の伸縮と曳索中に生ずる張力の變化との關係

第 11 圖に於て懸垂曲線 AOB をなせる曳索の兩端 A, B は共に同一水平線上にあり、且つ A と B とはこの水平線上に於て左右に自由に移動し得るものとする。曳索 AOB の全長を S , AB の水平距離を X , 曳索の單位長さの重量が均一なりとし、これを w にて表はす。但し w は曳索が水中にある時は水中に於ける見

掛けの重量を取るものとする。又、曳索の兩端 A, B に於ける張力の水平分力を T_0 とすれば、懸垂曲線の性質として、曳索の任意の點に於ける張力の水平分力は悉く T_0 に等しく、且つ、次の關係がある。

$$X = \frac{2T_0}{w} \sinh^{-1} \left(\frac{Sw}{2T_0} \right)$$



第 11 圖

右邊を展開すれば

$$X = \frac{2T_0}{w} \left[\left(\frac{Sw}{2T_0} - \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{Sw}{2T_0} \right)^3 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 5} \left(\frac{Sw}{2T_0} \right)^5 - \dots \right] \right]$$

A, B に於ける懸垂曲線への接線が水平となす角を θ とすれば、 $\tan \theta = Sw/2T_0$ となる。然るに普通 $\theta < 20^\circ$ の状態にて曳航するから、今假りに $\theta = 20^\circ$ と置けば、 $Sw/2T_0 = 0.364$ となり、上式中 $(Sw/2T_0)$ の高次の幂の項は甚小なりとして無視し得る。故に $(Sw/2T_0)^5$ 以上の項を無視すれば

$$X = \left[S - \frac{S^3 w^2}{24 T_0^3} \right] \dots \dots \dots (1)$$

今 A, B 兩端に於ける張力を増加し、その水平分力が $(T_0 + \Delta T_0)$ になった時、AB は延長して $(X + \Delta X)$ になるものとし、この張力の増加 ΔT_0 に対する X の増加 ΔX を次に求めて見る。

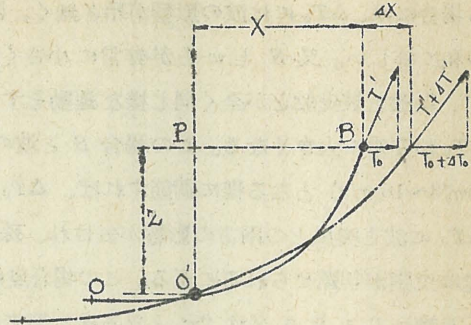
若し曳索が Steel wire rope の様な弾性を有するものならば、 ΔX は S 一定なる場合の懸垂曲線をなせる曳索の Spring action から来る X の増加量と、曳索の長さ S の弾性伸長 ΔS から来る増加量との和に依つて表はされるべき筈であるが、現在 S が非常に長い場合を取扱つてゐるから、 ΔS に依る増加量は曳索の Spring action から来るものに比して甚小と考へて無視する。然る時は ΔT_0 を附加する前後に於て S の大きさに變化がないと考へられるから

$$X + \Delta X = \left[S - \frac{S^3 w^2}{24 (T_0 + \Delta T_0)^3} \right] \dots \dots \dots (2)$$

(1), (2) の差を取れば

$$\Delta X = \frac{S^3 w^2}{12 T_0^3} \cdot \Delta T_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} \right) + 2 \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} \right)^2 - 2 \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} \right)^3 + \dots \right]$$

ΔT_0 が T_0 に比し甚小なる場合を取扱ふものとし、右邊括弧の中の第 2 項以下を無視すれば



第 12 圖

$$\Delta X = K \cdot \Delta T_0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{但し } K = \frac{S^3 w^2}{12 T_0^3} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

次に、第 12 圖に示す様に、懸垂曲線 OB 上の一地点 O' を固定し、B 端を左右に水平に移動せる際、曳索 $O'B$ 中に生ずる張力の變化を求める。

B' を通る水平線と O' を通る鉛直線との交點を P' とする。PB の長さを X 、曳索 $O'B$ の長さを S 、曳索の単位長さの重量を w (但し、曳索が水中にある場合には水中に於ける見掛けの重量を取るものとする)、曳索の張力の水平分力を T_0 とし、B が水平に移動して、 X が ΔX だけ増加した時 T_0 の増加を ΔT_0 とする。今 PO' の長さを Z にて表はせば、 O' は固定せられてゐる故、 Z と S とは一定であり、且つ、懸垂曲線の性質として次の關係がある。

$$S^2 - Z^2 = \frac{4 T_0^2}{w^2} \cdot \sinh^2 \left(\frac{Xw}{2 T_0} \right)$$

上式の右邊を展開すれば

$$S^2 - Z^2 = X^2 + \frac{X^4 w^2}{12 T_0^2} + \frac{X^6 w^4}{960 T_0^4} + \dots$$

前同様の理由に依り上式中右邊第 3 項以上を小なりとして無視すれば

$$S^2 - Z^2 = X^2 + \frac{X^4 w^2}{12 T_0^2} \dots \dots \dots (4)$$

前述の如く、 S と Z とは一定であり、且つ、 X の増加 ΔX に対する T_0 の増加は ΔT_0 なる故

$$S^2 - Z^2 = (X + \Delta X)^2 + \frac{(X + \Delta X)^4 w^2}{12 (T_0 + \Delta T_0)^2}$$

上式の右邊を展開し、 $\Delta X/X$ が $\Delta T_0/T_0$ に比して甚小なることを考慮しつゝ、二次的な項を無視すれば

$$S^2 - Z^2 = X^2 + 2\Delta X \cdot X + \frac{X^2 w^2}{12T_0^2} \left(1 - \frac{2\Delta T_0}{T_0}\right) \dots (5)$$

5) と (4) との差を取れば次の関係が出る。

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= K_1 \cdot \Delta T_0 \\ \text{但し } K_1 &= \frac{X^2 w^2}{12T_0^3} \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

附 録 II

波 と 船 と の 出 會 週 期

第 13 圖に示す様に、 V_w の速度で進行する規則波に對し、波の進行方向と角 ϕ をなす方向に V_s の速度で曳航船が進む場合、波と船との出會週期 T_e は次の様に表はされる。

$$T_e = \frac{L_w}{V_s \cos \phi \pm V_w} \dots \dots \dots (1)$$

但し L_w は波長を表はし、分母の正負の符號は船が波の進行方向と反對の方向に進む場合に正、その逆の場合に負の符號を取るものとする。

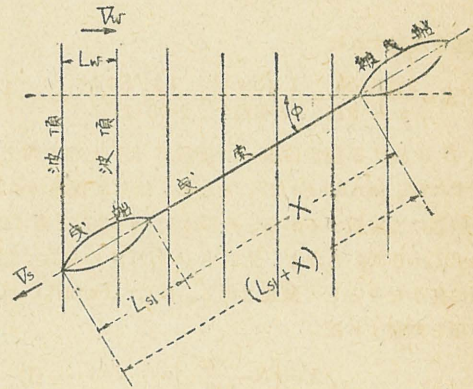
曳索の大部分の長さは水中に没してゐるが、曳船の艀被曳船の艀に取付けられた部分の短い長さだけ水上に出てゐる。併し水上部分は水中部分に比し極僅かであるから、曳索の長さの全部が水中を進むものと假定する。

曳船の長さを L_{s1} 、曳索の水平の長さを X とすれば

曳船の艀から被曳船の艀迄の水平距離 $= L_{s1} + X$ となる。今

$$(L_{s1} + X) = L_w \sec \phi \cdot (n + p) \dots \dots \dots (2)$$

と置く。但し n は整数、 p は分數を表はすものとする。然る時は、曳船の艀がある波頂に出會つて後、被曳船



第 13 圖

の艀が同一の波頂に出會ふ迄の時間 t_2 は次の様になる。

$$t_2 = \frac{L_{s1} + X}{V_s \pm V_w \sec \phi} = T_e \cdot (n + p) \dots \dots (3)$$