

磁気スラストチャンバーにおけるエネルギースケールリング則の確立とシミュレーションコードの妥当性検証

稲富, 泰紀
九州大学大学院総合理工学府総合理工学専攻プラズマ・量子理工学メジャー

<https://hdl.handle.net/2324/6792879>

出版情報 : Kyushu University, 2022, 修士, 修士
バージョン :
権利関係 :



令和4年度
九州大学大学院 総合理工学府
総合理工学専攻
プラズマ・量子理工学メジャー

修 士 論 文

論文名

磁気スラストチャンバーにおけるエネルギースケールリング則
の確立とシミュレーションコードの妥当性検証

氏 名 稲富 泰紀

指導教員名 山本 直嗣 教授

森田 太智 助教

目次

第1章 序論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究目的	3
第2章 計算方法.....	5
2.1 シミュレーション概要.....	5
2.2 二次元輻射流体シミュレーション	5
2.3 三次元ハイブリッドシミュレーション	6
2.3.1 基礎方程式.....	6
2.3.2 計算方法	8
2.3.3 粒子の計算.....	8
2.3.4 イオン数密度、電流密度の計算.....	10
2.3.5 電磁場の計算	11
2.3.6 Digital Filter	13
2.3.7 計算条件	13
2.4 データの変換	14
第3章 エネルギースケーリング.....	19
3.1 実機スケールの水素プラズマシミュレーション	19
3.2 推進特性のエネルギー依存性検証	21

3.2.1 金プラズマにおけるエネルギースケーリング	22
3.2.2 水素プラズマにおけるエネルギースケーリング	28
第4章 実験との比較によるシミュレーション妥当性の検討	32
4.1 実験概要	32
4.2 シミュレーション概要	37
4.3 三次元ハイブリッドシミュレーション結果と実験との比較	43
第5章 考察	50
5.1 スケーリング検証シミュレーションの結果比較	50
5.2 実験結果との比較と再現性の向上	53
第6章 結論	57
参考文献	59
謝辞	61

第 1 章 序論

1.1 研究背景

宇宙開発がさかんに行われる中、次のステップとして火星有人飛行が注目されている。火星は大気中に多くの二酸化炭素を保有し氷も存在している[1]ことから、人類が地球以外の天体への進出を目指す場合その有力候補である。また NASA が主導する月面着陸計画である Artemis program[2]も、将来人類が火星を目指すための第一ステップと言われる。しかし、人類が火星に到達することを考えると現在用いられている主要な宇宙輸送手段である化学推進ロケットでは、火星まで片道約 180 日を要する。また電気推進では燃料利用効率の指標である比推力は大きいのに対し推力が小さいため非常に多くの時間を要してしまう。ここで比推力は推進剤の単位重量流量あたりに得られる推力を表しており燃費のような指標で用いられる。そのため人間を輸送することを考慮すると、長時間無重力環境かつ宇宙線に曝されるため電気推進も不向きであると考えられる。

そこで解決策として提案されたのがレーザー核融合ロケット(LFR)[3]である。ローレンスリバモア国立研究所によって提案された VISTA の概念図を図 1.1 に示す。このロケットは従来の推進システムと比較して大推力かつ高比推力であり、火星まで片道約 90 日[4]を達成できるとされている。推力を得る手順としては、まず円錐状のロケットの周上にレーザーを配置し、円錐の頂点部分にある核融合燃料と推進剤の複合ターゲットにレーザーを照射する。そして核融合反応を起こし、それによって発生したプラズマを磁気スラストチャンバーと呼ばれる推進システムで排出し、図 1.1 の上向きにパルス的に推力を発生する。排出時のプラズマのエネルギーを回収用のピックアップコイルを用いて回収し、次のレーザー駆動に利用する。



図 1.1 核融合ロケットの概念図(矢沢サイエンスオフィス提供)

また磁気スラストチャンバーの作動原理を以下に示す.

1. 超伝導コイルによって構成される磁気スラストチャンバーの中で生成された磁場中に推進剤及び核融合ターゲットを設置し、レーザーを照射して核融合を起こす.
2. その核融合エネルギーを受けてプラズマ化した推進剤が膨張し、反磁性電流が流れる.
3. プラズマの膨張により外部磁場は圧縮され、ローレンツ力によりプラズマは押し戻されその反作用としてロケットは推力を得る.

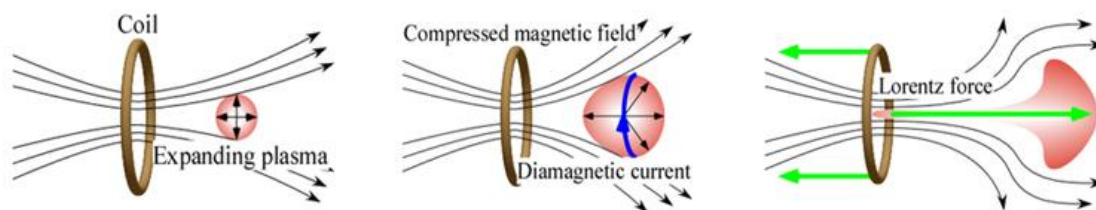


図 1.2 磁気スラストチャンバーの推進原理

磁気スラストチャンバーの性能を確認するために様々な研究が行われており、長峯らが行ったシミュレーションでは磁気スラストチャンバーと金イオンプラズマを用いた磁場排出が計算された[5].その結果を図 1.3 に示す.

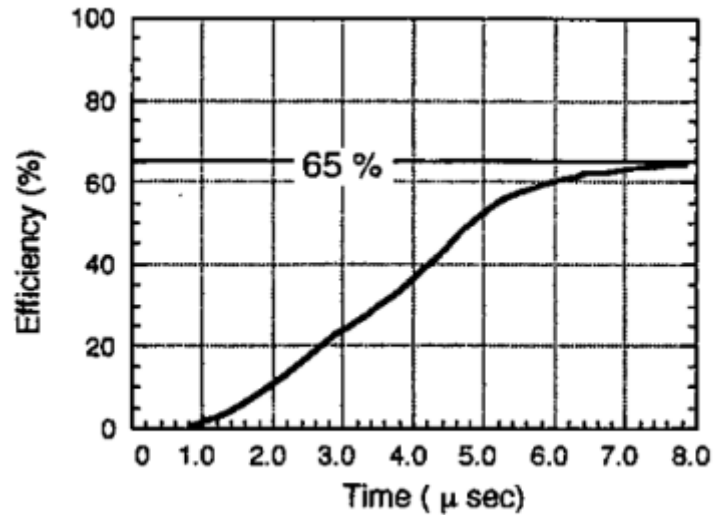


図 1.3 数値シミュレーションによる金イオンプラズマを用いた場合の運動量効率の時間変化(Nagamine, Y. et al “Analysis of Plasma Behavior in a Magnetic Thrust Chamber of a Laser Fusion Rocket,” Fusion Science and Technology, Vol. 35, Issue 1, pp. 66 (1999) より))

この研究では金イオンプラズマを用いた場合の推力特性について研究された.式(1.1)で示す運動量効率について評価されたが、65%程度という結果が得られた.

$$\eta = \frac{\sum m v_z - \sum m v_{z0}}{\sum m |v_0|}. \quad (1.1)$$

また磁気スラストチャンバーを模擬した実験装置を用いてアブレーションプラズマを磁場で排出することによる推力測定実験が行われた[6].さらに様々なプラズマエネルギーにおけるアブレーションプラズマのプラズマ構造の違いなどが報告されている[7].

1.2 研究目的

本研究の目的は、磁気スラストチャンバーにおいてプラズマエネルギーの変化に伴い推力がどのように変化するかスケーリング則を確立することである.伊勢らの設計[4]によれば、核融合ロケットは1MJのレーザーに対しゲインが200を想定されておりプラズマが持つエネルギーは62 MJになる.さらに火星までの有人飛行を目標とした場合必要な比推力は15000 s、比出力は0.4 kW/kgである.比出力は機

体単位質量あたりの推進出力であり加速度を表す指標として用いられる。よってプラズマエネルギーが 62 MJ の場合においてこの 2 つ満たすかどうかを検証する必要がある。しかし実験室にて再現可能なプラズマエネルギーは 65 mJ~3 kJ 程度であり、62 MJ のプラズマ挙動を予想するにはシミュレーションによる検証が不可欠である。またこの設計は以前の研究から運動量効率 65%が達成できるという仮定の下での設計であり、62 MJ のこの体系においてそれは確認されていないため、シミュレーションにおいて検証する必要がある。

またシミュレーションの再現性を高めるために、幅広いエネルギー帯で行ったシミュレーションを実験と比較することによってシミュレーションコードの妥当性を検証する必要がある。よって本研究では、実験室で比較可能な 4 J から実機を想定した 62 MJ までのシミュレーションを行い、さらに低エネルギー帯では実験との比較を行うことでシミュレーションコードに関する検討を行った。

第2章 計算方法

2.1 シミュレーション概要

本研究では二次元輻射流体シミュレーション[8][9]と三次元ハイブリッドシミュレーション[5]の2種類のシミュレーションを行った。二次元輻射流体シミュレーションでは実験の再現計算にてレーザーアブレーションを計算する際に利用し、三次元ハイブリッドシミュレーションでアブレーションプラズマ及び核融合プラズマと磁場の相互作用を計算する際に利用した。以下にその計算方法に示す。また二次元計算の結果を三次元計算に拡張する際、二次元データを三次元データに変換する方法についても示す。

2.2 二次元輻射流体シミュレーション

このシミュレーションでは STAR2D と呼ばれるシミュレーションコードを用いて計算を行った。このコードではイオンと電子の温度をそれぞれ計算しており、それらの基礎方程式は以下のようにになっている。

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla(p_i + p_e + q), \quad (2.2)$$

$$\rho C_{vi} \frac{DT_i}{Dt} = -p_{THi} \nabla \cdot \mathbf{v} + \nabla \cdot (\kappa_i \nabla T_i) + \alpha(T_e - T_i) + Q_i \quad (2.3)$$

$$\rho C_{ve} \frac{DT_e}{Dt} = -p_{THE} \nabla \cdot \mathbf{v} - \nabla \cdot (\kappa_e \nabla T_e) + \alpha(T_i - T_e) + Q_e \quad (2.4)$$

(2.1)は連続の式、(2.2)は運動方程式、(2.3),(2.4)はそれぞれイオンと電子のエネルギー式である。ここで q は人口粘性、 C は比熱、 κ は熱伝導係数である。圧力はイオン圧力と電子圧力の合計 $p = p_i + p_e$ で表され、 p_{THi} と p_{THE} はそれぞれ $p_{THi} = T_i(\partial p_i / \partial T_i)$ 、 $p_{THE} = T_e(\partial p_e / \partial T_e)$ で定義される。また、 $\alpha(T_e - T_i)$ は Spitzer の熱緩和係数 α [10]を用いた熱緩和の項である。 Q はエネルギーの生成項であるが、ここで $Q_i (= -q \nabla \cdot \mathbf{v})$ は人口粘性によって変換されるイオンの熱エネルギー、 Q_e はレーザーを吸収することによって電子が受け取るエネルギーである。電子とイオンの再結合は CRSS モデル[11]によって計算されており、レーザーの吸収には逆制動放射[12]が仮定されている。逆制動放射の減衰は次の式(2.5)で計算されている。

$$\nu_{\text{abs}} = \frac{4\sqrt{2m_e}\pi^{\frac{3}{2}}c^2e^2Z^*\ln\Lambda}{3\lambda^2(kT_e)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{n_e}{n_{\text{cr}}}\right)^2 \quad (2.5)$$

ここで $\ln\Lambda$ はクーロン対数、 n_{cr} はレーザーの臨界密度、 Z^* は有効電荷を表している。

放射輸送については熱束制限多群拡散近似[12]により光子のエネルギーを多数のエネルギー群に分けて各群について拡散近似[13]を用いることで解いた。輸送方程式は式(2.6)であり、

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{\varepsilon_\nu}{\rho} \right) + \nabla \cdot (D_\nu \nabla \varepsilon_\nu) = 4\pi\eta_\nu - c\chi_\nu \varepsilon_\nu \quad (2.6)$$

ここで ε_ν はエネルギーが $h\nu$ で表される光子のエネルギー密度、 D_ν は拡散係数、 η_ν は輻射率、 c は光速、 χ_ν は吸収率である。右辺第一項はレーザーによるエネルギーの増分を表しており第二項は吸収によるエネルギーの減少分を表している。

2.3 三次元ハイブリッドシミュレーション

このシミュレーションは磁場中のプラズマ運動を計算するものであり、イオンは粒子として扱うのに対し電子は慣性を無視した流体として扱う。この計算コードでは電子の運動のタイムスケールで起こる現象を無視しており、時間幅や空間幅が大きく取れるのが特徴である。荷電準中性条件を仮定してプラズマ振動を除去しており、さらにダーウィン近似により高周波現象は無視している。またプラズマの運動も含めて電磁場は自己無撞着に解かれる。

2.3.1 基礎方程式

本シミュレーションコードにおいて必要な方程式を以下に示す。

$$\text{運動方程式(イオン)} \quad m_i \frac{dv_i}{dt} = Ze(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}). \quad (2.7)$$

$$\text{連続の式(イオン)} \quad \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_i. \quad (2.8)$$

$$\text{運動方程式(電子)} \quad n_e m_e \frac{dv_e}{dt} = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla P_e. \quad (2.9)$$

$$\text{状態方程式(電子)} \quad P_e = n_e T_e. \quad (2.10)$$

$$\text{アンペールの法則} \quad \nabla \times \mathbf{B}_p = \mu_0(\mathbf{j}_i + \mathbf{j}_e). \quad (2.11)$$

ファラデーの法則

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}. \quad (2.12)$$

ここで $\mathbf{v}$ は速度、 m は質量、 n は密度、 e は電気素量、 Z は電荷、 $\mathbf{E}$ は電場、 $\mathbf{B}$ は磁場、 $\mathbf{j}$ は電流密度を表しており、添え字 i, e はそれぞれイオンと電子を表している。アンペールの法則については荷電準中性条件 $en_e = Zen_i$ およびダーウィン近似を用いている。ここでダーウィン近似とは元のアンペールの式(2.13)

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right), \quad (2.13)$$

において電場 $\mathbf{E}$ を $\nabla \times \mathbf{E}_r = 0$ 、 $\nabla \cdot \mathbf{E}_d = 0$ となる $\mathbf{E}_r$ と $\mathbf{E}_d$ にわけたとき、 $\mathbf{E}_d$ の項を無視することを意味する。ここで $\mathbf{E}_r, \mathbf{E}_d$ は次のように表される。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_r + \mathbf{E}_d \quad (2.14)$$

$$\mathbf{E}_r = -\nabla \phi \quad (2.15)$$

$$\mathbf{E}_d = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.16)$$

ここで $\mathbf{A}$ はベクトルポテンシャル $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ である。また $\mathbf{B}_p$ はプラズマによって生成される磁場であり、外部磁場 $\mathbf{B}_{\text{ext}}$ と合成磁場 $\mathbf{B}$ を用いて

$$\mathbf{B}_p = \mathbf{B} - \mathbf{B}_{\text{ext}} \quad (2.17)$$

と書ける。

まず、式(2.9)の電子の運動方程式について状態方程式(2.11)を代入し、電子の慣性を無視して $m_e = 0$ とすると

$$0 = -en_e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla(n_e T_e). \quad (2.18)$$

そして電流密度 $\mathbf{j}_e$ は電流の定義より

$$\mathbf{j}_e = -en_e \mathbf{v}_e \quad (2.19)$$

であることから、式(2.11)と式(2.19)を用いて $\mathbf{j}_e$ を消去すると以下のようになる。

$$\mathbf{v}_e = -\frac{1}{en_e} \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}_p - \mathbf{j}_i \right). \quad (2.20)$$

この式(2.20)を(2.18)に代入し電場について整理する。さらに荷電準中性条件に

より $en_e = Zen_i$ であることから次の式が得られる。

$$\mathbf{E} = \frac{1}{Zen_i} \left\{ \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}_p) \times \mathbf{B} - \mathbf{j}_i \times \mathbf{B} - ZT_e \nabla n_i \right\}. \quad (2.21)$$

本計算コード内ではこの式(2.21)とファラデーの法則(2.12)を解くことによって電場と磁場が計算される。ただし式(2.17)による電場はプラズマが存在する領域でのみ計算される。そのためプラズマの密度閾値 n_{cr} が設定され、それより密度が高い領域では式(2.17)を解くのに対し密度が低い領域では真空を仮定してラプラス方程式

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mathbf{0}. \quad (2.22)$$

を解く。この詳細については 2.3.5 節で解説する。

2.3.2 計算方法

2.3.1 節で示した方程式は差分式に直して物理的妥当性が保証される時間幅と空間幅の範囲で解かれる。その手順は以下に示すようになっている。

- 1) 外部磁場 $\mathbf{B}_{ext}$ 及びイオンの粒子位置 $\mathbf{x}$ 、速度 $\mathbf{v}$ の初期設定を行う。
- 2) 格子点上でのイオンの数密度 n_i と電流密度 $\mathbf{j}_i$ を計算する。
- 3) 式(2.21)により電場 $\mathbf{E}$ を計算する。
- 4) 最初に設定した外部磁場 $\mathbf{B}_{ext}$ と手順(3)で求めた電場・磁場から運動方程式(2.7),(2.8)を用いて新しいプラズマの位置と速度を求める。
- 5) ファラデーの法則(2.12)より磁場を求める。
- 6) 手順(1)~(5)を繰り返すことでプラズマの時間変化を計算する。

また各差分式については以下で詳細を示す。

2.3.3 粒子の計算

本シミュレーションコード内では超粒子と呼ばれる粒子の集まりにイオンを割り振ることによって計算を行っている。本研究では 10^6 個の超粒子を用いて計算を

行った.また leap-frog 法[12]と呼ばれる差分法を用いて方程式の離散化を行って計算した.以下にその差分式を示す.

$$\frac{\mathbf{v}_i^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{v}_i^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{Ze}{m_i} \left\{ \mathbf{E}^n + \frac{1}{2} \left(\mathbf{v}_i^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{v}_i^{n-\frac{1}{2}} \right) \times \mathbf{B}^n \right\}. \quad (2.23)$$

$$\frac{\mathbf{x}_i^{n+1} - \mathbf{x}_i^n}{\Delta t} = \mathbf{v}_i^{n+\frac{1}{2}}. \quad (2.24)$$

式(2.19),(2.20)は速度と位置に関する中心差分式である.ここで添え字*i*はイオンの番号、*n*はタイムステップ数を表している.

手順としては、まず式(2.23)を $\mathbf{v}_i^{n+1/2}$ について解く.式(2.23)は変形すると

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} v_{ix}^m + cE_x^n + \gamma v_y^m - \beta v_z^m \\ v_{iy}^m + cE_y^n + \gamma v_z^m - \beta v_x^m \\ v_{iz}^m + cE_z^n + \gamma v_x^m - \beta v_y^m \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

となる $\mathbf{A}, \mathbf{S}$ を用いて

$$\mathbf{A} \mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{S}, \quad (2.27)$$

と書ける.ここで $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は

$$\alpha = \frac{q\Delta t}{2m_i} B_x^n, \quad (2.28)$$

$$\beta = \frac{q\Delta t}{2m_i} B_y^n, \quad (2.29)$$

$$\gamma = \frac{q\Delta t}{2m_i} B_z^n, \quad (2.30)$$

$$\delta = 1 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2, \quad (2.31)$$

またここで $c = q\Delta t/m_i$, $m = n - 1/2$ である.さらに式(2.21)は逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ を用いて次のように $\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}}$ について解かれる.

$$\mathbf{v}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{S}. \quad (2.32)$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\delta} \begin{pmatrix} 1 + \alpha^2 & \alpha\beta + \gamma & \alpha\gamma - \beta \\ \alpha\beta - \gamma & 1 + \beta^2 & \beta\gamma + \alpha \\ \alpha\gamma + \beta & \beta\gamma - \alpha & 1 + \gamma^2 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

そしてこれを式(2.24)の右辺に代入することにより $\mathbf{x}_i^{n+1}$ を求める.

2.3.4 イオン数密度、電流密度の計算

イオン数密度はプラズマを格子点に割り振ることによって求められる. そのために本シミュレーションコード内では Particle-In-Cell (PIC)法を用いる. 今一つの超粒子内にイオンが N 個含まれる場合を考える. 図 2.1 で示すように格子内に存在するイオンの位置によって $V_1 \sim V_8$ の体積を持つ 8 つの立方体に分割する. この図の格子点 (i, j, k) に割り振られるイオン数は

$$\delta n_i(i, j, k) = \frac{V_2}{V} N, \quad (2.34)$$

である.

ここで、

$$V = \sum_1^8 V_i \quad (2.35)$$

であり、式(2.35)はその他の格子点についても同様に求められる. よって式(2.37)により格子点上の n_i を定義することができる.

$$n_i = \sum \delta n_i \quad (2.36)$$

イオン電流密度 $\mathbf{J}_i$ は数密度 n_i を使って次式で求められる.

$$\mathbf{J}_i = Ze n_i \mathbf{v}_i. \quad (2.37)$$

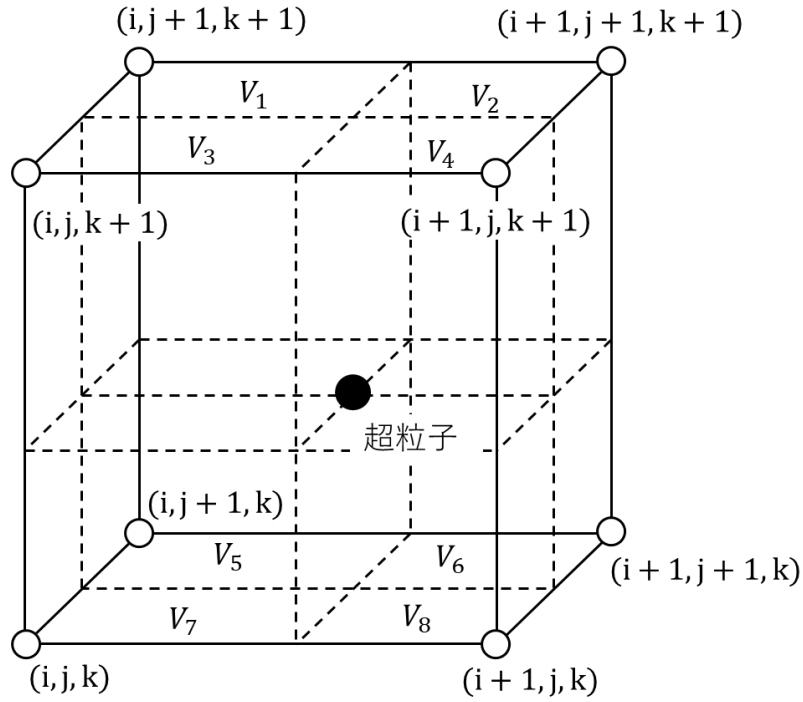


図 2.1 超粒子と分割された直方体

2.3.5 電磁場の計算

電磁場の計算には式(2.12)と(2.17)を用いる.ファラデーの法則(2.12)を片側差分して $\mathbf{B}^{n+\frac{1}{2}}$ について解くと,

$$\mathbf{B}^{n+\frac{1}{2}} = \mathbf{B}^n - \frac{\Delta t}{2} \times \mathbf{E}^n, \quad (2.38)$$

と書ける.また式(2.21)は

$$\mathbf{E}^n = -\frac{1}{n_i} \left\{ \frac{1}{\mu_0 Z e} (\nabla \times \mathbf{B}_p^n) \times \mathbf{B}^n - \frac{1}{Z e} \mathbf{J}_i^n \times \mathbf{B}^n - \frac{T_e}{e} \nabla n_i^n \right\}, \quad (2.39)$$

書ける. 式(2.38)より $\mathbf{B}^n$, $\mathbf{E}^n$ を用いて $\mathbf{B}^{n+1/2}$ を求める.次に式(2.33)の $\mathbf{B}^n$, $\mathbf{J}_i^n$, n_i^n を $\mathbf{B}^{n+1/2}$, $\mathbf{J}^{n+1/2}$, $n_i^{n+1/2}$ として $\mathbf{E}^{n+1/2}$ を求める.さらに電場と磁場の予測値 $\mathbf{E}_{pred}^{n+1}$, $\mathbf{B}_{pred}^{n+1}$ を式(2.40)、(2.41)に示すように線形に外挿することで求める.

$$\mathbf{E}_{pred}^{n+1} = -\mathbf{E}^n + 2\mathbf{E}^{n+\frac{1}{2}}. \quad (2.40)$$

$$\mathbf{B}_{pred}^{n+1} = \mathbf{B}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{2} \times \mathbf{E}_{pred}^{n+1}. \quad (2.41)$$

この後、同様にして $\mathbf{B}_{pred}^{n+\frac{3}{2}}$ 、 $\mathbf{E}_{pred}^{n+\frac{3}{2}}$ を求める。さらに線形内挿により $\mathbf{E}^{n+1}$ 、 $\mathbf{B}^{n+1}$ を求め、これらを用いて $\mathbf{v}_{pred}^{n+3/2}$ 、 $n_{i,pred}^{n+3/2}$ 、 $\mathbf{J}_{i,pred}^{n+3/2}$ を求める。

ここでは $n+\frac{3}{2}$ タイムステップの予測値を求めることで、 n タイムステップ目から $n+1$ タイムステップ目を内挿計算しており、この収束計算方法を予測子一修正子法と呼ぶ。そしてその求めた値を再度予測値として用いる。さらに収束計算を終わらせるためにそれを打ち切るための値として ε を設定し、

$$\frac{\max_{i, j, k} \left| B_{i, j, k}^{n+1(q+1)} - B_{i, j, k}^{n+1(q)} \right|}{\max_{i, j, k} \left| B_{i, j, k}^{n+1(q)} \right|} \leq \varepsilon, \quad (2.42)$$

で定義される条件を満足するまで繰り返して計算を行う。ここで q は収束計算の回数を示している。

2.3.1 節で示したように、プラズマ密度が閾値以下である真空領域ではラプラス方程式 $\nabla^2 \mathbf{E} = \mathbf{0}$ を解いて電場計算を行う。この計算には Successive Over Relaxation (SOR) 法を用いている。SOR 法における加速係数 α は正方形領域の場合は式(2.43)のように表される。

$$\alpha = \frac{2}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{N_{GMX}}\right)} \quad (2.43)$$

ここで N_{GMX} はメッシュ数である。 α は通常 1.8~1.9 となる。SOR 法では式(2.44)によって収束を加速させる。

$$\begin{aligned} E_p(i, j, k) = & \alpha \{ E_p(i-1, j, k) + E_p(i+1, j, k) \\ & + E_p(i, j-1, k) + E_p(i, j+1, k) \\ & + E_p(i, j, k-1) + E_p(i, j, k+1) \} / 6 \\ & + (1-\alpha) E_p(i, j, k), \quad (p=x, y, z). \end{aligned} \quad (2.44)$$

そして式(2.45)に残差の定義式を示す。この値が設定値より小さくなったら真空領域の電場の計算を終了する。

$$\begin{aligned}\xi_p = & E_p(i-1, j, k) + E_p(i+1, j, k) + E_p(i, j-1, k) \\ & + E_p(i, j+1, k) + E_p(i, j, k-1) + E_p(i, j, k+1) \\ & - 6E_p(i, j, k) \quad , \quad (p = x, y, z)\end{aligned}\quad (2.45)$$

2.3.6 Digital Filter

格子点上の物理量を計算する場合、**Digital Filter** という補間を用いることによって電場計算の際に発生する高周波雑音を消去するためである[15].PIC法により粒子を格子点に割り当てる場合、メッシュ内の粒子が少ないと周囲より数密度が小さくなってしまうため、この処置によって数密度が不連続に変化することを避ける.この**Digital Filter** は次の式で表される.

$$\phi_{i, j, k}^{\text{new}} = \frac{M\phi_{i, j, k} + S\phi_{i, j, k}^{\text{side}} + K\phi_{i, j, k}^{\text{corner}}}{M + 6S + 12K}.\quad (2.46)$$

ここで $\phi_{i, j, k}$ は格子点上に定義される物理量を表しており、上付き添え字newは**Digital Filter** を施した値であることを示している.また $\phi_{i, j, k}^{\text{side}}$ と $\phi_{i, j, k}^{\text{corner}}$ はそれぞれ式(2.47),(2.48)で表される.

$$\begin{aligned}\phi_{i, j, k}^{\text{side}} = & \phi_{i-1, j, k} + \phi_{i+1, j, k} + \phi_{i, j-1, k} \\ & + \phi_{i, j+1, k} + \phi_{i, j, k-1} + \phi_{i, j, k+1}\end{aligned}\quad (2.47)$$

$$\begin{aligned}\phi_{i, j, k}^{\text{corner}} = & \phi_{i, j-1, k-1} + \phi_{i, j+1, k-1} + \phi_{i, j+1, k+1} + \phi_{i, j-1, k+1} \\ & + \phi_{i-1, j, k-1} + \phi_{i-1, j, k+1} + \phi_{i+1, j, k+1} + \phi_{i+1, j, k-1} \\ & + \phi_{i-1, j-1, k} + \phi_{i-1, j+1, k} + \phi_{i+1, j+1, k} + \phi_{i+1, j-1, k}\end{aligned}\quad (2.48)$$

数密度、電流密度、電場の計算後にそれぞれについてこの **Digital Filter** を作用させる.

2.3.7 計算条件

前述のように3次元ハイブリッドシミュレーションでは時間幅 Δt と空間幅 Δx を設定してプラズマ運動の時間変化を解いていくが、これらには満たすべき条件がある.まず、

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{v_A}\quad (2.49)$$

は Courant-Friedrichs-Lewy 条件であり、これは $\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$ で解が収束する条件である。ここで v_A はアルフベン速度

$$v_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 n_i m_i}} \quad (2.50)$$

である。また付加的な数値的安定条件として以下の式も満たす必要がある。

$$\omega_{ci} \Delta t < 0.2. \quad (2.51)$$

ここで ω_{ci} はサイクロトロン周波数である。また空間幅 Δx の最小値を決める条件として以下の式もある。

$$\Delta x > \lambda_i = \frac{v_A}{\omega_{ci}}. \quad (2.52)$$

ここで λ_i はイオン慣性長である。またこの式はプラズマ領域 ($n_i > n_{cr}$) で満たすべき条件であることから、 $n_i = n_{cr}$ を代入して整理すると以下の式になる。

$$\Delta x > \sqrt{\frac{m_i \varepsilon_0 c^2}{n_{cr} (Ze)^2}} \quad (2.53)$$

この式は満たしていなくても計算自体は可能であるが、その解の物理的正確さが保証されない。これらの式を満たす $\Delta t, \Delta x, n_{cr}$ を設定して計算を行う必要がある。

2.4 データの変換

本研究ではレーザー照射によるプラズマの生成過程を二次元輻射流体計算にて計算し、その結果を用いて三次元ハイブリッドシミュレーションでプラズマと磁場の相互作用を計算した。そのため二次元データを三次元データに変換する必要がある、そこで用いたデータのカップリングコードについて説明する。

三次元ハイブリッドシミュレーションにて必要な入力データはイオンの座標、速度、電荷、質量である。電子の物理量に関しては電子温度 T_e のみであるが、過去の計算よりこの電子温度が計算結果に与える影響は小さいことがわかっているので、今回は計算時間短縮のためにイオンの物理量のみを受け渡しをして計算を行った。

次にデータ変換の手順について説明する.データ変換は

- ① CGS 単位系から MKS 単位系への変換
- ② 二次元メッシュを三次元に拡張
- ③ イオンに超粒子を割り振る

の手順で行った.以下で各手順について説明する.

①CGS 単位系から MKS 単位系への変換

まず、二次元輻射流体シミュレーションでは CGS 単位系で計算が行われているのに対し、三次元ハイブリッドシミュレーションでは MKS 単位系が用いられている.そのため表 2.1 に示すように単位系の変換を行った.

表 2.1 核物理量の単位系の変換

	CGS	MKS
座標	x [cm]	$x \times 10^{-2}$ [m]
	y [m]	$y \times 10^{-2}$ [m]
速度	v_x [cm/s]	$v_x \times 10^{-2}$ [m]
	v_y [cm/s]	$v_y \times 10^{-2}$ [m]
密度	ρ [g/cm ³]	$\rho \times 10^3$ [kg/m ³]
イオン密度	N_i [cm ⁻³]	$N_i \times 10^6$ [m ⁻³]

② 二次元メッシュを三次元に拡張

次に二次元メッシュにて計算された結果を三次元データに拡張した.輻射流体シミュレーションは直交座標や極座標など様々な座標系に対応しており、それぞれ別の方法で三次元空間に拡張する.

まず直交座標系の場合は図 2.1 に示すようにして拡張する.メッシュの体積は式 (2.55)で求められる.

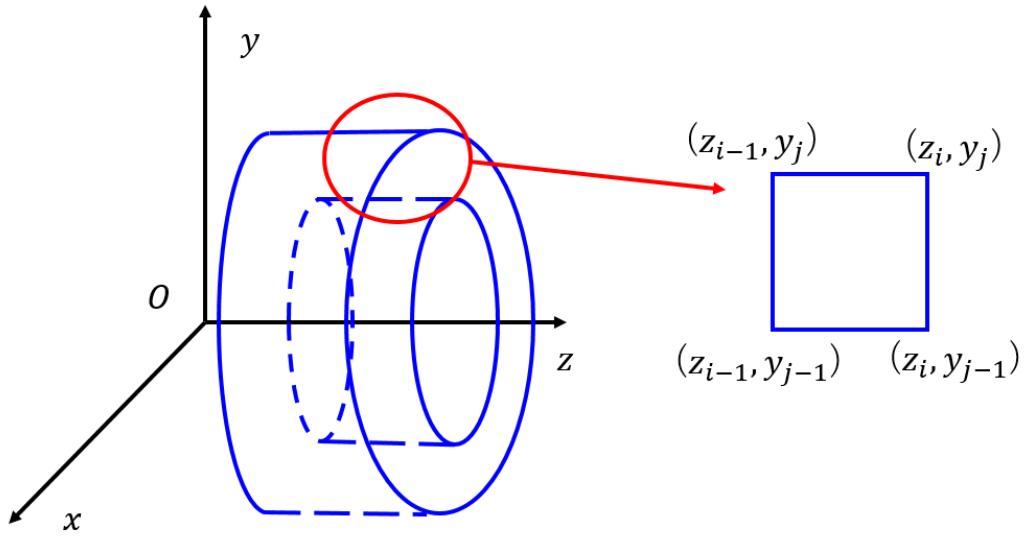


図 2.2 次元拡張のイメージ(直交座標)

$$V_{i,j} = \pi(y_j^2 - y_{j-1}^2) \times (z_i - z_{i-1}). \quad (2.54)$$

次に、輻射流体シミュレーションを極座標系で行った場合の座標変換について示す。

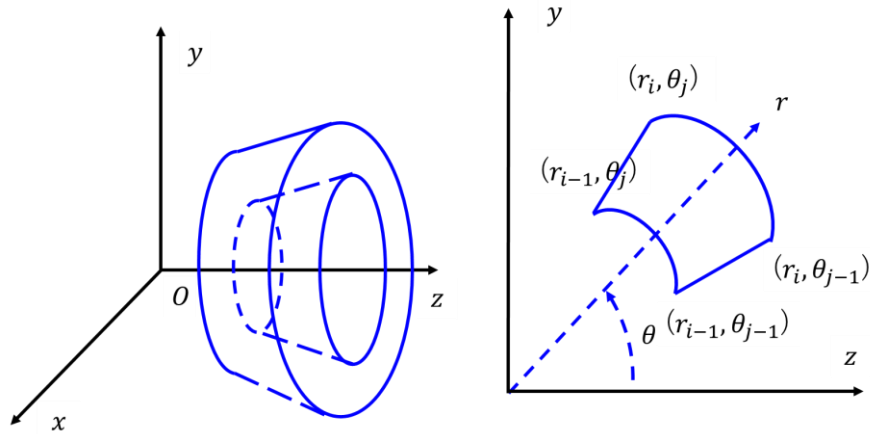


図 2.3 次元拡張のイメージ(極座標)

この場合はメッシュの体積 $V_{i,j}$ は次の式(2.56)で求められる。

$$V_{i,j} = -\frac{2}{3}\pi(r_i^3 - r_{i-1}^3) \times (\cos\theta_j - \cos\theta_{j-1}). \quad (2.55)$$

③ イオンに超粒子を割り振る

次に、2次元輻射流体シミュレーションではイオンを流体として扱うのに対し3次元ハイブリッドシミュレーションではイオンを超粒子として扱うためイオンを流体から超粒子に変換する必要がある.全イオンの粒子数を n_p 、全超粒子数を n_{sp} としたとき、粒子数比 $r_p = n_{sp}/n_p$ を定義する.格子点 (i,j) の超粒子数 n は、イオン数密度 $N_i(i,j)$ を用いて

$$n(i,j) = N_i(i,j) \times V(i,j) \times r_p, \quad (2.56)$$

と書ける.この n と格子の座標 z, y ,速度 v_z, v_y を用いて超粒子の座標 (x_m, y_m, z_m) と速度 $(v_{x_m}, v_{y_m}, v_{z_m})$ を決定する.添え字 m は超粒子の番号である.ここで $0 \leq U_m \leq 1$ となる乱数 U_m を用いて下のように座標と速度を表す.また、超粒子の割り振りにについても輻射流体シミュレーションの座標系の取り方によって異なり、それぞれについて説明する.

まず、直交座標系によって計算された輻射流体シミュレーションの結果について超粒子を割り振る場合は次の式(2.57)から(2.64)のようになる.

$$\varphi_m = 2\pi U_m. \quad (2.57)$$

$$r_m = y + U_m \times \Delta y. \quad (2.58)$$

$$x_m = r_m \cos \varphi_m. \quad (2.59)$$

$$y_m = r_m \sin \varphi_m. \quad (2.60)$$

$$z_m = z + U_m \times \Delta z. \quad (2.61)$$

$$v_{x_m} = v_y \cos \varphi_m. \quad (2.62)$$

$$v_{y_m} = v_y \sin \varphi_m. \quad (2.63)$$

$$v_{z_m} = v_z. \quad (2.64)$$

また輻射流体シミュレーションが極座標にて行われたときは式(2.65)から(2.75)のように複数のランダム変数を用いて計算される.

$$\frac{\int_{r_{i-1}}^{r_m} 4\pi r^2 dr}{\int_{r_{i-1}}^{r_i} 4\pi r^2 dr} = U_{m,1} \quad (2.65)$$

$$\frac{\int_{\theta_{j-1}}^{\theta_m} \sin \theta d\theta}{\int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} \sin \theta d\theta} = U_{m,2} \quad (2.66)$$

$$\varphi_m = U_{m,3} \quad (2.67)$$

$$r_m = \{r_{i-1}^3 + U_{m,1}(r_i^3 - r_{i-1}^3)\}^{\frac{1}{3}} \quad (2.68)$$

$$\cos\theta_m = \cos\theta_{j-1} + U_{m,2}(\cos\theta_j - \cos\theta_{j-1}). \quad (2.69)$$

$$x_m = r_m \sin \theta_m \cos \varphi_m \quad (2.70)$$

$$y_m = r_m \sin \theta_m \sin \varphi_m \quad (2.71)$$

$$z_m = \cos \theta_m \quad (2.72)$$

$$v_{x_m} = v_r(i, j) \sin \theta_m \cos \varphi_m + v_\theta(i, j) \cos \theta_m \cos \varphi_m \quad (2.73)$$

$$v_{y_m} = v_r(i, j) \sin \theta_m \sin \varphi_m + v_\theta(i, j) \cos \theta_m \quad (2.74)$$

$$v_{z_m} = v_r(i, j) \cos \theta_m - v_\theta(i, j) \sin \theta_m \quad (2.75)$$

また、超粒子の電荷や質量を決定するには次の式より超粒子の平均電荷 Z_{ave} 、平均質量 m_{ave} を求める。

$$Z_{ave} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n N_i(i, j) \times V(i, j) \times Z(i, j)}{n_s} \quad (2.76)$$

$$m_{ave} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho(i, j) \times V(i, j)}{n_s} \quad (2.77)$$

ここで $\rho(i, j)$ は格子点 i, j における密度を表している。

第3章 エネルギースケーリング

本研究の目的はプラズマエネルギーの違いによる推進特性の違いを明らかにすることである.推進特性の評価指標としてはインパルスビット(I_b)と運動量効率(η)を用いた.それぞれは以下の式で計算される.

$$I_b = \sum m v_z - \sum m v_{z0}. \quad (3.1)$$

$$\eta = \frac{\sum m v_z - \sum m v_{z0}}{\sum m |v_0|}. \quad (3.2)$$

ここで m は超粒子の質量、 v_z と v_{z0} はそれぞれある時刻と計算開始時における超粒子の z 方向の速度、 $|v_0|$ は全方向の速度の絶対値を表している.そして和は全超粒子についてとる.またこれらは時間変化とともに変化する値であり、十分飽和するまでシミュレーションを行う.

3.1 実機スケールの水素プラズマシミュレーション

この節では実機で想定されている 62 MJ のシミュレーション結果について示す. 先行研究ではプラズマエネルギーが 4 MJ の場合について金イオンプラズマを用いた場合の結果が示された[5].一方で火星まで 90 日で航行するための設計では推進剤は水素を用いることが検討されている[4].そのため水素イオンを推進剤として用いた場合について 3D ハイブリッドシミュレーションを用いてプラズマ挙動の計算を行った.表 3.1 に水素イオンシミュレーションの初期パラメータ、図 3.1 に計算体系を示す.

表 3.1 水素イオンシミュレーションの初期パラメータ

推進剤質量 [g]	2.4
電荷 [-]	1.0
質量数	1.0
初期プラズマエネルギー E_p [MJ]	62
初期磁場エネルギー E_B [MJ]	310
コイル半径 [m]	5
空間幅 Δx [m]	0.5
時間幅 Δt [s]	1.0×10^{-10}
超粒子数 [-]	10^{-6}

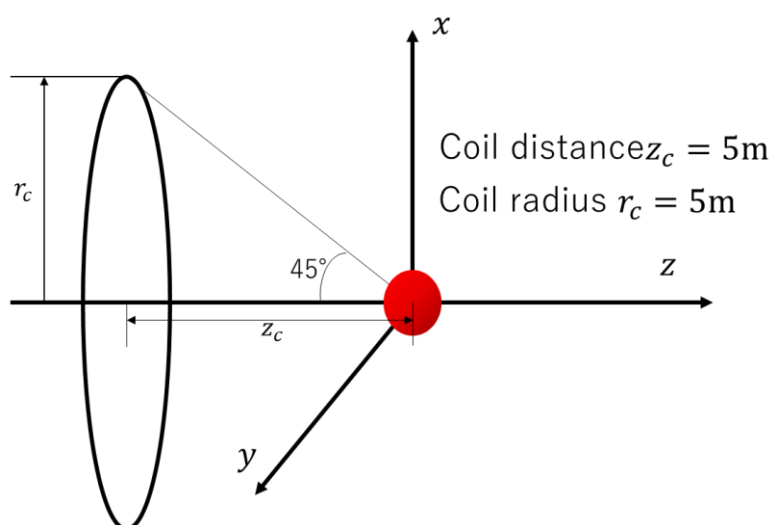


図 3.1 3D ハイブリッドシミュレーションの計算体系

金イオンにて行われた先行研究より、磁場エネルギー E_B をプラズマエネルギー E_p の 5 倍以上に設定しても運動量効率があまり上昇しないことがわかっているため、今回の計算では $E_B = 5E_p$ に設定した。またコイル半径は 5 m であるのに対し、コイル中心から推進剤までの距離も 5 m になるように設定した。計算結果について、イオン密度と運動量効率の時間変化について図 3.2、3.3 に以前の金プラズマシミュレーション[5]と比較する形で示す。

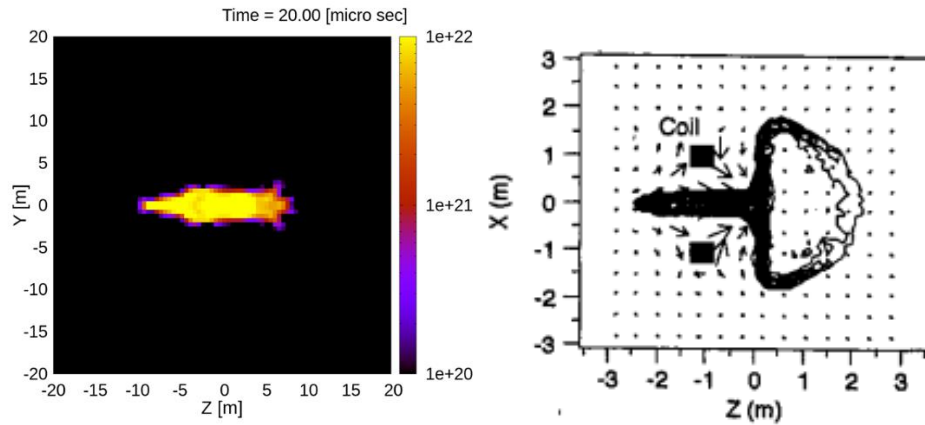


図 3.2 水素イオンシミュレーションのイオン分布($(E_p = 62\text{MJ}, t=20\mu\text{s})$)
 右の図は、Nagamine, Y. et al “Analysis of Plasma Behavior in a Magnetic Thrust Chamber of a Laser Fusion Rocket,” Fusion Science and Technology, Vol. 35, Issue 1, pp. 66 (1999) より)

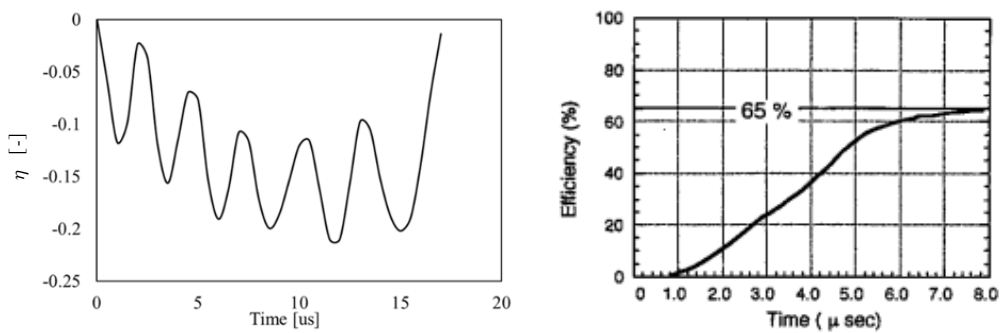


図 3.3 運動量効率の時間変化((a)は金プラズマ、(b)は水素プラズマ計算の結果)
 右の図は、Nagamine, Y. et al “Analysis of Plasma Behavior in a Magnetic Thrust Chamber of a Laser Fusion Rocket,” Fusion Science and Technology, Vol. 35, Issue 1, pp. 68(1999) より)

金イオンシミュレーションではプラズマがキノコ状に膨張していたのに対し、水素プラズマシミュレーションでは金ほどの膨張が確認できなかった。また運動量効率は負の値になっており、さらに不安定に増減している。

3.2 推進特性のエネルギー依存性検証

次に、プラズマエネルギーを変化させた場合の運動量効率やインパルスビットについて示す。

3.2.1 金プラズマにおけるエネルギースケーリング

3.1 節において水素プラズマシミュレーションでは安定したプラズマ膨張が確認できなかったため、本節では金イオンを用いてエネルギースケール則を検討した。

計算パラメータについては、表 3.1 のパラメータから質量数を 197、電荷を +16.81 に変更した。また電荷については、 1g/cm^3 、 100eV を仮定して以前の金プラズマシミュレーション[5]の時に用いられた値である 16.81 を用いた。次にプラズマエネルギー E_p とコイル半径、プラズマ質量の関係について表 3.2 に示す。これらパラメータについては、 $E_{p0} = 62\text{ MJ}$, $r_{c0} = 5\text{ m}$ のケースから

$$\frac{E_p}{E_{p0}} = \left(\frac{r_c}{r_{c0}}\right)^3, \quad (3.3)$$

となるように変更した。そのためコイルとプラズマの幾何学的位置関係やプラズマ密度については一定である。また磁場エネルギー E_B もプラズマエネルギー E_p の 5 倍という関係を保つよう、一定の割合で変化させた。また運動量効率の推進剤質量依存性を見るために Case II として推進剤質量を 10 倍にした場合もシミュレーションを行った。この場合インパルスビットは $\sqrt{10}$ 倍に、比推力は $1/\sqrt{10}$ になることが予想されるが、Case I と II でどの程度インパルスビットと比推力が変わったか確認した。

表 3.2 エネルギースケーリング則計算のプラズマエネルギー

Plasma energy E_p	Coil radius r_c	m_p (Case I)	m_p (case II)
62 MJ	5m	2.4 g	24 g
3.968 MJ	2m	153.6 mg	1.536 g
496 kJ	1m	19.2 mg	192 mg
62 kJ	0.5 m	2.4 mg	24 mg
3.968 kJ	0.2 m	0.1536 mg	1.536 mg
496 J	0.1 m	0.0192 mg	0.192 mg

Case I の結果について、図 3.4 に $E_p = 62 \text{ MJ}$ と 496 J のときのイオン密度分布を示す。

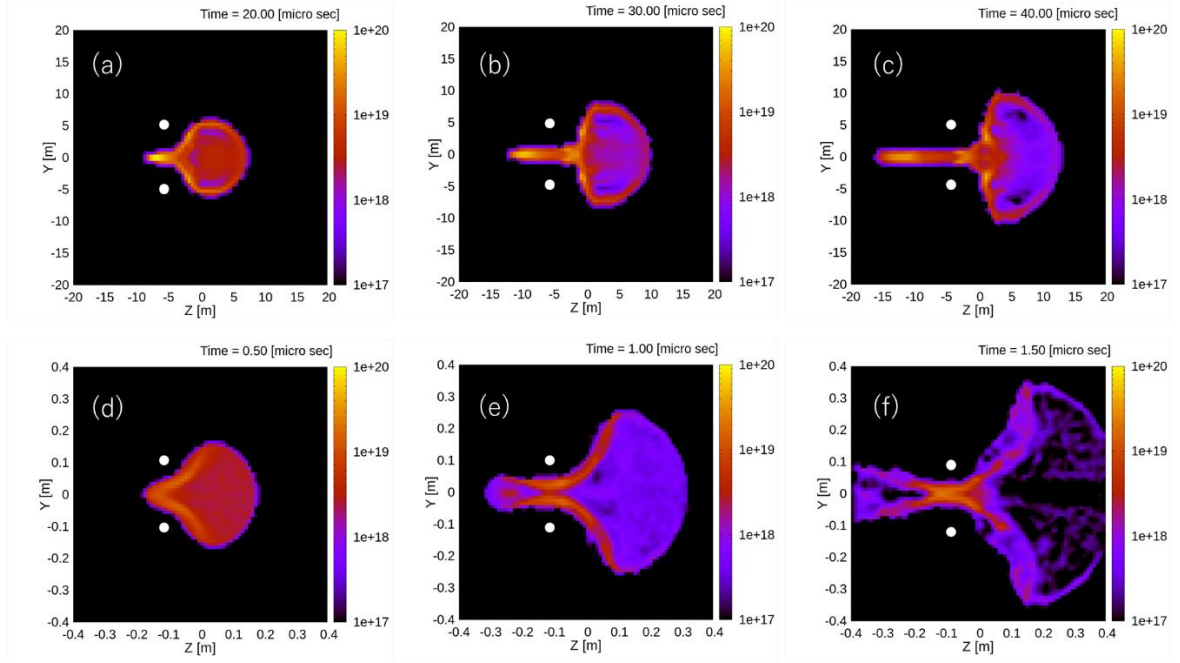


図 3.4 イオン密度分布の時間変化(Case I の結果で、(a),(b),(c)は $E_p = 62 \text{ MJ}$ 、
(d), (e), (f)は $E_p = 496 \text{ J}$)

$E_p = 62 \text{ MJ}$ と 496 J のときでプラズマの膨張の大きさは異なるが、形状はどちらもキノコ状になっており似たような特性を示していることがわかる。次に運動量効率の時間変化を Case I と II のそれぞれについて示す。

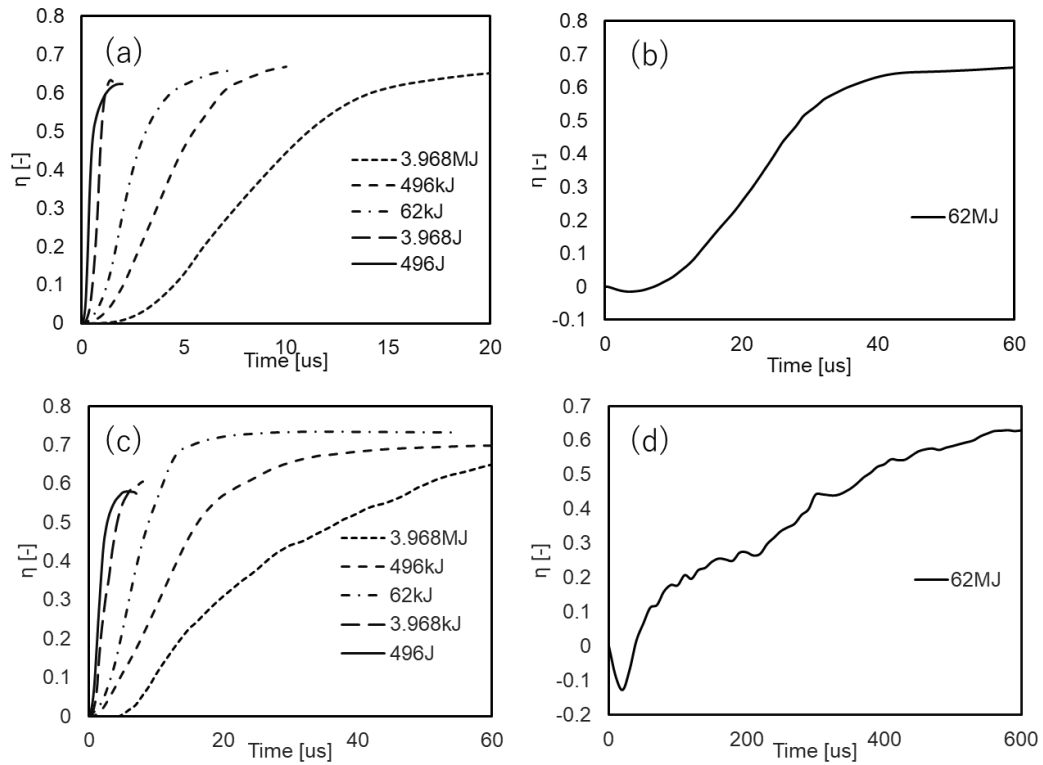


図 3.5 金プラスマスケーリングにおける運動量効率の時間変化((a),(b)は Case I、(c),(d)は Case II の結果)

高エネルギーになるほど運動量が飽和するのに時間がかかっており、低エネルギーの計算になるほど飽和するのにかかる時間が短い.これは、スケーリングするにあたって1つのイオンが持つ運動エネルギーは一定になっているからである.同じエネルギーを持っているのに対し計算体系は小さくなっているので、プラスマがコイル径程度にまで膨張するのにかかる時間は短くなる.

また Case I と II で比較すると Case II の方が飽和に時間がかかっている.これはエネルギーを変えずにプラスマの質量 m_p を増加させたため、1つの超粒子が持つ速度が小さくなり、膨張に時間がかかったためである.

次にインパルスビットの時間変化を図 3.6 に示す.

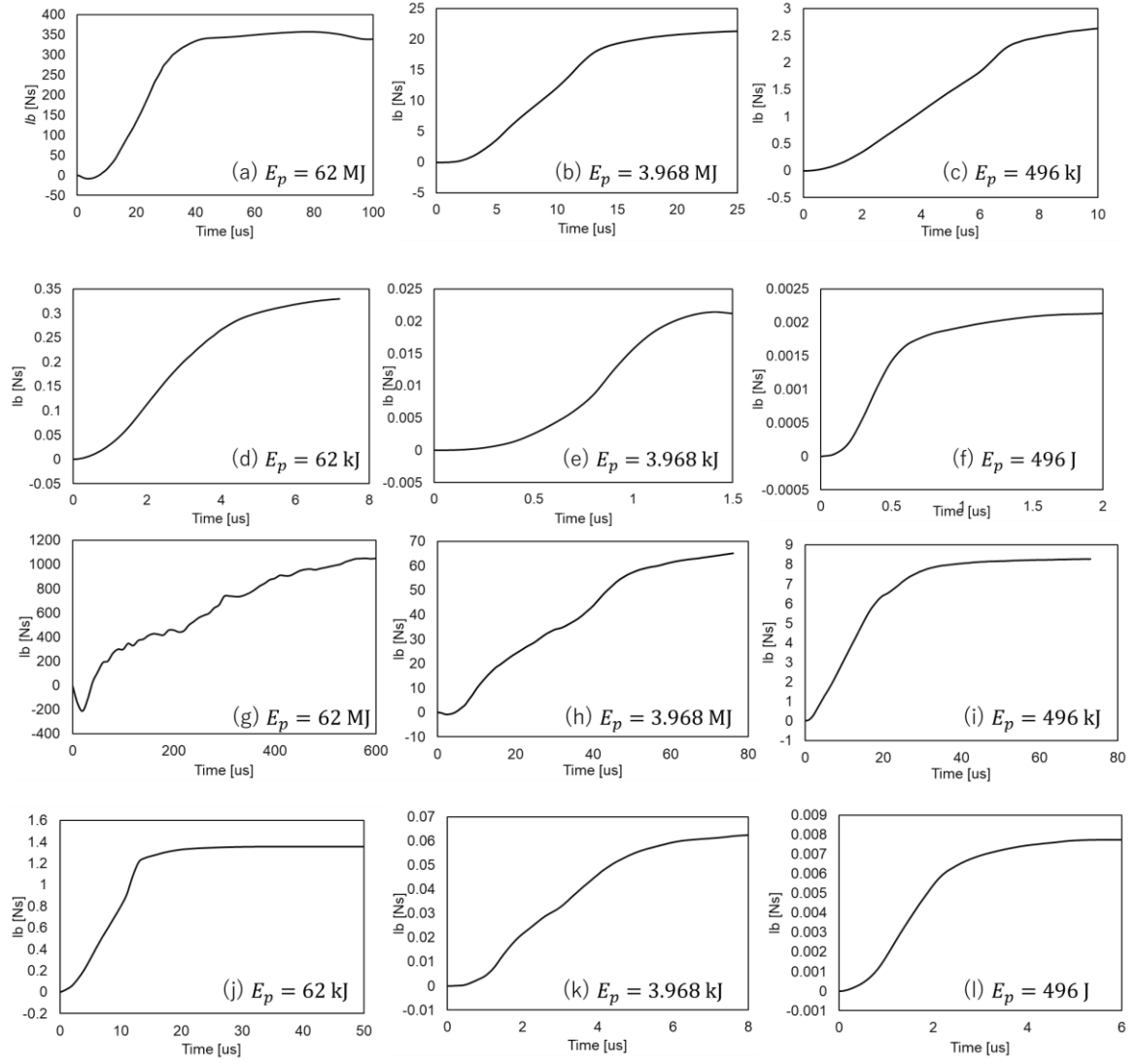


図 3.6 金プラズマシミュレーションにおけるインパルスビットの時間変化((a)-(f)は Case I、(g)-(l)は Case II)

さらに、この時間変化する運動量効率とインパルスビットについて、十分飽和したと考えられる計算終了時刻のものをプロットして図 3.7、3.8 に示す。

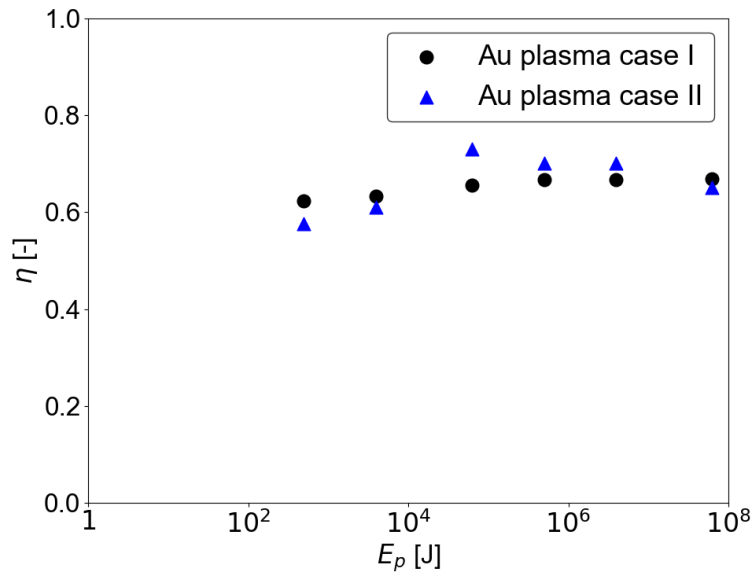


図 3.7 プラズマエネルギーと運動量効率の関係

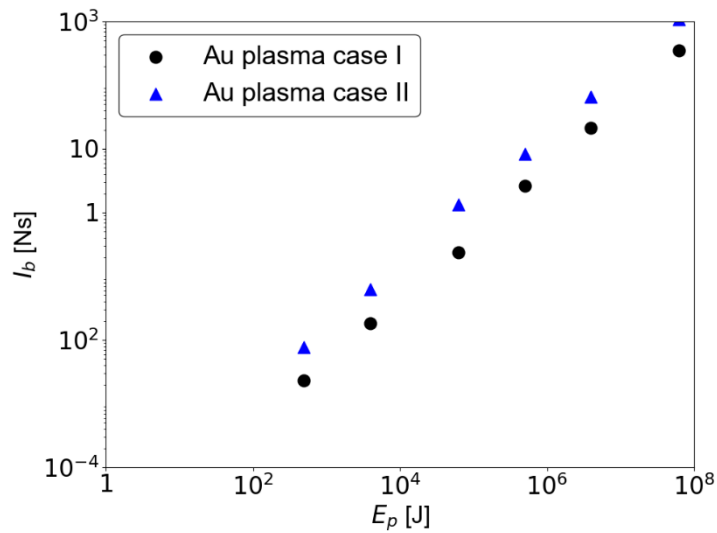


図 3.8 プラズマエネルギーとインパルスビットの関係

インパルスビットについては図 3.5 に両対数グラフで示しているが、ケース I,II の両方とも直線的に増加していることがわかる.また 62MJ のときに着目すると運動量効率それぞれ $\eta = 66.9$ 、 65.1% 、インパルスビットはそれぞれ $I_b = 352, 1083$ Ns であり、推進剤質量を 10 倍にすることで運動量効率はほぼ同程度であるがインパルスビットがおおよそ 3 倍大きくなることが確認され、予想値の $\sqrt{10}$ と近い値となった. $352 \times \sqrt{10} \approx 1113$ であり、1083 とは 2.7%程度の差があるが、これは運動量効率の差であると考えられる.運動量効率はおよそ 60~70%の範囲におさまっており、プラズマエネルギーによらず長峯らの結果と同様の傾向

が表れているといえる. また E_p が 496 J よりも小さいケースについてもシミュレーションを行ったが、2.3.7 節で示した CFL 条件を満たさず計算がストップしてしまったのでグラフにはプロットしていない. これは、系を縮小していくにつれてプラズマの速度は一定に保たれているのに対し空間幅 dx を小さくしているためである.

またこれらの結果について比推力 I_{sp} でも評価した. これは推進剤単位質量あたりに得られる推力であり、次の式で表される.

$$I_{sp} = \frac{\sum m v_z}{m_p g}. \quad (3.4)$$

伊勢らの設計[4]によると核融合ロケットが火星まで 90 日での到達を考える場合に必要な比推力は 15000 s であり、今回のシミュレーションにおける比推力の値を図 3.9 に示す.

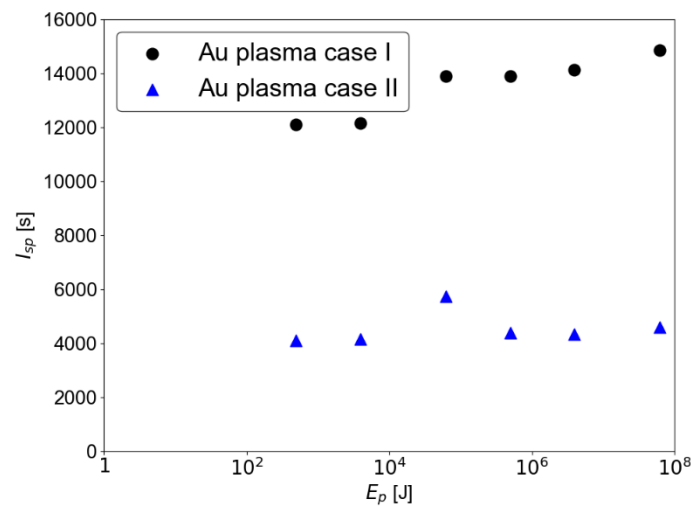


図 3.9 プラズマエネルギーと比推力の関係

比推力もインパルスビットと同様時間経過とともに変化する値であり、十分飽和した計算終了時刻の値をプロットしている. 62 MJ の場合 Case I で 14867 s、Case II で 4604 s でありインパルスビットとは逆に推進剤質量を 10 倍にすることで 1/3 に減少することが確認できた. また要求値の 15000 にはわずかに届かなかったがかなり近い値を示すことがわかった.

3.2.2 水素プラズマにおけるエネルギースケーリング

3.1 節の結果により水素イオンプラズマではうまくプラズマが膨張せず推力が確認できないことが分かったが、これがプラズマエネルギーによってどう変化するか確認するために水素イオンを用いた場合も金イオンプラズマと同様の計算を行い、今までと同様の 60-70%程度の運動量効率が得られるかどうか確認した。表 3.3 に示すのが水素プラズマを用いて計算を行ったパラメータである。

表 3.3 水素プラズマスケーリングのプラズマエネルギー

Plasma energy E_p	Coil radius r_c	Propellant mass m_p
62 MJ	5 m	2.4 g
3.968 MJ	2 m	154 mg
496 kJ	1 m	19.2 mg
62 kJ	0.5 m	2.4 mg
3.968 kJ	0.2 m	154 μ g
496 J	0.1 m	19.2 μ g
62 J	0.05 m	2.4 μ g
3.968 J	0.02 m	0.154 μ g

プラズマエネルギーやコイル半径は 3.2.1 節の金プラズマ計算の時と同じ値を用いており、コイル形状、コイルと推進剤の位置関係なども同じとした。水素プラズマスケーリングにおける I_b の E_p 依存性について、前節の金プラズマの結果と比較する形で図 3.10 に密度分布、図 3.11 に運動量効率の時間変化、図 3.12 にインパルスビットの時間変化を示す。

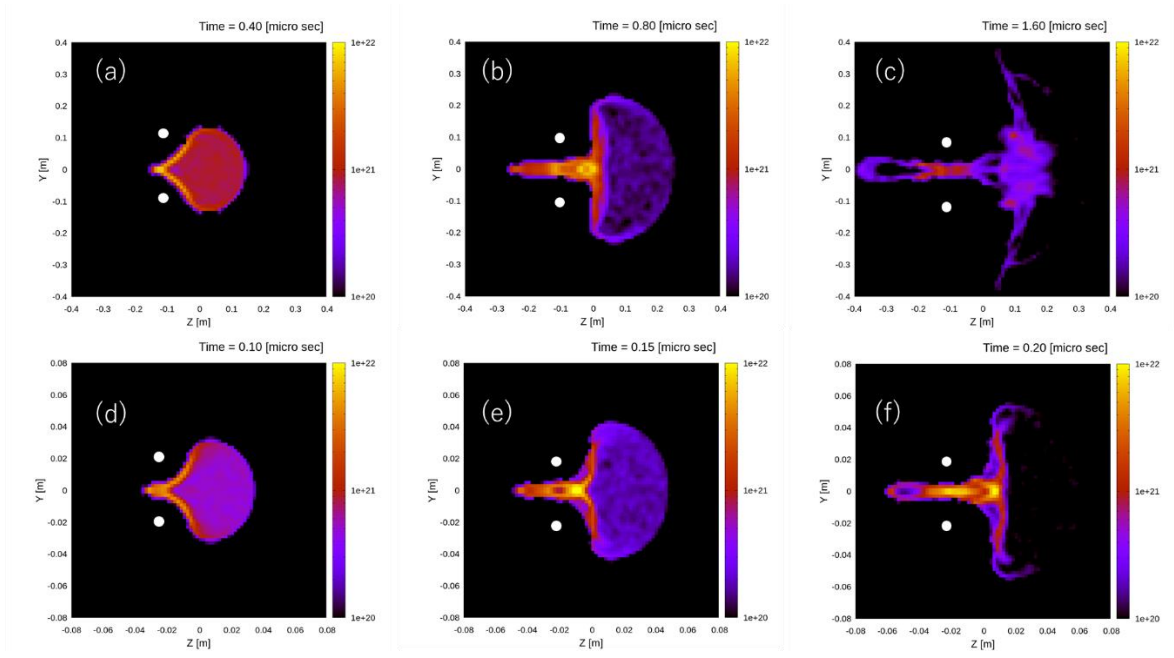


図 3.10 水素プラズマ密度分布の時間変化((a),(b),(c)は $E_p = 496$ J、(d),(e),(f)は $E_p = 3.968$ J)

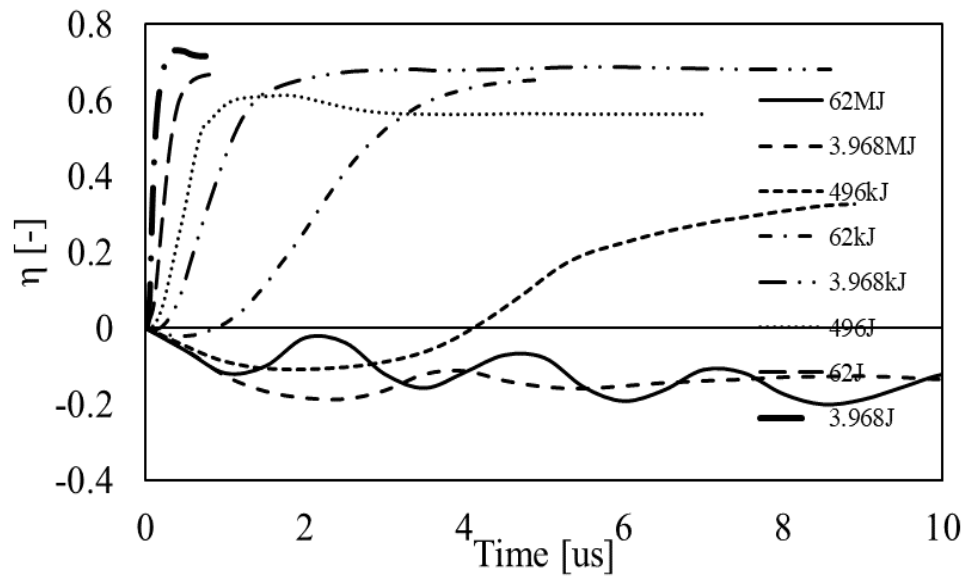


図 3.11 水素プラズマスケーリングにおける運動量効率の時間変化

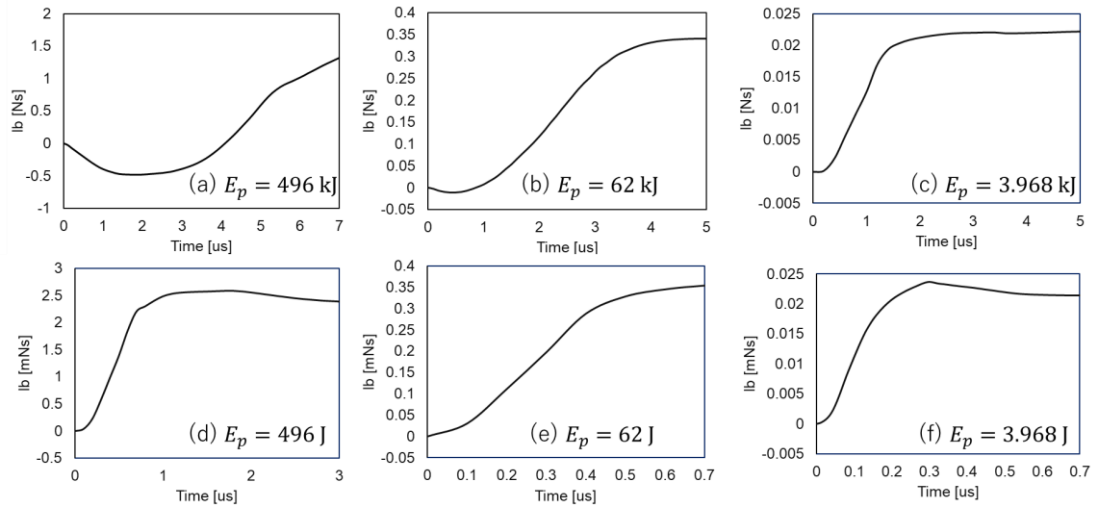


図 3.12 水素プラズマスケリングにおけるインパルスビットの時間変化

3.1 節にて行った高エネルギー水素プラズマ計算では金プラズマのような膨張は見られなかったが、エネルギーを下げるにつれて金の時の同様のキノコ状の膨張が確認された。また運動量効率についても 62 kJ 以下の低エネルギー条件では効率が負になることなく増加したのちに飽和した。496 J の時は効率が 60-70% には到達せず、40% 程度でとどまった。次にこの図 3.11、3.12 に示した運動量効率とインパルスビットについて、飽和したと考えられる計算終了時の値を図 3.13、3.14 に示す。

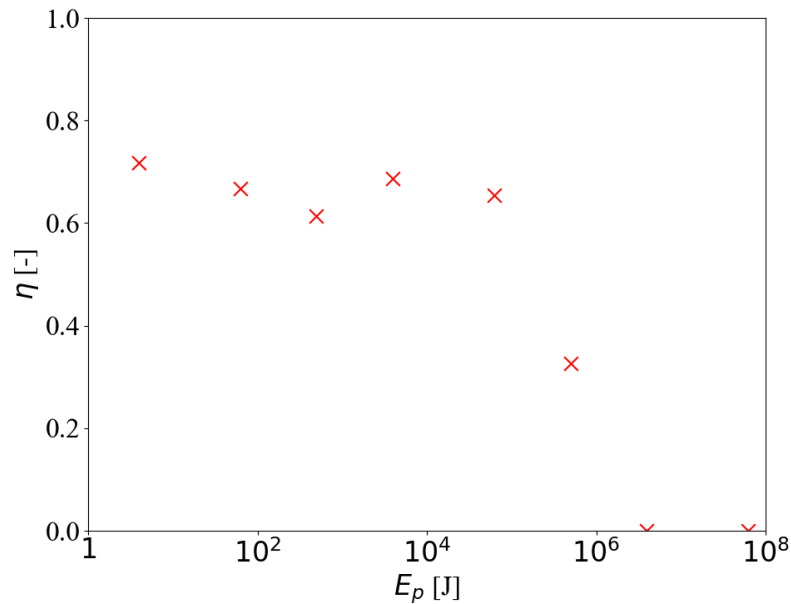


図 3.13 水素プラズマスケリングにおける運動量効率

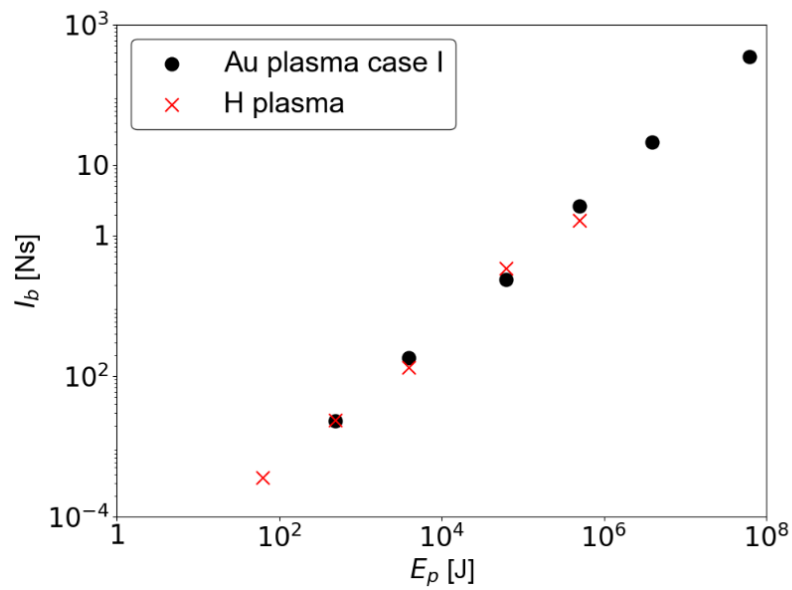


図 3.14 水素イオンスケーリングにおけるインパルスビット I_b のエネルギー依存性

図 3.13 の運動量効率 η は、不安定に振動が見られた $E_p = 62 \text{ MJ}$, 3.968 MJ の結果については 0 としてプロットしている。またインパルスビットは金プラズマ計算と重ねてプロットしているが、絶対値は金プラズマ計算の結果に近く、インパルスビットが推進剤の種類に依存していないことがわかる。また三次元ハイブリッドシミュレーションにて計算可能かつ 60-70% 程度の運動量効率 η が得られる範囲は、金イオンでは 496 J - 62 MJ であったのに対し、水素プラズマでは 3.968 J - 62 kJ となった。

第4章 実験との比較によるシミュレーション妥当性の検討

第3章ではシミュレーションによってエネルギー変化による推進特性の変化を調べたが、シミュレーションの妥当性を検証するために実験とシミュレーションの比較をする必要がある。本章では九州大学及び広島大学にて行われたレーザーアブレーションプラズマを用いた推力測定実験とそれを模擬して行ったシミュレーションとの比較について示す。

4.1 実験概要

まず、実験の概略図を図4.1で示す。磁気スラストチャンバーによるプラズマの排出を想定し、磁場中でレーザー照射によってアブレーションプラズマを生成し排出されたプラズマによるインパルスビットを測定した。レーザーエネルギーは0.4 J、2.3 J、4.0 Jの3パターン使用し、さらに磁場生成にはソレノイドコイルと永久磁石の2通り、レーザー照射のターゲットには炭素とアルミニウムの2種類としてそれらの組み合わせで表4.1に示す3通りの実験を行った。また使用したレーザーはいずれも Neodymium-doped Yttrium Aluminum Garnet (Nd:YAG)レーザーであり、波長は1064 nmであった。

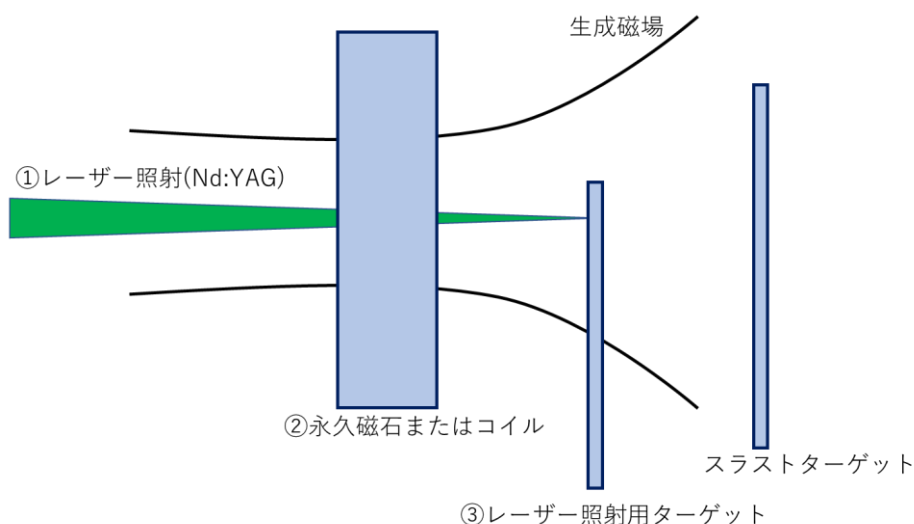


図 4.1 推力測定実験の概略図

表 4.1 使用したレーザーとターゲット

	レーザー エネルギー E_L	磁場生成	照射用 ターゲット
実験(i)	2.3 J	コイル	炭素
実験(ii)	~0.4 J	永久磁石	アルミニウム
実験(iii)	~4.0 J	永久磁石	炭素

次に実験(i)[16]の概略図について図 4.3 に示す. パルス幅は 3-4 ns、レーザーエネルギーは 2.3 J に設定した. プラズマ生成のためのターゲットには直径 0.5 mm のカーボンロッドを用いた. 磁場生成のためのソレノイドコイルはターゲットよりも 9.5 mm 上流に設置し、プラズマ捕集のためのスラストターゲットはレーザー照射用ターゲットから 10.5 mm 下流に設置した. コイルは内径 20 mm、外径 32 mm であり、幅 12 mm の 2 回巻きコイルとした. また推力の測定には直径 100 mm のスラストターゲットを用いた. 磁場によって排出されたプラズマのうち、このターゲットに衝突したプラズマの運動量を計測した. また図 4.3 にはこの実験で用いたコイルの磁場を示している.

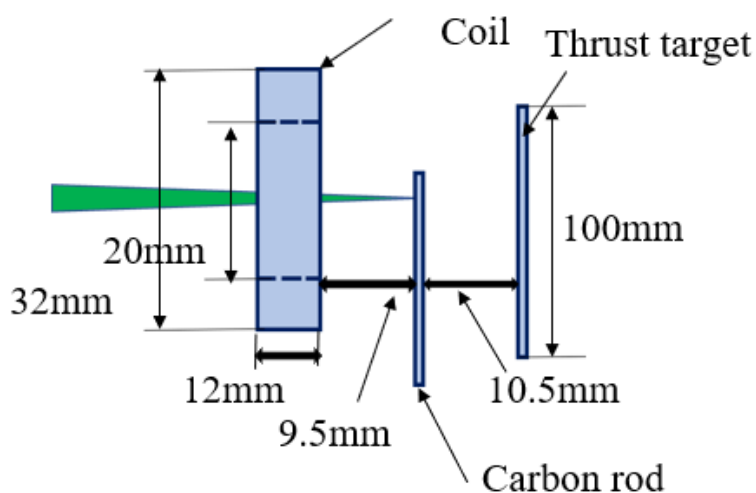


図 4.2 2.3 J レーザーとコイル生成磁場による推力測定実験概略図

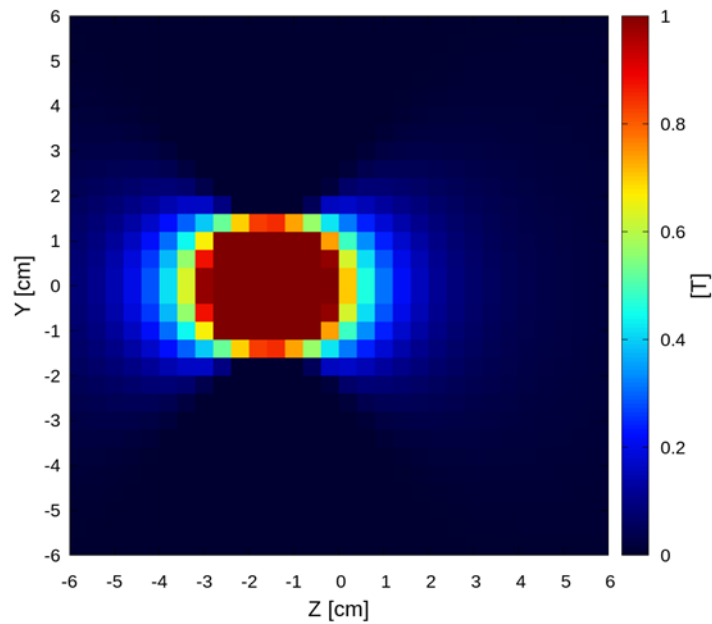


図 4.3 実験(i)における磁場強度のyz平面分布($x = 0$)

この実験ではコイルによって生成される磁場を変更することで、推力特性の変化を確認した.生成磁場の大きさは、キャパシタに印加する電圧を 0 V、350 V、500 V、700 V と変化させることによって変更した.

次に実験(ii)の概要を示す. コイルを用いた実験の場合はコイルの中心を通過してターゲットにレーザーを照射したが、今回は永久磁石を使用したためチャンバー側面から斜め 45° の角度で照射した.レーザーのパルス幅は 10 ns、レーザーエネルギーは 130 mJ、195 mJ、260 mJ の 3 パターンについて行われた.またターゲットには 2×2 mm のアルミニウムの角柱を使用し、永久磁石は直径 16 mm、幅 10 mm のネオジム磁石を 1~4 個繋げて使用した.また測定方法としては直接測定とターゲット測定の 2 種類で行った.これらの測定方法の概略図を図 4.4 に示す.

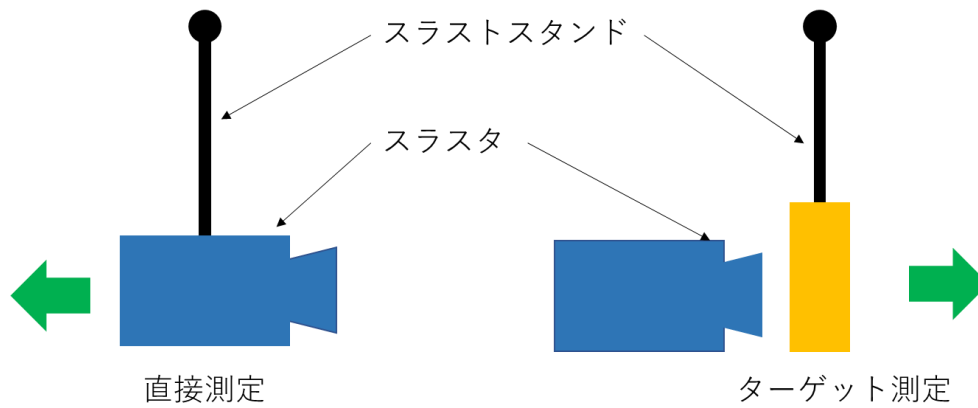


図 4.4 直接測定とターゲット測定

直接測定ではスラストスタンドにスラストがついており、スラストが発生した反力を測定するため推力をすべて測定することが可能である。一方でターゲット測定ではターゲットに衝突した粒子が持つ運動量を計測し、さらに振り子の重量が軽いいため直接測定よりも微小推力の計測が可能である。

アルミターゲットと磁石の距離は 10 mm に設定し、アルミターゲットからスラストターゲットまでの距離を 5 mm、10 mm、15 mm と変更して実験を行い、インパルスビットの距離依存性を検証した。

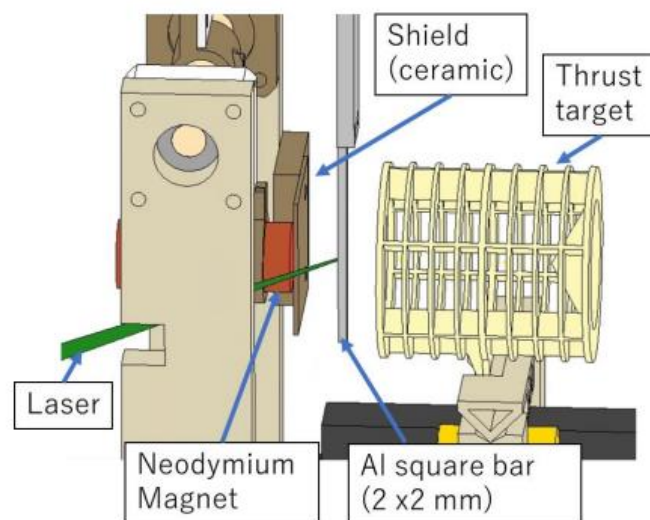


図 4.5 400 mJ レーザーと永久磁石による推力測定実験

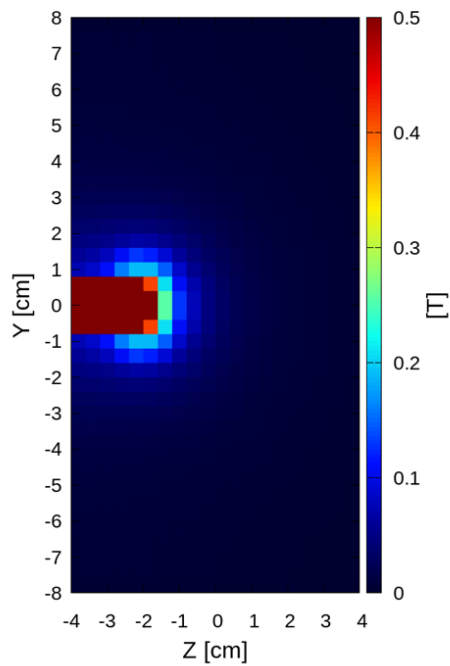


図 4.6 実験(ii)における磁場強度のyz平面分布($x = 0$)

実験(iii)の体系についても示す.実験(ii)と同様に永久磁石を使用したため今回も照射角を 45° とした. パルス幅は 3.3 ns、レーザーエネルギーは 1 J、2 J、4 J について行われた.またターゲットには径 0.5 mm の炭素棒を使用し、永久磁石は直径 49.5 mm、幅 40mm のネオジム磁石を使用した.永久磁石からカーボンターゲットまでの距離は 30 mm とし、スラストスタンドまでの距離を 5 mm、20 mm と変更して実験を行った.また実験(ii)と同様に直接測定とターゲット測定の 2 種類について実験を行った.

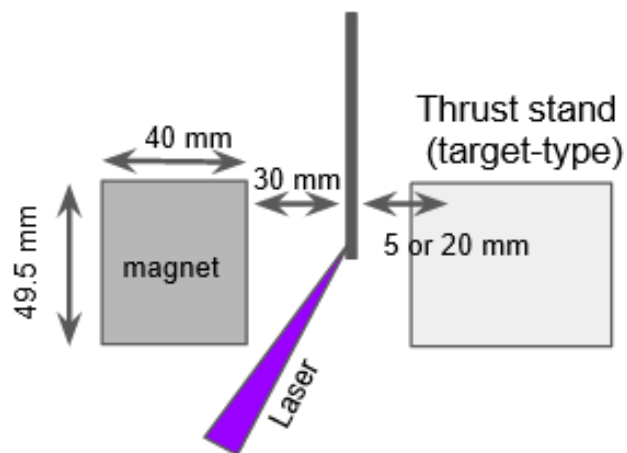


図 4.7 4 J レーザーと永久磁石による推力測定実験

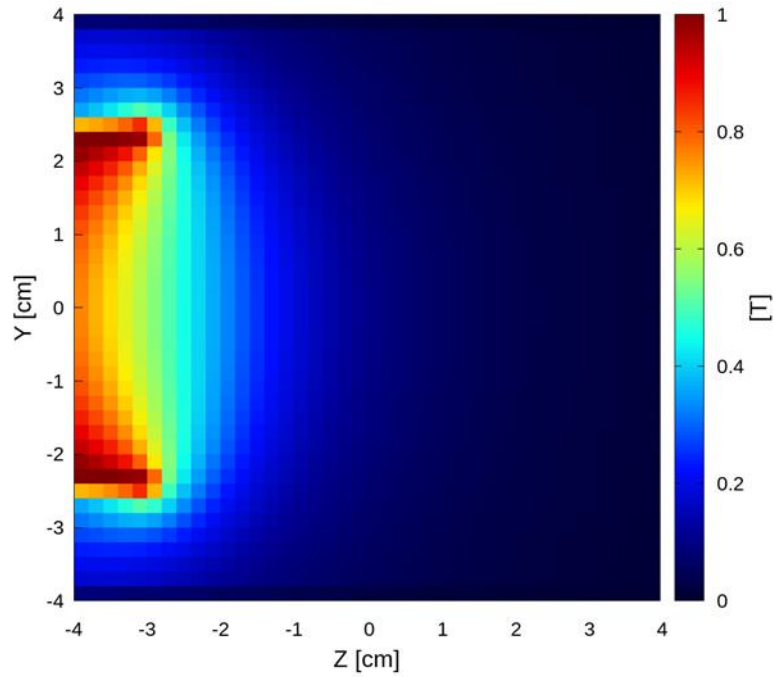


図 4.8 実験(iii)における磁場強度の yz 平面分布($x = 0$)

また実験(i)では板型のスラストターゲットを用いたのに対し実験(ii)と(iii)では図 4.5 に示すような円筒型のスラストターゲットを用いた. これは板型を用いて衝突した粒子が弾性反射した場合、最大で 2 倍の運動量が測定されてしまうからである.円筒型の場合は内部にある板の部分で反射させ、横向きに排出させることでこれを防ぐ.

4.2 シミュレーション概要

4.1 節にて示した実験をシミュレーションによって再現する.手順としては、

- ① 二次元輻射流体シミュレーションによる固体ターゲットのアブレーションの計算
- ② 二次元データの三次元への拡張
- ③ 三次元ハイブリッドシミュレーションによるプラズマ膨張の計算

の順で行った.まず、実験(i)、(ii)、(iii)それぞれについて輻射流体シミュレーションの体系と結果を示す.

実験(i)の計算領域を図 4.9 に示す.

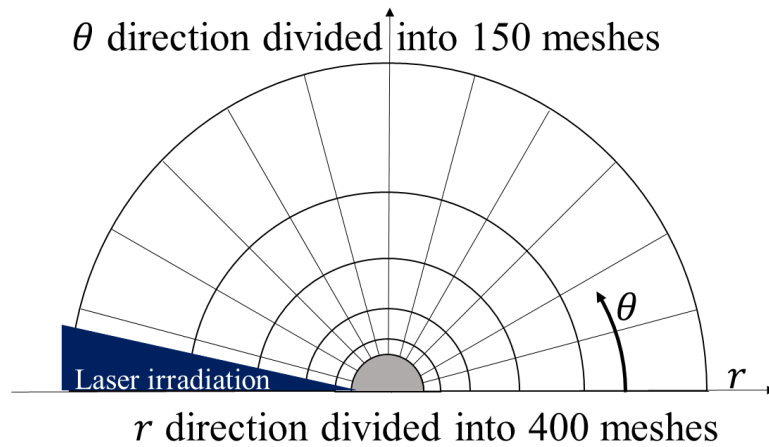


図 4.9 実験(i)における輻射流体シミュレーションの計算体系

計算は r 方向に 5.5 mm で 400 メッシュ、 θ 方向に 180° で 150 メッシュの極座標系不均一メッシュで行った.この計算コードでは r 軸周りの対称性を仮定しているため直径 500 μm 、密度 2.1g/cm³のカーボン球を仮定して計算を行った.また輻射流体計算では 2 次精度ルンゲクッタ法を 2.2 節の式に適用し、プラズマ密度を用いて温度の時間発展を求める.実験は真空中で行われたが、計算コードではプラズマ密度が 0 の領域の計算に対応していないため背景ガスとしてターゲット密度の 1.2×10^{-6} 倍の炭素プラズマを置いて計算した.照射するレーザーは時間的、空間的にガウス分布を仮定している.計算結果として、図 4.10 にエネルギーの時間変化、図 4.11 に 6 ns 時の速度とイオン分布を示す.

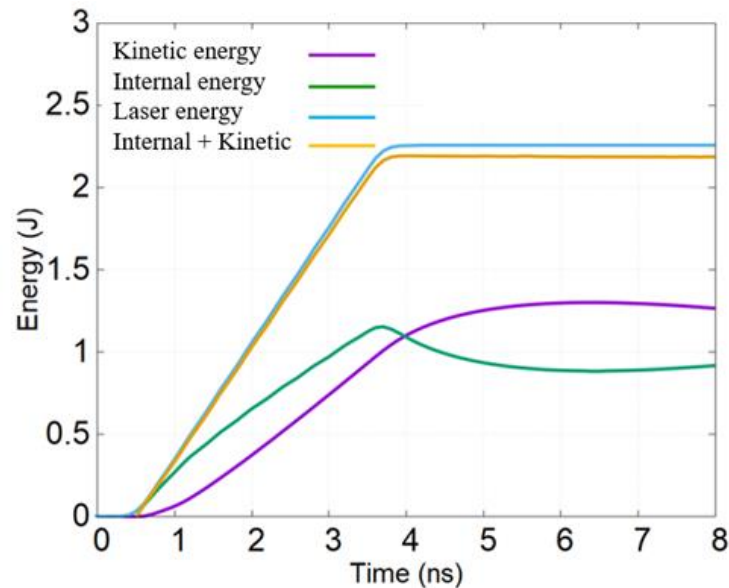


図 4.10 実験(i)再現計算における輻射流体シミュレーションのエネルギーの時間変化

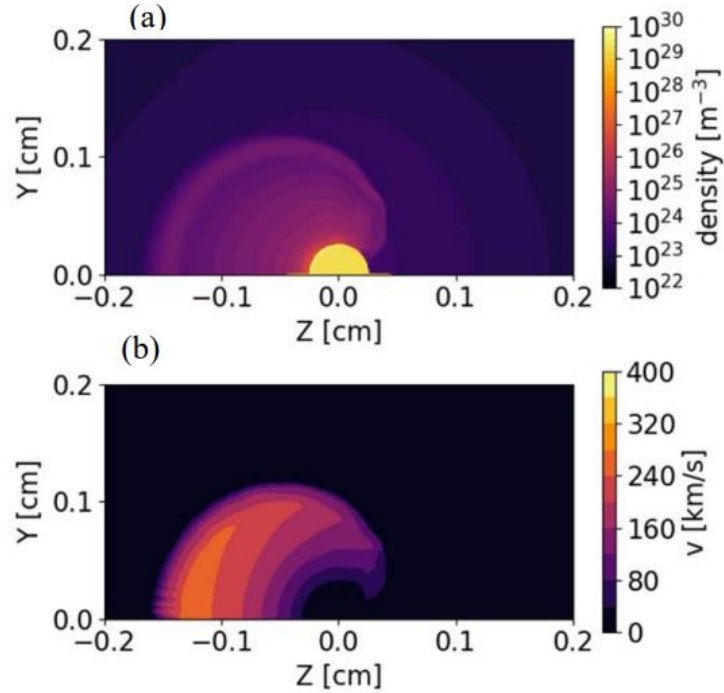


図 4.11 実験(i)再現計算における輻射流体シミュレーション結果((a)はイオン密度分布、(b)は速度分布を示している)

この結果を三次元データに変換するが、三次元ハイブリッドシミュレーションでは温度について考慮しておらず、電子温度とイオン温度をともに 0 と仮定して電磁場との相互作用を計算する.そのため二次元輻射流体シミュレーションの結果において運動エネルギーに対する内部エネルギーの割合が最も低い 6 ns 時点の結果を変換して三次元ハイブリッドシミュレーションを行った.ここで運動エネルギーはプラズマエネルギー全体の 59.4%である 1.22J であり、これを三次元ハイブリッドシミュレーションの初期プラズマエネルギーとした.また図 4.11(a),(b)からわかるように計算領域の中心部分に低速かつ高密度プラズマが存在していることがわかる.しかし三次元ハイブリッドシミュレーションではすべての超粒子に同じ数のイオンを割り振るため、このままでは高速かつ低密度プラズマに十分な超粒子が割り振られないという問題が考えられる.そのため速度に閾値を設け、今回は $v < v_{cr} = 5 \text{ km/s}$ の低密度プラズマを除去して変換を行った.

次に実験(ii)再現の輻射流体シミュレーション結果について示す.今回はアルミニウム角柱を用いており軸対称が仮定できないことから直交座標系で計算されており、 z 方向に 2 mm を 450 メッシュ、 y 方向に 1.2 mm を 150 メッシュに分割した

直交座標系不均一メッシュで行った.実験(i)の再現と同様に背景ガスとしてターゲット密度の 1.2×10^{-6} 倍のアルミニウムプラズマを置いて計算した.また実験(ii)ではレーザーは斜め照射であったのに対し輻射流体シミュレーションは2次元シミュレーションである.斜め方向入射を模擬するためレーザー強度は $\cos 45^\circ$ 倍、集光径は $1/\cos 45^\circ$ 倍に設定した.

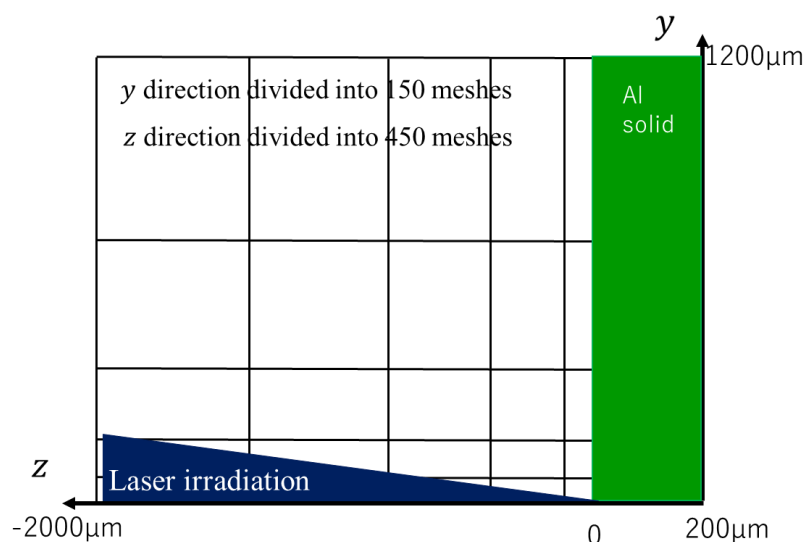


図 4.12 実験(ii)再現における輻射流体シミュレーションの計算体系

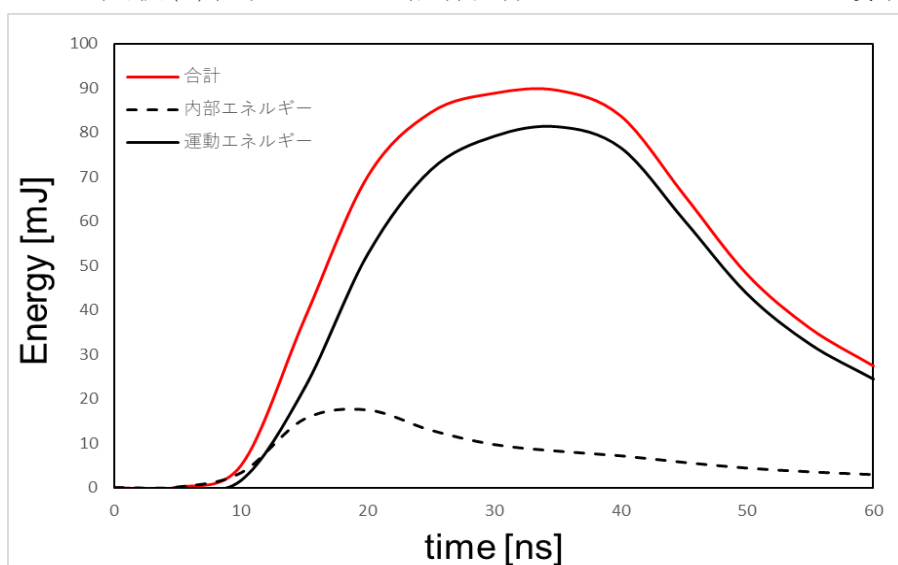


図 4.13 実験(ii)再現計算における輻射流体シミュレーションのエネルギーの時間変化($E_L=195$ mJ)

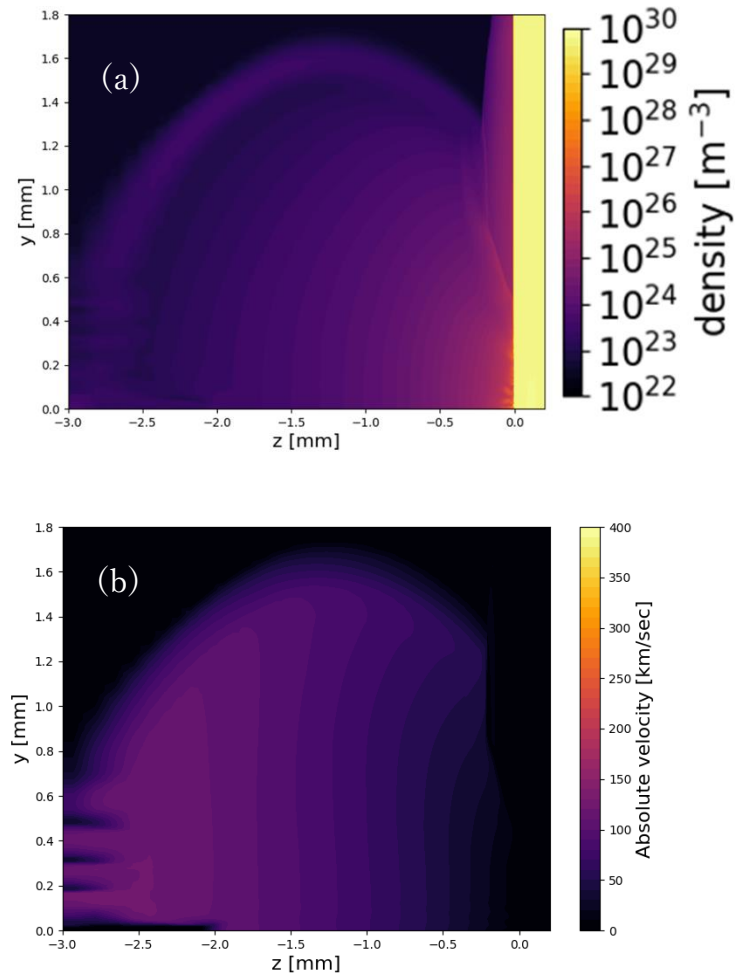


図 4.14 実験(ii)再現計算における $E_L=195$ mJ の時の輻射流体シミュレーションの 35 ns 時の結果((a)はイオン密度分布、(b)は速度分布を示している)

また図 4.13 に $E_L=195$ mJ の時のエネルギー変化、図 4.14 に 35 ns 時の密度と速度分布を示す.実験(i)と同様に運動エネルギーに対する内部エネルギーの割合が最も小さくなっている 35 ns 時の結果を変換した.この時、実験(i)と同様にアルミニウムロッドの部分が低速高密度プラズマとして残っていた.そのためこの計算においても速度閾値を設け $v < v_{cr} = 10$ km/s の低密度プラズマを除去してカップリングを行った.

次に実験(iii)を再現した輻射流体シミュレーションについて説明する.この計算は実験(i)と同様の極座標系で行われており、 r 方向に 2.8 cm、 θ 方向に 180° の範囲をそれぞれ 700 個、60 個の不均一メッシュに分けて計算を行った.また実験(ii)と同様に背景にはターゲット密度の 1.2×10^{-6} 倍の炭素プラズマを置いて計算し、レーザーの斜め照射を模擬するためレーザー強度は $\cos 45^\circ$ 倍、集光径は

$1/\cos 45^\circ$ 倍に設定した.輻射流体シミュレーションの結果として図 4.15 にエネルギーの時間変化、図 4.16 に 5 ns 時の速度・密度分布を示す.

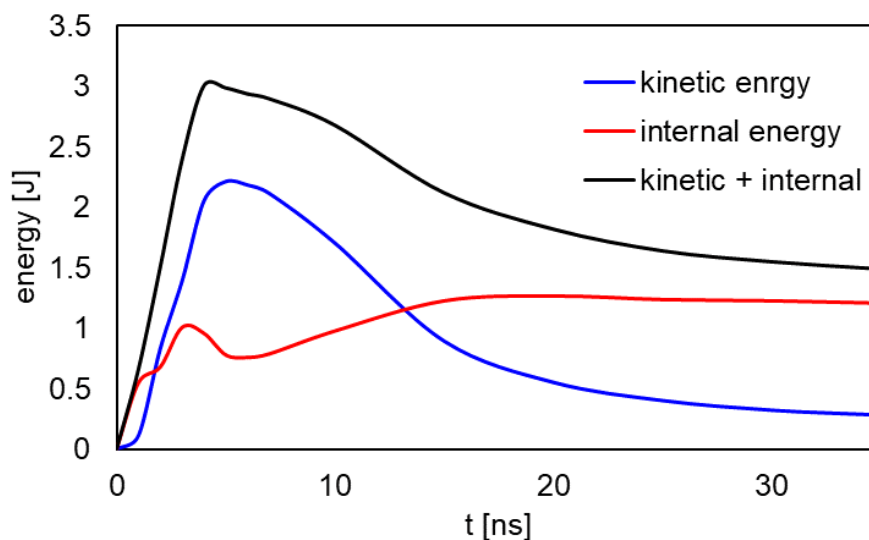


図 4.15 実験(iii)再現計算における輻射流体シミュレーションのエネルギーの時間変化($E_L=4$ J)

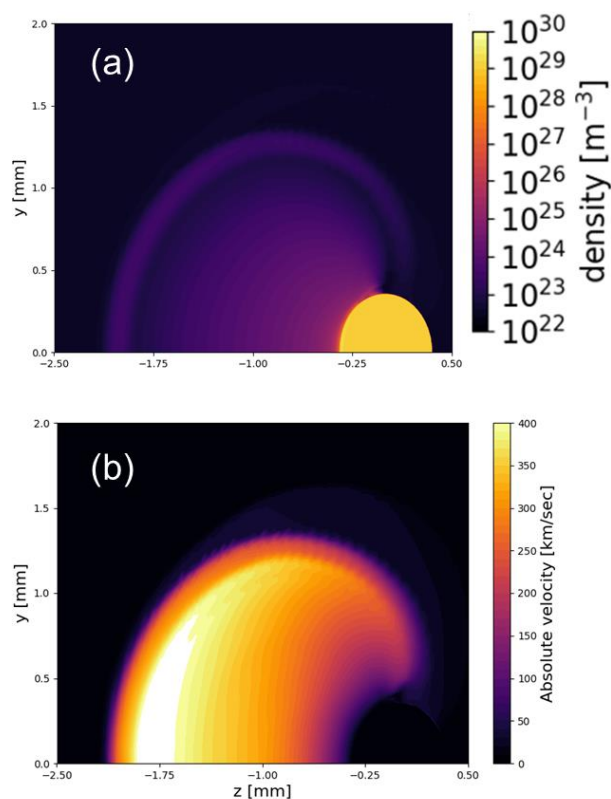


図 4.16 実験(iii)再現計算における $E_L=4$ J、5 ns の時の輻射流体シミュレーション結果((a)はイオン密度分布、(b)は速度分布を示している)

実験(i),(ii)と同様に運動エネルギーに対する内部エネルギーの割合が最も小さ

くなっている 5 ns 時の結果を変換した.さらにカーボンロッドの部分が低速高密度プラズマとして残っていた.そのためこの計算においても速度閾値を設け $v_{cr} < 1 \text{ km/s}$ の低密度プラズマを除去してカップリングを行った.

4.3 三次元ハイブリッドシミュレーション結果と実験との比較

4.2 節にて計算された輻射流体シミュレーションの結果はカップリングコードによって三次元データに変換され、三次元ハイブリッドシミュレーションにて磁場との相互作用を計算された.この節ではその結果と実験結果との比較を示す.まず実験(i)について、この実験ではコイル電圧を変更することにより磁場の強さを変更して推力の磁場依存性を検証した.実験時のコイル電圧と、そのときの磁場エネルギー E_B を運動エネルギー $E_p = 1.22 \text{ J}$ で割った値 r_ϵ を 4.2 表に示す.

表 4.2 コイル電圧と対応するエネルギー

コイル電圧 [V]	エネルギー比 r_ϵ
0	0
350	23.8
500	44.1
700	86.4

またコイル生成磁場のエネルギーとプラズマエネルギーは以下の式より求めた.

$$E_B = \sum \frac{1}{2\mu_0} B^2 \Delta x^3 \quad (4.1)$$

$$E_p = \sum \frac{1}{2} m_i v^2 \quad (4.2)$$

表に示すエネルギー比になるように計算領域の磁場エネルギーを設定して 3D ハイブリッドシミュレーションを行った.またこの実験ではスラストスタンドに到達した粒子の推力をカウントした.そのため、シミュレーションにおいてもスラストスタンドの位置を $z = 10.5 \text{ mm}$ 、 $r = 50 \text{ mm}$ と仮定してその位置に到達した粒子の運動量をカウントしている.図 4.14 に三次元ハイブリッドシミュレーション結果を示す.

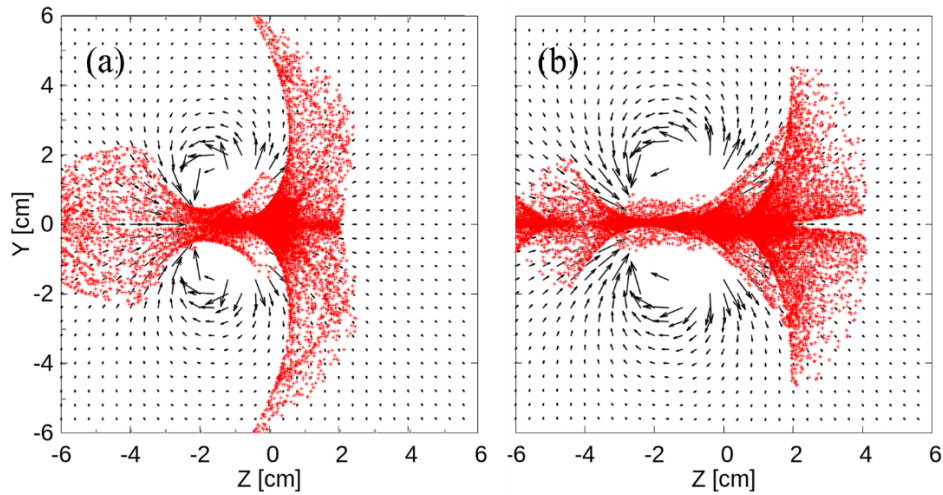


図 4.17 3次元ハイブリッドシミュレーションによる実験(i)再現における $t = 0.3 \mu\text{s}$ プラズマ分布((a)は $r_e = 23.8$, (b)は $r_e = 88.4$)

図からわかるように、 $r_e = 23.8$ のときよりも $r_e = 88.4$ のときの方がプラズマの xy 方向の広がりが小さくなっていることがわかる. さらに図 4.18 にてインパルスビットを実験結果と比較する. 実験時に測定されたインパルスビットは $r_e = 88.4$ の時に $17.0 \mu\text{Ns}$ 、 $32.1 \mu\text{Ns}$ 、 $45.9 \mu\text{Ns}$ 、 $73.3 \mu\text{Ns}$ であったが、 $E_B = 0$ のときにも推力が得られていたことからスラストスタンドやコイルがアブレーションされてスラストスタンドに到達した可能性が考えられるのでここでは $r_e = 0$ の時のインパルスビットを引いた値をプロットしている. 実験とシミュレーションの両方において、磁場エネルギーが増加するほどインパルスビットも増加するという傾向がみられたが、インパルスビットの大きさはシミュレーションよりも実験結果のほうが4~5 倍程度大きいという結果になった.

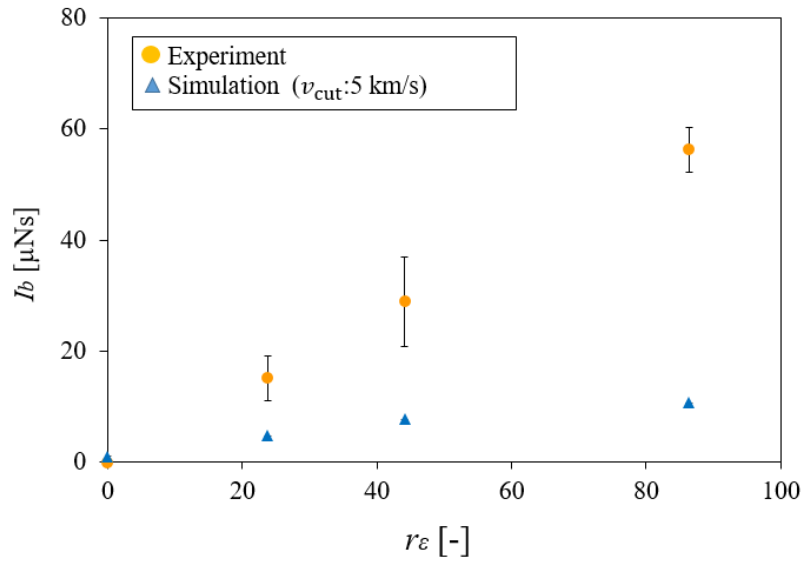


図 4.18 推力測定実験(i)とシミュレーションの比較

次に実験(ii)の実験とシミュレーション結果について示す．永久磁石は直径 16 mm、幅 10mm のネオジム磁石を 1~4 つ繋げて使用したが、その際の磁石のエネルギーは次に示すようになった．

表 4.3 磁石の個数と磁場エネルギー

磁石個数	1	2	4
E_B	314	489	616

表に示す磁石の磁場を用いて再現計算を行った.磁石を 2 個繋げたものを用いた実験の、3.0 μs 時の粒子分布を図 4.19 に、インパルスの実験結果との比較を図 4.20 に示す．

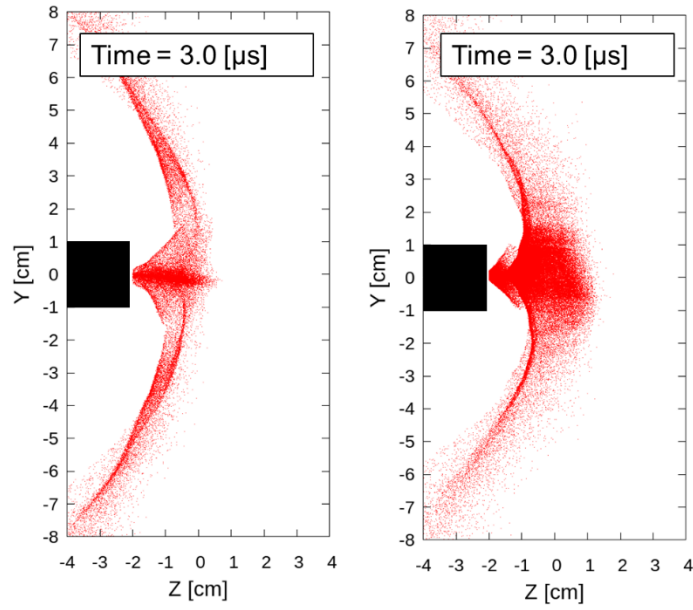


図 4.19 3次元ハイブリッドシミュレーションによる実験(ii)再現における $t = 3.0 \mu\text{s}$ プラズマ分布((a)は $E_L = 130$ 、(b)は $E_L = 195 \text{ mJ}$)

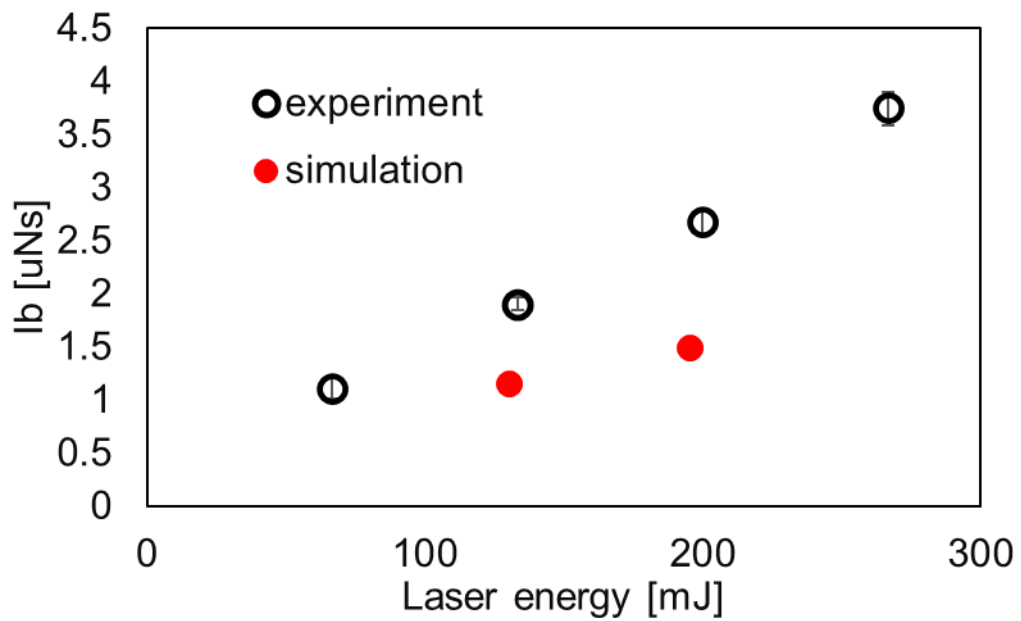


図 4.20 推力の直接計測実験(i)とシミュレーションの比較($E_L = 130, 195 \text{ mJ}$, 磁石 2 個)

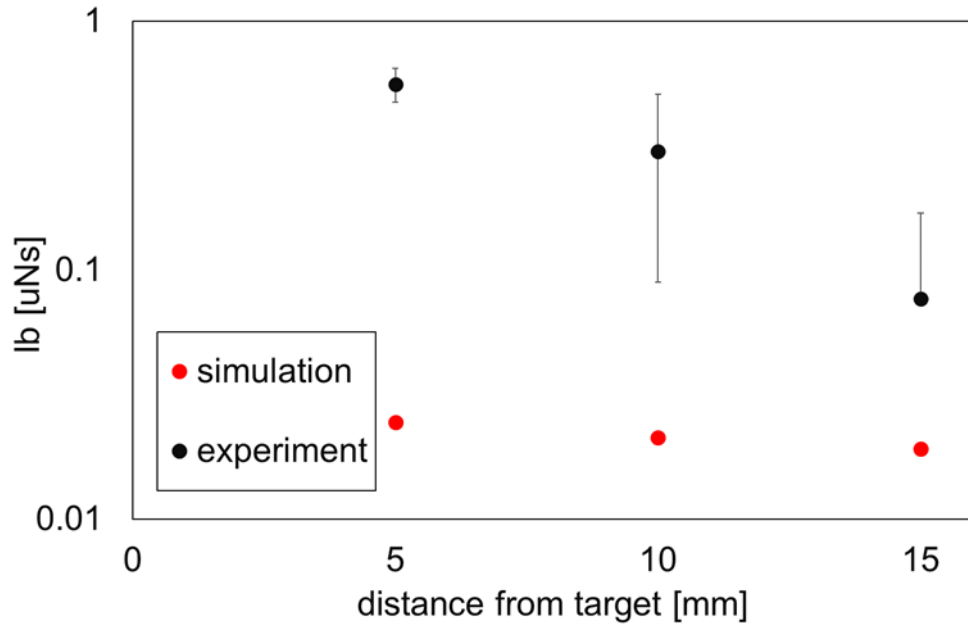


図 4.21 推力のターゲット測定実験(ii)とシミュレーションの比較($E_L = 260$ mJ, 磁石 4 個)

図 4.19 を見ると、永久磁石の磁場によりプラズマが排出されている様子がわかる。さらにインパルスビットについては、直接測定とターゲット測定の両方について比較した。直接測定は全粒子について式(3.1)によって評価した。ターゲット測定は実験(i)での比較と同様にターゲット位置に到達した粒子の運動量をカウントした。図 4.20 より直接測定と比較した場合は実験値より数十パーセント程度小さいインパルスビットがシミュレーションにより得られたが、図 4.21 によりターゲット測定との比較を見ると実験とシミュレーションで 1 桁から 2 桁程度異なっていた。また直接測定との比較を見るとインパルスビットがレーザーエネルギーの増加に伴ってインパルスビットが増加しているが、その傾きは実験とシミュレーションで同程度であった。ターゲット測定ではカーボンとスラストターゲットの距離を変えてインパルスビットを測定したが、実験では距離の違いによってインパルスビットが大きく減少しているが、シミュレーションでは大きく変わらなかった。

最後に実験(iii)との比較計算結果について、図 4.22 に粒子分布を示す。

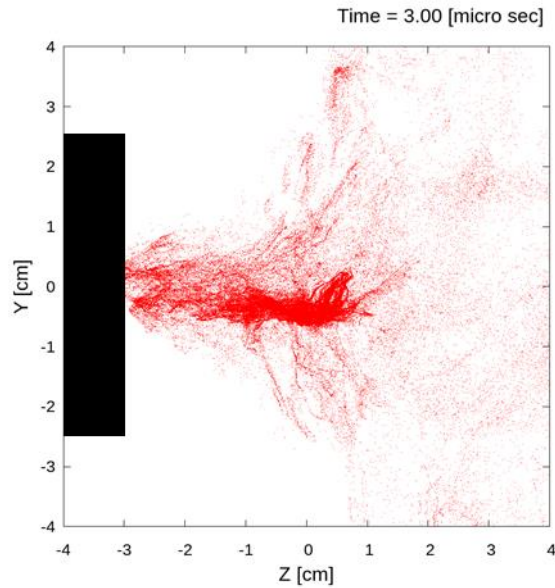


図 4.22 3次元ハイブリッドシミュレーションによる実験(iii)再現における $t = 3.0 \mu\text{s}$ のプラズマ分布

図から永久磁石の磁場によってプラズマが排出される様子が確認できる. また実験(ii)の再現計算と同様に直接測定とターゲット測定の両方についてインパルスビットで比較した結果を図 4.23 と図 4.24 に示す. 直接測定実験では磁石が受ける反作用を計測していることから、シミュレーションではすべての粒子が持つ運動量の合計をプロットした. 一方ターゲット測定実験では $z=5 \text{ mm}$ と 20 mm の場所においたスラストスタンド衝突した粒子の運動量を測定したため、計算でも同じ位置にスラストスタンドを仮定し、その位置を通過した粒子の運動量を合計している.

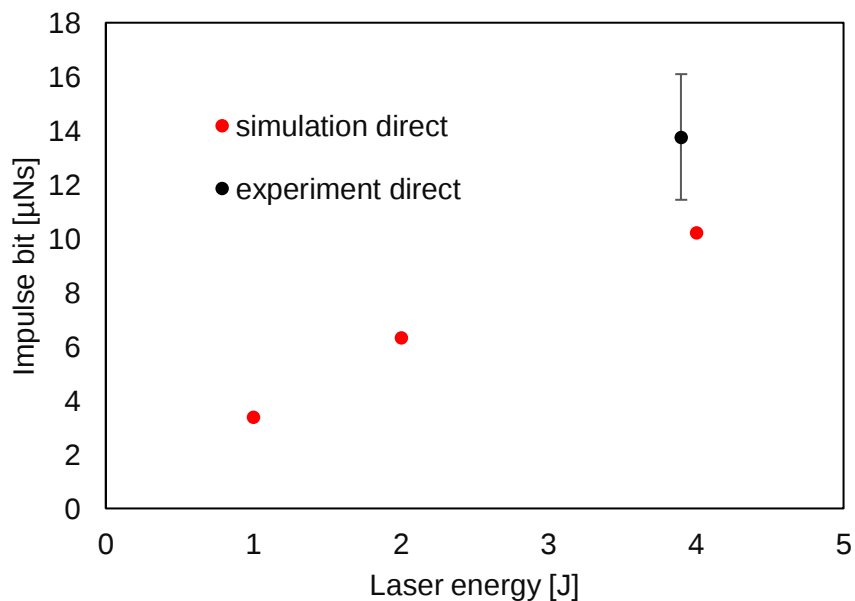


図 4.23 推力の直接計測実験(iii)とシミュレーションの比較

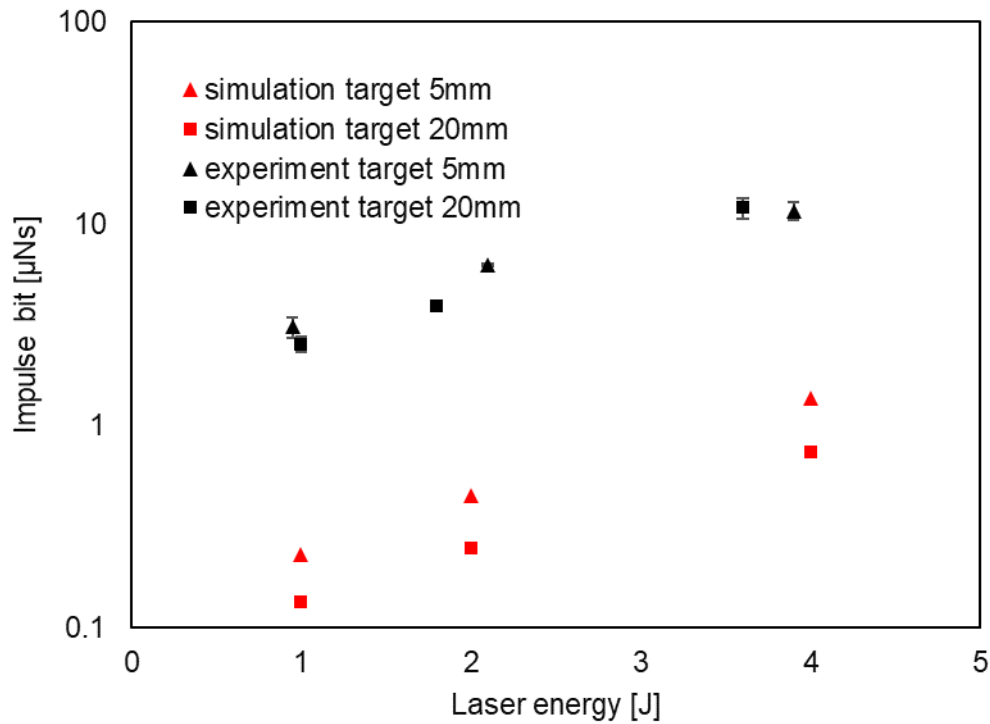


図 4.24 推力のターゲット測定実験(iii)とシミュレーションの比較

シミュレーションでは $E_L=4\text{ J}$ の場合は、直接測定実験では $13.8\text{ }\mu\text{Ns}$ だったのに対しシミュレーションでは $10.2\text{ }\mu\text{Ns}$ だった.またターゲット測定は、ターゲットとスラストスタンドの距離が 5 mm のときに実験で $11.6\text{ }\mu\text{Ns}$ 、シミュレーションで $1.38\text{ }\mu\text{Ns}$ 、距離が 20 mm のとき実験で $12.0\text{ }\mu\text{Ns}$ シミュレーションで $0.736\text{ }\mu\text{Ns}$ であった.レーザーエネルギーが上がるにつれて測定されるインパルスビットが増加するという傾向は直接測定とターゲット測定で同じだったが、インパルスビットの絶対値を比較するとターゲット測定では 10 倍程度異なるという結果になった.

第 5 章 考察

5.1 スケーリング検証シミュレーションの結果比較

$E_p=62$ MJ のケースにおいては、火星まで 90 日で到達するための要件を満たしているかどうか、比推力と比出力の観点から評価する必要がある.金プラズマスケールリングの Case I、 $E_p=62$ MJ の計算においてこれら进行评估した結果を以下の図 5.1 に示す.

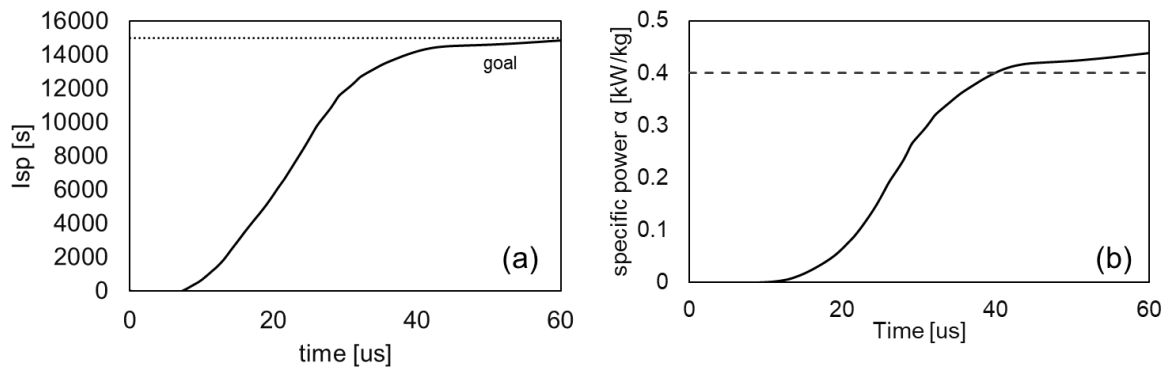


図 5.1 金プラズマ計算 $E_p=62$ MJ, $m_p = 2.4$ g における比推力と比出力の時間変化((a)が比推力、(b)が比出力を表している)

ここで比推力については式(3.4)、比出力については以下の式(5.1)で求めた.

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2} \sum m v_z \cdot p \cdot \frac{\sum v_z}{N}}{m_R}. \quad (5.1)$$

ここで p は繰り返し数、 N は超粒子数、 m_R はロケットの質量を表しており、今回は設計に基づいて $p=10$ [Hz], $N=10^6$, $m_R=580$ [ton]を仮定している[4].比推力はわずかに 15000 s に届いていないもののほとんど要求値を達成しており、さらに比出力についても要求値を超えている.この結果は金プラズマのものであり、ロケットに使用されるのは水素プラズマであることが検討されている.しかし 3 章の結果より推進剤依存性はなく水素プラズマでも同様の性能が得られるということが予想される.

金プラズマスケールリングの Case I と II でどちらもエネルギーによらず運動量効率率は 60-70%となっていたため、理論通りインパルスビットは Case II が Case II の

約 3 倍、比推力は 1/3 倍というトレードオフの関係が確認できた。また超粒子の個数 N を用いて z 方向のプラズマの二乗平均速度 $\bar{v}_z$ を式(5.1)のように表すとき、プラズマの二乗平均運動量は、プラズマ質量 m_p 、プラズマエネルギー E_p 、運動量効率 η を用いて式(5.3)で表される。

$$\bar{v}_z = \frac{\sqrt{\sum v_{iz}^2}}{N}. \quad (5.2)$$

$$m_p \bar{v}_z = \frac{\eta \sqrt{2m_p E_p}}{N}. \quad (5.3)$$

インパルスビットの導出式(3.1)と式(5.2)の比較により、インパルスビットもプラズマの質量とエネルギーの両方に依存していることが考えられる。そのため図 5.1 にインパルスビットを $\sqrt{m_p}$ で割って正規化し、推進剤質量の依存性を消したものを示す。

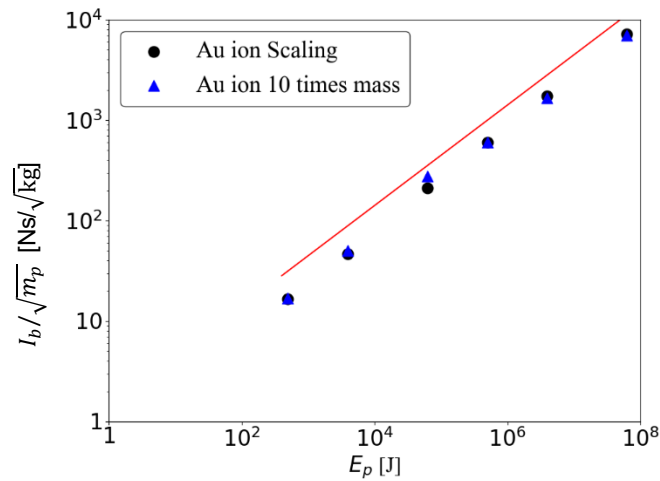


図 5.1 正規化インパルスビットの比較

ここで図中の赤い直線は運動量がすべて z 軸正の方向に変換されたと仮定した場合の理論値である。ケース I の黒い点に着目して最小二乗法により傾きを求めたところ、 $I_b / \sqrt{m_p} = 0.6652 E_p^{0.51}$ であった。式(5.2)と比較する場合の効率 κ を式(5.4)のように定義すると $\kappa = 0.47$ であった。

$$\kappa = \frac{I_b}{\sqrt{2m_p E_p}}. \quad (5.4)$$

また、水素イオンプラズマと金イオンプラズマのスケールングについて、それぞれのシミュレーションで推進剤質量とエネルギーを統一しているため、イオン 1 個当たりの質量やイオンの個数は異なるが、両方のプラズマで計算可能だった領域ではほぼ同じ運動量効率が得られていた。そのため推進剤質量とエネルギーを一定に

すれば効率は推進剤の種類に依存しないと言える.シミュレーションにおいては金や水素を用いたのに対して実験では炭素やアルミニウムを用いているが、この結果から炭素やアルミニウムを用いた場合も運動量効率は変わらないことが予想される.

計算可能なエネルギー帯については、金イオンプラズマでは 496 J-62 MJ、水素イオンプラズマでは 3.968 J - 496 kJ であった.このように計算可能なエネルギー領域が異なる原因について、このスケーリングにて変更されたパラメータは質量数 A 、電荷 Z 、空間幅 dx のみであり、これらのパラメータが関係している可能性が高い.電荷に対する質量数 A/Z は水素の時 $A/Z = 1.0$ であるのに対し金では $A/Z = 197/16.81 = 11.72$ で10倍異なる.よってこの A/Z の変化によって計算可能な領域にどのような違いがあるか今後検討される必要がある.

また、この高エネルギーでの計算はプラズマが十分に膨張しないという問題によって妨げられているが、パラメータの変更によってある程度避けられることが分かっている.具体的には、

- ① 磁場を弱くする
- ② 粒子の速度を上げる(E_p 一定の場合は質量を少なくすることで速度を速くできる)
- ③ dx を小さくする

などの方法で避けられる.①,②はラーマー半径を大きくすることに繋がり、ラーマー半径と同程度の大きさの dx を設定すれば計算可能であることがわかっている.ただし①は運動量効率の減少に繋がり、②はインパルスビットの減少に繋がる.③は計算コストの問題から困難であり、今後はラーマーと dx の関係についても調査する必要がある.

またこのエネルギースケールにおけるノズル形状は、先行研究[5]のパラメータを参考に設定されたが、これについてもエネルギースケールやプラズマ構造の違いによって異なる可能性がある.この研究では、初期プラズマ位置からコイルまでの仰角が 45° ,つまり $z_c/r_c = 1.0$ の時が運動量効率の最大となっていたが、本研究のパラメータにおいてもこの位置が最適であったかどうか確認するためにコイル位置 z_c を変更させてシミュレーションを行った.その他のパラメータについては金イオンのケース I の $E_p = 62$ MJの時と同じである.その結果を図 5.2 に示す.

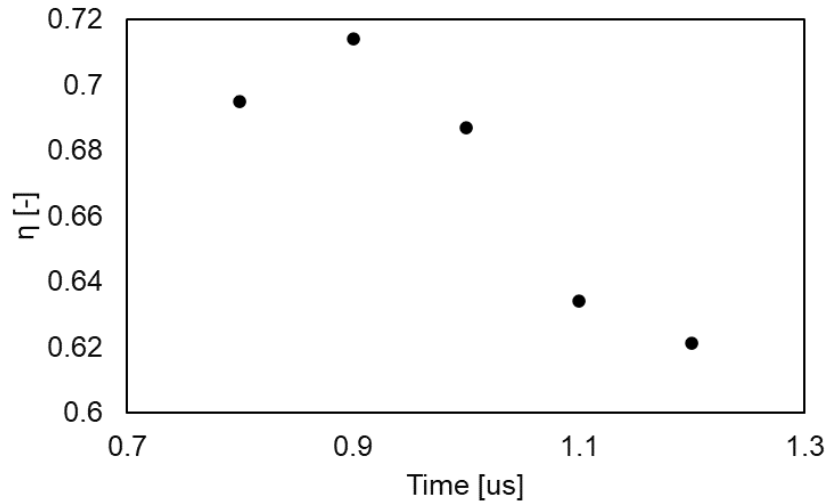


図 5.2 プラズマとコイルの距離を変化させたときの運動量効率の変化

図に示すように、 $z_c/r_c=0.9$ の時が運動量効率の最大となっており以前の研究結果とは異なる結果となった.そのためノズル形状に関しては体系の違いによって最適化する必要があるといえる.第3章のスケーリング結果はすべて $z_c/r_c=1.0$ によって行われたものであるが、図 5.2 より $z_c/r_c=0.9$ に変更することですべての場合について運動量効率が数パーセント上昇する可能性がある.また磁場エネルギー E_B をプラズマエネルギー E_p の 5 倍に設定したのも以前の研究結果からであるため、こちらについても再度最適化する必要がある.

5.2 実験結果との比較と再現性の向上

第4章では実験とシミュレーション結果の比較を、インパルスビットに着目して行ったが、すべての場合においてシミュレーション結果は実験結果より小さいという結果になった.この原因の1つとして三次元ハイブリッドシミュレーションにおける温度の取り扱いが考えられる.この計算コード内では温度を考慮しておらず、輻射流体シミュレーションの結果を変換する際に運動エネルギーのみをプラズマエネルギーとして変換し内部エネルギーは0としている.この作業により、実験(i)の再現計算では40%、実験(ii)では9.3%($E_L = 195 \text{ mJ}$ のとき)、実験(iii)では26.1%($E_L = 4 \text{ J}$ のとき)の内部エネルギーが除去されており、これらが推力に与える影響は無視できない.そこで除去された内部エネルギーの影響を考慮するため、内部エネルギーの分を熱速度として運動エネルギーに足し合わせることでインパルスビットがどのように改善されるか検証した.実験(i)再現計算のときのプラズマエネルギー $E_p=1.22 \text{ J}$ だったが、ここでは内部エネルギー0.83 Jを足して

$E_p = 1.22 + 0.83 = 2.05 \text{ J}$ として計算を行った.その結果を図 5.3 に示す.

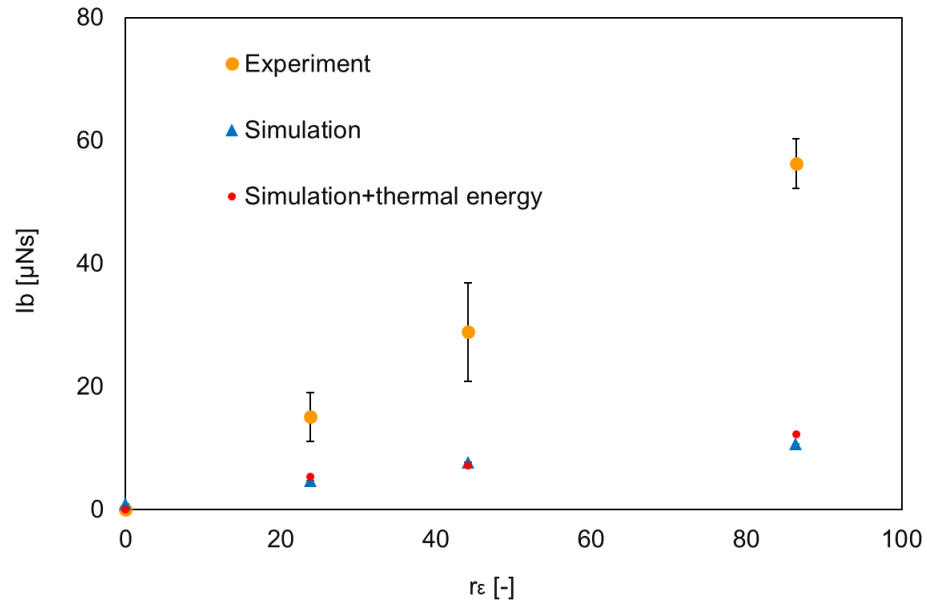


図 5.3 実験(i)再現計算におけるインパルスビットの比較

(黄色い点は実験値から $E_B = 0$ の時の値を引いたもの、青い点はシミュレーション結果($E_p = 1.22 \text{ J}$)、赤い点はプラズマエネルギーに熱エネルギーを足して計算したシミュレーション結果($E_p = 2.05 \text{ J}$))

熱速度を足したシミュレーションの結果を図 4.15 に追加して示している.図よりインパルスビットは若干上昇していることが確認できるが、上昇率はわずかでありまだ実験との差は大きかった.

またその他の原因として低速高密度プラズマを取り除いている影響もあると考えられる.それぞれの再現計算について、実験(i)では 42%、実験(ii)では 3.99%、実験(iii)では 17.6%の運動量が除去されており特に実験(i)では除去されたイオンのもつ運動量の影響は大きい.図 4.15、5.3 で示したシミュレーション結果は速度閾値を $v_{cr} = 5 \text{ km}$ として行ったが、次に $v_{cr} = 1 \text{ km}$ として計算した結果を図 5.4 に示す.

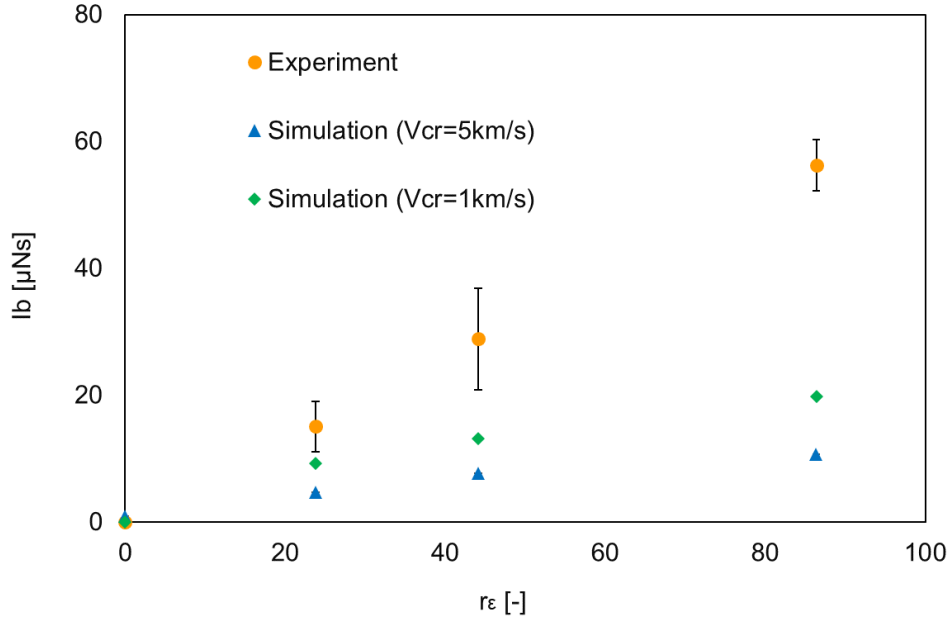


図 5.4 実験(i)再現計算において速度閾値を変えた場合のインパルスビット
(黄色い点は実験値から $E_B = 0$ の時の値を引いたもの、青い点は $v_{cr} = 5 \text{ km}$ のシミュレーション結果、緑の点は $v_{cr} = 1 \text{ km}$ のシミュレーション結果)

速度閾値を $v_{cr} = 1 \text{ km}$ とした場合は除去された運動量は 35%だった.またこの場合は今までと同様に 10^6 個の超粒子を用いた場合そのほとんどが中心部分の低速高密度プラズマに割り当てられてしまったため、外側の高速低密度プラズマも考慮するために超粒子数を 10^7 個とした.こうした場合図 5.4 に示すようにインパルスビットは増加し、実験値に近づいていることがわかる.さらに閾値を下げて $v_{cr} = 0.1 \text{ km}$ とすればプラズマが持つ運動量の 99.3%を考慮できることになるが、この場合必要な超粒子数はさらに膨大になるため計算コストの観点から現実的ではない.現在三次元ハイブリットコードではすべての超粒子に同じ数のイオンを割り当てているためこのような処置をしているが、場所によって超粒子の重みを変えられるように変更し、イオンを除去することなく計算を行えばインパルスビットは実験値に近づくのではないかと考えられる.

実験(ii)と実験(iii)についてはターゲット測定と直接測定の両方が行われたため、それぞれについて比較を行った.そのどちらにおいても、直接測定は実験とシミュレーションでインパルスビットは数十パーセントの差だったのに対しターゲット測定では 1-2 桁の違いがみられた.この差は直接測定とターゲット測定の性質の差によるもの大きいと考えられる.直接測定では永久磁石が受けた反作用を計測しているのに対しターゲット測定はターゲットに到達した粒子の運動量のみを計測

している.つまりインパルスビットの評価式(3.1)において直接測定では第一項と第二項両方を考慮しているのに対しターゲット測定では第一項のみしかカウントできていない.この実験ではレーザーは1方向から照射されておりプラズマはz軸負の方向に噴出している.よって式(3.1)における第一項の影響はかなり大きく直接測定を模擬した計算とターゲット測定を模擬した計算でインパルスビットが大きく異なるという結果は妥当である.さらにターゲット測定実験において直接測定実験と同程度の大きなインパルスビットが得られていた原因であるが、これは永久磁石表面などがプラズマ化してターゲットに当たったなどの原因が考えられる.また、ターゲット測定においてはスラストスタンドに衝突せず抜けていくプラズマは推力としてカウントされない.これは実験でもシミュレーションでも同じだが、プラズマ全体のうちどの程度のプラズマがスラストスタンド衝突したかを見積もることで実験とシミュレーションの差を確認する必要がある.シミュレーションではターゲットに到達した粒子の数のカウントは可能であるため、今後粒子の数でも議論されるべきである.しかし実験とシミュレーションでプラズマ構造が同じかどうかは確認できていないため、イオン電流測定など他の計測手段とシミュレーションを比較することにより再現性の向上が必要である.

第6章 結論

本研究ではシミュレーションを用いた核融合ロケットのためのエネルギースケールリング則の確立及び実験との比較によるシミュレーションコードの妥当性検証を行った。以下にこの研究によって得られた結論と今後検討すべき事項を示す。またこの研究は核融合ロケットにおける磁気スラストチャンバーを模擬して行われたがNASAによって提案されている原子力と核融合の複合推進、Pulsed Fission-Fusion (PuFF) Propulsion[17]における磁気ノズルの特性を評価するうえでも有用だと言える。

① エネルギースケールリング則の確立

- ・プラズマエネルギーに対する磁場エネルギーの比とプラズマ密度を一定のままプラズマエネルギーをスケールさせていくことにより、実験可能なレベルから核融合ロケット実機レベルまでのエネルギーまでの範囲でプラズマエネルギーとインパルスビットの関係がわかった。
- ・エネルギーが一定のまま推進剤質量を x 倍にすることによる運動量効率の変化はなかった。
- ・プラズマ密度一定のままエネルギーをスケールさせた場合インパルスビットは $I_b = \kappa \sqrt{2m_p E_p}$ となり $\kappa \sim 0.47$ 程度だった。
- ・エネルギースケールリング則において運動量効率の推進剤依存性は確認されず、金イオンプラズマでも水素イオンプラズマでもほぼ同じ値が得られた。
- ・金イオンプラズマと水素イオンプラズマで計算条件を満たすエネルギー領域が異なり、金では高エネルギー、水素では低エネルギーで計算条件を満足した。

② 実験との比較によるシミュレーションコードの妥当性検証

- ・コイルを用いた推力測定実験との比較により、実験値はシミュレーションによって得られたインパルスビットの4~5倍となった。この原因として輻射流体

シミュレーションの結果を三次元ハイブリッドシミュレーションに移す際に内部エネルギーを捨てていることが考えられるが、三次元ハイブリッドシミュレーションの初期運動エネルギーに内部エネルギーを足してもわずかな上昇しか確認できなかった。

- ・シミュレーションの際に設定する速度閾値を下げることでインパルスビットは実験値の 1/3 程度にまで近づくが、その分多くの超粒子が必要になり計算負荷が大きくなった。

- ・永久磁石を用いた推力測定実験については全粒子の運動量を合計する直接測定とスラストスタンドに当たった粒子の運動量を合計するターゲット測定の 2 種類を模擬したシミュレーションを行った。直接測定模擬のシミュレーションは実験値との誤差 30% 程度の再現性を示したのに対し、ターゲット測定模擬のシミュレーションではインパルスビットが 1-2 桁程度異なるという結果になった。直接測定実験とシミュレーションの結果が定性的に一致し、定量的にも近い値を示したことから、シミュレーションの結果が妥当であることはわかった。

③ 今後検討すべき事項

- ・水素では高エネルギーが計算できないことの理由としてラーマー半径と dx の関係が予想されるが、ラーマー半径が dx に対してどの程度の大きさであれば十分なプラズマの膨張が確認できるか調べる必要がある。

- ・今回の体系ではコイル中心からプラズマまでの距離 z_c とコイル半径 r_c の関係が $z_c/r_c=0.9$ であれば最も運動量効率が高いと最適化されたように、プラズマエネルギー E_p と磁場エネルギー E_B の関係も最適化される必要がある。

- ・ターゲット測定実験の妥当性の検証のために実験方法の改善、さらにプラズマ構造を把握する別の実験とシミュレーションを比較することによる再現性の向上が必要である。

参考文献

- [1] S. Nerozzi et al., “Buried Ice and Sand Caps at the North Pole of Mars: Revealing a Record of Climate Change in the Cavi Unit With SHARAD”, *Geophysical Research Letters*, 46, 7278-7286, (2019).
- [2] https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/artemis_plan-20200921.pdf. NASA’S Lunar Exploration Program Overview
- [3] Orth, C. D., “VISTA - A Vehicle for Interplanetary Space Transport Application Powered by Inertial Confinement Fusion,” Lawrence Livermore National Laboratory UCRL-LR-110500, 2003.
- [4] 伊勢 俊之, レーザー核融合ロケットの概念設計, プラズマ・核融合学会 誌, Vol. 97, pp.623-627, (2021).
- [5] Nagamine, Y., and Nakashima, H., “Analysis of Plasma Behavior in a Magnetic Thrust Chamber of a Laser Fusion Rocket,” *Fusion Science and Technology*, Vol. 35, Issue 1, pp. 62-70 (1999).
- [6] A. Maeno et al., *Appl. Phys. Lett.* 99, 071501 (2011).
- [7] T. Morita et al., *J. Phys.: Conf. Series* 717, 012071 (2016).
- [8] Atsushi Sunahara et al, “Generation of pre-formed plasma and its reduction for fast-ignition,” *Laser and particle beams*, p95- 102, (2012).
- [9] Atsushi Sunahara et al, “Optimization of Extreme Ultraviolet Emission from Laser-Produced Tin Plasmas Based on Radiation Hydrodynamics Simulations”, *Plasma and fusion research*, p 43_1–43_4, (2008).
- [10] L. Spitzer Jr., “Physics of Fully Ionized Gases” p115, (1962).
- [11] D. Salzmann, “Atomic Physics in Hot Plasmas”, Oxford University Press, New York, (1998).
- [12] W.L. Kruer. “The physics of Laser Plasma Interactions” p48, (1988).
- [13] Malone, R. C., McCrory, R. L., and Morse, R. L., “Indications of Strongly Flux-Limited Electron Thermal Conduction in Laser-Target Experiments,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 34, pp. 721-724, (1975).
- [14] Horowitz, E. J. et al, “QN3D: A Three-Dimensional Quasineutral Hybrid Particle-in-Cell Code with Applications to the Tilt Mode Instability in Field Reversed Configurations”, *J. Comput Phys.*, Vol. 84, pp 279-310 (1989).

- [15] Birdsall, C. K., and Langdon, A. B., “Plasma Physics via Computer Simulation,” Francis & Taylor, New York, (2004).
- [16] T. Inatomi et al, “Quantitative evaluation of the impulse-bit generated in a magnetic thrust chamber”, (2022)
- [17] https://www.nasa.gov/directorates/spacetech/niac/2018_Phase_I_Phase_I/PulsedFission-Fusion_Propulsion_Concept/ Loura Hall., Pulsed Fission-Fusion (PuFF) Propulsion Concept (2018)

謝辞

本研究において研究の場を提供いただき、研究に関して多くのご指導を頂いた、指導教員である山本直嗣教授に深く感謝いたします。研究内容に関する助言や、資料・論文作成など様々な面でご指導頂いた森田太智助教に深く感謝いたします。またシミュレーションの進捗を気にかけていただき、研究内容に関してご指導いただきました中島秀紀名誉教授に深く感謝いたします。研究生活において各種手続き等のサポートを頂きました宮本 朋子秘書に深く感謝いたします。

また本研究において使用した二次元輻射流体コードに携わっていらっしゃるパデュー大学砂原淳先生、広島大学城崎知至先生には実験の再現計算に関して助言いただきまして感謝いたします。

研究に関して不明な点などご指導いただきました Nathan Schilling 氏には深く感謝いたします。

研究室の先輩である廣池匠哉氏、胡泽丰氏には相談に乗っていただき、時にアドバイス頂きました。深く感謝いたします。

また、研究室の同輩である伊藤寛晟氏、植永一汰氏、枝澤友也氏、川戸大誠氏、白木僚氏、山下裕也氏、修士 1 年生と学部 4 年生の皆さんには深く感謝いたします。

そして自分の学生生活を見守り、支えてくださった家族に深く感謝し、謝辞とさせていただきます。