

火星ヘリコプター用翼型周りの低レイノルズ数圧縮性流れに関する数値解析

山口, 拓真
九州大学大学院総合理工学府総合理工学専攻機械・システム理工学メジャー

<https://hdl.handle.net/2324/6788195>

出版情報：九州大学, 2022, 修士, 修士
バージョン：
権利関係：



令和4年度

修士論文

火星ヘリコプター用翼型周りの
低レイノルズ数圧縮性流れに関する数値解析

九州大学大学院総合理工学府

総合理工学専攻

機械・システム理工学メジャー

エネルギー流体科学研究室

山口 拓 真

指導教員 安 養 寺 正 之 准教授

提出年月日 令和5年02月06日

目次

第1章 序論	1
1.1 火星の飛行探査.....	1
1.2 低 Re 数領域での流れ場及び空力特性への影響.....	5
1.2.1 最大揚抗比の減少.....	5
1.2.2 迎角変化に伴う揚力の非線形性.....	7
1.3 低 Re 数圧縮性流れの流れ場及び空力特性への影響.....	9
1.4 研究目的.....	12
第2章 数値計算手法及び計算条件	13
2.1 計算対象と計算条件.....	13
2.2 計算手法.....	15
2.2.1 支配方程式.....	15
2.2.2 空間離散化手法.....	18
2.2.3 再構築法.....	20
2.2.4 勾配計算法.....	21
2.2.5 非粘性流束計算法.....	22
2.2.6 粘性流束計算法.....	23
2.2.7 時間積分法.....	23
2.2.8 乱流モデル.....	26
2.2.8.1 RANS.....	26
2.2.8.2 LES.....	30
2.3 計算格子及び境界条件.....	30
第3章 妥当性検証	33
2.4 先行研究との比較 (Validation).....	33
2.5 格子収束性 (Verification).....	34
第4章 計算結果と考察	38
2.6 CLF5605 翼周りの流れ場.....	38
2.7 低 Re 数圧縮性領域での流れ場と空力特性への影響.....	41
2.8 剥離せん断層と衝撃波の干渉.....	45
2.9 流れ場と空力特性の非定常性.....	48
第5章 結論	53
参考文献	54
謝辞	57

eXploration) が始動しており、2024 年度の打ち上げを目指している。国外では 1965 年に世界初の火星フライバイに成功したアメリカ航空宇宙局 (NASA: National Aeronautics and Space Administration) の Mariner 4 以降、多くの探査機が火星へ送られてきた。最近では NASA の Mars 2020 ミッションにて、2020 年 7 月に打ち上げられた Perseverance Rover が火星探査を行っており、有機物を含む岩石の採取や、火星大気の大部分を占める二酸化炭素から初めて酸素を生成するなど、多くの成果を上げている。

このように、これまでの火星探査では主にフライバイや周回軌道上のオービターによるリモートセンシング、ランダーやローバーによる着陸探査が行われてきた。しかしながら、リモートセンシングによる探査は火星表面の地質や地形をある程度得ることはできるが、地質情報の詳細を得ることは困難である。対してランダーやローバーでは詳細な情報は得られるが、移動可能範囲が限られており、広範囲のデータを取得することができない。これらの理由から、近年航空機を使用した火星の飛行探査が注目されている。現在までに提案されている火星探査航空機としては、固定翼機である NASA の Aerial Regional-Scale Environmental Survey (ARES)[2,3](図 1.2)や回転翼機である Maryland 大学の Martian Autonomous Rotary-Wing Vehicle (MARV)[4](図 1.3) などがある。また、JAXA を中心とした研究グループでは 2010 年より、図 1.4 に示した火星探査航空機の研究開発を行っており、2016 年には大気球を使用して火星大気を模擬可能な高度約 36 km での高高度飛行試験 (MABE-1: Mars Airplane Balloon Experiment One) を実施した[6,7]。MABE-1 では飛行中の空力データが一部取得できなかったため、機体の改良等を施した MABE-2 の準備が現在進められている[8]。これらは全て研究開発段階であり、実用化には至っていない。そのような中、先述の Mars 2020 にて、Perseverance Rover と共に火星へ送られた Ingenuity (図 1.5) という二重反転型の火星ヘリコプターが、人類史上初めて火星での動力飛行に成功した[10]。Ingenuity は技術実証機という位置づけで開発された機体だが、内蔵されているカメラを使用し、ローバーでは探査することができない起伏の激しい火星地表の画像を地球に送信するなど、多くの成果を上げている。

このように、火星探査の手段として、飛行機やヘリコプターを用いる飛行探査への注目度が増しており、Ingenuity の成功が後押しをする形で、飛行探査の研究開発は今後より一層活発化すると考えられる。

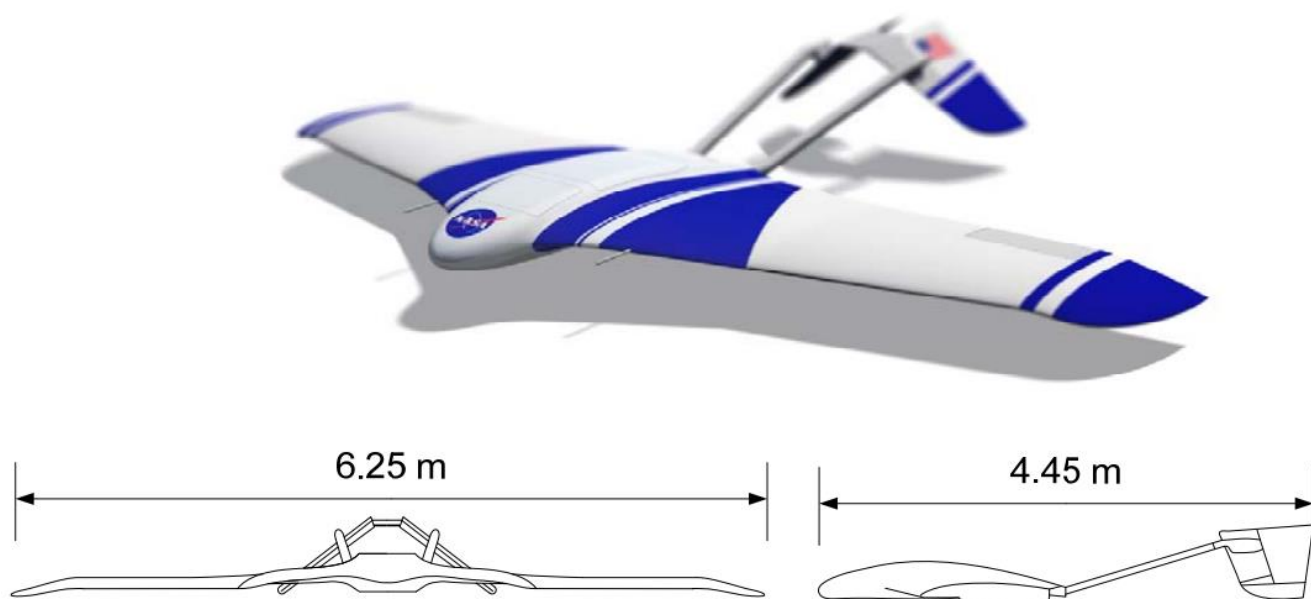


图 1.2 ARES[2]

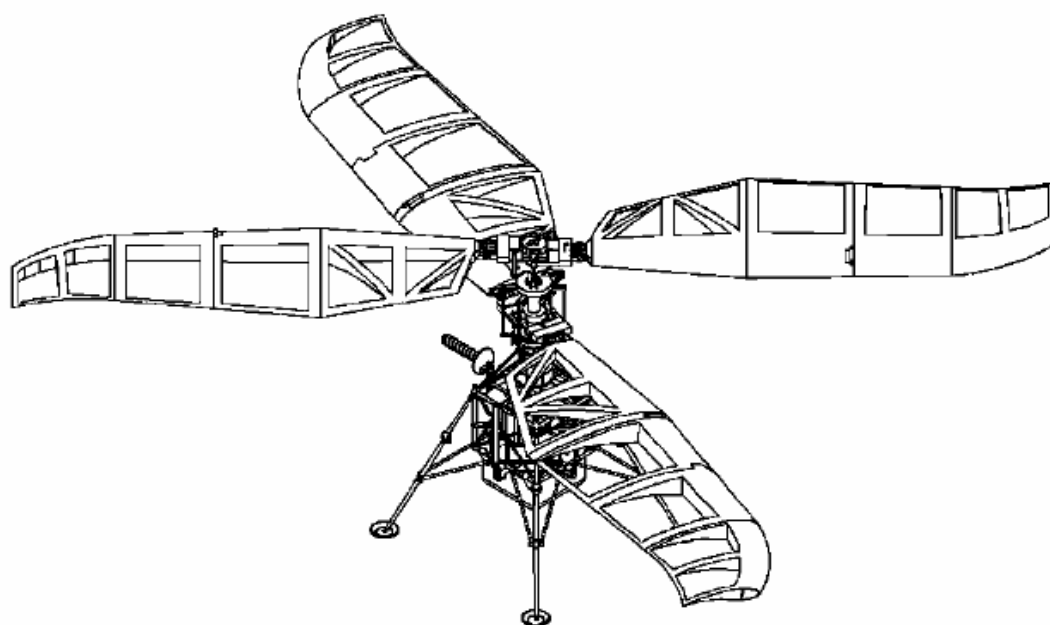


图 1.3 MARV[4]



図 1.4 MABE-2 試験機[5]



図 1.5 Ingenuity[9]

1.2 低 Re 数領域での流れ場及び空力特性への影響

表 1.1 に地球大気と火星大気の比較表を示す[11]. 火星の重力は地球の約 1/3 であるが, 大気密度が地球の約 1/100 であるため, 航空機の翼が得られる揚力も 1/100 となり, 飛行するには過酷な環境である. また, 大気密度が低いことに加え, 機体サイズの制限等により, 式(1.1)に示すレイノルズ数 (Re) が非常に小さくなる.

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (1.1)$$

ここで, ρ は大気密度, U は一様流速, L は代表長さ, μ は流体の粘性係数である. 一般的な航空機の巡航レイノルズ数が $Re = \mathcal{O}(10^7-10^8)$ であるのに対し, 火星飛行機や火星ヘリコプターのレイノルズ数は $Re = \mathcal{O}(10^3-10^4)$ と非常に小さい. このレイノルズ数領域を低レイノルズ数と呼ぶ. 低レイノルズ数領域における翼の空力特性の特徴的な現象としては,

- ・最大揚抗比の減少
 - ・迎角変化に伴う揚力の非線形性
- が挙げられる. それぞれについて次節で説明する.

1.2.1 最大揚抗比の減少

低レイノルズ数領域では, 高レイノルズ数と比較し, 最大揚抗比 L/D_{max} が急減することが明らかとなっている. 図 1.6 に示したレイノルズ数に対する最大揚抗比の図から, レイノルズ数が $Re = \mathcal{O}(10^5)$ を下回ると, 翼の最大揚抗比が急激に減少していることが分かる[12]. これは, 低レイノルズ数領域では粘性抵抗が大きくなることや, 翼上面で流れが層流剥離しやすいたことが要因であると考えられている.

低レイノルズ数領域における翼性能は, 翼の幾何学形状に大きく依存していることが明らかとなっている. Laitone[13]は $Re = 2.07 \times 10^3$ において複数の翼型の空力性能を風洞試験にて調査している. 図 1.7 に各翼の迎角 (α) に対する揚力係数と揚抗比を示しているが, 揚力係

表 1.1 地球大気と火星大気の比較[11]

Physical properties	Earth	Mars
Gravitational acceleration, g [m/s^2]	9.81	3.71
Density, ρ [kg/m^3]	1.225	0.017
Temperature, T [K]	288.2	223.2
Gas constant, R [J/kg·K]	287.1	188.9
Specific heat ratio, γ [-]	1.400	1.289
Dynamic viscosity, μ [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]	1.750×10^{-5}	1.130×10^{-5}
Static pressure, p [kPa]	101.3	0.720
Sound speed, a [m/s]	340.4	233.1

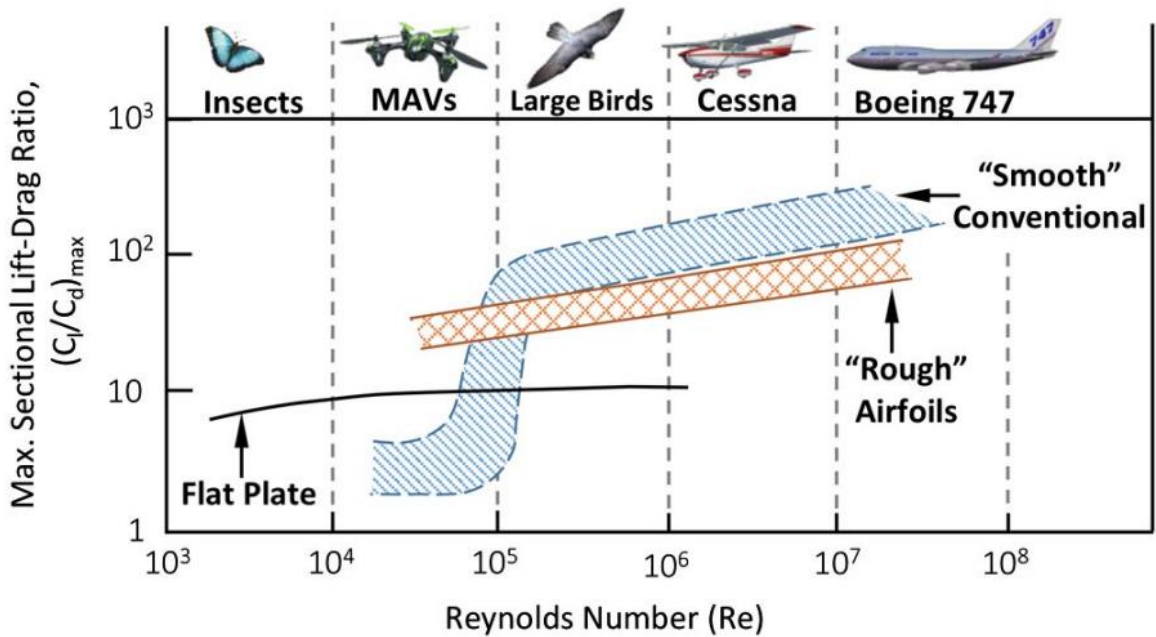
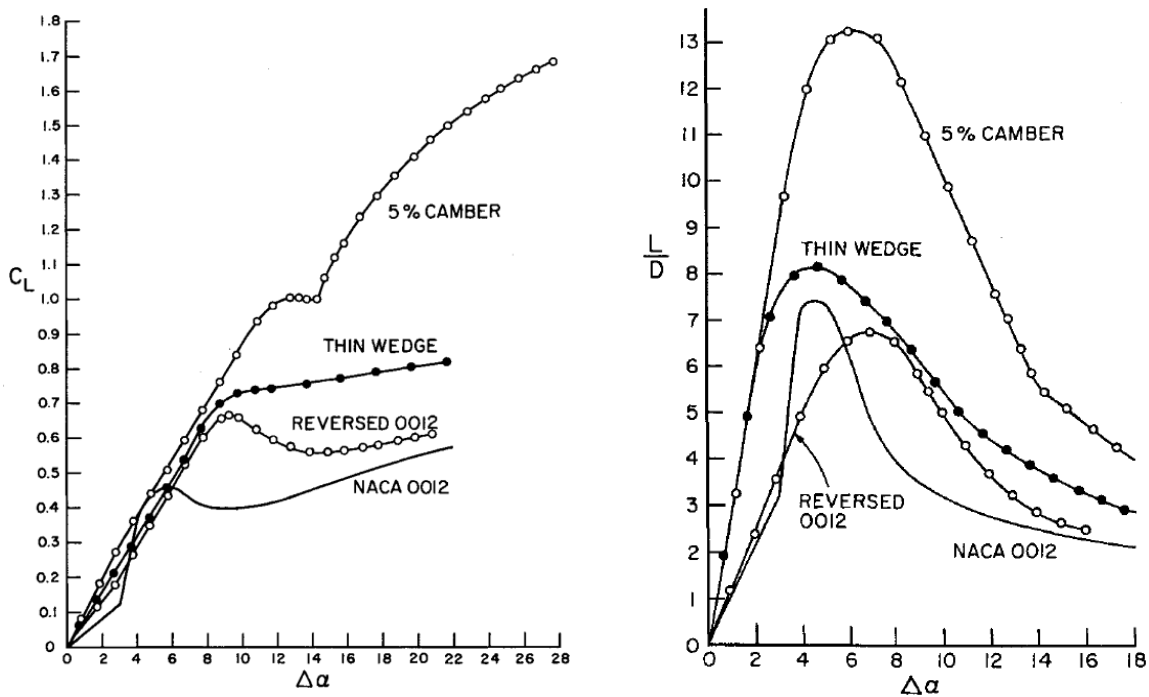


図 1.6 レイノルズ数に対する最大揚抗比[12]



(a) 揚力係数

(b) 揚抗比

図 1.7 複数の翼型の迎角に対する空力特性[13]

数、揚抗比共に 5%キャンバー翼が最も高い値を示しているのに対し、一般的な旅客機等で使用される NACA0012 翼が最も低い空力性能となっている。これは、地球大気における空力設計技術をそのまま火星大気中を飛行する航空機に適用できないことを意味している。

1.2.2 迎角変化に伴う揚力の非線形性

低レイノルズ数領域ではある特定の迎角において、揚力傾斜に非線形性が見られることが分かっている。例えば、図 1.8 に示した石井翼（JAXA の火星飛行機の主翼に使用されている翼型）の迎角に対する揚力係数の変化を見ると、実験と数値計算に若干の差は見られるものの、迎角がおおよそ 3 deg を境に、揚力傾斜が大きくなっていることが分かる[14]。石井翼だけでなく、他の翼型においても同様の現象が確認されている[15,16]。

この空力特性の非線形性には、層流剥離泡と呼ばれる流体现象が関係している。低レイノルズ数領域における翼上面に発生する層流剥離泡の模式図とその詳細を図 1.9 に示す。剥離

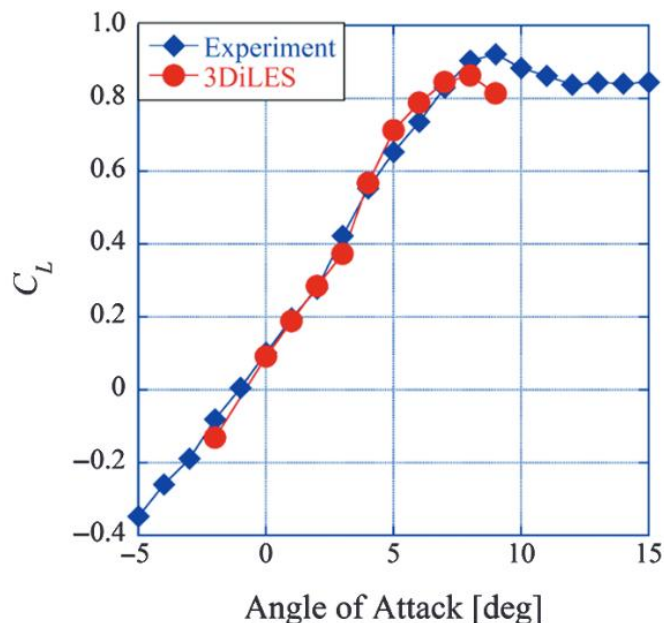
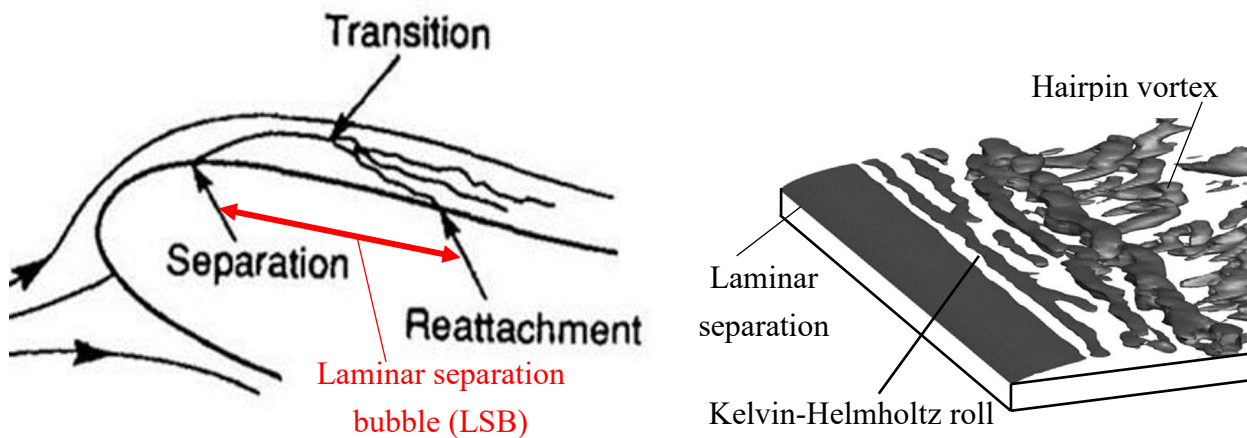


図 1.8 石井翼における迎角に対する揚力係数変化[14]



(a) 剥離泡の模式図 ([17]を基に作成)

(b) 詳細な流れ場 ([18]を基に作成)

図 1.9 剥離泡の模式図と詳細な流れ場

泡形成時の一連の流れとしては、まず翼前縁に到達した流れが層流を保ったまま上面を通過する間に、翼表面から剥がれる層流剥離を起こす。次に、 $Re = \mathcal{O}(10^4-10^5)$ における剥離後のせん断層には Kelvin-Helmholtz (KH) 不安定性が生じ[19]、層流から乱流へと遷移する。この乱流遷移の過程では、図 1.9(b)に示すように Kelvin-Helmholtz roll と呼ばれるスパンワイズの渦が放出され、次第に 3 次元的なヘアピン渦へと変化する[18]。その後、乱流遷移によって、特定の迎角では流れが翼表面に再付着する場合がある。この剥離点から再付着点までの領域を剥離泡と呼び、特に層流のまま剥離した場合を層流剥離泡と言う。

この層流剥離泡が翼表面の圧力分布に影響を及ぼし、揚力の非線形性が生じていることが明らかとなっている。図 1.10 に剥離泡形成時の一般的な翼上面圧力分布を示す[15]。翼上面に剥離泡が形成されると、層流剥離後に圧力が一定の領域が現れる。この領域では一様流に対して流速が非常に小さくなるため、圧力が一定となる。その後、乱流遷移により剥離せん断層内に運動エネルギーが付加され[20]、流れが翼上面に再付着すると同時に、急激な圧力回復を伴う。これらの圧力変動により、剥離泡形成時には図 1.10 の斜線部のような負圧の大きい領域が形成され、正の揚力として翼に働く。この一連のメカニズムにより、剥離泡が形成される特定の迎角において、揚力が増大し、結果として揚力傾斜の非線形性が生まれる。

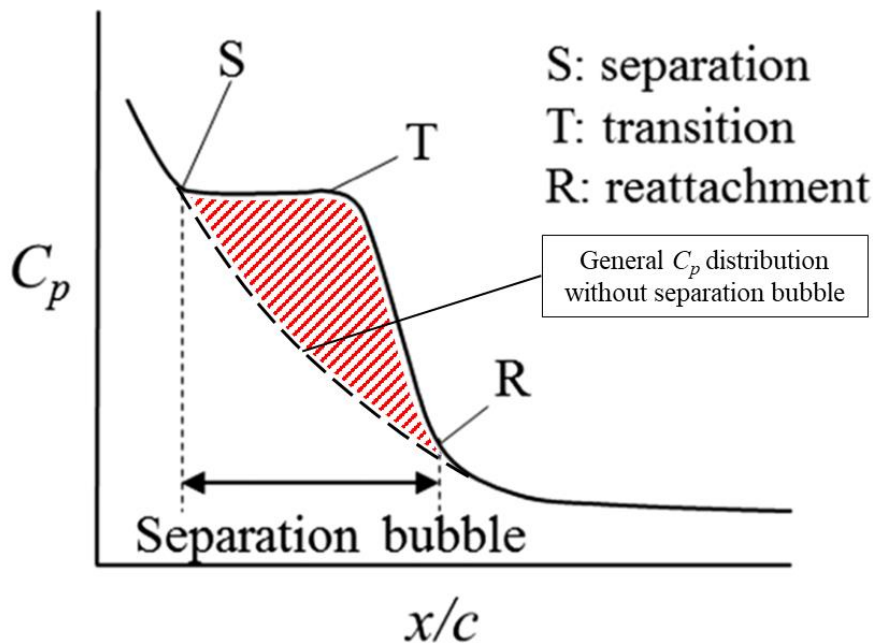


図 1.10 剥離泡発生時の翼上面圧力分布[15]

1.3 低 Re 数圧縮性流れの流れ場及び空力特性への影響

1.2 節では、火星大気を飛行する航空機の気流条件が低レイノルズ数となること、そして低レイノルズ数領域での流体现象及び空力特性への影響を述べた。ここでは、低レイノルズ数領域でさらに圧縮性の効果が加わった際の影響を述べる。表 1 より、火星大気は静温 (T) が低いことに加え、大気組成の 95% が CO_2 であるため比熱比 (γ) や気体定数 (R) も小さくなり、式(1.2)に示す音速 (a) が地球大気の 2/3 程度となる。そのため、式(1.3)に示すマッハ数 (M) が上昇しやすい環境となる。

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (1.2)$$

$$M = \frac{U}{a} \quad (1.3)$$

図 1.11 に示すように、特に火星ヘリコプターのローターや火星飛行機の推進用プロペラなどは、高速で回転するため流速 U が大きくなる傾向があり、マッハ数の上昇も顕著である。そのため、これら航空機が直面する気流領域は、低レイノルズ数かつ遷音速 ($M=0.8\sim 1.2$) という非常に特殊な条件となる。マッハ数が 0.3 を上回ると、一様流に対する密度変化が 5% を超え、圧縮性の効果が現れる。さらに、マッハ数が遷音速域に達すると衝撃波が発生し、地球大気下では急激な抵抗増加を伴う。この特殊な流れ場のことを、“低レイノルズ数圧縮性流れ”と定義する。図 1.11 より、この特殊な気流領域はこれまでの風洞試験や数値計算等で得られたデータの範囲外に存在することが分かる。

こうした環境下で、ローター等の空力性能向上を目指すためには、ローター周りの流れ場の理解が必要不可欠である。このような需要を背景に、低レイノルズ数圧縮性環境下における翼周りの流れ場を調査した研究は近年複数報告されている[15,16,22-26,28]。Canuto ら[25]は、低レイノルズ数域 ($Re=20, 100$) において円柱周りの圧縮性効果を Direct Numerical Simulation (DNS)を用いて調査した。その結果、圧縮性効果によって後流が伸長し、剥離が若干遅れることが報告されている。Anyoji ら[15]は、東北大学火星風洞 (MWT) において、NACA0012-34

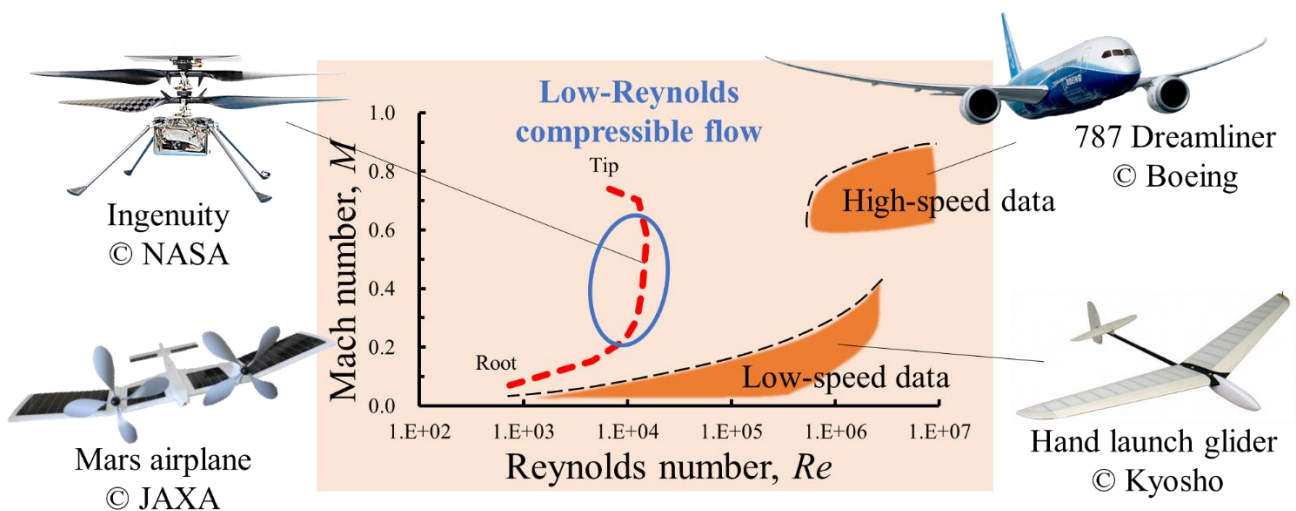


図 1.11 火星ヘリコプターの気流領域と先行研究のデータ範囲 ([21,22]を基に作成)

翼を用い、 $Re = 11,000$ における圧縮性の影響を調査した。その結果、 $\alpha = 7 \text{ deg}$ 以上の高迎角において、マッハ数の増加とともに揚力係数が減少することが明らかとなった。これは、圧縮性効果により流れの剥離と乱流遷移が遅れ、層流剥離泡の形成が妨げられることが要因であると示唆している。一方、Mukohara ら[26]は、 $Re = 6,100$ と $11,000$ において、平板上の前縁剥離流れに対する圧縮性効果を調査した。その結果、図 1.12 に示すように KH 不安定性によって巻き上げられた剥離せん断層がマッハ数を増大させると共に安定化し、乱流遷移と再付着が遅れることが明らかとなった。この圧縮性効果の大きさはレイノルズ数が大きくなるほど顕著になることも報告されている。しかし、これらの研究は減圧環境下での低レイノルズ数遷音速風洞試験の実施が困難であることもあり、 $M = 0.80$ 以下に限定されているのが現状である。そのため、層流剥離泡と衝撃波の干渉に対する圧縮性効果など、遷音速での流れ場の詳細は不明なままである。Drela[22]は、火星ヘリコプターのレイノルズ数より 1 桁大きい $Re = 200,000$ において、Eppler 387 翼周りの衝撃波と境界層の相互作用を数値的に調査した。その結果、図 1.13(a)に示すように $M = 0.60$ と 0.65 で圧力分布に大きな差は見られないが、図 1.13(b) のマッハ数コンターは大きく異なり、 $M = 0.65$ では剥離泡の上面に複数の λ 型衝撃波が発生することが明らかとなった。しかし、 $Re = 70,000$ 以上は乱流境界層領域に相当するため、層流剥離が起きないことや、図 1.6 に示すように $Re = 70,000$ を境に揚抗比が急激に変化することから[28]、火星ヘリコプターの飛行レイノルズ数とは流れ場が異なることが予想される。一方、Sato ら[29]は、Ingenuity の翼型に用いられた CLF5605 翼の 3 次元回転翼計算を行い、衝撃波発生の有無とその影響について検討した。その結果、翼端のマッハ数が $M_{tip} = 0.90$ と高い

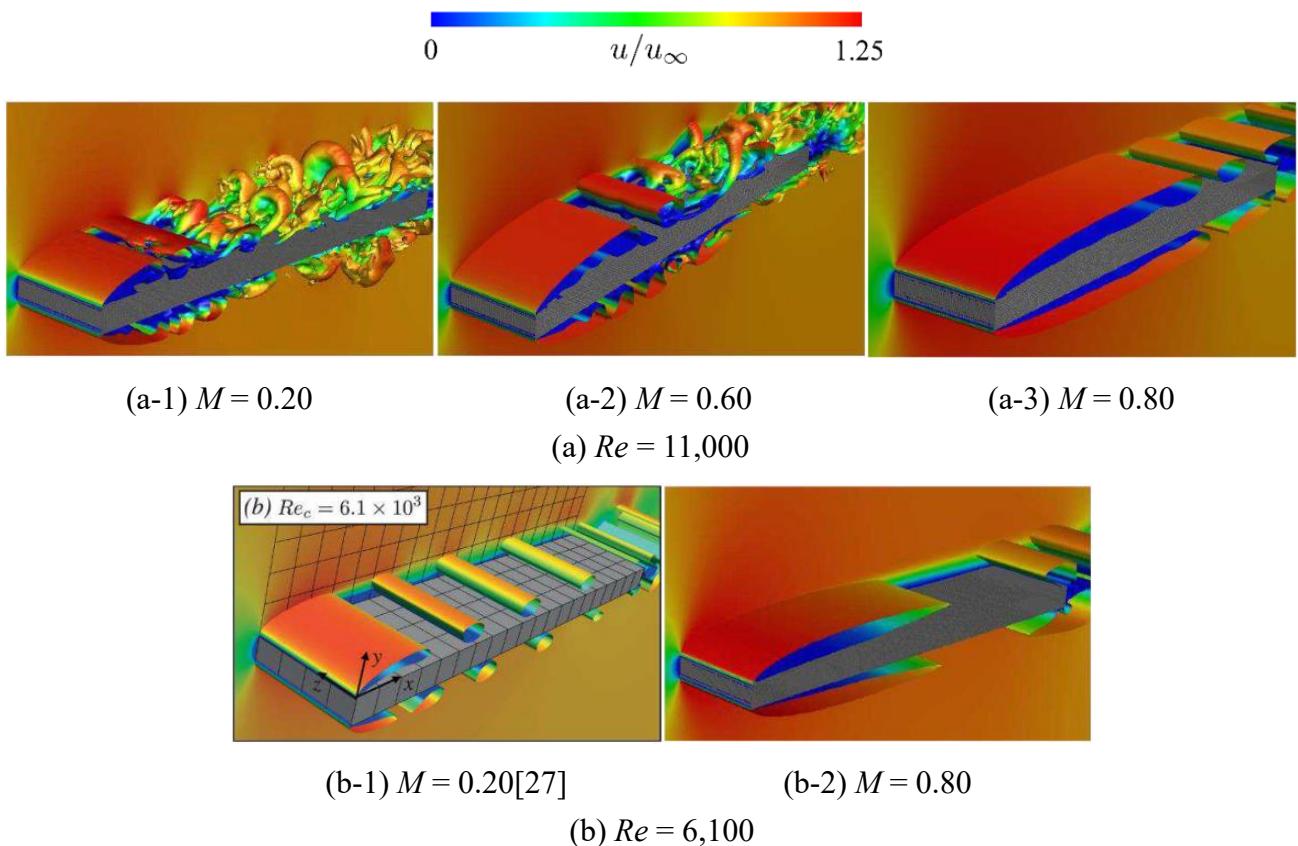
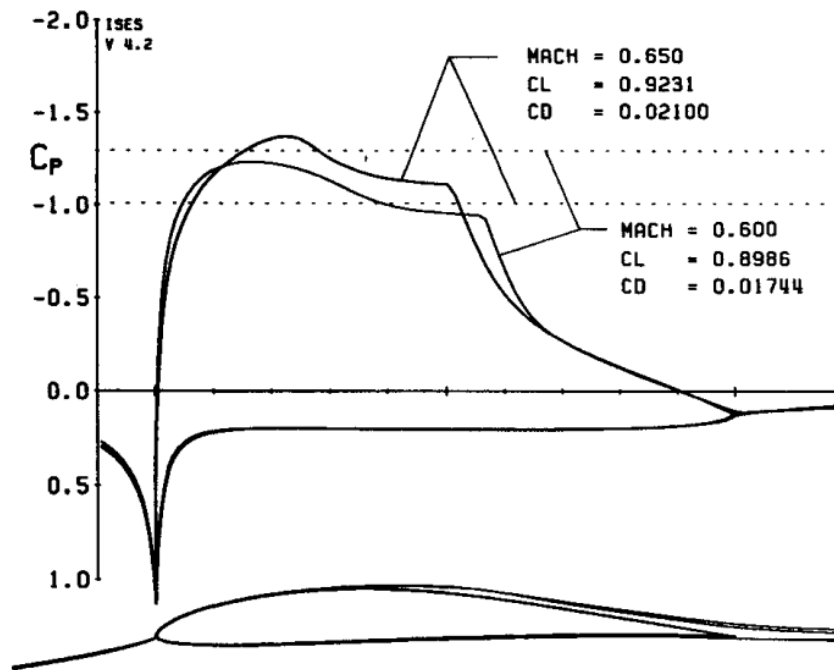
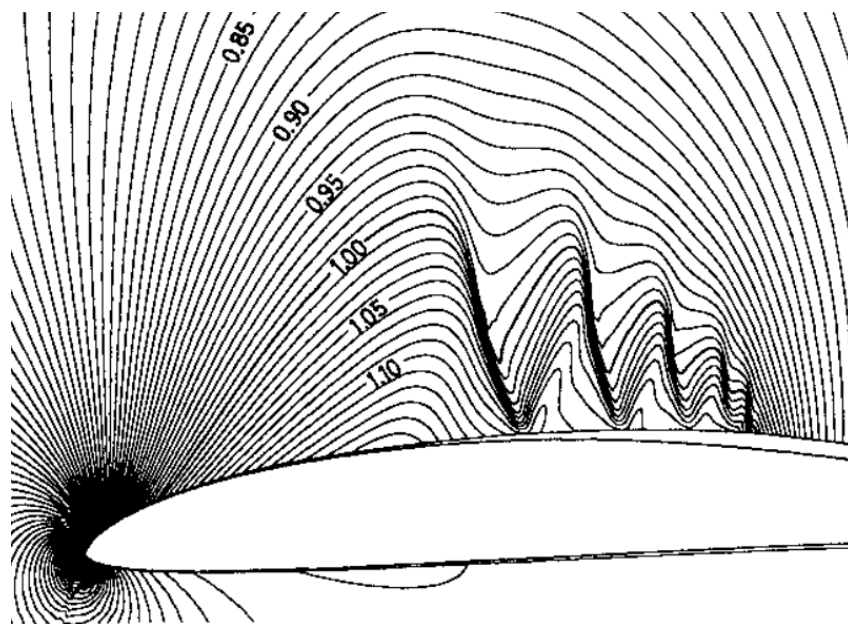


図 1.12 (a) $Re = 11,000$ と (b) $Re = 6,100$ における矩形平板翼周りの Q 値等値面の瞬時場[26]

(a) $M=0.60$ と 0.65 の圧力分布(b) $M=0.65$ におけるマッハ数コンター図 1.13 $Re=200,000$ における Eppler 387 翼周りの圧力分布と流れ場[22]

場合でも火星大気中では衝撃波が発生せず、空力性能が低下しないことが明らかとなった。これは、前翼で発生する翼端渦が回転方向の流れを誘起し、翼周辺の局所的なマッハ数を低下させることが要因であると報告されている。しかし、彼らの研究では衝撃波と剥離せん断層の干渉など、流れ場の詳細についての議論は限られており、新たな探査手法（火星探査ドローン）の開発という点に焦点が当てられている。以上から、火星ヘリコプター等の気流領域に

において、衝撃波と剥離せん断層の干渉や空力性能に及ぼす影響など、低レイノルズ数圧縮性流れの理解が不足しているのが現状である。

このような要求に対し、本論文では、低レイノルズ数領域における衝撃波発生時の流体構造の詳細に着目し、衝撃波発生時の圧縮性効果と空力性能への影響について述べる。本研究では CLF5605 翼を用い、非圧縮から遷音速まで迎角とローターの回転速度（マッハ数）を変化させ、圧縮性効果と衝撃波発生による流れ場と空力への影響を説明する。3次元計算は計算コストが高く、多数の計算ケースを実施することは現実的でないため、第一段階として2次元翼周りの非定常計算を行い、剥離せん断層と衝撃波の干渉などの特徴的な流れ場が観測されたケースのみ、第二段階として3次元の Large Eddy Simulation (LES) を行った。

1.4 研究目的

以上の研究背景から、本研究では CLF5605 翼を用いて、低レイノルズ数領域にてローターの回転速度（マッハ数）を変化させ、層流剥離せん断層と衝撃波の干渉や、それらが空力性能に及ぼす影響を調査することが研究目的である。

本章では研究背景・研究目的について述べた。以降の構成は以下の通りである。

第2章では、数値計算手法及び計算条件について述べる。

第3章では、計算手法と計算格子の妥当性について述べる。

第4章では、計算結果と考察を述べる。

第5章では、結果をまとめ、今後の課題も含めて述べる。

第2章 数値計算手法及び計算条件

本章では、本研究の計算対象や計算条件、採用した数値計算手法について述べる。

2.1 計算対象と計算条件

本研究では、Ingenuity のローターブレード断面の翼型として用いられている、CLF5605 翼型を計算対象として使用する。その幾何学形状を図 2.1 に示す。CLF5605 の特徴は、翼厚の薄さ、前縁半径の小ささ、キャンバーの大きさであり、 $x/c=0.20$ においてコード長 (c) に対する最大翼厚 (t_{max}) が 5.0%、 $x/c=0.59$ において最大キャンバー (f_{max}) が 4.9% である。

Ingenuity の空力設計については、Koning ら[21]が $Re = 15,400$ 、 $M = 0.60$ における CLF5605 翼周りの 2 次元流れを CFD により調査している。本研究では、Ingenuity のローターブレードの等価翼弦 ($r/R = 0.75$) 付近に相当する流れをシミュレーションした (図 2.2)。設定した気流条件を表 2.1 に示す。Koning ら[21]が行ったように、本研究ではベースケースを Ingenuity のホバリング条件である $Re = 15,400$ 、 $M = 0.60$ と定義し、Koning らの CFD 結果と比較し検

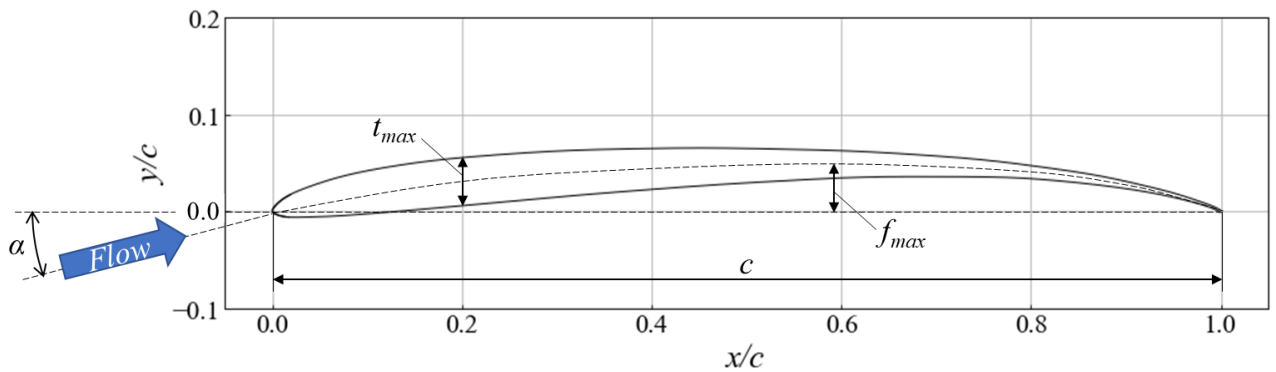


図 2.1 CLF5605 翼型

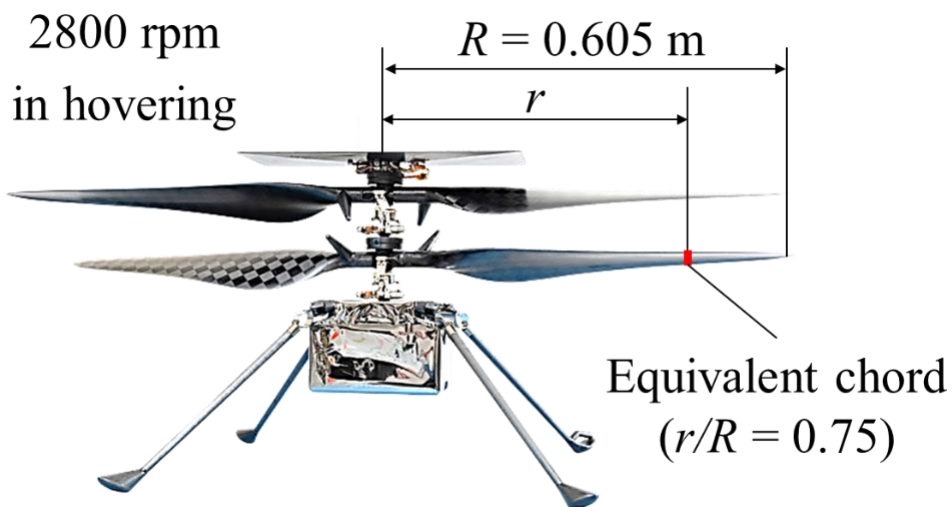


図 2.2 等価翼弦位置

表 2.1 気流条件

Physical properties	Value
Reynolds number, Re	15,400
Mach number, M	(0.20), (0.60), (0.80), 1.0, 1.2
The angle of attack, α [deg]	(0), 1, 2, (3), 4, 5, (6), 7, 8, 9, 10
Prandtl number	0.71
Turbulent Prandtl number	0.90

証を行った。しかし、この気流条件を再現できる風洞は今のところ存在せず、風洞試験を行うことは困難である。そこで、数値計算により調査を行った。なお、表 2.1 に示す気流条件に近い低レイノルズ数の圧縮性流れを再現できる火星大気風洞[30]が開発されているが、このような特殊な風洞であっても、該当する気流条件が運用範囲外であるため、我々の計算結果を実験結果と直接比較することは困難である。そこで、Koning ら[21]の数値計算結果と比較することにより、その妥当性を評価する。妥当性検証については 3 章で述べる。また、表 2.1 中の括弧付きの箇所は LES を実施した条件である。

本研究では、低レイノルズ数領域における剥離せん断層の圧縮性効果、特に衝撃波干渉に対するマッハ数効果に着目しているため、レイノルズ数は固定しマッハ数のみを変化させた。そこで、 $Re = 15,400$ を維持した状態で、マッハ数を変化させ、流れ場および空力特性へのマッハ数効果を評価した。しかし、実際の火星ヘリコプターでは、ローター速度（マッハ数）を変化させるとレイノルズ数も変化する。計算格子には、全気流条件で翼弦長 $c = 1.0$ m に固定したものを使用した。レイノルズ数とマッハ数は、以下の式により密度や静圧を変化させることで設定した。

$$\rho = \frac{Re \cdot \mu}{Uc} = \frac{Re \cdot \mu}{M\sqrt{\gamma RT}c} \quad (2.1)$$

$$p = \rho RT = \frac{Re \cdot \mu}{M} \sqrt{\frac{RT}{\gamma}} \quad (2.2)$$

ベースケースでは、式(2.1), (2.2)より、密度と圧力はそれぞれ $\rho = 1.24 \times 10^{-3}$ [kg/m³], $p = 52.5$ [Pa]となる。(乱流)プラントル数は Koning ら[21]の気流条件に従い、空気と同じと仮定した。

2.2 計算手法

本研究の数値解析には、JAXA で開発された圧縮性流体解析ソルバ FaSTAR[31]を用いた。FaSTAR は非構造格子に対応した高速流体解析ソルバであり、3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式をセル中心型の有限体積法により離散化し、数値的に解いていく。表 2.2 に Koning ら[21] と本研究で用いた計算手法を示す。以降の節で、採用した計算手法や離散化手法、乱流モデルなどの詳細について示す。

2.2.1 支配方程式

支配方程式として用いる Navier-Stokes 方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dv + \int_S \left[F(Q) - \frac{1}{Re} F_v(Q) \right] \cdot ds = 0 \quad (2.3)$$

である。ここで、 Q は保存量ベクトル、 F は非粘性ベクトル、 F_v は粘性ベクトル、 ds は各セルの面積の絶対値を持つ外向き垂直方向ベクトルである。それぞれを書き下すと、

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}$$

$$F(Q) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e + p)u \end{pmatrix} i + \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e + p)v \end{pmatrix} j + \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (e + p)w \end{pmatrix} k$$

表 2.2 計算手法

	Koning et al. [21]	Current study
CFD solver	OVERFLOW 2.2n	FaSTAR
Inviscid flux	6 th -order central difference	SLAU2
Time marching	2 nd -order backward difference	LU-SGS
Gradient calculation	N/A	GLSQ
Flux limiter	N/A	Minmod
Turbulence model	SA-AFT2017b	Menter SST with $\gamma-Re_{\theta t}$
		LES (SGS : WALE)

$$F_v(Q) = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \beta_x \end{pmatrix} i + \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \beta_y \end{pmatrix} j + \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \beta_z \end{pmatrix} k \quad (2.4)$$

となる． ρ は流体の密度， u, v, w はそれぞれ x, y, z 方向の速度， e は単位体積当たりの全エネルギー， p は圧力である． i, j, k はそれぞれ x, y, z 方向の単位ベクトルである．また，ニュートン流体の粘性応力テンソルは，

$$\tau_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + 2\mu \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.5)$$

となり，体積粘性率が0という Stokes の仮定より， $\tau_{ii} = 0$ となるため，これを用いると，

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.6)$$

となる．これにより式(2.5)は以下のように示すことができる．

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \beta_x &= u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\kappa}{(\gamma-1)\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x} = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + \frac{\kappa}{(\gamma-1)\text{Pr}} \left\{ \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) \right\} \\ \beta_y &= u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\kappa}{(\gamma-1)\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial y} = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{\kappa}{(\gamma-1)\text{Pr}} \left\{ \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right\} \\ \beta_z &= u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\kappa}{(\gamma-1)\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial z} = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{\kappa}{(\gamma-1)\text{Pr}} \left\{ \frac{\gamma}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{p}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

ここで、 μ は粘性係数、 κ は熱伝導係数、 γ は比熱比である。温度勾配は理想気体の状態方程式を用いて変換している。また、これまでに示した各種変数は以下のように無次元化している。

$$x = \frac{\tilde{x}}{L}, y = \frac{\tilde{y}}{L}, z = \frac{\tilde{z}}{L}, \rho = \frac{\tilde{\rho}}{\rho_\infty}, u = \frac{\tilde{u}}{a_\infty}, T = \frac{\tilde{T}}{T_\infty}, p = \frac{\tilde{p}}{p_\infty}, e = \frac{\tilde{e}}{\rho_\infty a_\infty^2}, \mu = \frac{\tilde{\mu}}{\mu_\infty}, k = \frac{\tilde{k}}{k_\infty},$$

$$Re = \frac{\rho_\infty a_\infty L}{\mu_\infty} = \frac{\rho_\infty U_\infty L a_\infty}{\mu_\infty U_\infty} = Re_\infty \frac{1}{M_\infty}, Pr = \frac{C_p \mu_\infty}{\kappa_\infty} \quad (2.8)$$

ここで、チルダ (\sim) がついている変数は有次元量を、無限大 (∞) がついている変数は一様流の値を示している。 L は代表長さであり、翼の場合はコード長 (c) を用いる。 a_∞ は一様流音速であり、 Pr はプラントル数である。

粘性係数は温度によって変化するため、以下の Sutherland の式から算出する。

$$\mu = \frac{\tilde{\mu}}{\mu_\infty} = \frac{\tilde{\mu}_{ref} \tilde{T}_{ref} + C}{\mu_\infty \tilde{T} + C} \left(\frac{\tilde{T}}{\tilde{T}_{ref}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.9)$$

式中の μ は無次元値であり、プラントル数を一定とすると、無次元化された粘性係数と熱伝導係数は等しい。

$$\mu = \kappa \quad (2.10)$$

単位体積当たりの全エネルギーは、

$$e = \rho \left(\bar{E} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) \quad (2.11)$$

と書ける。 \bar{E} は単位質量当たりの内部エネルギーであり、等積比熱 C_v を用いて以下のように書き換えられる。

$$\bar{E} = C_v T = \frac{1}{\gamma - 1} R \cdot \frac{p}{\rho R} = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (2.12)$$

これを用いると式(2.11)の全エネルギーは、

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \left(\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) \quad (2.13)$$

となる．さらに，音速 a を用いて表すと，

$$e = \rho \left(\frac{a^2}{\gamma(\gamma - 1)} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) \quad (2.14)$$

また， $(e+p)$ は単位体積当たりの全エンタルピー h であり，以下のように書くことができる．

$$e + p = \frac{\gamma p}{\gamma - 1} + \rho \left(\frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) = \rho \left(\frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right) = \rho H = h \quad (2.15)$$

ここで， H は単位質量当たりの全エンタルピーである．式(2.14)より，圧力は以下のように表すことができる．

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2 + w^2) \right\} \quad (2.16)$$

温度については，以下に示す無次元化された理想気体方程式を用いて算出する．

$$p = \frac{1}{\gamma} \rho T \quad (2.17)$$

2.2.2 空間離散化手法

空間離散化には，有限体積法のセル中心法を用いる．セル各面での垂直方向の流束と面積を掛けたものの和で，式(2.18)のように評価する．

$$\int_S F(Q) \cdot ds = \sum_{k_{max}} \{ F_k(Q) \cdot ds_k \} \quad (2.18)$$

ここで， ds は図 2.3 に示すように面積の絶対値をもつ外向き垂直ベクトルである．また， k は各面の番号を示し，要素の面の数だけ存在する．例えば，四面体では $k_{max} = 4$ ，六面体では $k_{max} = 6$ となる．

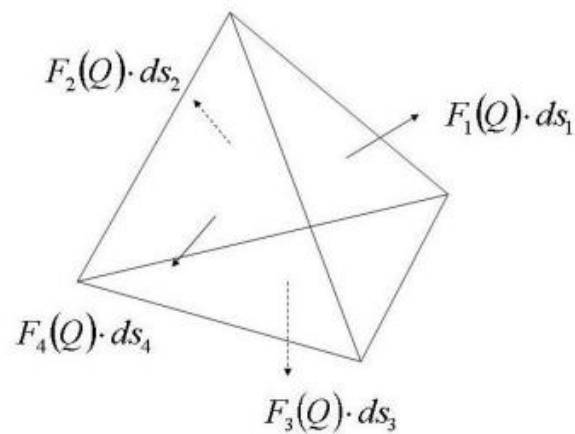


図 2.3 積分の評価[32]

また、各流束は以下のように算出することができる。

$$F \cdot ds = (f_x n_x + f_y n_y + f_z n_z)S = T^{-1}T(f_x n_x + f_y n_y + f_z n_z)S = T^{-1}F_n S \quad (2.19)$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & t_{1x} & t_{1y} & t_{1z} & 0 \\ 0 & t_{2x} & t_{2y} & t_{2z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$F_n = \begin{pmatrix} \rho u_n \\ \rho u_n^2 + p \\ \rho u_n u_{t1} \\ \rho u_n u_{t2} \\ (e + p)u_n \end{pmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & t_{1x} & t_{2x} & 0 \\ 0 & n_y & t_{1y} & t_{2y} & 0 \\ 0 & n_z & t_{1z} & t_{2z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

ここで、 f_x, f_y, f_z は x, y, z 方向の流束、 T は回転行列、 S は面積（スカラー量）である。回転行列の成分の (n_x, n_y, n_z) は面の法線ベクトル成分（垂直外向き）、 $(t_{1x}, t_{1y}, t_{1z}), (t_{2x}, t_{2y}, t_{2z})$ は2つの接線ベクトルである。これらの法線ベクトル、接線ベクトルは単位ベクトルである。また、 u_n, u_{t1}, u_{t2} は法線方向、接線方向の速度である（図 2.4 参照）。ここで、以下の関係式が成り立つ。

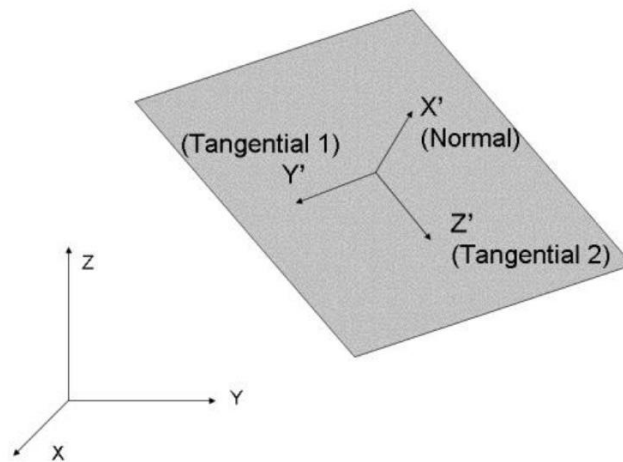


図 2.4 局所座標系と全体座標系[32]

$$Q_n = TQ$$

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_n \\ \rho u_{t1} \\ \rho u_{t2} \\ e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & t_{1x} & t_{1y} & t_{1z} & 0 \\ 0 & t_{2x} & t_{2y} & t_{2z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Q_n はセル垂直方向に x 軸をもつ局所座標系での保存量ベクトル， Q は全体座標系での保存量ベクトルである．式(2.20)の F_n はセル境界面で定義され，リーマン解法では境界面を挟んだ両側の値 Q_{na}, Q_{nb} を用いて以下のように算出される．

$$F_n = F_n(Q_{na}, Q_{nb}) \quad (2.22)$$

ここで， Q_{na}, Q_{nb} は式(2.21)を用いて求める．

2.2.3 再構築法

算出した勾配を用いてセル内を再構築し，流束を計算する面上の値を算出する．セル内の分布を勾配を用いて線形で再構築するために，以下の式を用いる．

$$Q'_{ai} = Q_a + \nabla Q_a \cdot r_{ai} \quad (2.23)$$

ここで，図 2.5 に示すように， Q'_{ai} は再構築された面上の値， Q_a はセル平均値， ∇Q_a は勾配， r_{ai} はセル中心から面に向かうベクトルである．非粘性流束を計算する際に使用する値を平均

値 (Q_a, Q_b) から再構築された値 (Q'_a, Q'_b) にすることで高次精度化が可能となる。本研究では線形内挿しているため空間 2 次精度である。しかし，単調性を維持し安定して計算を行うため，制限関数（リミタ） Φ_a を使用して，式(2.23)は以下の式となる。

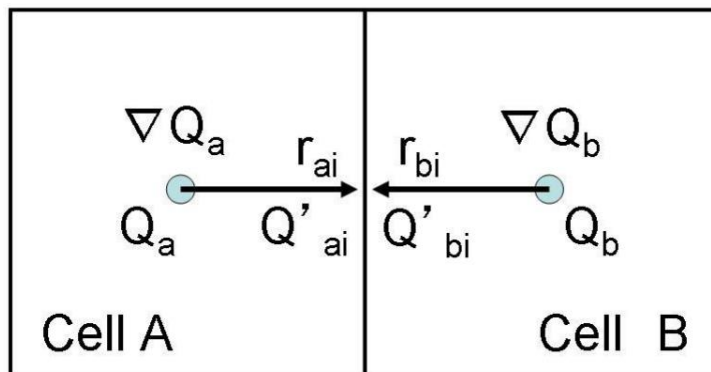


図 2.5 再構築法[32]

$$\hat{Q}'_{ai} = Q_a + \Phi_a \nabla Q_a \cdot r_{ai} \quad (2.24)$$

本研究では衝撃波を捉える必要があるため，不連続面で安定して計算できるよう，効果的に空間精度を下げられる Minmod[33]を制限関数として使用した。

2.2.4 勾配計算法

粘性流束の算出に用いる勾配の計算方法には，GLSQ 法[34]を用いる。なお，セル内の物理量の再構築に用いる勾配も同様に GLSQ 法により算出する。GLSQ 法は鳴ら[34]によって開発された，Green-Gauss[35]と Weighted-Least-Square[35]のハイブリッド手法である。壁表面近くの薄く曲がった格子には Green-Gauss を使用し，壁から離れた場所では Weighted-Least-Square になる。GLSQ では以下の式を用いて勾配を求める。

$$[\beta M + 2(1 - \beta)VI] \nabla q = \beta \sum_j \varpi_j L_j \Delta \vec{x}_{tj} \Delta q_j + (1 - \beta) \sum_j s_j \vec{x}_{nj} \Delta q_j \quad (2.25)$$

ここで，

$$\beta \in [0,1]$$

$$M = \begin{pmatrix} I_{XX} & I_{XY} & I_{ZX} \\ I_{XY} & I_{YY} & I_{YZ} \\ I_{ZX} & I_{YZ} & I_{ZZ} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
I_{AB} &= \sum_j \varpi_j \Delta A_j \Delta B_j \\
\varpi_j &= \left(2 \frac{l_j'}{L_j'}\right)^2 \frac{s_j}{L_j} \\
\beta &= \min\left(1, \frac{V}{\max(\Delta x_j) \cdot \max(s_j)}\right)
\end{aligned} \tag{2.26}$$

である.

2.2.5 非粘性流束計算法

非粘性流束 (式(2.22)における F_n) の算出には, 近似リーマン解法を用いた. 本研究では近似リーマン解法として, 北村らにより開発された SLAU2[36]を使用した. SLAU2 は, 嶋らにより開発された AUSM 系の全速度スキームである SLAU[37]の改良版である. SLAU2 は衝撃波異常 (カーバンクル現象) に対して非常にロバストであることが報告されているため[36], 本研究のように, 広範囲のマッハ数や迎角条件に対して, 手法を変更することなく体系的かつ効率的に計算を行うことが可能である. SLAU2 では非粘性流束を以下のように算出する.

$$F_n = \frac{\dot{m} + |\dot{m}|}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ H \end{pmatrix}_b + \frac{\dot{m} - |\dot{m}|}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ u \\ H \end{pmatrix}_a + \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{p} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

ここで, \dot{m} は以下のように求める.

$$\begin{aligned}
\dot{m} &= \frac{1}{2} \left\{ \rho_b (u_b + |\bar{u}|_b) + \rho_a (u_a + |\bar{u}|_a) - \frac{\chi}{\bar{c}} \Delta p \right\} \\
\chi &= (1 - \hat{M})^2 \\
\hat{M} &= \min\left(1, \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{u_b^2 + u_a^2}{2}}\right) \\
|\bar{u}|_{a,b} &= (1 - g) \frac{\rho_b |u_b| + \rho_a |u_a|}{\rho_b + \rho_a} + g |u|_{a,b} \\
g &= -\max\{\min(M_b, 0), -1\} \times \min\{\max(M_a, 0), 1\} \\
M_{a,b} &= \frac{u_{a,b}}{\bar{c}} \\
\bar{c} &= \frac{c_a + c_b}{2}
\end{aligned}$$

$$\tilde{p} = \frac{p_b + p_a}{2} + \frac{\beta_b + \beta_a}{2} (p_b - p_a) + \sqrt{\frac{u_b^2 + u_a^2}{2}} (\beta_b + \beta_a - 1) \frac{\rho_b + \rho_a}{2} \bar{c}$$

$$\beta_{a,b} = \begin{cases} \frac{1}{4} (2 \mp M_{a,b}) (M_{a,b} \pm 1)^2, & |M_{a,b}| < 1 \\ \frac{1}{2} \{1 + \text{sign}(\pm M_{a,b})\}, & |M_{a,b}| \geq 1 \end{cases} \quad (2.28)$$

特に圧力流束 \tilde{p} の算出方法が SLAU と異なり, 圧力流束の散逸量がマッハ数に比例する形へと変更されている[36].

2.2.6 粘性流束計算法

粘性流束を算出する場合には, 面上での勾配の値が必要となる. この勾配は以下の式から算出する.

$$\overline{\nabla Q}|_{face} = \overline{\nabla Q}|_{face} - \left(\overline{\nabla Q}|_{face} \cdot \frac{L_{ab}}{|L_{ab}|} - \frac{Q_b - Q_a}{|L_{ab}|} \right) \frac{L_{ab}}{|L_{ab}|}$$

$$L_{ab} = x_b - x_a \quad (2.29)$$

ここで, x_a, x_b はセル A, B の位置ベクトルで, L_{ab} はセル A の中心からセル B の中心に向かうベクトルである. 勾配以外の各種変数はセル A とセル B の平均値を用いる. (n_x, n_y, n_z) を垂直ベクトルにもつ面に対する粘性ベクトルは以下のように書くことができる.

$$F_v(Q) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \\ \beta_x & \beta_y & \beta_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

2.2.7 時間積分法

本研究では, 時間積分法に LU-SGS 法[38]を使用した. LU-SGS 法を以下に示す. 1 次の後退 Euler 法を用いて, さらに流束の変化をヤコビアンで線形近似すると, 解くべき離散式は, 以下のように書くことができる.

$$\left(\frac{V_i}{\Delta t} I + \frac{\partial F_{ij}}{\partial Q_i} \right) \Delta Q_i = R_i \quad (2.31)$$

ここで、 V_i はセル i の体積、 Δt は時間刻み、 F_{ij} はセル i とセル j の間のフラックス、 ΔQ_i はセル i の保存量ベクトルの変化量、 R_i はセル i の右辺 (非粘性及び粘性フラックスの和) である。また、 $\partial F_{ij}/\partial Q_i$ はヤコビアン行列である。例えば図 2.6 のようなセル番号の配置を考えると、セル番号 5 について式(2.31)は以下のようなになる。

$$\left(0 \quad \frac{\partial F_{52}}{\partial Q_2} \quad \frac{\partial F_{53}}{\partial Q_3} \quad 0 \quad \frac{V_i}{\Delta t} I + \frac{\partial F_{52}}{\partial Q_5} + \frac{\partial F_{53}}{\partial Q_5} + \frac{\partial F_{57}}{\partial Q_5} + \frac{\partial F_{58}}{\partial Q_5} \quad 0 \quad \frac{\partial F_{57}}{\partial Q_7} \quad \frac{\partial F_{58}}{\partial Q_8} \quad 0 \right) \begin{pmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta Q_7 \\ \Delta Q_8 \\ \Delta Q_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \\ R_8 \\ R_9 \end{pmatrix} \tag{2.32}$$

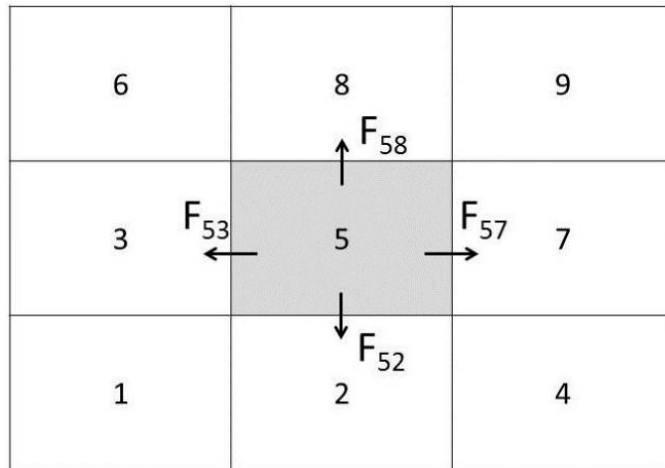


図 2.6 セルの配置とフラックス[32]

左辺のフラックスは 1 次精度のため、隣り合うセルの値のみから決定される。LU-SGS 法では、この行列を下三角行列 L 、対角行列 D 、上三角行列 U に分ける。上の例では、セル番号 5 未満のセル 2, 3 が L に属し、5 より大きいセル 7, 8 が U に属する。LU-SGS 法では、下記のように LDU 分解を行う。

$$(L + D + U)\Delta Q \approx (L + D)D^{-1}(D + U)\Delta Q \tag{2.33}$$

これを、次の二段階のステップで解く。

$$\begin{aligned} (L + D)\Delta Q^* &= R && \text{forward sweep} \\ (D + U)\Delta Q &= D \Delta Q^* && \text{backward sweep} \end{aligned} \tag{2.34}$$

また、ヤコビアンは1次精度とし、フラックスを Rusanov 法 (one-wave 近似) で評価する。つまり、フラックスを

$$F_{ij} = \frac{1}{2} [F(Q_i) + F(Q_j) - \rho_A(Q_j - Q_i)] \quad (2.35)$$

のように近似する。ここで ρ_A は最大固有値の絶対値である。また、セル i から外側に向いている法線ベクトルを正の方向としている。この式を用いてヤコビアンを計算すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{ij}}{\partial Q_i} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial F_i}{\partial Q_i} - \rho_A I \right) \\ \frac{\partial F_{ij}}{\partial Q_j} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial F_j}{\partial Q_j} - \rho_A I \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

となる。これを用いると、対角項の成分においてヤコビアンの部分がキャンセルし、

$$D_i = \sum_{j \in D(i)} \left(\frac{V_i}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{j \in D(i)} \rho_{Aj} S_j \right) I \quad (2.37)$$

のようにスカラー近似できる。このようにすることにより、行列の反転を無くし、スカラーの割り算にすることができる。さらに、スイープ中での計算においても、

$$\frac{\partial F_{ij}}{\partial Q_i} \Delta Q_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial F_{ij}}{\partial Q_i} \Delta Q_i - \rho_A \Delta Q_i \right) \approx \frac{1}{2} (F(Q_i + \Delta Q_i) - F(Q_i) - \rho_A \Delta Q_i) \quad (2.38)$$

と近似すれば、さらに行列計算の全くない **matrix-free** の陰解法が可能となる。また、粘性項のフラックスは直接使用せず、最大固有値で考慮する。最終的に、LU-SGS 法は以下の二段階のステップで解く。

$$\begin{aligned} \Delta Q_i^* &= D_i^{-1} \left[R_i - \frac{1}{2} \sum_{j \in L(i)} [(F(Q_j + \Delta Q_j^*) - F(Q_j) - \rho_A \Delta \bar{Q}_j^*) S_{ij}] \right] && \text{forward sweep} \\ \Delta Q_i &= \Delta Q_i^* - D_i^{-1} - \frac{1}{2} \sum_{j \in U(i)} [(F(Q_j + \Delta Q_j) - F(Q_j) - \rho_A \Delta Q_j) S_{ij}] && \text{backward sweep} \\ R_i &= \sum_{j \in i} [F_{ij} S_{ij}] \end{aligned}$$

$$D_i = \sum_{j \in D(i)} \left(\frac{V_i}{\Delta t} + \frac{1}{2} \sum_{j \in D(i)} \rho_{Aj} S_j \right) I$$

$$\rho_A = \vec{U} \cdot \vec{n} + c + \frac{2\mu}{Re\phi h} \quad (2.39)$$

ここで、式中の流束 F は以下の式によって算出する。

$$F(Q) = \begin{pmatrix} \rho u_n \\ \rho u_n u + \rho n_x \\ \rho u_n v + \rho n_y \\ \rho u_n w + \rho n_z \\ \rho u_n H \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

u_n は垂直方向速度で、 n は垂直方向ベクトルである。前進スイープでは、セル番号 1 番から最大のセル番号まで順にスイープする。

また、時間刻みに関しては、本解析では非定常計算をするため、2 次の後退差分を用いた **Dual time stepping** 法を採用した。疑似時間 τ を導入して、内部反復の計算に用いる。非定常計算の場合、式(2.31)は以下のようになる。

$$\left(\left(\frac{3}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta \tau} \right) V_i I + \frac{\partial F_{ij}}{\partial Q_i} \right) \Delta Q_i^m = R_i - \frac{3Q_i^m - 4Q_i^n + Q_i^{n-1}}{2\Delta t}$$

$$\Delta Q^m = Q^{m+1} - Q^m \quad (2.41)$$

ここで、 m は内部反復の数を示しており、本解析では $m=5$ とした。 n は外部反復の数を示している。十分に内部反復を実施した後、 $Q^{n+1} = Q^{m+1}$ として次のステップの計算を行う。FaSTAR では内部反復に局所時間刻みを使用しており、CFL から $\Delta \tau$ を決定している。 Δt は統一時間刻みで算出する。

2.2.8 乱流モデル

本研究の 2 次元計算には RANS を、3 次元計算には LES を用いた。それぞれの詳細について以下に示す。

2.2.8.1 RANS

本研究の 2 次元非定常計算には、乱流モデルに Menter SST[39] を、遷移モデルには Menter γ - $Re_{\theta l}$ [40] を用いた。Menter SST モデルは以下の式で表される。

$$\begin{aligned}\frac{D\rho k}{Dt} &= \min\left(P, \frac{Re_\infty}{M_\infty} 20\beta^* \rho \omega k\right) - \frac{Re_\infty}{M_\infty} \beta^* \rho \omega k + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ \frac{D\rho \omega}{Dt} &= \frac{\gamma}{\nu_t} P - \frac{Re_\infty}{M_\infty} \beta \rho \omega^2 + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{M_\infty}{Re_\infty} 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}\end{aligned}\quad (2.42)$$

ここで、乱流運動エネルギー k とエネルギー散逸率 ω は次のような無次元化が施されている。

$$k = \frac{\tilde{k}}{a_\infty^2}, \omega = \frac{\mu_\infty \tilde{\omega}}{\rho_\infty a_\infty^2}, \mu_t = \frac{\tilde{\mu}_t}{\mu_\infty}, \nu_t = \frac{\rho_\infty}{\mu_\infty} \tilde{\nu}_t \quad (2.43)$$

生成項 P は、

$$P = \frac{M_\infty}{Re_\infty} \mu_t \left[S^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.44)$$

のようにひずみ速度で評価される。その他のパラメータは以下のように表される。

$$\begin{aligned}\phi &= F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \phi \text{ means } \gamma, \sigma_k, \sigma_\omega, \beta \\ F_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\ \arg_1 &= \min \left[\frac{M_\infty}{Re_\infty} \max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \\ CD_{k\omega} &= \max \left(2 \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{L^2}{\rho_\infty a_\infty^2} 10^{-20} \right) \\ \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \\ \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \\ \sigma_{k1} &= 0.85, \sigma_{k2} = 1.0 \\ \sigma_{\omega 1} &= 0.5, \sigma_{\omega 2} = 0.856 \\ \beta_1 &= 0.075, \beta_2 = 0.0828 \\ \beta^* &= 0.09, \kappa = 0.41, a_1 = 0.31\end{aligned}\quad (2.45)$$

以上を用いて、乱流粘性の評価は、

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max \left(a_1 \omega, \frac{M_\infty}{Re_\infty} \Omega F_2 \right)} \quad (2.46)$$

ここで,

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2)$$

$$\arg_2 = \frac{M_\infty}{Re_\infty} \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{500\nu}{d^2 \omega}\right)$$

となる.

遷移モデルに使用した Menter γ - $Re_{\theta t}$ モデル[40]は, 乱流遷移を捉えるために Langtry と Menter が開発した 2 方程式モデルであり, 第 1 の方程式である intermittency equation は以下の式で表される.

$$\frac{D\rho\gamma}{Dt} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2.47)$$

ここで,

$$P_\gamma = F_{length} c_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0)$$

$$F_{onset2} = \min(\max(F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0)$$

$$F_{onset3} = \max\left(1 - \left(\frac{R_T}{2.5}\right)^3, 0\right)$$

$$F_{onset1} = \frac{Re_\nu}{2.193 \times Re_{\theta c}}$$

$$F_{turb} = \exp\left(-\left(\frac{R_T}{4}\right)^4\right) \quad (2.48)$$

であり, 式中の係数は,

$$c_{e1} = 1.0, c_{a1} = 2.0, c_{e2} = 50, c_{a2} = 0.06, \sigma_f = 1.0 \quad (2.49)$$

となっている. 第 2 の方程式である transport equation for the transition momentum thickness Reynolds number は以下の式で表される.

$$\frac{D\rho \overline{Re_{\theta t}}}{Dt} = P_{\theta t} + \frac{M_\infty}{Re_\infty} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{Re_{\theta t}}}{\partial x_j} \right] \quad (2.50)$$

ここで,

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \overline{Re_{\theta t}})(1 - F_{\theta t})$$

$$t = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (2.51)$$

である。式中の係数は、

$$c_{\theta t} = 0.03, \sigma_{\theta t} = 2.0 \quad (2.52)$$

となっている。

$Re_{\theta t}$, $Re_{\theta c}$, F_{length} はモデルの振る舞いを決めるパラメータであり、本研究では Langtry と Menter の提唱する以下の経験式を採用している。

$$Re_{\theta t} = \begin{cases} \left[1173.51 - 589.428Tu + \frac{0.2196}{Tu^2} \right] F(\lambda_{\theta}), Tu \leq 1.3 \\ 331.50[Tu - 0.5658]^{-0.671} F(\lambda_{\theta}), Tu > 1.3 \end{cases} \quad (2.53)$$

$$F(\lambda_{\theta}) = \begin{cases} 1 + [12.986\lambda_{\theta} + 123.66\lambda_{\theta}^2 + 405.689\lambda_{\theta}^3] \exp\left(-\left(\frac{Tu}{1.5}\right)^{1.5}\right), \lambda_{\theta} \leq 0 \\ 1 + 0.275[1 - \exp(-35.0\lambda_{\theta})] \exp\left(-\frac{Tu}{0.5}\right), \lambda_{\theta} > 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

ここで、

$$\lambda_{\theta} = \frac{\rho\theta_t^2}{\mu} \frac{dU}{ds}, Re_{\theta t} = \frac{\rho U \theta_t}{\mu} \quad (2.55)$$

という関係が成立しているため、繰り返し代入法などにより解くことになる。

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} \overline{Re_{\theta t}} - \begin{pmatrix} 396.035 \times 10^{-2} \\ -120.656 \times 10^{-4} \overline{Re_{\theta t}} \\ +868.230 \times 10^{-6} \overline{Re_{\theta t}}^2 \\ -696.506 \times 10^{-9} \overline{Re_{\theta t}}^3 \\ +174.105 \times 10^{-12} \overline{Re_{\theta t}}^4 \end{pmatrix}, \overline{Re_{\theta t}} \leq 1870 \\ \overline{Re_{\theta t}} - (593.11 + (\overline{Re_{\theta t}} - 1870.0) \times 0.482), \overline{Re_{\theta t}} > 1870 \end{cases} \quad (2.56)$$

$$F_{length} = \begin{cases} \left(\begin{array}{l} 398.189 \times 10^{-1} \\ -119.270 \times 10^{-4} \overline{Re}_{\theta t} \\ -132.567 \times 10^{-6} \overline{Re}_{\theta t}^2 \end{array} \right), \overline{Re}_{\theta t} < 400 \\ \left(\begin{array}{l} 263.404 \\ -123.939 \times 10^{-2} \overline{Re}_{\theta t} \\ +194.548 \times 10^{-5} \overline{Re}_{\theta t}^2 \\ -101.695 \times 10^{-8} \overline{Re}_{\theta t}^3 \end{array} \right), 400 \leq \overline{Re}_{\theta t} < 596 \\ [0.5 - (\overline{Re}_{\theta t} - 596.0) \times 3.0 \times 10^{-4}], 596 \leq \overline{Re}_{\theta t} < 1200 \\ 0.3188, 1200 < \overline{Re}_{\theta t} \end{cases} \quad (2.57)$$

2.2.8.2 LES

本研究の3次元非定常計算には、LESを使用し、サブグリッドスケール (SGS) の乱流応力の算出には Wall Adapting Local Eddy-viscosity (WALE)[41]を使用した。WALEモデルは壁面近傍で減衰関数を使用しなくとも適切に壁面近傍の挙動を再現できるモデルであり、以下のよう定式化される。

$$\begin{aligned} \mu_t &= \rho \frac{Re_\infty}{M_\infty} (C_w \Delta)^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{\frac{5}{2}} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{\frac{5}{4}}} \\ S_{ij}^d &= \frac{1}{2} (\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{g}_{kk}^2 \\ \bar{g}_{ij} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ \Delta &= \min[\max(C_{wall} d, C_{wall} \Delta_{max}, \Delta_{wn}), \Delta_{max}] \end{aligned} \quad (2.58)$$

ここで $C_{wall}=0.15$ である。また、 C_w はWALE定数であり、FaSTARでは $C_w=0.55$ を設定している。

2.3 計算格子及び境界条件

図2.7は2次元計算用の計算格子の全体図と翼周りの拡大図である。本研究では、迎角を変化させた際に格子密度の変化が小さいO型格子を採用した。計算領域は $100c$ とし、全ての気流条件下で y^+ が1.0以下となるように第1層格子幅を決定した。空力性能に対する格子密度の影響を評価するため、3段階の計算格子 (Coarse, Medium, Fine) を作成した。2次元計算では124,000点のMedium格子をベースに、翼の円周方向と垂直方向にそれぞれ格子点数を増減させ、Fine格子 (163,800点)、Coarse格子 (59,400点) を作成した。なお、FaSTARでは支配方程式を3次元から2次元に変更することができないため、翼のスパン方向に1セル (1.0m) のみ押し出すことで、3次元格子でありながら、2次元計算ができるよう設定した。境界条件

としては、計算領域外周に一様流条件（Farfield）、両側面に対称条件（Symmetry）、翼表面に滑りなし条件（Wall）を設定した。

LES 計算では図 2.8 に示すように、2 次元計算用格子をスパン長 $0.2c$ となるように押し出し、スパン上に格子点を配置する形で作成した。両側面は周期境界条件（Periodic）としているため、例えば右側面から流出した物理量は、そのまま同じ位置の左側面に流入するようになっている。2 次元と同様に 3 段階の格子密度を持つ格子を作成し、格子収束性の確認を行った。Lee ら[42]は低レイノルズ数域において、石井翼周りの流れ場を LES や RANS で解析しており、LES では 1,700 万点程度の格子で格子収束がとれていることを報告している。表 2.3 に示すように、本研究においても Lee ら[42]と同等かそれ以上の格子密度となるよう、計算格子を作成した。格子収束性の詳細については 3.2 節で述べる。

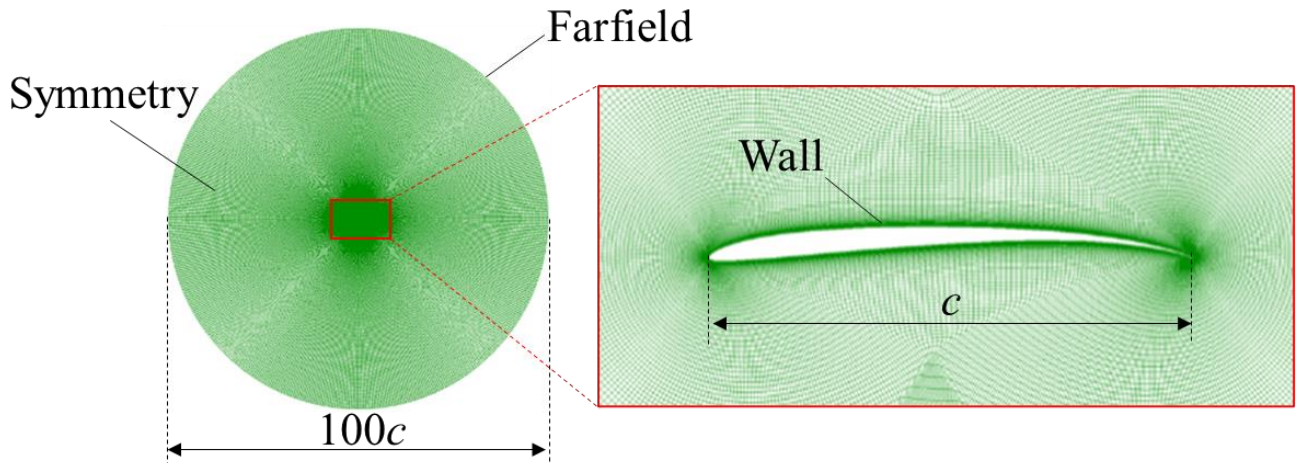


図 2.7 2 次元計算用 Medium 格子の全体図と翼近傍拡大図

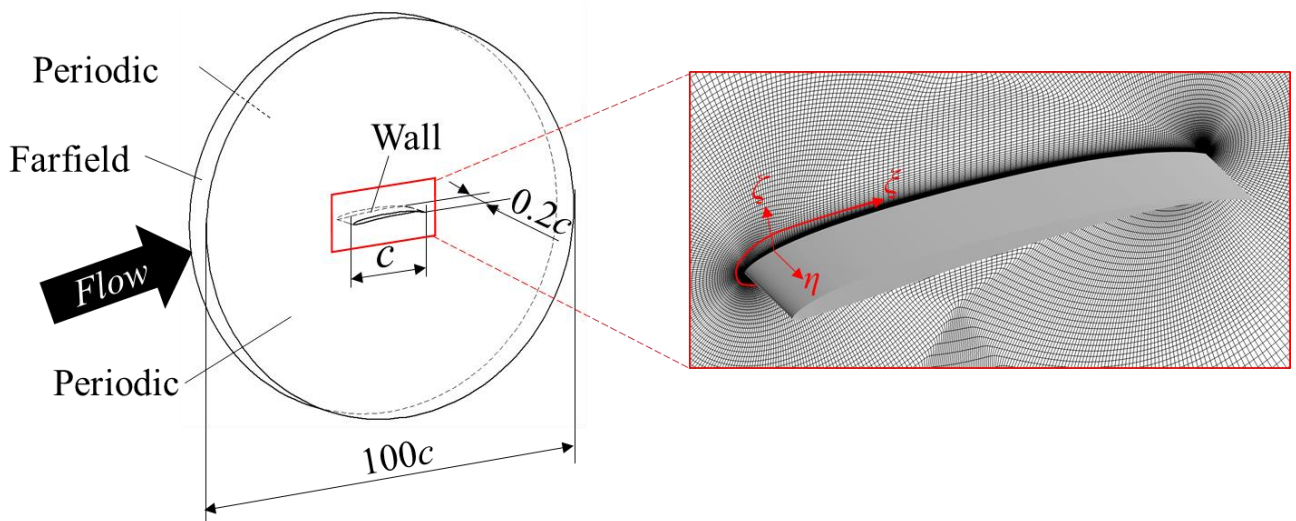


図 2.8 LES 用 Medium 格子の全体図と翼近傍拡大図

表 2.3 LES 用の 3 段階の格子密度の計算格子

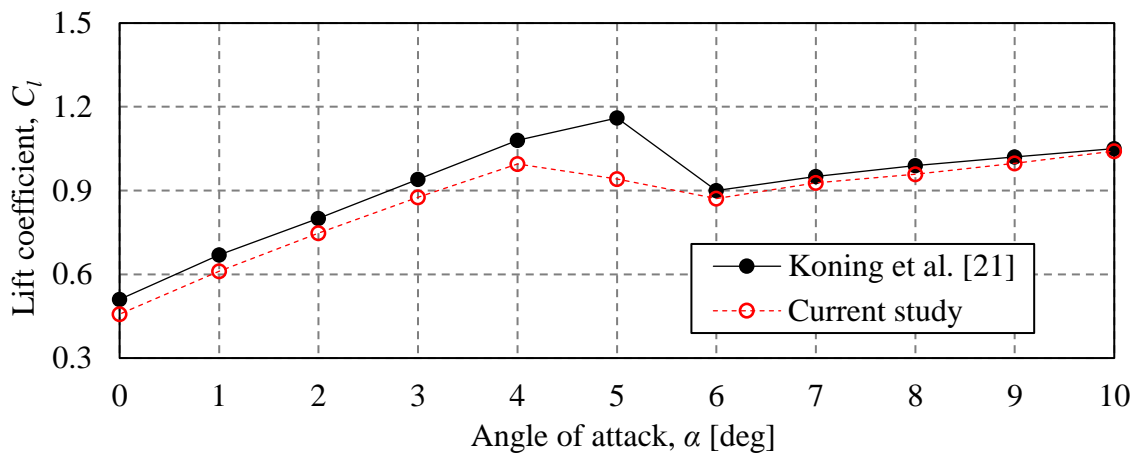
		N_{ξ}	N_{η}	N_{ζ}	Total cells
Current study	Coarse	397	141	151	8,316,000
	Medium	497	181	251	22,320,000
	Fine	547	221	301	36,036,000
D. Lee, et al., IJCFD, 2017[42]	Coarse	555	107	145	8,610,825
	Medium	693	134	179	16,662,298
	Fine	873	169	225	33,195,825

第3章 妥当性検証

本章では、設定した計算手法または計算格子が妥当であるか検証を行い、その結果について示す。3.1節で先行研究との比較 (Validation) を、3.2節で格子収束性 (Verification) について説明する。

2.4 先行研究との比較 (Validation)

本研究と同様の気流条件での実験データがないため、Koning ら[21]の2次元非定常計算の結果と比較することで、結果の定性的な妥当性を評価した。図3.1は、 $Re = 15,400$, $M = 0.60$ における空力係数 (C_l , C_d) の本結果 (2次元 RANS 計算) と Koning ら[21]の結果を比較したものである。また、図3.2に代表的なケースとして、 $\alpha = 6\text{deg}$ における空力係数の時間履歴を示している。すべての迎角で無次元時間 (ut/c) が50を超えると収束が見られたため、図3.1に示した空力係数は無次元時間の50から60までの平均をとったものである。図3.1より、揚力係数、抗力係数ともに広範囲の迎角で一致しているが、 $\alpha = 5\text{deg}$ で C_l が約19%、 C_d が約16%の差が生じていることが分かる。また、 $\alpha = 4\text{deg}$ 以下では、本研究の揚力係数は Koning らの揚力係数よりも約8%小さくなっている。これらの違いは、異なる乱流モデルを使用していることにより、本解析では比較的早期に流れが剥離することに起因していると考えられる。また、火星探査航空機の低レイノルズ数領域における風洞試験とレイノルズ平均ナビエ・ストークス (RANS) シミュレーションの結果を比較した先行研究[43]では、RANSで計測した C_l が風洞試験の結果よりも7~10%程度低くなっている。これは、乱流モデルによる剥離予測の限界によるものと報告されている。本研究でも同様の乱流モデル (Menter SST と $\gamma\text{-}Re_{\theta t}$) を用いているため、Koning らの研究[21]との差は剥離予測の誤差に起因するものと考えられる。以上のような違いが見られるが、迎角の増加に伴う翼周りの流れ場の定性的な考察に支障はないと判断した。したがって、以後の計算には同様の計算手法を使用した。ベースケースの流れ場の詳細は4.1節にて説明する。



(a) 揚力係数

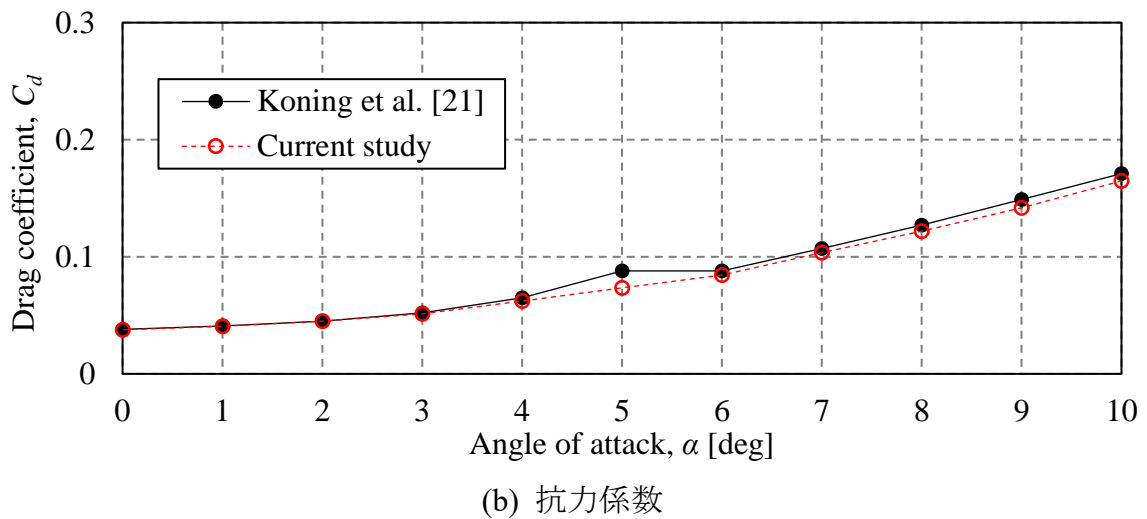


図 3.1 $Re = 15,400, M = 0.6$ における空力係数の比較

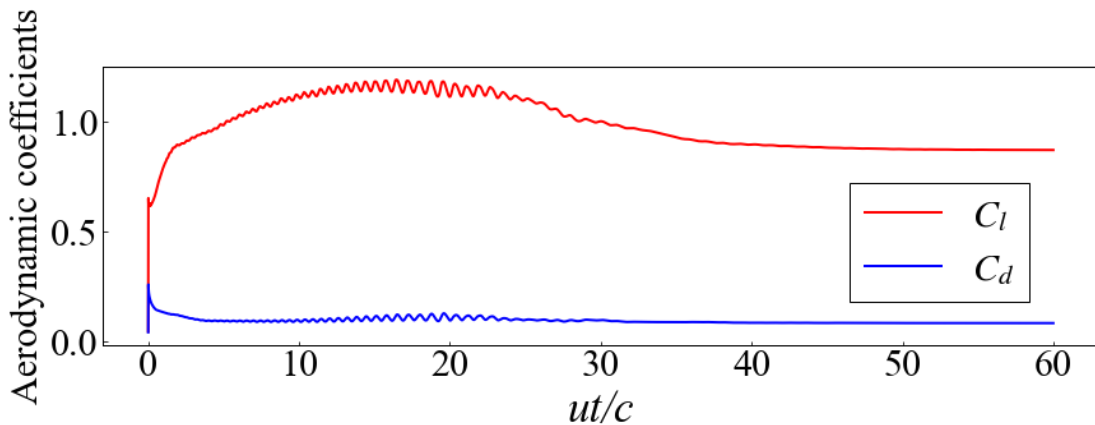
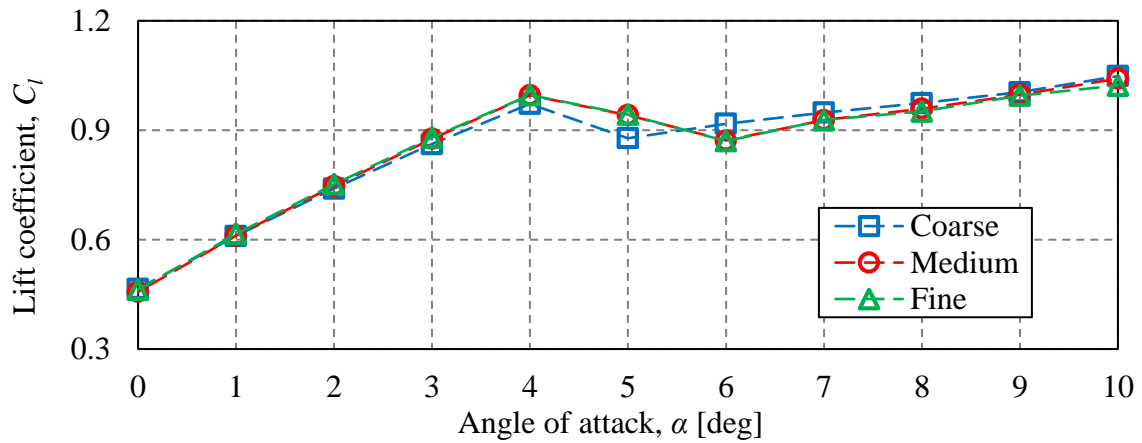


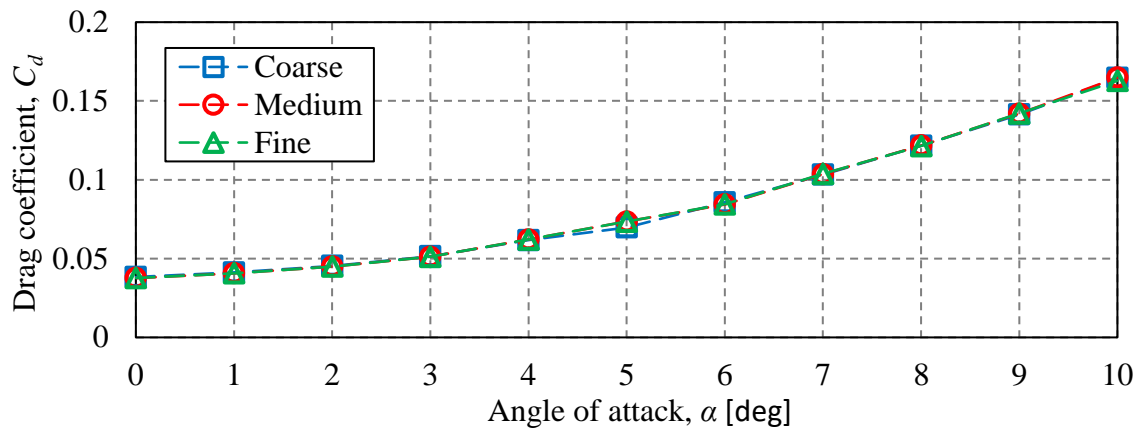
図 3.2 $\alpha = 6\text{deg}$ における空力係数の時間履歴

2.5 格子収束性 (Verification)

図 3.3 は、2次元非定常計算のベースケース ($Re = 15,400, M = 0.60$) の空力係数を 3 つの異なる格子密度 (Coarse, Medium, Fine) で比較したものである。全ての計算格子で無次元時間 50 以降に収束が見られたため、図 3.3 では無次元時間 50 から 60 までの平均値を示している。図 3.3 に示すように、 $\alpha = 5\text{deg}, 6\text{deg}$ でそれぞれ若干の差があるものの、各格子密度において同様の空力係数が得られている。特に、 $\alpha = 5\text{deg}$ における Coarse 格子と Medium 格子の比較では、揚力係数と抗力係数の差はそれぞれ約 7% と 5% であった。一方、Medium 格子と Fine 格子の差は、すべての迎角で揚力係数、抗力係数ともに 2% 以下であった。これらの結果から、Medium 格子で十分に収束していると判断し、すべての計算に Medium 格子 (格子点数: 124,000 点) を使用した。



(a) 揚力係数



(b) 抗力係数

図 3.3 $Re = 15,400, M = 0.6$ における 3 種類の格子密度を用いた空力係数の比較

以降では、3次元 LES 計算の格子収束性について述べ、代表として $Re = 15,400, M = 0.8, \alpha = 6\text{deg}$ の条件の結果を示す。図 3.4 に、Medium 格子における $x+, y+, z+$ を示す。 $x+, y+, z+$ はそれぞれ主流方向、翼面法線方向、スパン方向の無次元格子間隔を示している。Kim ら [44]によると、WALE モデルを使用して乱流遷移過程を捉えるためには、 $x+ \approx 28, y+ \approx 1.3, z+ \approx 30$ の無次元格子間隔が必要であると述べられている。また、ANSYS Fluent User's Guide [45]によると、乱流チャネル流れで境界層を解像するためには、 $x+ \approx 20, y+ \approx 1.0, z+ \approx 20$ の無次元格子間隔が必要であると述べられている。これらを基準とした際、図 3.4 より無次元格子間隔の基準を満たしていることが分かる。また、図 3.5 に各格子密度で計算した空力時間履歴を、図 3.6 に各格子密度における空力係数の比較を示す。図 3.5 より、揚力係数、抗力係数共に無次元時間 30 以降で収束が見られたため、図 3.6 の空力係数は無次元時間 30 から 40 までを平均化した値である。図 3.6 より、格子密度が高くなるにつれて空力係数は単調に減少している。しかし、Medium 格子と Fine 格子の差は最大でも 3%程度であるため、Medium 格子で十分に収束していると判断し、計算コストの削減のため、LES 計算にも Medium 格子を採用した。

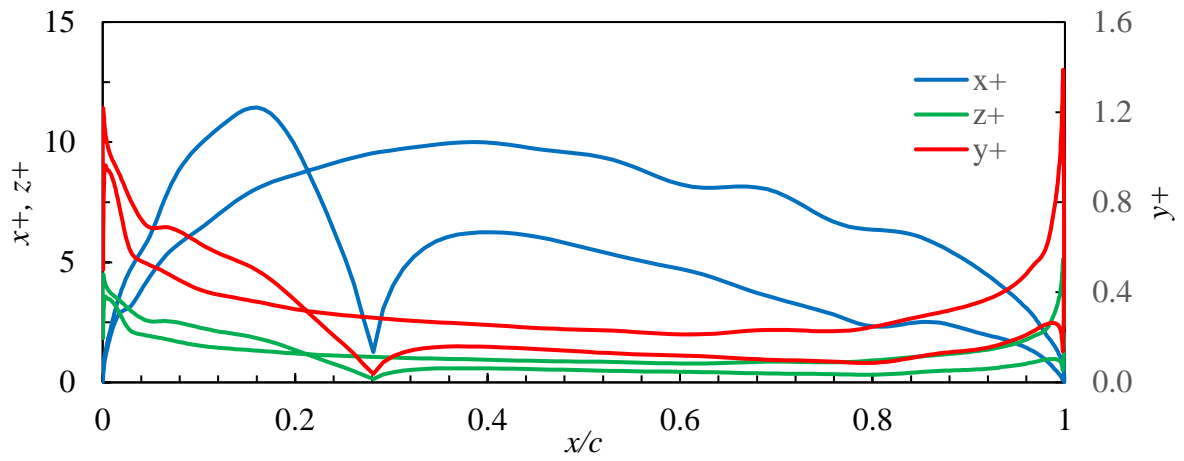
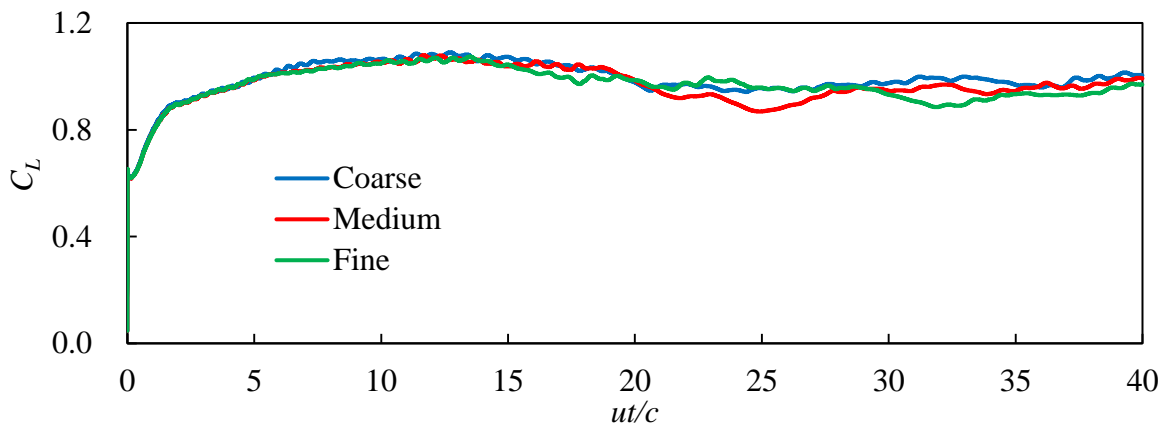
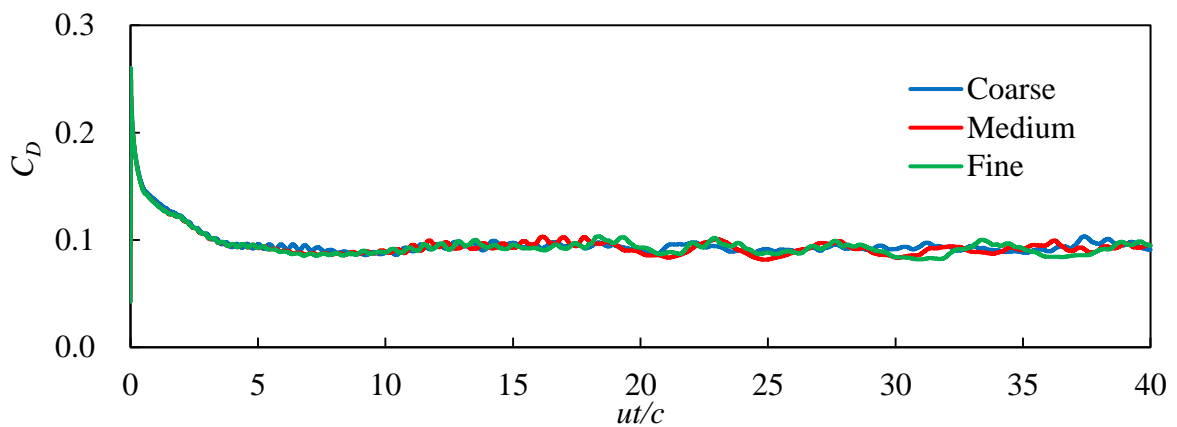


図 3.4 Medium 格子の各方向の無次元格子間隔



(a) 揚力係数



(b) 抗力係数

図 3.5 各格子密度における空力係数の時間履歴

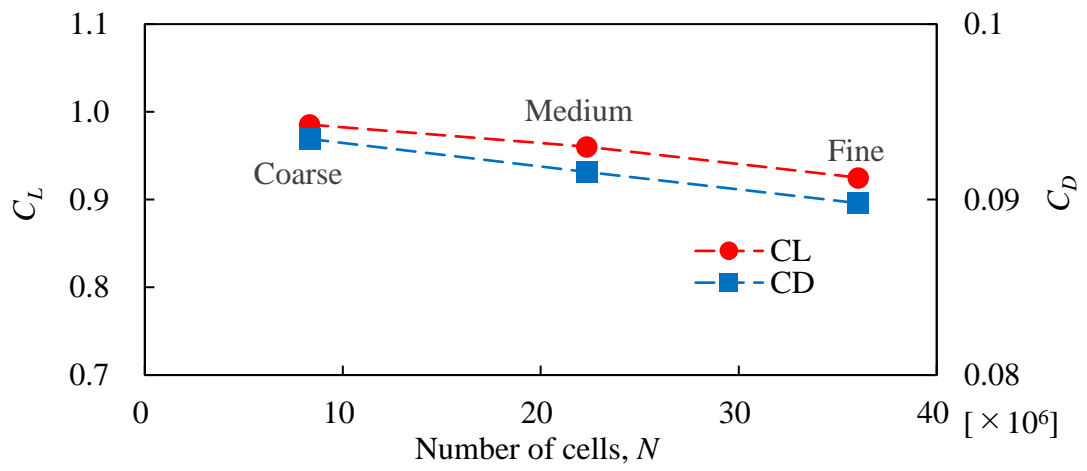


図 3.6 $Re = 15,400$, $M = 0.8$, $\alpha = 6\text{deg}$ における各格子密度の時間平均空力係数

第4章 計算結果と考察

本章では、計算結果と考察として、低レイノルズ数条件下における CLF5605 翼の圧縮性効果について説明する。4.1 節で CLF5605 翼周りの基本的な流れ場を、4.2 節で圧縮性効果を、4.3 節で遷音速域での剥離せん断層と衝撃波の干渉を、4.4 節で衝撃波が干渉した際の非定常性について示す。

2.6 CLF5605 翼周りの流れ場

図 4.1, 図 4.2 はそれぞれベースケース ($Re = 15,400, M = 0.60$) の時間平均化された翼面上の圧力係数 (C_p) 分布と、迎角ごとの速度場 (局所流速 u を一様流速 u_∞ で無次元化し、絶対値をとったもの) に流線を重ねた流れ場を示している。流線は黒線が主流方向の流れであり、白線が循環領域を示している。また、図 4.3 は、翼面上の x 方向の摩擦応力係数 (C_{fx}) を基に算出した剥離位置を示している。この際、 C_{fx} が正の値から負の値に切り替わる位置を剥離位置としている。また参考までに、図 4.4 に一般的な層流剥離泡を持つ平板の上面の圧力係数分布を示す[15]。図 4.4 より、 $x/c = 0.07$ 付近で層流分離が起こり、 $x/c = 0.44$ 付近で生じる乱流遷移によって、一度剥離したせん断層が $x/c = 0.75$ 付近で再付着することで、層流剥離泡が形成されることがわかる。しかし、図 4.1 と図 4.4 を比較すると、図 4.1 ではどの迎角においても層流から乱流への遷移を示す明確な圧力回復は見られず、後縁の C_p はゼロ付近ではなく -0.5

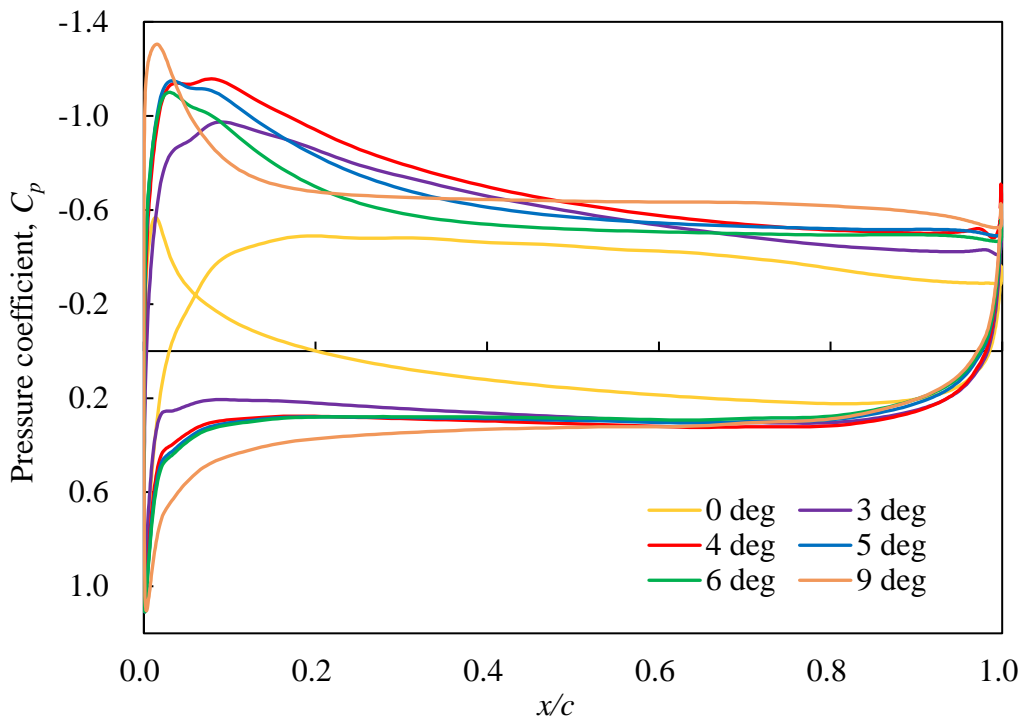


図 4.1 各迎角における翼周りの時間平均 C_p 分布

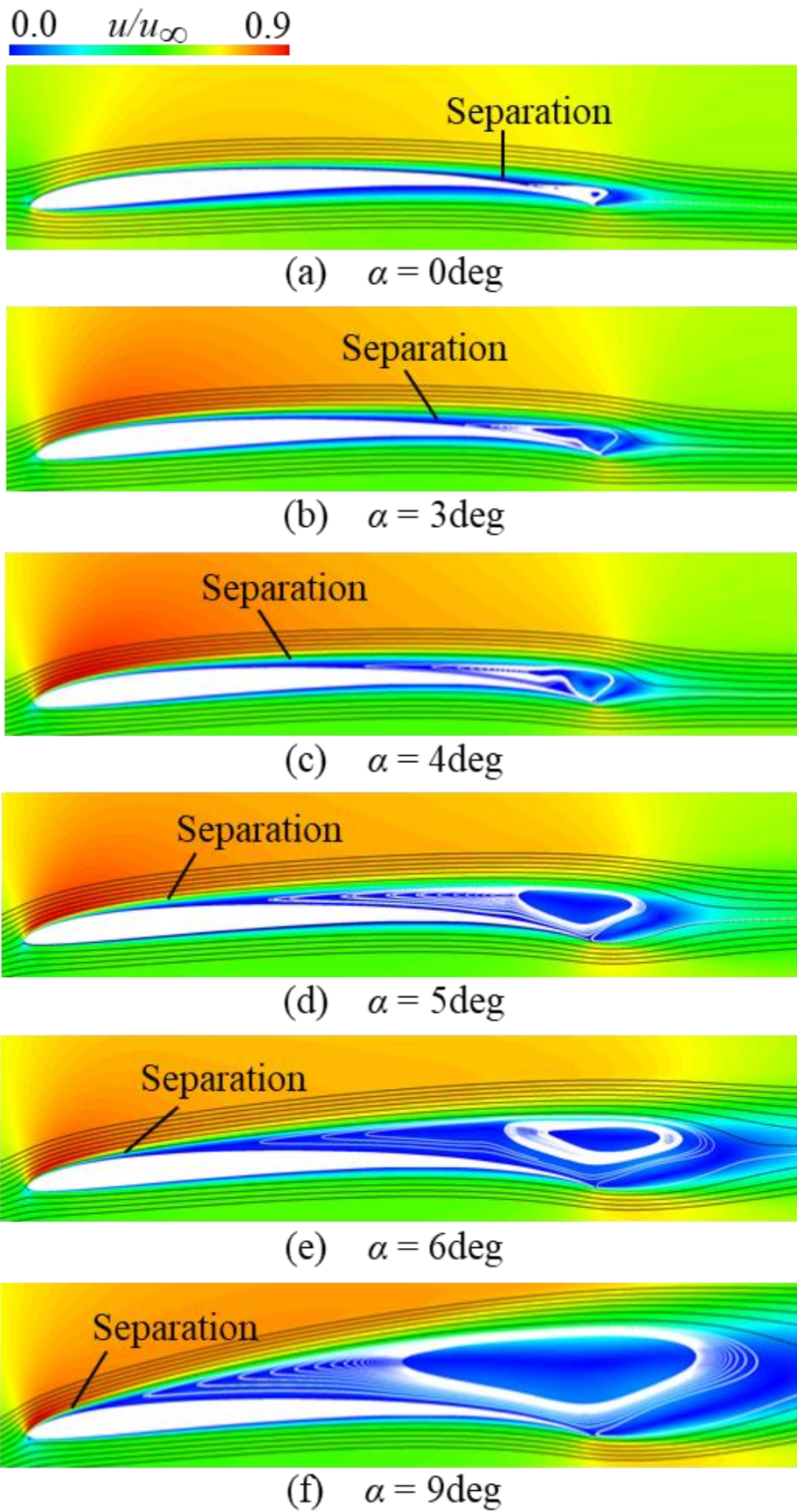


図 4.2 各迎角における時間平均速度場と流線

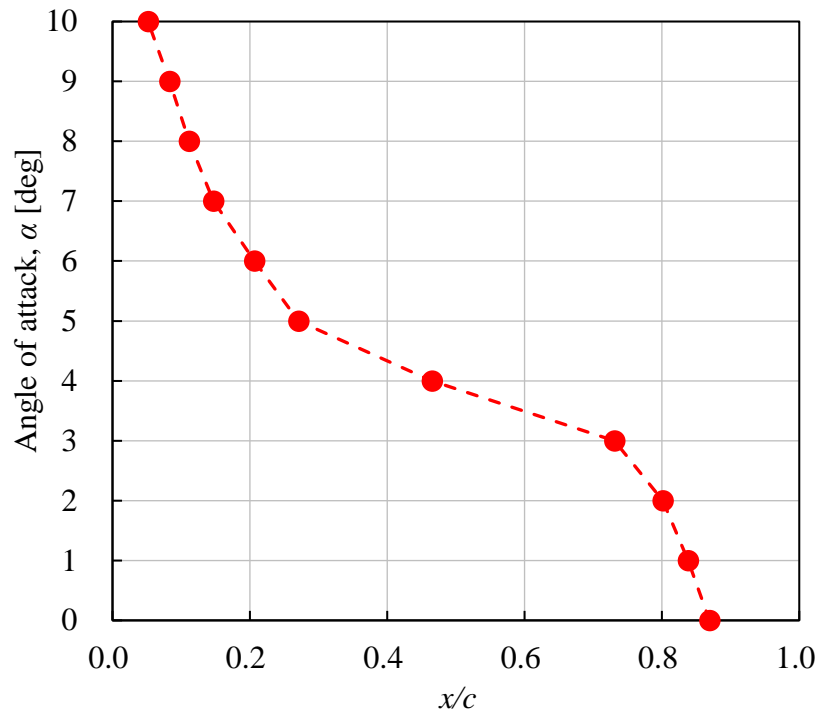


図 4.3 C_{fx} の正負から判定した剥離位置

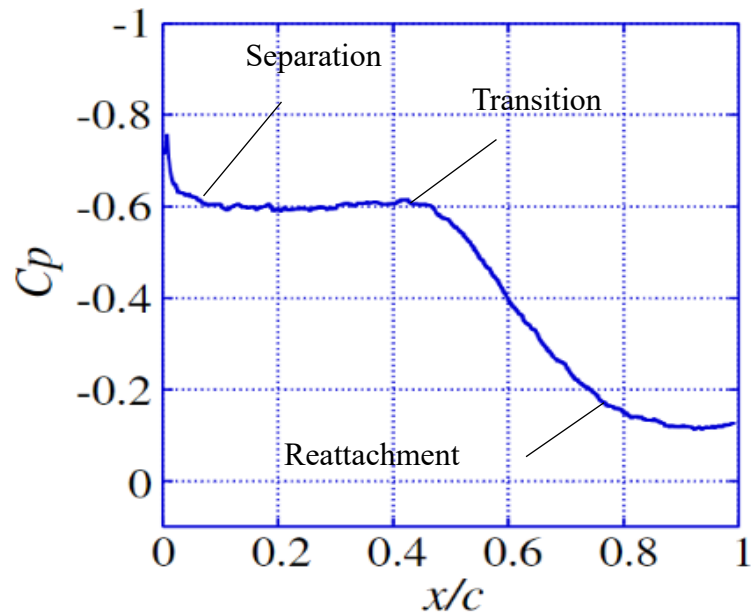


図 4.4 層流剥離泡発生時の一般的な平板上面の C_p 分布[15]

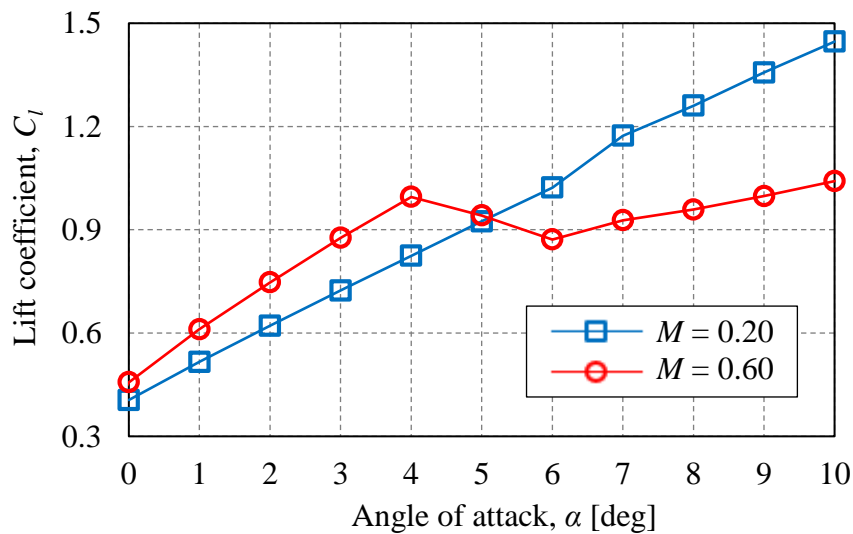
程度であり、再付着せずに完全に剥離した流れであることを示している。図 4.2 では後縁付近に再循環領域（白線で示した流線）が見られるが、逆流が大きいため後縁付近で強制的に再付着しているようである。これらは、乱流モデルの乱流遷移への依存性と、2次元計算のため再循環領域がやや過大評価されていることに起因すると考えられる。上記のように、剥離した

流れが後縁で再付着しているかどうかは議論の余地がある。しかし、 C_p 分布に基づく過去の知見と比較した場合、上面で再付着しない剥離流れが発生していると考えるのが自然である。

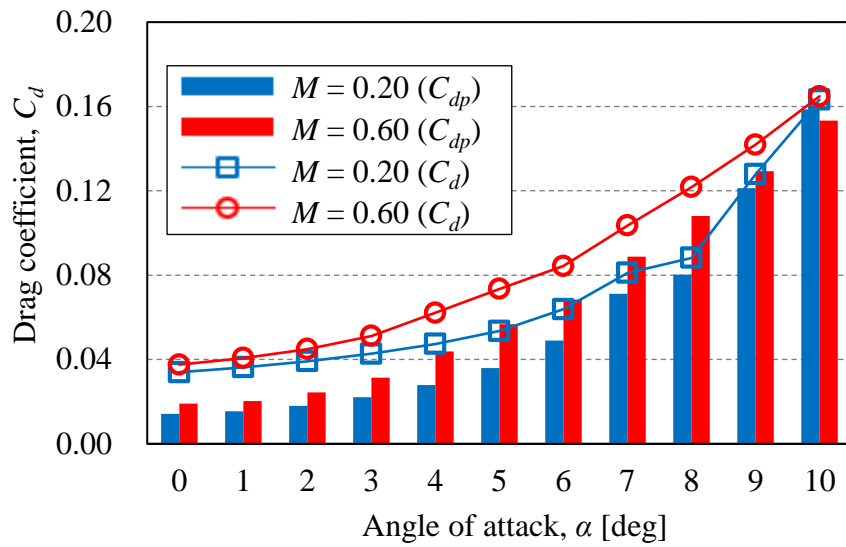
この仮定に基づくと、迎角が大きくなるにつれて、後縁剥離流れから前縁剥離流れへと徐々に移行していることが分かる。特に剥離点が大きく前方に移動する $\alpha = 3\text{deg} \sim 5\text{deg}$ の間では、 $\alpha = 5\text{deg}$ 以上で上面のほとんどが剥離流れに覆われる。図 3.1 に示す $\alpha = 5\text{deg}$ での C_l の低下は、このような前縁剥離流れへの変化に起因していると考えられる。図 4.1 に示すように、 $\alpha = 4\text{deg} \sim 6\text{deg}$ では、前縁からサクシオンピーク（負圧が最大になる点）までの翼上面、下面の C_p 分布はほとんど変化せず、上面のサクシオンピーク以降のわずかな圧力変化で C_l が低下している。 $\alpha \geq 6\text{deg}$ では、サクシオンピークの負圧が増加し、翼下面の正圧も増加するため、迎角が大きくなるにつれて C_l が増加していると考えられる。

2.7 低 Re 数圧縮性領域での流れ場と空力特性への影響

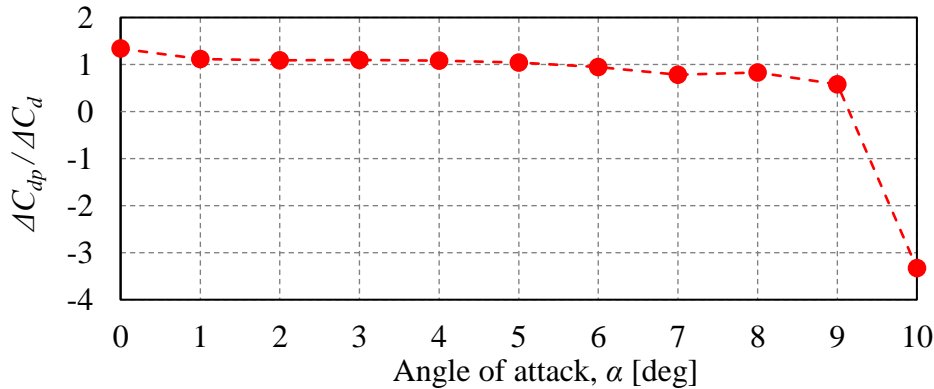
低レイノルズ数条件下において、空力性能および流れ場に対する圧縮性の影響を評価するために、非圧縮性流れおよび圧縮性流れの代表として、 $M = 0.20$ および $M = 0.60$ の結果を比較した。図 4.5 と図 4.6 に、それぞれの揚力係数曲線と抗力係数曲線、および各マッハ数での全抗力係数の差と圧力抗力係数の差の比を示す。一方、図 4.7 は、 $M = 0.20$ と $M = 0.60$ のそれぞれの場合の圧力係数分布を比較したものである。 $\alpha = 4\text{deg}$ 以下の C_l は、両マッハ数とも迎角の増加に伴いほぼ直線的に増加している。図 4.7(a) に示す C_p 分布の特徴として、後縁付近で C_p がゼロに回復しないことが挙げられるが、この現象は両方のマッハ数条件下に共通して後縁剥離流れであることを示唆している。翼下面の C_p 分布にはほとんど差がないため、 $\alpha = 4\text{deg}$ 以下の C_l の差は翼上面の負圧レベルの差に起因するものと考えられる。以上のように、 $M = 0.60$ では $\alpha = 5\text{deg}$ で C_l の低下が見られるが、 $M = 0.20$ では揚力低下がなく、 $\alpha = 10\text{deg}$ まで揚力係数が大きくなることが分かる。それにより、 $M = 0.20$ の C_l は、 $\alpha = 5\text{deg}$ 以上では $M = 0.60$ の C_l を上回る結果となった。



(a) 揚力曲線



(b) 抗力曲線と圧力抵抗係数

図 4.5 $M=0.20$ と $M=0.60$ の揚力曲線と抗力曲線図 4.6 圧力抵抗係数の差 ΔC_{dp} ($= C_{dpM=0.6} - C_{dpM=0.2}$) と全抵抗係数の差 ΔC_d ($= C_{dM=0.6} - C_{dM=0.2}$) の比

その他の特徴的な現象として、 $\alpha = 6\text{deg}$ から 7deg の間で非線形に揚力上昇することが確認された。この $M=0.20$ での非線形揚力上昇は、図 4.7(b) および図 4.7(c) に示す C_p 分布から、層流剥離泡の形成による翼上面の負圧レベルの上昇に起因していると考えられる。図 4.8 に示す $\alpha = 7\text{deg}$ の時間平均化した速度場からも、翼上面の中央付近で層流剥離泡が形成されていることがわかる。この層流剥離泡の形成により、翼上下での圧力差が大きくなり、揚力が増大したと考えられる。

前述の揚力特性とは対照的に、図 4.5(b) ではほとんどの迎え角で $M = 0.60$ のときに抗力係数が大きくなっていることが分かる。この結果について考察を行う。図 4.9 は剥離と再付着の位置をマッハ数ごとに比較したものである。これらの位置は図 4.3 と同様に、摩擦応力係数の正負から求めることができる。流れの剥離は全てのマッハ数で共通に発生し、特に $\alpha = 6\text{deg}$ 以

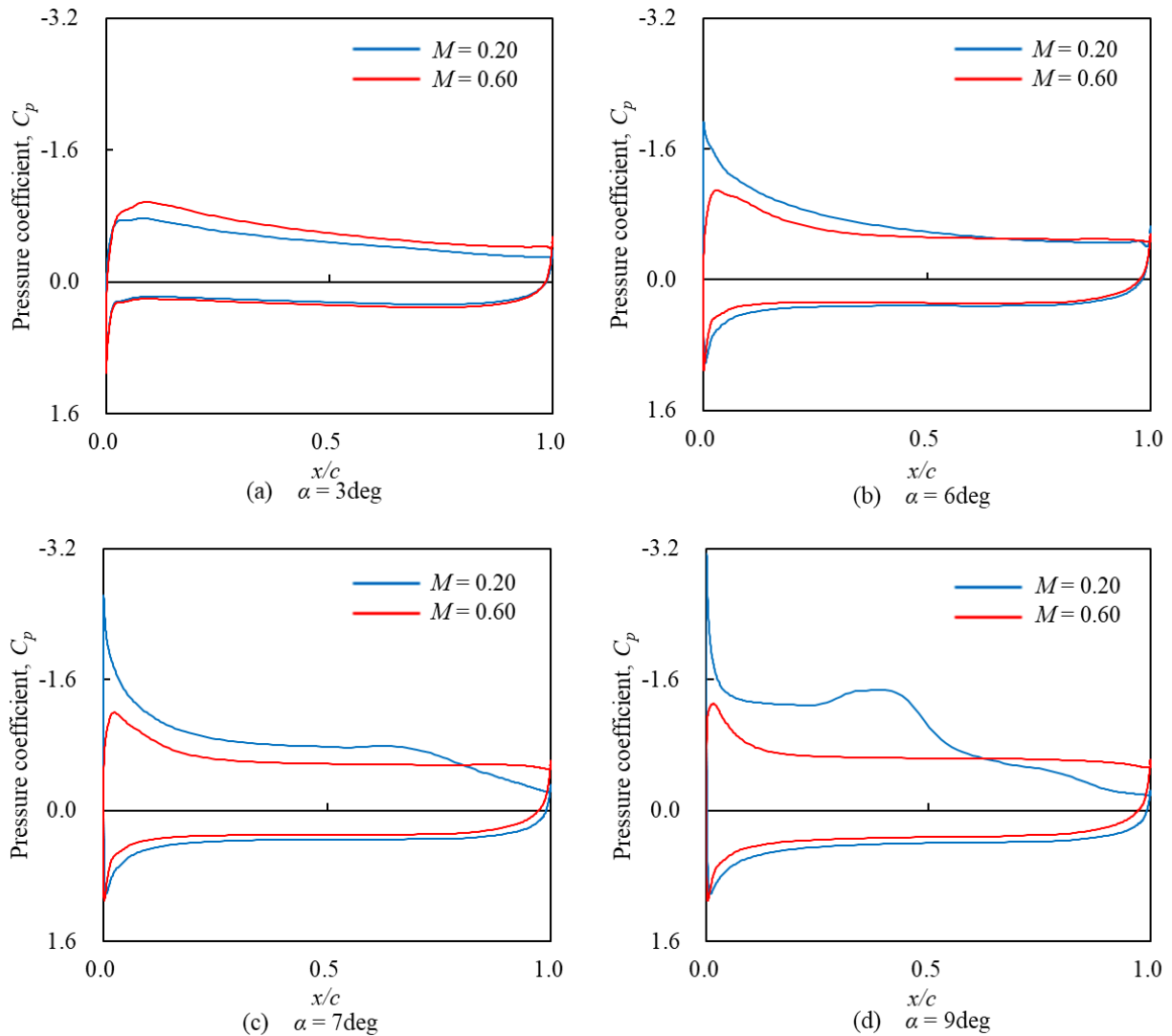


図 4.7 $M=0.20$ と $M=0.60$ の迎角ごとの圧力係数分布

下では $M=0.60$ において $M=0.20$ より上流側で剥離している。しかし、 $\alpha=7\text{deg}$ 以上では、 $M=0.20$ の方が $M=0.60$ と比較し前縁付近のより上流側で剥離し、 $M=0.20$ のときのみ層流剥離泡が形成されている。図 4.5(b)より、全抗力中、圧力抗力が支配的であることがわかる。さらに、図 4.6 より、各マッハ数における全抵抗の差の大部分は、圧力抵抗が占めていることがわかる。以上より、 $M=0.60$ では剥離領域の増加により圧力抗力が増加し、 $M=0.20$ に比べて全抗力が大きくなっていることがわかる。 $\alpha=7\text{deg}$ 以上では、図 4.8 に示すように圧縮性効果により $M=0.60$ で層流剥離泡が消滅している。Mukohara らの平板翼周りの低レイノルズ数圧縮性効果を調査した先行研究[26]によれば、非圧縮性流れ中の剥離せん断層はケルビンヘルムホルツ (KH) 不安定性により層流から乱流に遷移しやすいが、剥離せん断層の KH 不安定性はマッハ数が大きくなると圧縮性効果により緩和され安定化されると報告されている。本結果も同様に、 $M=0.60$ の $\alpha=7\text{deg}$ 以上では、圧縮性効果による剥離せん断層の安定化により、再付着点が後縁を通過したため、層流剥離泡が消滅していると考えられる。

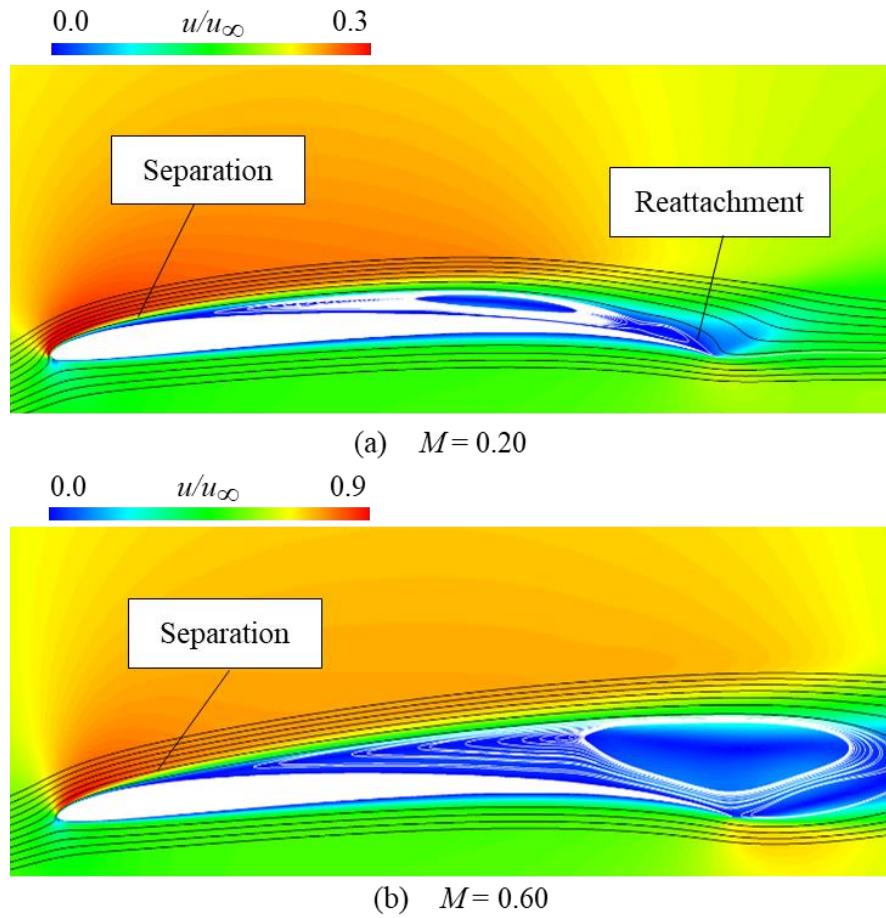


図 4.8 $\alpha = 7^\circ$ における各マッハ数での時間平均速度分布と流線

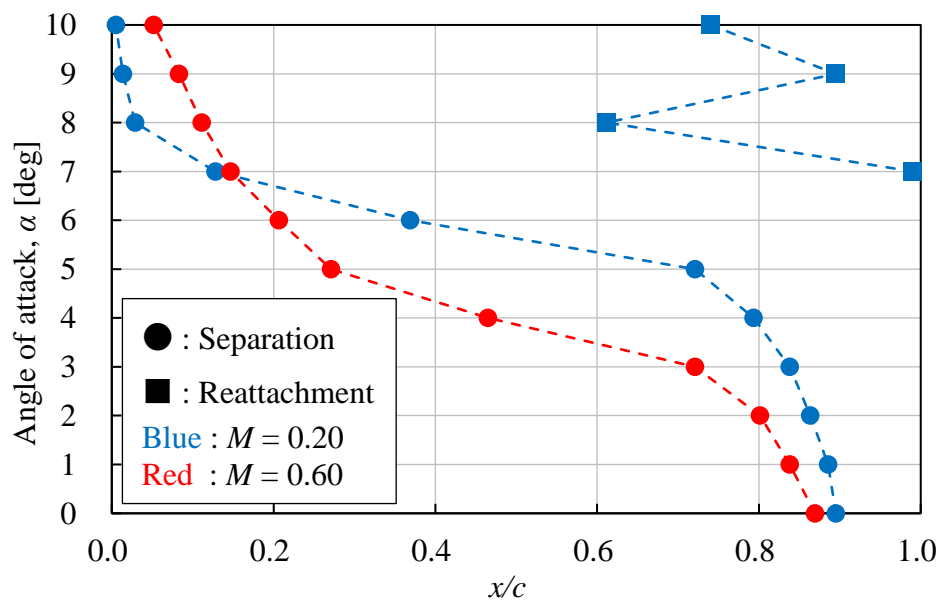
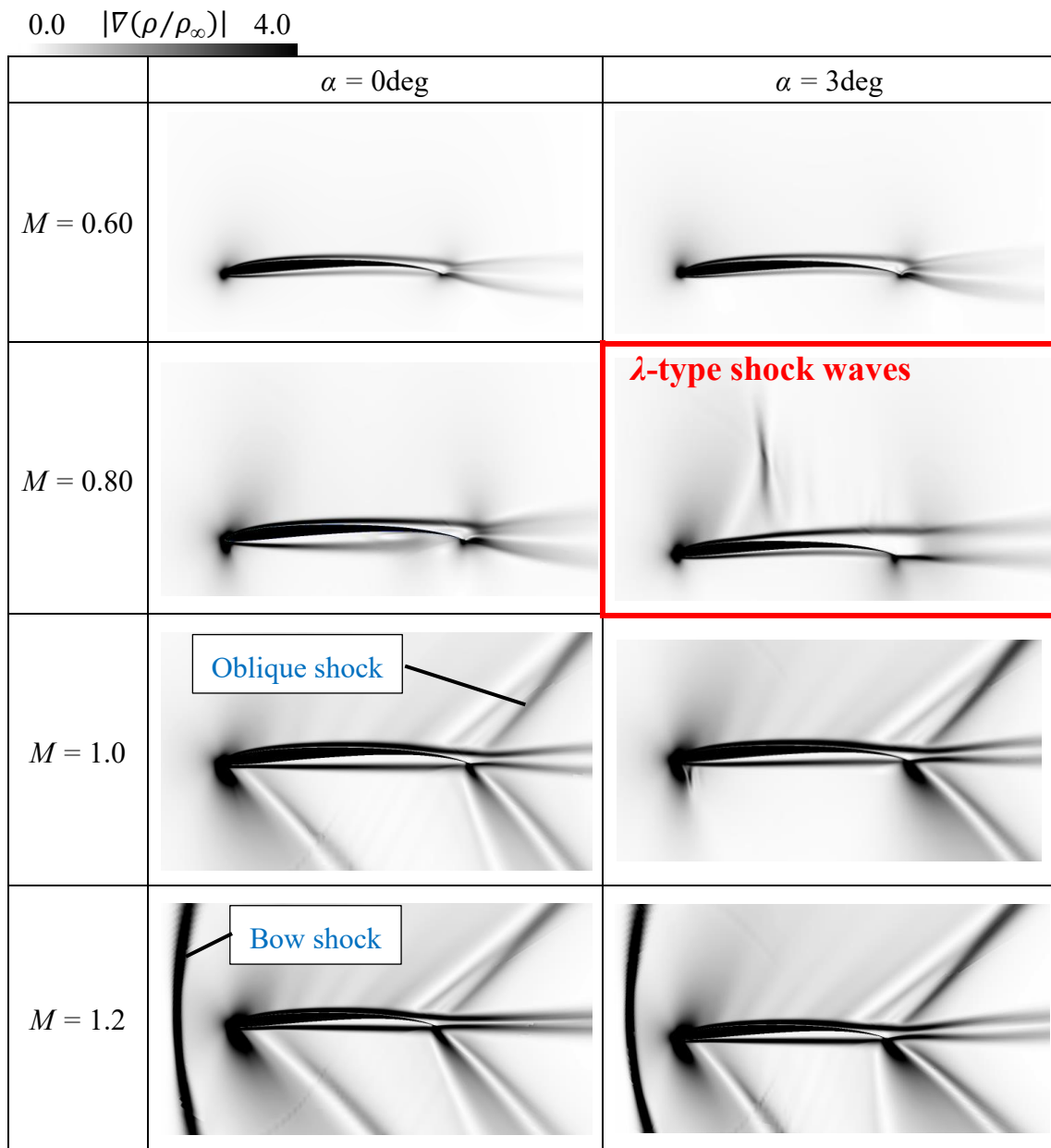


図 4.9 各マッハ数における剥離位置と再付着位置

2.8 剥離せん断層と衝撃波の干渉

低レイノルズ数域における衝撃波の発生が空力性能と流れ場に与える影響を評価するために、 $M=0.60$ から $M=1.2$ までの結果を比較する。 $M=0.80$ から $M=1.2$ までの時間平均化された密度勾配を図 4.10 に示す。 $M=1.0$ と $M=1.2$ では全ての迎角で衝撃波が発生していることが確認できる。 $M=1.0$ では後縁の斜め衝撃波が発生し、 $M=1.2$ では前縁の手前に弓状衝撃波が観測される。 これらは地球大気下の翼周りの典型的な流れ場と非常によく似ている[46]。

一方、 $\alpha = 3\text{deg}$ 以上の $M = 0.80$ では剥離したせん断層上面に複数の λ 型衝撃波が発生しており、これは Drela[22]が調査を行った $Re = 2.0 \times 10^5$ での衝撃波構造（図 1.13）に酷似してい



(a) $\alpha = 0, 3\text{deg}$

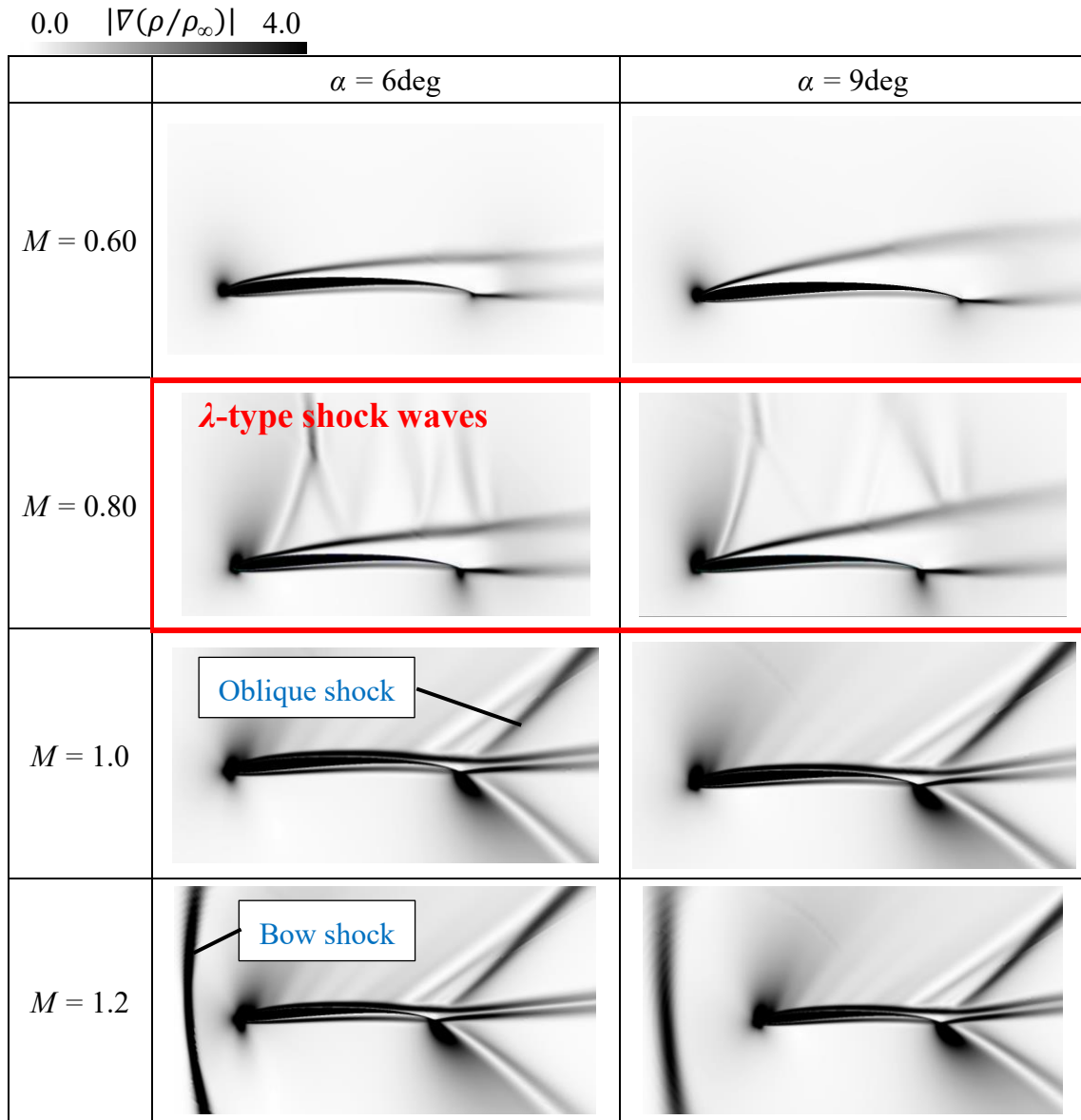
(b) $\alpha = 6, 9\text{deg}$

図 4.10 時間平均密度勾配

る。Drela は複数の λ 型衝撃波の発生メカニズムを以下のように記述している。

1. 予備圧縮波が境界層を剥離させ、剥離したせん断層と衝突する。
2. 予備圧縮波が膨張波として反射される。
3. 1, 2 が繰り返し起こり、複数の λ 型衝撃波が発生する。

$Re = 15,400$ における複数の λ 型衝撃波も同様のメカニズムで発生することが推論される。

図 4.11 に迎角 3deg ごとの各マッハ数の C_p 分布を示す。 $\alpha = 5\text{deg}$ 以下の図 4.12(a) に示す各マッハ数の揚力係数の結果から、マッハ数が大きくなると C_l が顕著に小さくなり、特に $M = 1.0$ と $M = 1.2$ が顕著に小さくなっていることがわかる。図 4.11(a) および図 4.11(b) に示すように、 $M = 1.0$ 以上では $x/c = 0.4$ または 0.2 付近より上流側で翼下面が負圧、翼上面が正圧になる領域が確認できる。これらの圧力はいずれも揚力と反対方向に翼に作用するように発生し、揚力が低下する要因となっている。 $M = 0.80$ 以下でも同様の圧力分布が見られるが、 $x/c = 0.1$

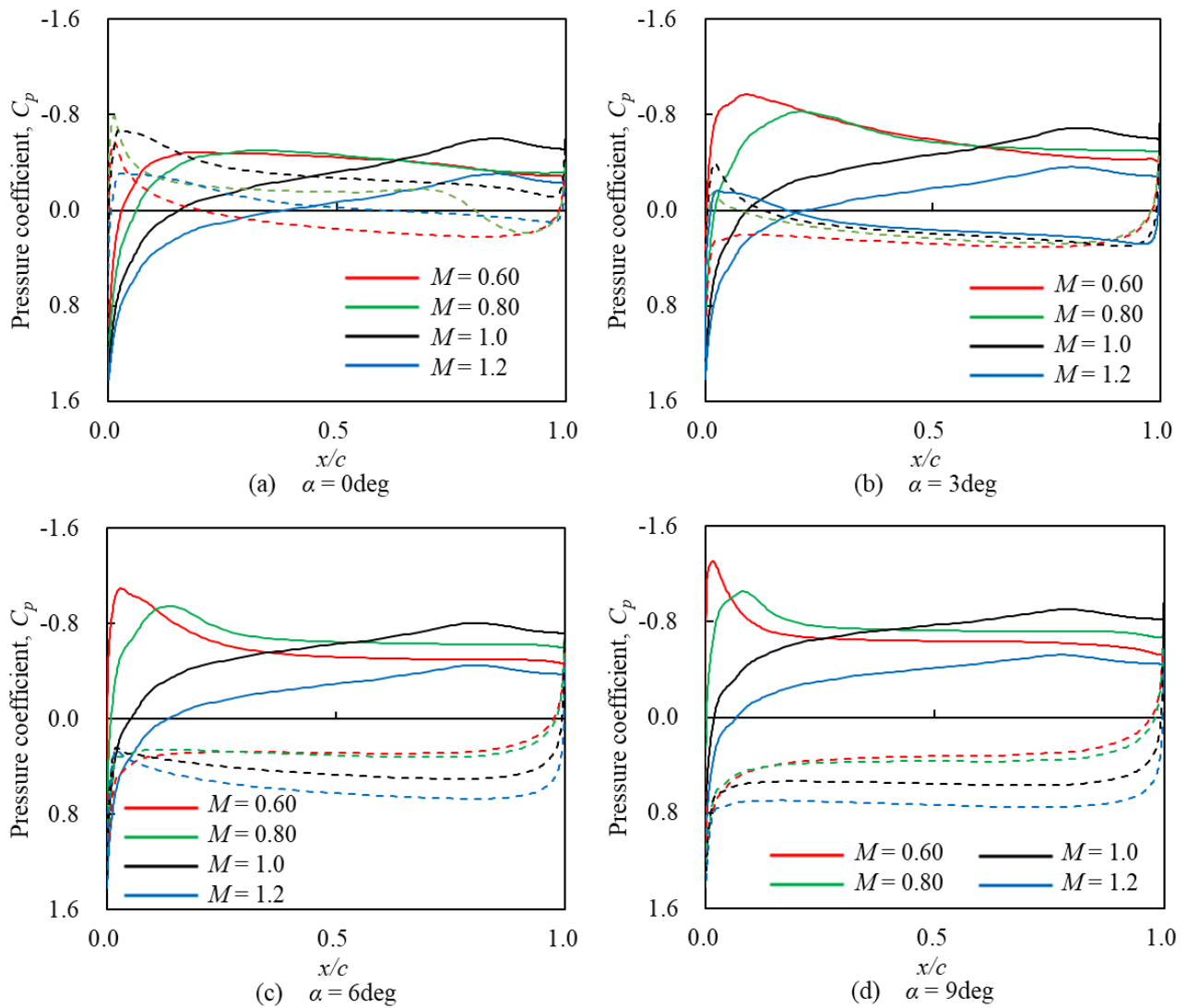
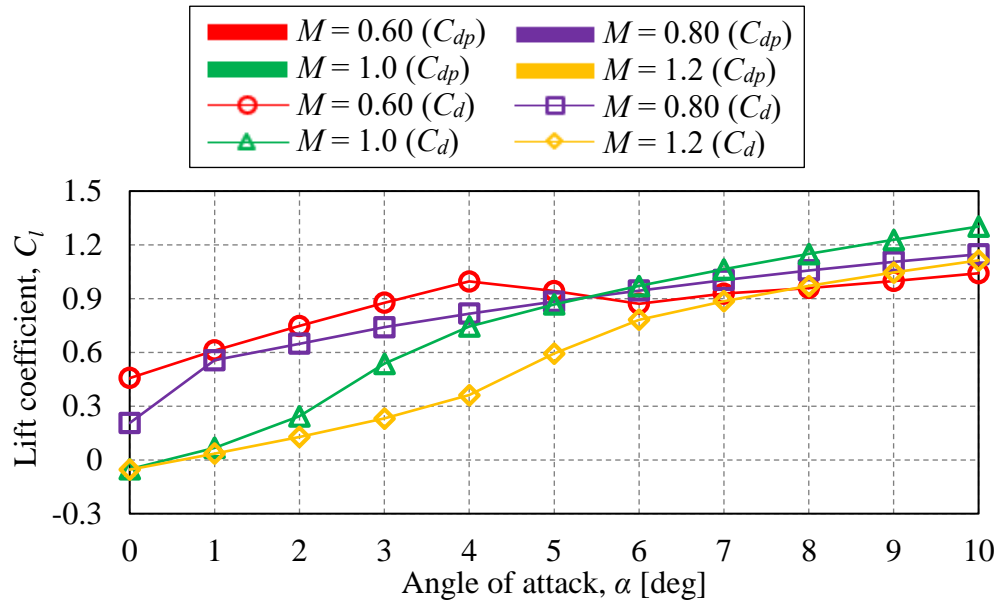
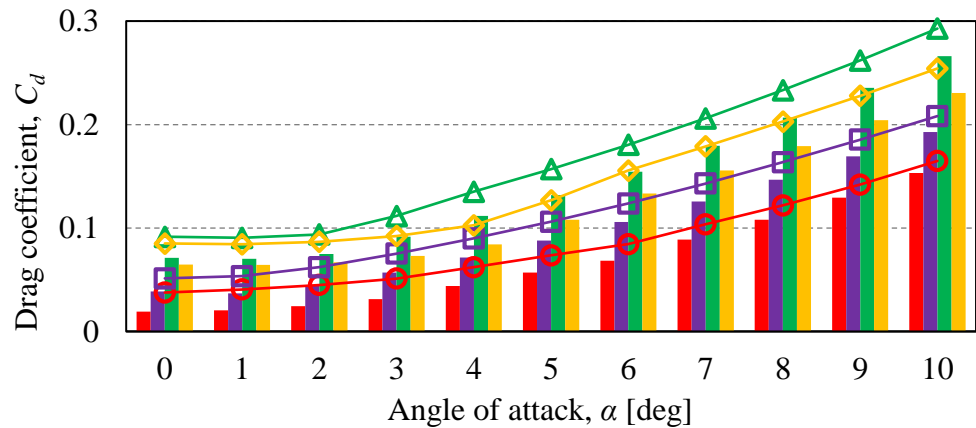


図 4.11 迎角 3deg ごとの各マッハ数の C_p 分布

より上流の局所的な領域で発生するため、 $M=1.0$ 以上と比較するとその効果は小さい。一方、図 4.12(b)を見ると、 $M=0.80$ 以上ではすべての迎角で $M=0.60$ よりも C_d が増加している。しかし、 $M=1.0$ における C_d は $M=1.2$ での C_d を上回っている。また、図 4.12(b)に示した各マッハ数における C_{dp} を見ると、いずれの場合も C_{dp} が全抵抗の主な原因であることが分かる。図 4.11 に示すように、特に低迎角では翼上面の前縁付近の正圧が抗力として翼に作用している。一方、後縁近傍に着目すると、キャンバーの大きい後縁近傍の翼上面の負圧は、 $M=1.0$ で最も大きくなり、 $M=1.0$ では $M=1.2$ よりも大きな抗力が発生していると考えられる。



(a) 揚力曲線



(b) 抗力曲線と圧力抵抗係数

図 4.12 $M=0.60$ から $M=1.2$ までの空力係数比較

2.9 流れ場と空力特性の非定常性

本節では、2次元非定常計算にて剥離せん断層と衝撃波の干渉が見られた、 $M=0.80, \alpha=6\text{deg}$ の気流条件を中心に、流れ場及び空力特性の非定常性について議論する。4.3節では2次元非定常 RANS 計算の結果を用いて、低レイノルズ数圧縮性流れの大まかな傾向について示したが、本節では高速バフェット（衝撃波振動に伴う空力振動）等の非定常性について、流れ場の詳細を議論するため、3次元 LES 計算の結果を用いる。図 4.13 に無次元時間 48.5 における Q 値等値面と密度勾配の可視化結果を示す。Q 値等値面上は無次元速度の絶対値で色付けし、密度勾配は $y=0.2$ 断面を可視化したものである。図中の Transition point は、2次元性を保っている Q 値等値面が、3次元的に崩壊している点を定性的に判断し、示したものである。図 4.13 より、2次元計算の結果と同様に、翼上面に λ 型の衝撃波が複数発生していることが分かる。Drela[22]が報告している複数の λ 型衝撃波の発生メカニズムによれば、先頭のラインは圧

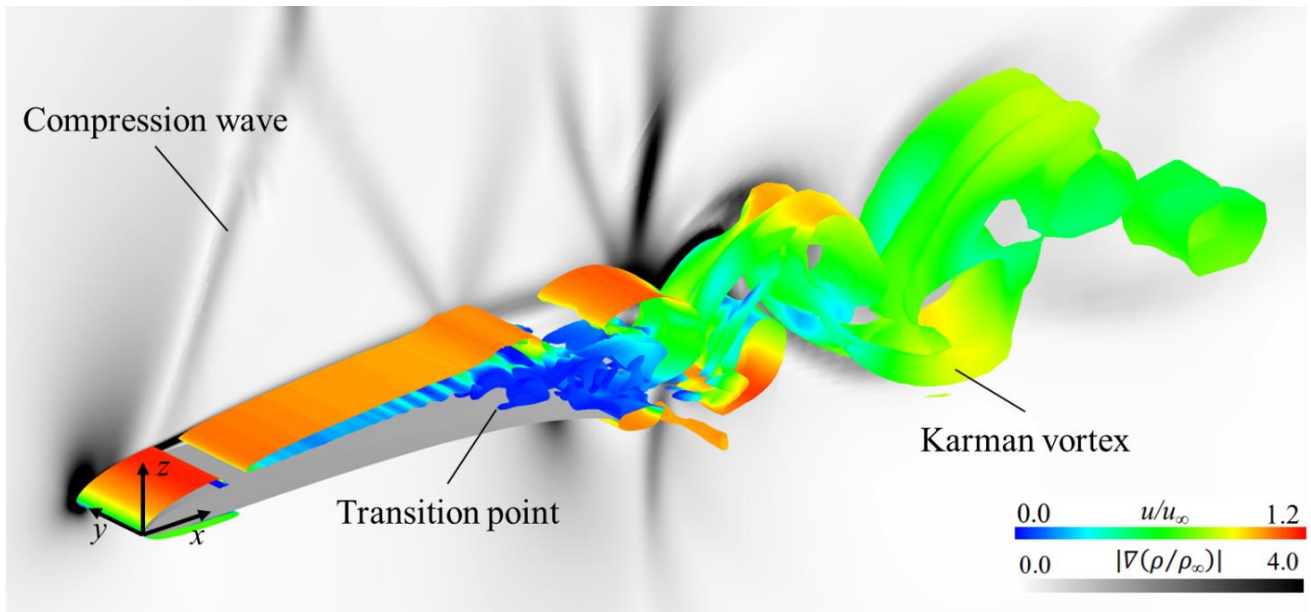


図 4.13 $M = 0.80$, $\alpha = 6\text{deg}$ の Q 値等値面と密度勾配の瞬時場 ($ut/c = 48.5$)

縮波であり、これがせん断層を前縁に近い位置で剥離させると考えられる。その後、KH 不安定性により、 $x/c = 0.60$ 付近から 3 次元的なヘアピン渦へ遷移し、後縁以降はカルマン渦の放出が見られる。

図 4.14 に設定したモニター点の配置を、図 4.15 に揚力係数と各モニター点での物理量の時系列データ（無次元時間 40~50）を示す。図 4.15(a)より、揚力係数が最大 0.08 程度振動していることが分かる。この揚力振動がどのようなメカニズムで生じているか考察を行う。上述のように、特徴的な流れ場としては、衝撃波（特に先頭圧縮波）の振動、前縁付近での剥離、後縁からのカルマン渦の放出が挙げられる。これらの変動が捉えられるよう、図 4.14 に示すようにモニター点を配置した。Point 1 では先頭圧縮波の前後振動による速度変動を、Point 2 ではカルマン渦による速度変動を、Point 3 では剥離位置の前後振動による C_{fx} 変動をモニタリングし、それぞれの結果を図 4.15(b), (c), (d)に示している。また、表 4.1 にそれぞれの時系列データの相関係数を示す。この表より、カルマン渦と揚力振動の相関係数は 0.1 程度であるため、カルマン渦の揚力振動に対する影響は小さいと考えられる。対して、先頭圧縮波と剥離位置の前後振動の相関係数は 0.676 と比較的強い正の相関があり、先頭圧縮波が剥離を誘発していることが示唆される。さらに、剥離位置と揚力係数の相関係数も 0.662 と高いため、揚力振動には剥離位置の前後振動が大きく影響していると考えられる。以上をまとめると、

1. 先頭の圧縮波が翼面からの流れの剥離を誘発する。
2. 圧縮波が前後に振動（バフエット）することで、剥離位置も前後に振動する。
3. 剥離位置が前後に振動することで、翼面の圧力が変動し、揚力振動を引き起こす。

これらが、揚力振動の一連のメカニズムであると考えられる。

図 4.16 に、 $\alpha = 6\text{deg}$ における $M = 0.60$ と $M = 0.80$ の乱流エネルギー（速度変動 RMS）の可視化結果を示す。側面図は $y = 0.1$ 断面を示しており、赤色の分布が乱流エネルギーが高い領域

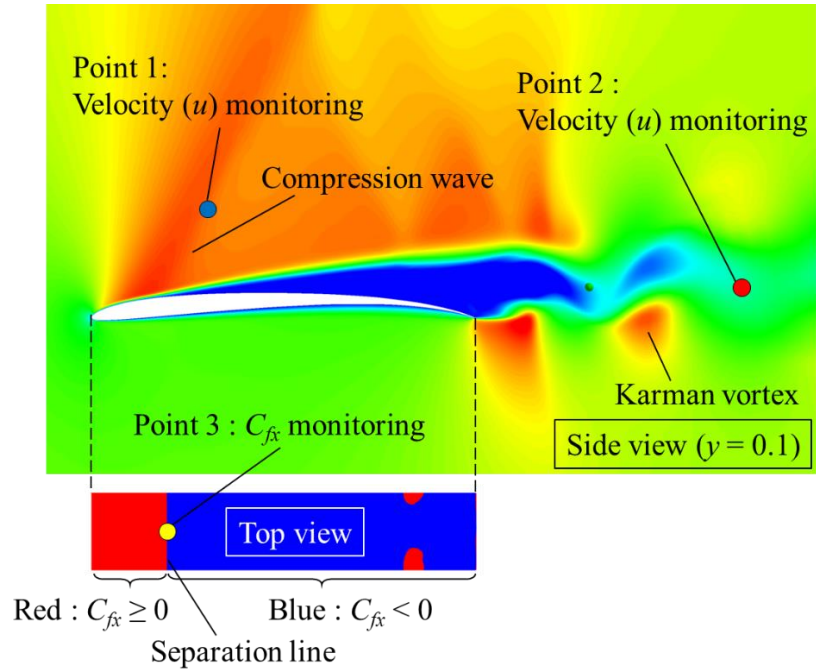
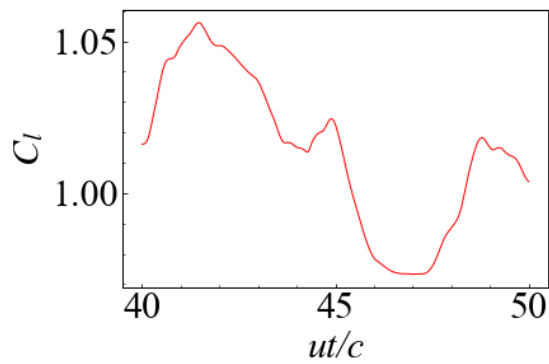
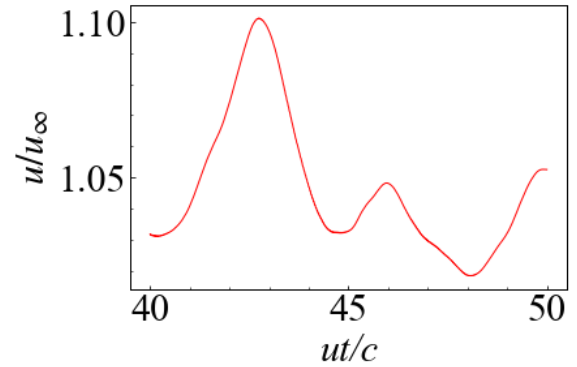


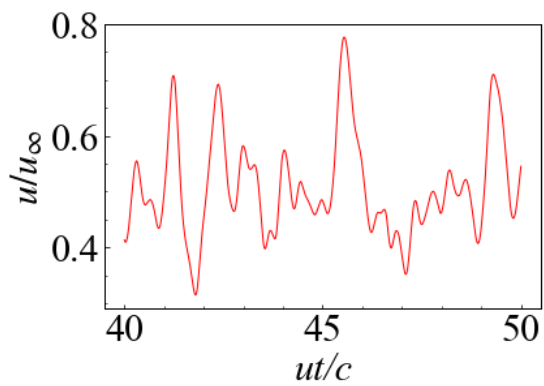
図 4.14 モニター一点の配置



(a) 揚力係数



(b) 速度変動 (Point 1: 圧縮波)



(c) 速度変動 (Point 2: カルマン渦)

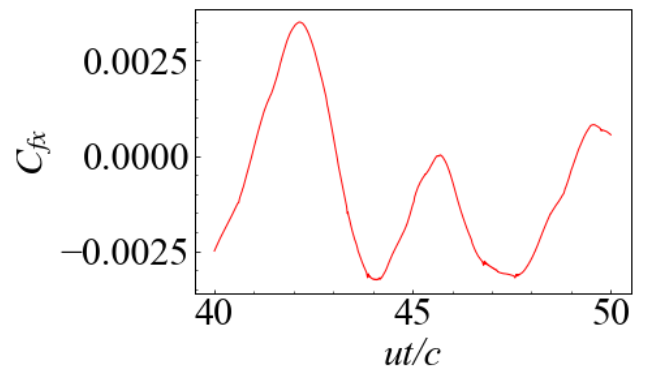
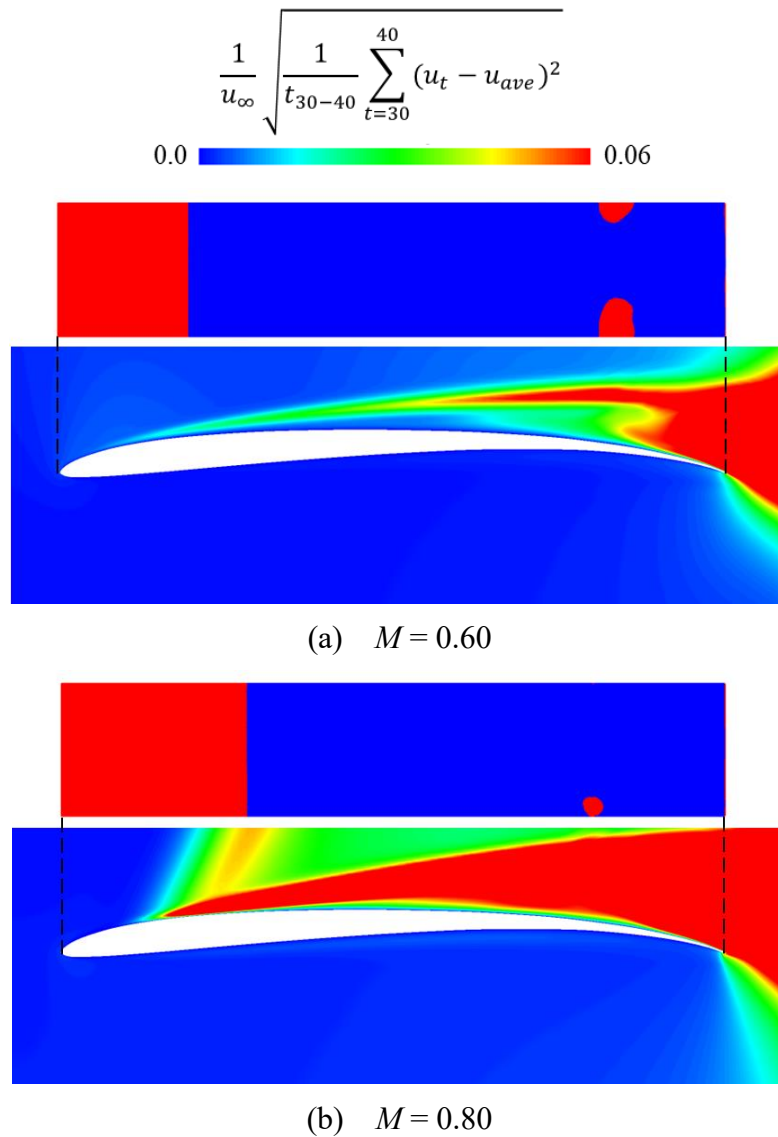
(d) C_{fx} 変動 (Point 3: 剥離位置)

図 4.15 各モニター一点における時系列データ

表 4.1 各時系列データの相関係数

Two time histories		Correlation coefficient (R)
Karman vortex (Point 2)	Lift coefficient	0.107
Compression wave (Point 1)	Separation line (Point 3)	0.676
Separation line (Point 3)	Lift coefficient	0.662

図 4.16 乱流エネルギー（速度変動 RMS）の可視化 ($ut/c = 30 \sim 40$)

域である。上面図の赤色は C_{fx} が 0 以上の領域、青色は C_{fx} が 0 未満の領域を示しており、赤色から青色に切り替わる位置が剥離位置である。両方のマッハ数の可視化結果を比較すると、 $M = 0.80$ の方が、より前縁側から乱流エネルギーの高い領域が広がっていることが分かる。Mukohara ら[26]によると、圧縮性効果は剥離せん断層を安定化させ、乱流遷移を遅らせると報告されているが、本結果より衝撃波が発生する速度域までマッハ数が上昇すると、乱流遷移が早まることが示唆される。これは、複数の λ 型衝撃波が剥離せん断層に干渉し、KH 不安定性を促進させることで、乱流遷移が早まったと考えられる。

第5章 結論

本研究では、Ingenuity のローターブレードに使用されている CLF5605 翼を用いて、低レイノルズ数条件下でマッハ数を亜音速から遷音速域まで変化させた際の空力特性と流れ場に対する圧縮性効果を評価した。翼周りの 2 次元非定常 RANS 解析と 3 次元 LES 解析を実施した結果、得られた知見は以下の通りである。

・ 2 次元非定常 RANS 計算から得られた知見

$M = 0.20$ と $M = 0.60$ の結果を比較すると、 $M = 0.60$ では圧縮性効果により剥離せん断層での KH 不安定性が安定化し、 $\alpha = 7\text{deg}$ 以上で層流剥離泡が消失することが明らかとなった。これらの現象は他の翼を用いた先行研究でも報告されており、本研究でも同様の現象が確認された。 $M = 0.80$ で $\alpha = 3\text{deg}$ 以上では、翼上面の剥離せん断層上に複数の λ 型衝撃波が観測された。ただし、翼面上の C_p 分布については、 λ 型衝撃波よりも剥離せん断層の影響が支配的であった。 $M = 1.0$ と $M = 1.2$ では、前縁と後縁付近の特徴的な圧力分布のため、特に $\alpha = 5\text{deg}$ 以下の低迎角において、 $M \leq 0.80$ の場合よりも揚力係数が非常に小さくなり、 $M = 1.0$ の場合の抗力係数がすべての迎角で最大となった。

・ 3 次元 LES 計算から得られた知見

$M = 0.80$ 、 $\alpha = 6\text{deg}$ において、揚力係数が 0.08 程度振動するが、これは先頭の圧縮波が前後に振動（バフエット）することで剥離位置も前後に振動し、この剥離領域の変動が翼面の圧力変化並びに揚力振動を引き起こすことが明らかとなった。また、衝撃波の発生しない速度域での圧縮性効果は、剥離せん断層を安定化させ、乱流遷移や再付着を遅らせるが、衝撃波が発生する速度域に達すると、複数の λ 型衝撃波が剥離せん断層に干渉し、KH 不安定性を促進させる。その結果、乱流遷移が早まることが明らかとなった。

今後の展望として、火星ヘリコプターの気流条件を厳密に実現する風洞の開発は技術的に困難であるため、このような気流条件下での流体解析は、今後も数値解析が主な手法となることが予想される。数値解析では、流れ場の 3 次元性、非定常性の解明が今後の課題である。特に火星ヘリコプターの開発では、ローターの回転を含めた計算が必要であると考えられる。また、本研究では流れの非定常性について時系列データを相関分析することで、そのメカニズムについて触れたが、さらに詳細にメカニズムを断定するためには、固有直行分解 (POD) やスペクトル固有直行分解 (SPOD) により特徴的な流れ場を抽出し、揚力振動のより詳細な発生原因を明らかにすることが望まれる。

参考文献

- [1] 臼井寛裕, 他, “宇宙理工学委員会 国際宇宙探査専門委員会 火星探査計画の科学探査タスクフォース 中間報告書”, 宇宙航空研究開発機構 宇宙科学研究所, (2019), p.8.
- [2] C. A. Kuhl, “Design of a Mars Airplane Propulsion System for the Aerial Regional-Scale Environmental Survey (ARES) Mission Concept”, *44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Hartford, CT, (2008).
- [3] R. D. Braun, et al., “Design of the ARES Mars Airplane and Mission Architecture”, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 5, (2006), pp. 1206–1034.
- [4] A. Datta, et al., “Design of a Martian Autonomous Rotary-Wing Vehicle”, *Journal of Aircraft*, Vol. 40, No. 3, (2003), pp. 461–472.
- [5] 平松修一, “ステレオ写真測量法の適用による火星探査航空機の空力弾性変形に関する研究”, 九州大学大学院 総合理工学府 2020年度修士論文.
- [6] 大山聖, 他, “高高度飛行試験による火星飛行機の空力データの取得”, 宇宙航空研究開発機構研究開発報告: 大気球研究報告, (2017), pp. 69-80.
- [7] M. Anyoji, et al., “Evaluation of Aerodynamic Performance of Mars Airplane in Scientific Balloon Experiment”, *Fluid Mechanics Research International Journal*, Vol. 1, Issue 3, (2017), pp. 6-12.
- [8] 大山聖, 他, “MABE2: 第2回火星飛行機高高度飛行試験”, 大気球シンポジウム: 平成30年度, SA6000128031, (2018).
- [9] NASA Jet Propulsion Laboratory, “NASA Science: MARS HELICOPTER TECH DEMO”, <https://mars.nasa.gov/technology/helicopter> (accessed 8 December 2022).
- [10] NASA Jet Propulsion Laboratory, “NASA’s Ingenuity Mars Helicopter Succeeds in Historic First light”, (2021), <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-s-ingenuity-mars-helicopter-succeeds-in-historic-first-flight> (accessed 8 December 2022).
- [11] W. J. F. Koning, et al., “Generation of Mars Helicopter Ro-tor Model for Comprehensive Analyses”, *Proceedings of the AHS International Technical Meeting on Aeromechanics Design for Transformative Vertical Flight*, (2018).
- [12] J. Winslow, et al., “Basic Understanding of Airfoil Characteristics at Low Reynolds Number (10^4 – 10^5)”, *Journal of Aircraft*, Vol. 55, No. 3, (2018), pp. 1050–1061.
- [13] E. V. Laitone, “Aerodynamics Lift at Reynolds Numbers Below 7×10^4 ”, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 9, (1996), pp. 1941–1942.
- [14] M. Anyoji, et al., “Computational and Experimental Analysis of a High-Performance Airfoil Under Low-Reynolds-Number Flow Condition”, *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 6, (2014), pp. 1864–1872.
- [15] M. Anyoji, et al., “Effects of Mach Number and Specific Heat Ratio on Low-Reynolds-Number Airfoil Flows”, *AIAA Journal*, Vol. 53, No. 6, (2015), pp. 1640–1654.
- [16] P. M. Munday, et al., “Nonlinear Lift on a Triangular Airfoil in Low-Reynolds-Number Compressible Flow”, *Journal of Aircraft*, Vol. 52, No. 3, (2015), pp. 924–931.
- [17] R. E. Walraevens, and N. A. Cumpsty, “Leading Edge Separation Bubbles on Turbomachine Blades”,

- ASME. Journal of Turbomachinery*, Vol. 117, (1995), pp. 115–125.
- [18] M. Langari, and Z. Yang, “Numerical Study of the Primary Instability in a Separated Boundary Layer Transition under Elevated Free-Stream Turbulence”, *Physics of Fluids*, 25, 074106, (2013), pp. 1–12.
- [19] I. E. Abdalla, and Z. Yang, “Numerical Study of the Instability Mechanism in Transitional Separating–Reattaching Flow”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, No. 4, (2004), pp. 593–605.
- [20] M. D. Ripley, and L. L. Pauley, “The Unsteady Structure of Two-Dimensional Steady Laminar Separation”, *Physics of Fluids*, Vol. 5, (1993), pp. 3099–3106.
- [21] W. J. F. Koning, et al., “Improved Mars Helicopter Aero-dynamic Rotor Model for Comprehensive Analyses”, *AIAA Journal*, 57, (2019), pp. 3969–3979.
- [22] M. Drela, “Transonic Low-Reynolds Number Airfoils”, *Journal of Aircraft*, Vol. 29, No. 6, (1992), pp. 1106–1113.
- [23] R. Takaki, “Aerodynamic Characteristics of NACA4402 in Low Reynolds Number Flows”, *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 54, (2006), pp. 367–373.
- [24] T. Suwa, et al., “Compressibility Effects on Airfoil Aerodynamics at Low Reynolds Number”, *30th AIAA Applied Aerodynamics Conference 2012*, (2012), pp. 1571–1583.
- [25] Canuto. D, and Taira. K, “Two-Dimensional Compressible Viscous Flow around a Circular Cylinder”, *Journal of Fluid Mechanics*, 785, (2015), pp. 349–371.
- [26] H. Mukohara, and M. Anyoji, “Computational Analysis of Compressibility Effect on Flow Field and Aerodynamics at Low Reynolds Numbers”, *Physics of Fluids*, 34, 056109, (2022).
- [27] D. Lee, et al., “Mechanisms of Surface Pressure Distribution within a Laminar Separation Bubble at Different Reynolds Numbers”, *Physics of Fluids*, 27(2), 23602, (2015).
- [28] J. H. McMasters, and M. L. Henderson, “Low-Speed Single-Element Airfoil Synthesis”, *Technical Soaring*, 6, (1979), pp. 1–31.
- [29] M. Sato, et al., “Mach Number Effects on Rotor Performance of Martian Helicopter "HAMILTON"”, *Proceedings of the FDC/ANSS, JSASS-2021-2113-F/A*, (2021).
- [30] M. Anyoji, et al., “Development of a Low-Density Wind Tunnel for Simulating Martian Atmospheric Flight”, *Transactions of the JSASS Aerospace Technology Japan*, Vol. 9, (2011), pp. 21-27.
- [31] A. Hashimoto, et al., “Development of Fast Unstructured-Grid Flow Solver FaSTAR”, *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 63, (2015), pp. 96–105.
- [32] 宇宙航空研究開発機構 (JAXA) , “FaSTAR 理論マニュアル”, (2016).
- [33] P. L. Roe, “Characteristic-Based Schemes for the Euler Equations”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 18, (1986), pp. 337–365.
- [34] E. Shima, et al., “Green-Gauss/Weighted-Least-Squares Hybrid Gradient Reconstruction for Arbitrary Polyhedra Unstructured Grids”, *AIAA Journal*, Vol. 51, (2013), pp. 2740–2747.
- [35] D. J. Mavriplis, “Revisiting the Least-Squares Procedure for Gradient Reconstruction on Unstructured”, *AIAA paper*, 2003-3986, (2003).

- [36]K. Kitamura, and E. Shima, “Improvements of Simple Low-Dissipation AUSM against Shock Instabilities in Consideration of Interfacial Speed of Sound”, *Proceedings of the ECCOMAS CFD 2010*, Paper No.1283, (2010).
- [37]E. Shima, and K. Kitamura, “Parameter-Free Simple Low-Dissipation AUSM-Family Scheme for All Speeds”, *AIAA Journal*, Vol. 49, No. 8, (2011), pp. 1693–1709.
- [38]O. S. Menshov, and Y. Nakamura, “Implementation of the LU-SGS Method for an Arbitrary Finite Volume Discretization”, *Proceedings of the 9th Japan Conference on CFD*, (1995).
- [39]F. R. Menter, “Improved Two-Equation k-omega Turbulence Models for Aerodynamic Flows”, *NASA TM 103975*, (1992).
- [40]R. B. Langtry, and F. R. Menter, “Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes”, *AIAA Journal*, Vol. 47, (2009), pp. 2894-2906.
- [41]F. Nicoud, and F. Ducros, “Subgrid-Scale Stress Modelling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor, (1999).
- [42]D. Lee, et al., “Comparative Studies of Numerical Methods for Evaluating Aerodynamic Characteristics of Two-Dimensional Airfoil at Low Reynolds Numbers”, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 31, No. 1, (2017), pp. 57–67.
- [43]S. Taniguchi, et al., “Experimental and RANS Analysis of Full Mars Airplane Configurations”, *AIAA Scitech 2020 Forum*, (2020).
- [44]M. Kim, et al., “Assessment of the Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Model in Transitional Boundary Layer”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 371, No. 1, (2020), 113287.
- [45]ANSYS Fluent User’s Guide, Release 18.0, ANSYS Inc., (2017).
- [46]E. N. Jacobs, “Methods Employed in America for the Experimental Investigation of Aerodynamic Phenomena at High Speeds”, *Volta Meeting Paper*, Vol. 42, (1935).

謝辞

本論文を執筆するにあたり、多くの方々のお力添えをいただきました。この場をお借りして心より感謝申し上げます。

指導教員である安養寺正之准教授には、大学院入学から2年間、論文の書き方や研究の進め方だけでなく、研究者・技術者としての在り方など、多くのことをご指導いただきました。また、常に私たち学生のことを第一に考えてくださり、学会発表やジャーナル投稿、北海道大樹町での飛行試験、広島大学、Mazdaでの風洞試験等、数々の成長の機会を与えてくださりました。お陰様でとても充実した2年間を送ることができ、私自身としても非常に成長できた大学院生活でした。誠にありがとうございました。

大和裕里秘書には、2022年4月まで事務関連の手続き等、陰ながらお力添えをいただきました。ここに心より感謝申し上げます。

浜辺直子秘書には、私が修士2年になってから1年間、出張やTAなどの事務関連の手続きで大変お世話になりました。また、事務だけでなく、発表資料や英語の添削等もしていただき、多くのアドバイスを頂きました。さらに、私たち学生を第一に考えてくださり、学生部屋の清掃など、私たちが研究しやすい環境を整えていただきました。心より感謝申し上げます。

JSPS 外国人特別研究員の Tran The Hung 講師には、研究分野が異なるものの、国際学会での発表資料などに有益なアドバイスをいただきました。誠にありがとうございました。

研究室の先輩である博士課程2年の土黒聖斗さん、博士課程1年の Sharma Gopal さんには、研究分野が違いながらも、様々な意見やアドバイスをいただきました。また、研究室の運営や他の学生の実験の補助など、お忙しい中公私ともに大変お世話になりました。心より感謝申し上げます。

研究室の同期である、谷晃徳君、虎尾祐介君、宮武京右君には、研究結果に対して様々な意見やアドバイスを頂きました。また、それぞれの研究分野の情報交換もしていただき、自身の研究を進めるうえでも良い刺激になりました。みなさんのおかげで、公私ともに楽しく有意義な2年間を過ごすことができました。誠にありがとうございました。

同じ研究室で過ごしてきた、木村航君、竹下昭彦君、Zhang Yuekai 君、稲又雅人君、井上ヒカリさん、田邊龍聖君にも心から感謝いたします。分からない点を色々と質問して下さったことで、新たな発見や私自身の成長にも繋がったと感じています。ありがとうございました。

本研究を進めるにあたり、宇宙航空研究開発機構 (JAXA) で開発された流体解析ソルバ FaSTAR、九州大学のスーパーコンピューターシステム ITO、格子生成ツール Pointwise を利用させていただきました。この場をお借りして感謝申し上げます。

最後に、大学院卒業まで、経済的にも精神的にも支えて下さった両親、家族に感謝の意を表します。ここまで私のことを第一に考えて下さり、たくさんの支援をしていただきました。十分に学業や研究に打ち込める環境を与えて下さったのは両親、家族のおかげです。心より感謝申し上げます。

令和5年2月7日

山口拓真