

# ラバルノズル内の非定常流体可視化画像に対する固有直交分解の適用

虎尾, 祐介  
九州大学総合理工学府総合理工学専攻機械・システム理工学メジャー

<https://hdl.handle.net/2324/6788191>

---

出版情報：九州大学, 2022, 修士, 修士  
バージョン：  
権利関係：

# ラバルノズル内の非定常流体可視化画像に対する固有直交分解の適用

エネルギー流体科学研究所 虎尾 祐介

## 1. 背景

ロケットエンジンやジェットエンジンの起動・停止などの過渡期には、過膨張条件を通過する。この時発生する剥離流れによる非定常性が、ノズル推力軸方向に過大な横推力が発生することが知られている。実際に H-IIA ロケットの第一段エンジン、LE-7A の燃焼試験において起動・停止時にノズル部で過大な横推力が発生することが観察された<sup>(1)</sup>。超音速噴流から発生する流体騒音は、比較的高い作動圧力比で発生するものと比較的低い作動圧力比で発生するものに大きく分類できる。一般的によく知られている比較的高い作動圧力比で発生する流体騒音は、乱流混合騒音、衝撃波連成騒音、スクリーチ音が挙げられる。一方で Zaman ら<sup>(2)</sup>により低い作動圧力比でノズル内部が過膨張条件にあるとき、Screech tone と異なる特徴的な空力騒音が発生することを明らかにしており、“Transonic tone”と呼ばれている。Transonic tone は、衝撃波振動のストローク違いによって stage1 と stage2 に分類される。NPR=1.4~1.5 では、stage2 が、NPR=1.6~1.9 では stage1 が確認されており、stage1 は stage2 と比較して、非定常な流体現象を伴い、その複雑さから原因解明まで課題が残っている。

そこで、与えられた流体データ（シュリーレン可視化画像）のような多次元データから低次元成分を抽出する固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition)<sup>(3)</sup>に注目する。これは、物理現象の持つデータに対し、その傾向をよく示す基底（POD モード）を求めるものである。この手法は、正弦関数や余弦関数によって与えられたデータを表現するのではなく、より良い基底を探し求めることを目的としている。もと n 次元座標系のデータの代わりに r 次元の座標系 (r << n) でデータを表すことが目的である。

本研究では、Transonic tone の特徴的な周波数での現象に注目して、POD を適用し単純モデル化構築を行う。

## 2. 解析対象と条件

### 2-1 解析対象

本研究ではノズルスロート 6 mm に対してノズル幅が 80 mm の 2 次元ラバルノズルを使用したシュリーレン可視化画像 (Fig.1) を解析対象とした。ナイフエッジは流れの方向に対して水平に設置した横切りと垂直に設置した縦切りの可視化画像を使用した (Fig.1, Fig.2)。撮影速度は 240 kfps とし、この時の解像度は 384 × 136 ピクセル、露光時間は 0.25 μsec である。

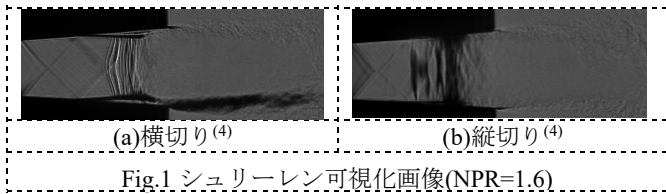


Fig.1 シュリーレン可視化画像(NPR=1.6)

### 2-2 解析条件

SPOD Algorithm(Welch 法<sup>(5)</sup>)の概略図を Fig.2 に示す。

#### (前処理)

各データブロック  $n = 1, 2, \dots, N_b$  に関して、シュリーレン可視化によって得られた時系列画像を各ブロック  $N_f$  枚ごとの Snapshot に分解する(データに連続性を持たせるため  $N_o$  枚重複させる)

#### (a) Data matrix の組み立て

$$I^{(n)} = [i_{1+(n-1)(N_f-N_o)}, i_{2+(n-1)(N_f-N_o)}, \dots, i_{N_f+(n-1)(N_o-N_o)}]$$

#### (b) FFT をかけて、行単位の DFT に格納していく

$$\hat{i}^{(n)} = FFT(I^{(n)}) = [i_1^{(n)}, i_2^{(n)}, \dots, i_{N_o}^{(n)}]$$

$i_k^{(n)}$  は、k 個の離散周波数  $f_k$  で n 個のフーリエモードからなる (本解析)

k = 1, 2, ...,  $N_f$  で示される角周波数  $f_k$  について

#### (a) フーリエ変換による matrix

$$\widehat{I}_{f_k} \leftarrow \sqrt{k} [i_k^{(1)}, i_k^{(2)}, \dots, i_k^{(N_b)}]$$

#### (b) $M_{f_k} \leftarrow \widehat{I}_{f_k}^T W \widehat{I}_{f_k}$ を計算する(クロススペクトルの作成)

#### (c) $M_{f_k} = \theta_{f_k} \widehat{\Lambda}_{f_k} \theta_{f_k}^*$ 固有値分解を計算する

#### (d) SPOD モード $\Psi_{f_k} = \widehat{I}_{f_k} \theta_{f_k} \widehat{\Lambda}_{f_k}^{-1/2}$ と、k 個の離散周波数の SPOD エネルギー $\widehat{\Lambda}_{f_k}$ を得る

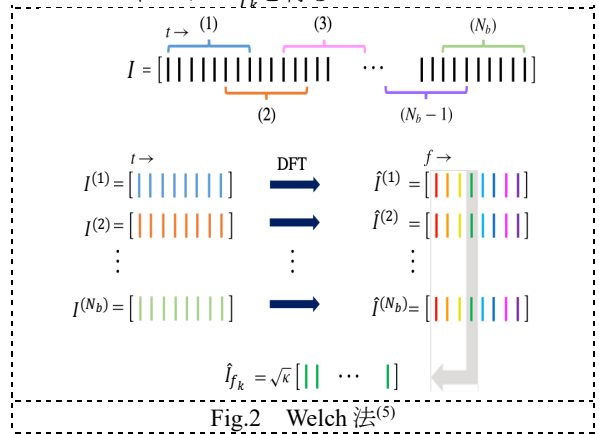
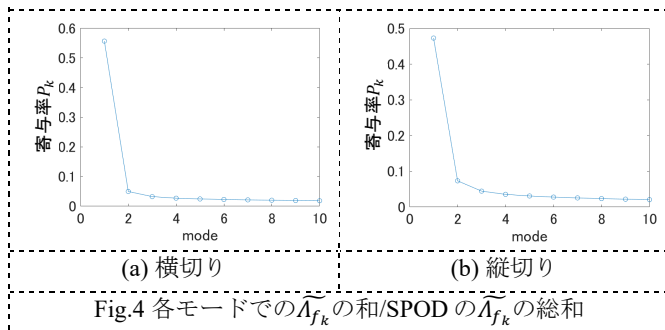
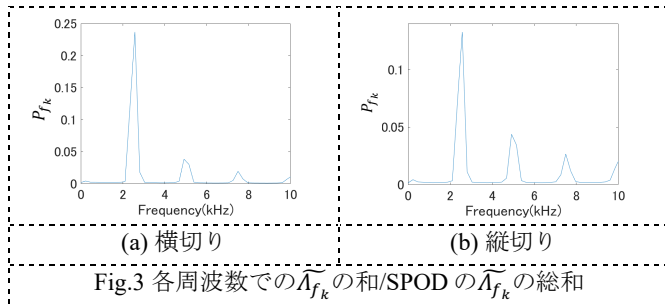


Fig.2 Welch 法<sup>(5)</sup>

## 3. SPOD エネルギーの周波数特性

上記に示した通り、解析の妥当性を検証するために、各周波数での  $\widehat{\Lambda}_{f_k}$  の和/SPOD の  $\widehat{\Lambda}_{f_k}$  の総和からわかる周波数特性と、ノズル内静圧スペクトル<sup>(4)</sup>と音圧スペクトル<sup>(6)</sup>を比較する。Fig.3 Fig.4 に SPOD エネルギーの周波数特性 ( $P_{f_k} = \Lambda_{f_k} / \sum_i \lambda_i$ ) をシュリーレン横切り・縦切りをそれぞれ示す。それぞれ、ピーク周波数は左から、2.58kHz, 4.92kHz, 7.50kHz である。音圧スペクトルを比較して、ピーク周波数は、概ね一致している。また、ノズル内静圧スペクトルと比較しても Stage1 のピーク周波数と概ね一致していることがわかる。各モードの寄与率  $P_k$  を横切り・縦切りそれぞれ Fig.5, Fig.6 に示す。これらから、横切りのモード 1 で全体の 55% 程、縦切りのモード 1 で全体の 55% 程なので、モード 1 のみで十分現象を捉えられていることがわかる。モード 2 以降の寄与率は、モード 1 と比較して極めて低く、Transonic tone stage1 の支配的な現象を議論する際には必要がないと考えられる。



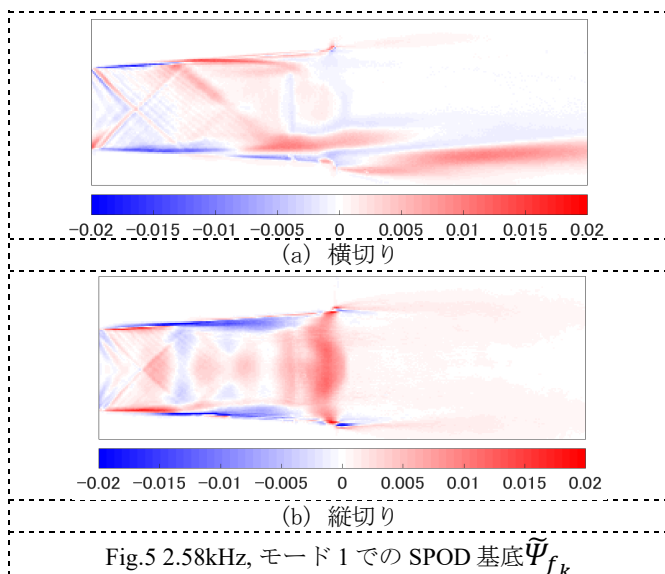
## 4. SPOD 解析結果

### 4-1 SPOD 基底

NPR1.6, シュリーレン横切り・縦切りでのピーク周波数, モード1での基底をそれぞれ Fig.5(a), (b)に示す. カラーコンタの示す量は, SPOD 基底  $\tilde{\Psi}_{f_k}$  をこの周波数での全エネルギーで規格化したものである. よって, ある特定の周波数でのエネルギーのうちそのモードによって記述される割合を示している.

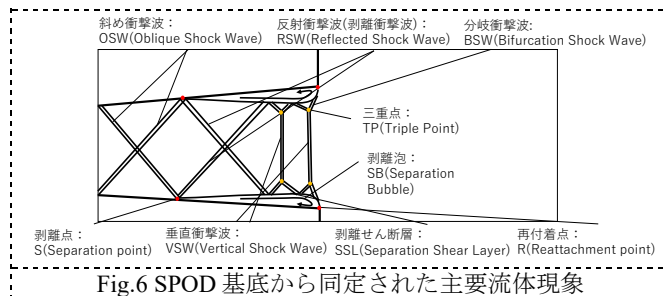
シュリーレン横切りでは, 剥離せん断層内の流れ, 剥離せん断層外の流れ, 斜め衝撃波 (反射衝撃波) を捉えていることがわかる. それぞれに関連性があることがわかるが特に, 剥離せん断層と衝撃波の干渉がエネルギー伝達 (壁圧上昇) と関係があるのでないかと考えられる.

シュリーレン縦切りでは, 垂直衝撃波, 剥離せん断層の厚みの発達 (剥離泡の形成) などが捉えられている. 剥離点前の乱流境界層での流れが剥離し衝撃波振動の流れであり, また, 剥離点から剥離泡形成されていることもわかる. そして, 垂直衝撃波がノズル出口に伝わることをわかる.



### 4-2 SPOD 基底と主要流体现象の同定

SPOD 基底と先行研究からわかっている流体现象<sup>(17)</sup>との同定を行う. シュリーレン横切りでは, SPOD 基底から剥離せん断層と反射衝撃波の干渉を抽出している様子がわかる. また, 横切りと縦切りともに斜め衝撃波 (入射衝撃波) が乱流境界層に干渉する位置で剥離している様子も捉えている. その後, 剥離した流れに反射衝撃波が干渉した位置に衝撃波が境界層の近くで枝分かれした状態になること (衝撃波の分岐, 分岐衝撃波) や垂直衝撃波が縦切りの SPOD 基底からわかる. 剥離した流れが再付着する理由として, 分岐衝撃波と剥離せん断層が干渉することが考えられる. その影響で剥離泡を形成し, 逆流領域が生じる.



## 3. 結言

ラバルノズル内の非定常流体可視化画像に周波数空間での固有直交分解を適用することにより, Transonic tone stage1 に由来する周波数現象を抽出することを試みた. その結果, SPOD 基底から主要な流れとして, 剥離せん断層内の流れ (逆流), 剥離せん断層外の流れ (衝撃波振動), 斜め衝撃波 (反射衝撃波) を捉えていることがわかる. SPOD の性質上, これらの流体现象はコヒーレントな関係であり, 周期現象の中で互いに関係していると考えられる. また, 本研究では, 衝撃波振動に着目してシュリーレン可視化画像に適用した. SPOD による超音速噴流から発生する音響波のシュリーレン画像に同定<sup>(24)</sup>では, シュリーレン可視化画像に SPOD を適用して音響波を抽出していることがわかる. そのことから, Transonic tone が支配的なラバルノズル内の遷音速流の音響場 (流体変動を含まない領域) に解析領域を限定することで, 音源位置から伝播パターンを示し, 衝撃波振動に由来する周期現象と同定することができるのではないかと考えられる.

## 参考文献

- (1) Frey M. and Hagemann G., "Restricted Shock Separation in Rocket Nozzle", J. Prop. Power, Vol. 16, No. 3, (2000), pp. 478-484.
- (2) Zaman, K. B. M. Q., et al, "Investigation of a 'transonic resonance' with convergent-divergent nozzles", J. Fluid Mech., Vol. 463 (2002), pp. 313-343.
- (3) 平 邦彦: ながれ, 30(2011), 115-123
- (4) 石橋遼平, ラバルノズルから発生する流体騒音の機序に関する実験的研究, 2015 年度, 環境エネルギー工学専攻 修士論文
- (5) A. Towne et al.: J. Fluid Mech., 847(2018), 821-867.
- (6) 半澤雄太, 二次元超音速ノズルから発生する空力騒音に関する研究, 日本機械学会九州支部講演論文集 Vol.67, No.630(2014)