

## Estimation of a time-inhomogeneous Ornstein-Uhlenbeck process

ゲトウート, プラメスティ

<https://hdl.handle.net/2324/6787424>

---

出版情報 : Kyushu University, 2022, 博士 (数理学), 課程博士  
バージョン :  
権利関係 :

氏 名	Getut Pramesti			
論 文 名	Estimation of a time-inhomogeneous Ornstein-Uhlenbeck process (時間不均質なオーンシュタイン・ウーレンベック過程の推定)			
論文調査委員	主 査	九州大学	教授	増田 弘毅
	副 査	九州大学	教授	川野 秀一
	副 査	九州大学	教授	廣瀬 慧
	副 査	九州大学	准教授	佃 康司

### 論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

近年の著しい情報処理技術の発展と利用環境の向上により、複雑な従属性を呈する大規模データの収集が容易なものとなってきている。このようなデータが擁する情報を効率良く抽出・平滑化するためには、確率解析や確率過程論（マルチンゲール理論）を基盤とした統計解析手法の開発が一つの鍵となる。

時間発展にともなって観測される実現象には様々な非定常性、とくに時間的に非一様なシグナルへの平均回帰構造が宿っている。時間不均質な確率過程モデルは多岐にわたる応用対象をもつ一方で、統計推測理論は十分に体系化されていない。その主たる理由として、漸近理論の構築において重要な役割を演じるエルゴード定理がどのような形で成り立つか、またそのための十分条件は何かといった基本的なツールが未整備であった点が挙げられる。申請者はこの点に着目し、時間不均質な Ornstein-Uhlenbeck 過程（以下 OU 過程と略す）のドリフト係数パラメータの最小二乗推定に取り組んだ。明示的な推定方式の構築および提案推定量の一次漸近挙動の解明、すなわち漸近分布の導出が主眼である。エネルギー消費量予測など多くの分野における実データ解析で当該モデルがアドホックに用いられている状態が続いており、それが本研究での、確率過程モデルとして統計的推定の基礎構築という動機の元となっている。

申請者は、隣接データ間の観測時間幅がゼロへ減少してゆく高頻度観測モデルにおいて、トレンド項の一部にサイン波の重ね合わせを組み込んだ一種の拡散過程型の非定常回帰モデルを対象としている。今回の研究の動機となった高頻度観測された時間不均質な OU 過程の推定は、特に周波数成分の推定量の漸近推測理論はこれまで先行研究がなく、その近似信頼集合の構成法すら理論が存在していない状態であった。とくに周期的連続時間サイン波信号処理を時間不均質な OU 過程で表現する際に季節成分を考慮する必要があり、これこそが、エルゴード性に依拠して展開される従来の確率微分方程式の推測理論では扱うことができないボトルネックである。形式的な一般論を扱おうとすると見えてこない、モデル依存の精密な解析が不可欠となる。

本研究は、簡明な推定方式をもって上記のひとつの解法を与えるものであり、理論および実用の双方の観点から重要な貢献を与えた。申請者はまず、周波数パラメータの一致性を二段階推定方式によって証明した。これは当該モデルにおける非標準的な一面である。実際、簡易的な最小二乗型推定方式では、擬似カルバック-ライブラー情報量において周波数パラメータが現れず、したがってドリフト項の全パラメータを同一推定関数のみで扱う限り、通常の識別可能性条件が役立たない。申請者はこの点において、離散時間信号処理モデルにおけるピリオドグラムベースの推定関数を補

助的に用いることで周波数パラメータ推定量の一致性の証明に成功している。そこでは連続時間軸と高頻度観測時間スケールを非線形に取り扱う必要があるが、申請者は詳細な誤差評価に基づいて極限定理を示し、エルゴード的漸近挙動を解明した。特筆すべきは、自己回帰パラメータや信号強度パラメータ、加えて周波数パラメータを全て同時推定する際の収束速度および漸近共分散が非常に簡潔な形式で与えられていることである。証明全体をつうじて確率過程モデル固有の時間スケール性を適切に扱う必要があり、離散時間モデルと一線を画する数理が要求される。

申請者の研究は一貫して時間不均質な OU 過程型回帰モデルを対象としているが、そこで扱われた高頻度観測スキームにおいては、より一般の非線形回帰モデルへの拡張が示唆されている。すなわち、申請者はオイラー近似に基づいた漸近理論を展開することにより、線形自己回帰性やボラティリティ（確率過程の分散の構造）の均一性を本質としない統計モデリングのひとつの方向性を与えた。関連する理論的考察は今後の課題として興味深いものである。

論文中では、理論的な知見を検証すべくシミュレーションおよび実データへの適用も行われている。後者においては、東京電力の電力負荷、ベルギーの家庭の照明器具のエネルギー使用量、フランスの家庭電力、テトゥアン市の電力消費量など複数の対象が扱われている。いずれの時系列データにおいても周期変動が顕在しており、当該現象は従来の定常エルゴード的拡散過程では表現できない。申請者は時間不均質な OU 過程回帰モデルを用いることで、短期から中期の予測に季節変動を取り込んだ簡明なモデリングを可能とした。以上の実用的考察は申請者の提案した推定方式に基づいたものであり、さらに同氏が証明した理論的結果に依拠するかたちで初めて展開され得るものである。しかしながら、シミュレーションにおいては、限られた状況下でしか検証しておらず、より詳細な検証が望まれる。さらに、実データ解析においては、得られた結果を解釈（説明）できておらず、理論を現実問題へ役立てる力が不足していると思われる。

曜日性や季節性などの周期成分を含む従属性データ解析については、状態空間モデリングを適用して情報抽出するのが一つの対処法とされている。しかしながら、パラメータ推定量の漸近挙動を導出するという基本的なステップは本質的に異なる考察を要する。とくに申請者が対象としている確率過程モデルからの高頻度観測データという枠組みは既存の理論で扱える範疇にない。この観点からも、申請者の研究内容はより複雑な統計モデリングの理論解析のための一つ基礎を与えている。

本論文では推定の漸近最適性までは言及されていないが、計算容易な推定量を提案しその理論性質を解明するという本論文の主旨は十分評価に値する。しかし、当該モデルがブラウン運動で駆動されていること、および分散構造が均一であることを踏まえると、提案された推定方式が漸近有効であることが期待される。漸近有効性は厳密な尤度比確率場の精密な解析によって可能となるものであるためそれは今後取り組むべき重要な課題の一つであろう。

以上のとおり、申請者の結果は統計的漸近理論の分野において価値ある業績と認められる。よって、本研究者は博士（数理学）の学位を受ける資格があるものと認める。