

## A Numerical Analysis and Measurements of Acoustic Streaming

泉, 祐正  
九州大学機能物質科学研究所

張, 興  
九州大学機能物質科学研究所

藤井, 丕夫  
九州大学機能物質科学研究所

<https://doi.org/10.15017/6674>

---

出版情報 : 九州大学機能物質科学研究所報告. 9 (1), pp.75-85, 1995-11-15. Institute of Advanced  
Material Study Kyushu University

バージョン :

権利関係 :



## 超音波直進流の解析と測定

泉 祐正・張 興・藤 井 丕 夫

### A Numerical Analysis and Measurements of Acoustic Streaming

Yusei IZUMI, Xing ZHANG and Motoo FUJII

Acoustic streaming induced by a focused sound source is investigated numerically and experimentally. Two dimensional Navier-Stokes equation in cylindrical coordinates system is solved numerically under the external force field derived from the sound pressure fields. The sound pressure fields are calculated for a focused sound source with uniform pistonlike oscillation or Gaussian profile oscillation by using Rayleigh's equation neglecting the acoustic nonlinearity and absorption. Two dimensional sound pressure and streaming velocity distributions are measured in pure water using 6 MHz focused sound source with 19 mm in diameter and about 120 mm in focal length. Numerical results for sound pressure and streaming velocity are in good agreement with those measured. It is confirmed that the acoustic streaming induced by the external force is proportional to both sound intensity and absorption. In the present case where the ultrasound intensity is relatively small, the acoustic nonlinearity is found to be not significant.

#### 1. 緒 言

流体中に超音波を照射すると流れが生じる。この流れは直進流、あるいは音響流 (acoustic streaming)<sup>1),2)</sup> と呼ばれる。直進流は超音波の伝搬過程で駆動力を得るので、音源近傍で加速流となる細いビーム状の流れである。この現象は例えば密閉容器内に駆動部分を持たずに流れを生じさせることが可能であることから工業上様々な応用が考えられる<sup>3)</sup>。一方、最近の超音波診断技術の進展に伴い、直進流が生体内に発生する可能性についても検討されている<sup>4)</sup>。このことから直進流に関する研究はその重要性を増しつつある。

直進流の現象そのものは古くから知られ、その発生

についての詳細な解析が Eckart<sup>5)</sup>により行われている。初期の研究では、直進流が流体媒質の音波吸収に依存することから、直進流の測定から逆に各種流体の体積粘性係数や音の吸収係数を求めることに主眼が置かれている<sup>6),7),8),9)</sup>。最近、この流れの発生原因について新たに様々な理論的検討がなされ、流れの駆動力は粘性流体の運動方程式における速度や圧力の非線形高周波成分の時間平均項から導出される<sup>10)</sup>。松田ら<sup>11)</sup>はガウス集束音源ビームから発生する直進流について検討し、流体力学的非線形性が流動特性に大きな影響をおよぼすとしている。一方、実験的研究も行われ、Romanenko<sup>12)</sup>は直進流の速度が超音波強度 (インテンシティ) に比例することを示し、また三留ら<sup>13)</sup>は直進流の駆動力が流体の音波吸収に依存することを明らかにしている。さらに、音響的非線形性の影響についても多くの研究がなされ<sup>4),13),14),15)</sup>、高調波成分の発生に

受理日 1995年7月31日

本論文を名誉教授 小林宏先生に献呈する。

超音波直進流の解析と測定

よって直進流の駆動力が増加することが明らかにされている。

このように多くの研究がなされているものの、直進流の流動特性については多くの未解明の問題も残されている。本研究では、超音波音場と直進流の駆動力の関係を明らかにし、直進流の数値解析手法を確立することを目的とする。本報では、超音波の吸収および非線形性を考慮せず、Rayleighの式<sup>16)</sup>を基本にした音場解析により駆動力分布を算出するとともに、それを用いた流動解析を行う。さらに、純水を対象に超音波音場と流れ場の2次元測定を行い、数値解析結果と比較する。

使用記号

$A$	: アスペクト比 ( $= r_0/H$ )	[-]
$a$	: 振動子の半径	[m]
$c_0$	: 媒質の音速	[m/s]
$D$	: 音源の面要素から音圧の計算点までの距離	[m]
$d$	: 振動子の焦点距離	[m]
$f$	: 直進流の駆動力	[N/kg]
$F_r$	: 無次元径方向駆動力	[-]
$F_z$	: 無次元音軸方向駆動力	[-]
$f_r$	: 径方向駆動力	[N/kg]
$f_z$	: 音軸方向駆動力	[N/kg]
$H$	: 自由表面高さ	[m]
$h$	: レンズの高さ	[m]
$I$	: 超音波の強度	[W/m <sup>2</sup> ]
$k$	: 超音波の波数	[1/m]
$P_f$	: 無次元流体力学的圧力	[-]
$p$	: 音圧	[Pa]
$p_f$	: 流体力学的圧力	[Pa]
$p_{pk}$	: 音圧のピーク値	[Pa]
$\dot{p}$	: 複素音圧	[Pa]
$R$	: 無次元径方向座標	[-]
$r$	: 径方向座標	[m]
$r_0$	: 円筒容器の半径	[m]
$r_s$	: 音源上の径方向座標	[m]
$t$	: 時間	[s]
$U$	: 無次元径方向流速	[-]
$u$	: 径方向流速	[m/s]
$V$	: 無次元音軸方向流速	[-]
$V_0$	: 振動速度振幅	[m/s]
$v$	: 音軸方向流速	[m/s]

$v_a$	: 粒子速度	[m/s]
$Z$	: 無次元音軸方向座標	[-]
$z$	: 音軸方向座標	[m]
$\alpha$	: 超音波の吸収係数	[neper/m]
$\eta$	: 体積粘性係数	[Pa·s]
$\lambda$	: 波長	[m]
$\mu$	: せん断粘性係数	[Pa·s]
$\nu$	: 動粘性係数	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho_0$	: 媒質の密度	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_a$	: 媒質の密度の平衡状態からの変動分	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$	: 無次元時間	[-]
$\xi$	: ガウス係数	[-]
添字		
$f$	: 流体	
$r$	: 径方向成分	
$s$	: 音源	
$z$	: 音軸方向成分	

2. 数値解析

2-1. 物理モデルと基礎式

本報では円筒容器内の直進流を対象とし、Fig. 1に示すような物理モデルと座標系を考える。直径 $2r_0$ の円筒容器の底面の中心部に直径 $2a$ の超音波振動子が同一平面上に設置されている。流体は容器内の高さ $H$ まで満たされており、上面は自由表面である。直進流は基本的には、連続の式およびNavier-Stokesの式に支配される<sup>10)</sup>。これらの式は円柱座標系で次のように表される。

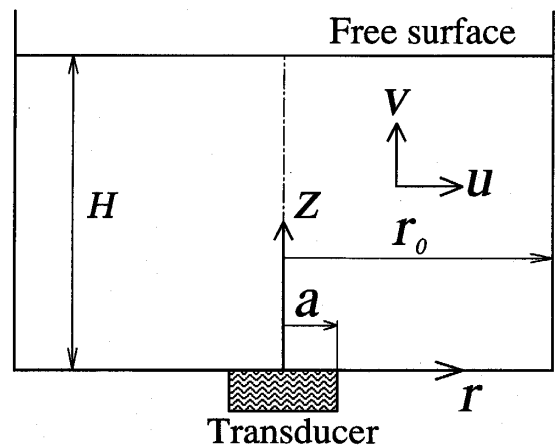


Fig. 1 Physical model and coordinates system.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ur)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \\ -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_f}{\partial r} + f_r + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \\ -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_f}{\partial z} + f_z + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $f_r$  および  $f_z$  は、超音波によって生ずる流れの駆動力で次節で詳述する。

上式を以下の無次元パラメータ

$$\tau = \frac{t\nu}{H^2}, \quad R = \frac{r}{r_0}, \quad Z = \frac{z}{H}, \quad U = \frac{uH}{A\nu}, \quad V = \frac{vH}{\nu}$$

$$P_f = \frac{p_f H^2}{\rho \nu^2}, \quad A = \frac{r_0}{H}, \quad F_r = \frac{H^3}{A\nu^2} f_r, \quad F_z = \frac{H^3}{\nu^2} f_z$$

を用いて無次元に変換して次式が得られる。

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(UR)}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial R} + V \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{1}{A^2} \frac{\partial P_f}{\partial R} + F_r + \\ \left( \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{A^2 R} \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{1}{A^2} \frac{U}{R^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial R} + V \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P_f}{\partial Z} + F_z + \\ \left( \frac{1}{A^2} \frac{\partial^2 V}{\partial R^2} + \frac{1}{A^2 R} \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

初期条件および境界条件は次式で与えられる。

$$\tau = 0: U = V = P_f = 0$$

$$R = 0, \quad 0 < Z < 1: U = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial R} = 0$$

$$R = 1, \quad 0 < Z < 1: U = 0, \quad V = 0$$

$$0 \leq R \leq 1, \quad Z = 0: U = 0, \quad V = 0$$

$$0 \leq R \leq 1, \quad Z = 1: \frac{\partial U}{\partial Z} = 0, \quad V = 0$$

数値解析は基礎式および境界条件を差分近似し、SIMPLER 法<sup>17)</sup>によって行った。その際、各格子点上の駆動力の値は、音場解析により予め求められた音圧分布から計算された値を内挿することによって与えた。

## 2-2. 直進流の駆動力

直進流の駆動力については、この現象が見出されて以来様々な説が提案されているが、結果的には粘性流体の運動方程式の非線形高周波成分の時間平均項から生ずるものであると考えられている。これは次のように求められる。すなわち、超音波による流体粒子の振動速度、圧力および密度変動を平均流に重畳し、運動

方程式の時間平均をとると駆動力に相当する成分として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = -\overline{(\mathbf{v}_a \cdot \nabla) \mathbf{v}_a} - \overline{\mathbf{v}_a (\nabla \cdot \mathbf{v}_a)} - \frac{\mu}{\rho_0^2} \nabla^2 \overline{(\rho_a \mathbf{v}_a)} \\ - \frac{1}{\rho_0^2} \left( \eta + \frac{\mu}{3} \right) \nabla \nabla \cdot \overline{(\rho_a \mathbf{v}_a)} - \frac{1}{2\rho_0} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_0 \nabla \overline{\rho_a^2} \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)は粒子速度についての連続の式  $\partial \rho_a / \partial t + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_a = 0$ 、および、線形近似された運動方程式  $\rho_0 \partial \mathbf{v}_a / \partial t = -\nabla p + (\eta + 4\mu/3) \nabla^2 \mathbf{v}_a$  を用いて、

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = -\frac{1}{2} \nabla \overline{\mathbf{v}_a \cdot \mathbf{v}_a} - \frac{c_0^2}{2\rho_0^2} \left\{ \frac{\rho_0}{c_0^2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_0 - 1 \right\} \\ \nabla \overline{\rho_a^2} - \frac{1}{\rho_0^2} \left( \eta + \frac{\mu}{3} \right) \nabla \nabla \cdot \overline{(\rho_a \mathbf{v}_a)} \\ - \frac{\mu}{\rho_0^2} \nabla^2 \overline{(\rho_a \mathbf{v}_a)} - \frac{1}{\rho_0^2} \left( \eta + \frac{4\mu}{3} \right) \overline{\rho_a \nabla^2 \mathbf{v}_a} \end{aligned} \quad (8)$$

のように書き変えることができる<sup>18)</sup>。

ここで、 $\mathbf{v}_a$  および  $p$  はそれぞれ粒子速度および音圧である。

右辺の各項で、第1から3項はポテンシャルに基づくもので、直進流の駆動力としては寄与しない<sup>11)</sup>。残りの第4および第5項はさらに、 $\rho_a = p/c_0^2$  および  $\partial^2 \mathbf{v}_a / \partial t^2 = c_0^2 \nabla^2 \mathbf{v}_a$  の関係を用いて次式のように表される。

$$\mathbf{f} = -\frac{\mu}{\rho_0^2 c_0^2} \nabla^2 \overline{p \mathbf{v}_a} - \frac{1}{\rho_0^2 c_0^4} \left( \eta + \frac{4\mu}{3} \right) \overline{p \frac{\partial^2 \mathbf{v}_a}{\partial t^2}} \quad (9)$$

さらに式(9)の第1項と第2項と比べると周波数が高い超音波の領域では前者は無視できる<sup>11)</sup>。

結果的に直進流の駆動力は次式で与えられることになる。

$$\mathbf{f} = -\frac{1}{\rho_0^2 c_0^4} \left( \eta + \frac{4\mu}{3} \right) \overline{p \frac{\partial^2 \mathbf{v}_a}{\partial t^2}} \quad (10)$$

そして、粒子速度と音圧の関係、 $\mathbf{v}_a = j(\rho_0 \omega)^{-1} \nabla p$  を用いると、駆動力と音圧との関係は次式のように表される。

$$\mathbf{f} = \frac{j\omega^2}{\rho_0^3 c_0^5 k} \left( \eta + \frac{4\mu}{3} \right) \overline{p \nabla p} \quad (11)$$

したがって、超音波の音圧分布を求めることで駆動力分布が計算できることになる。

音場の計算に関しては、音波の吸収や非線形性を考慮した放物型方程式<sup>19)</sup>を解く方法など近似の程度に応じて、また音源の特性等により種々の方法が提案されている。ここでは、最も単純に、すなわち吸収も非線形性も無視できるとし、次式で表される Rayleigh の式<sup>10)</sup>を用いる。

$$\begin{aligned} p = j \frac{\rho_0 c_0 V_0}{\lambda} \exp(j\omega t) \iint_S \exp\left(-\xi \frac{r_s^2}{a^2}\right) \\ \frac{\exp(-jkD)}{D} ds \end{aligned} \quad (12)$$

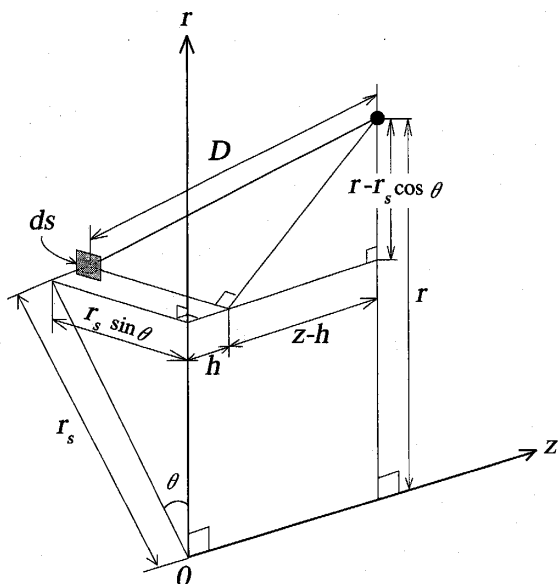


Fig. 2 Distance between a field point and a surface element on sound source.

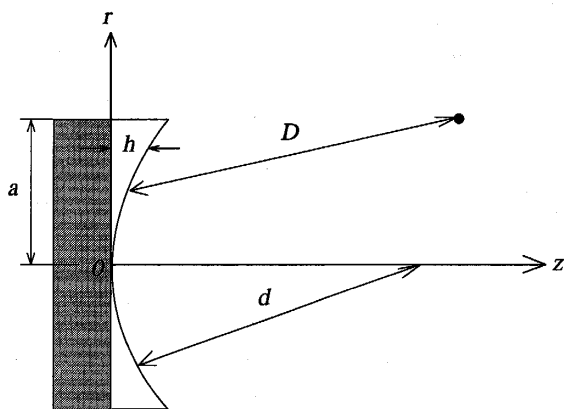
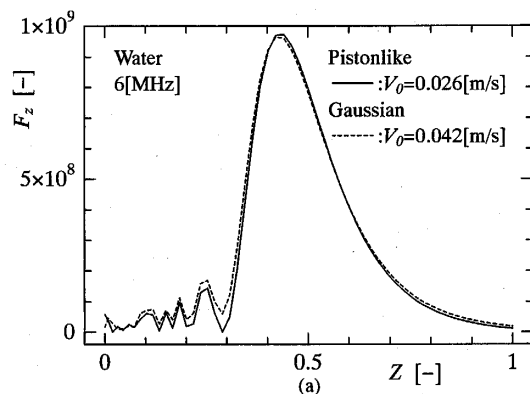


Fig. 3 Geometry of focused sound source.

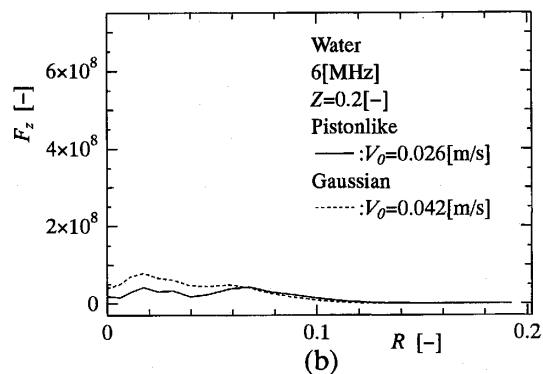
ここで、 $V_0 \exp(-\xi r_s^2/a^2)$  は音源の振動速度振幅である。 $\xi$  はガウス係数で、 $\xi=0$  のとき一様なピストン振動をし、 $\xi=1$  のときガウス分布状に振動する。また  $D$  は音源の面要素から音圧の計算点までの距離で次式で与えられる (Fig. 2 参照)。

$$D = \sqrt{(r - r_s \cos \theta)^2 + (z - h)^2 + (r_s \sin \theta)^2}$$

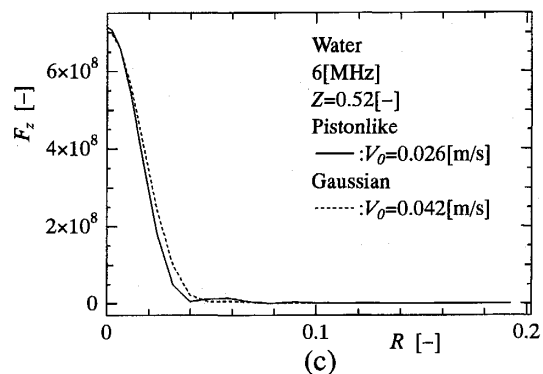
音源のモデルとしては、後述の実験に対応して、Fig. 3 に示すような凹面状の振動子 (集束音源) を考える。これは、平面音源に音響レンズを取り付けたものであり<sup>20)</sup>、音軸方向に平行に振動すると仮定する。凹面振動子が一様なピストン振動をする場合の音圧分布については Hasegawa ら<sup>21)</sup> の解析解がある。ここでは、振動子がガウス分布状に振動する場合を含め、音圧分布を



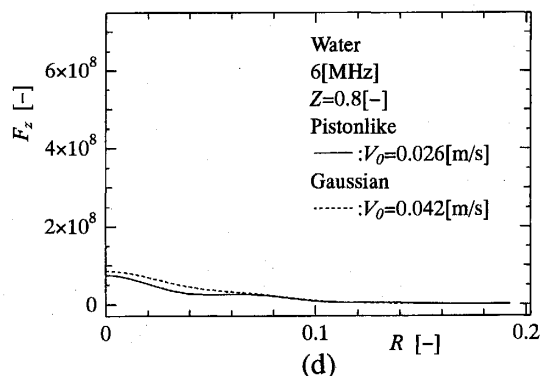
(a) along center axis.



(b)



(c)



(d)

(b), (c) and (d) in horizontal cross sections, at  $Z=0.2, 0.52$  and  $0.8$

Fig. 4 Driving force of acoustic streaming.

数値積分によって求める。

式(12)を数値積分して $p(r, z)$ を求め、また式(12)の勾配をとったもの、すなわち音圧勾配を同様に数値積分によって算出する。なお、本計算によって得られた音圧分布はHasegawaらの解析解と、振動子の極近傍を除き、非常によく一致することが確かめられている。音圧および音圧勾配のそれぞれについて二乗平均値をとり、式(11)に代入して超音波直進流の駆動力分布が得られる。こうした計算結果によれば、式(11)中の $(1/k)\partial p/\partial z$ は音源の極近傍を除けば $p$ の値と殆ど等しいこと、また駆動力の径方向成分となる $(1/k)\partial p/\partial r$ は $p$ に比べ2桁程度小さいことが明らかになった。したがって、流れ場の数値解析においては、駆動力として音軸方向のみを考え、それを次式で算出した。

$$f_z = \frac{\alpha}{(\rho_0 c_0)^2} |\dot{p}|^2 \quad (13)$$

ここで、吸収係数を $\alpha = (\eta + 4\mu/3)\omega^2 / (2\rho_0 c_0^3)$ と置いてある。なお、この式は超音波の強度、すなわちインテンシティ $I$ を用いると、次式のように書き換えられる。

$$f_z = 2\alpha I / (\rho_0 c_0) \quad (14)$$

上式は直進流の駆動力が超音波の吸収係数とインテンシティに比例することを示し、Starritt<sup>22)</sup>らやFox<sup>23)</sup>が提案した式と同じである。

本報では凹面振動子(集束音源)が6MHzで一様なピストン振動をする場合( $\xi=0$ )とガウス分布状に振動する場合( $\xi=1$ )の2種類について駆動力分布を求めた。Fig. 4(a)~(d)に一様分布およびガウス分布の場合の無次元の駆動力分布の計算結果をそれぞれ実線および破線で示す。図の(a)は音軸上の分布で、(b)、(c)および(d)はそれぞれ $Z=0.2, 0.52, 0.8$ における径方向分布である。図から明らかなように、集束音源の場合には駆動力は音軸上の狭い範囲に限られる。したがって、本解析では振動子の径外での駆動力は無視し、差分格子上に与える駆動力として次式で計算される値を与えた。

$$F_z = \begin{cases} Eq.(13) \times H^3 / \nu^2 & (0 \leq R \leq \frac{a}{r_0}) \\ 0 & (\frac{a}{r_0} < R \leq 1) \end{cases}$$

### 2-3. 数値計算

数値計算は基礎式および境界条件を差分近似し、SIMPLER法による非定常計算を行った。各時間ス

テップ毎の収束条件は、速度および圧力を $\phi$ で表したとき、繰返し前後の値が次式を満足するように与えた。

$$\left| \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^{n+1}} \right| \leq 10^{-3}$$

さらに、 $\Delta\tau$ を $10^{-5}$ として時間を進め、次式を満足する解を定常解とした。

$$\left| \frac{\phi^{p+1} - \phi^p}{\phi^{p+1} \Delta\tau} \right| \leq 10^{-2}$$

差分格子としては、 $z$ 方向には容器底面や自由表面近傍で格子間隔が密になるような不等格子、 $r$ 方向には音軸近傍で格子間隔が密になるような不等格子をとった。格子数は径方向、音軸方向ともに61である。数値計算における各パラメータの値は後述の実験との対応を考慮して、次のように設定した。振動子については、周波数6 MHz、振動子の半径 $a=9.5$ mm、焦点距離 $d=120$ mmとし、媒質は水を想定し、超音波の吸収係数 $\alpha=0.864$ neper/m<sup>24)</sup>、音速 $c_0=1485$ m/s、密度 $\rho_0=1000$ kg/m<sup>3</sup>、動粘性係数 $\nu=1 \times 10^{-6}$ m<sup>2</sup>/sとした。また、アスペクト比および振動子径と容器径の比は実験条件に合わせて、それぞれ $A=0.2$ 、 $a/r_0=0.19$ とした。

なお、計算における流量バランスは本計算のすべての条件で、自由表面の極近傍を除き、1%以内の誤差で満足されている。

## 3. 実験

### 3-1. 測定装置

測定装置の概略をFig. 5に示す。水槽は内寸法100×100×300mmの亚克力製矩形容器である。その底面中央部に共振周波数が5 MHz、焦点距離が70~120 mm、直径19mmの医用超音波振動子(KB-AEROTECH社、MLB50EL)が、その表面と底面とが同一平面になるように取り付けられている。この水槽は3次元微動ステージの上に設置される。振動子の駆動にはパルスジェネレータ(HP社、8116A)を用い、6 MHzの連続正弦波を印加する。本報では試料液体として純水を用い、液深は250mmとした。水中の音圧分布および速度分布はこの微動ステージを水平方向および垂直方向にトラバースすることで測定した。音圧の測定には、直径0.6mmのイドロフォンプローブ(メディコテクニクス社)を用いた。このプローブの感度は-263.0dBV/ $\mu$

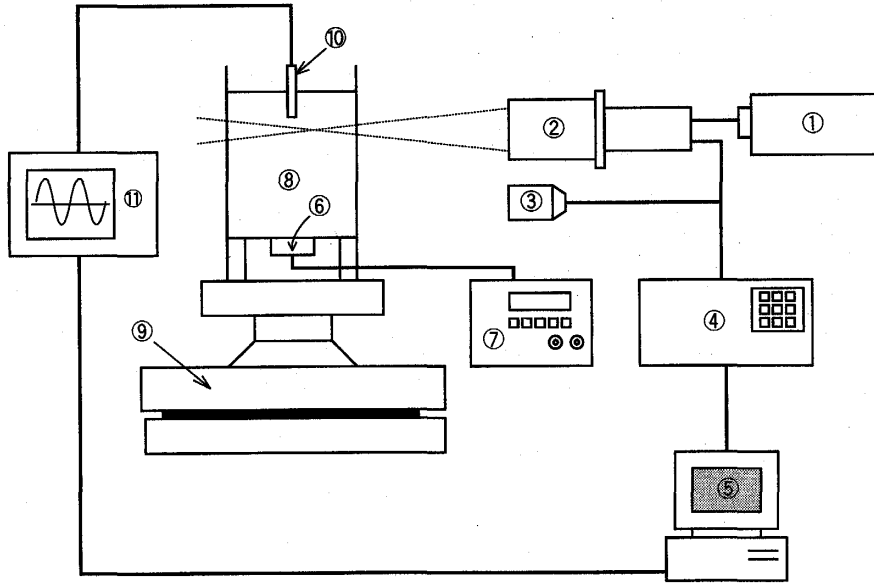


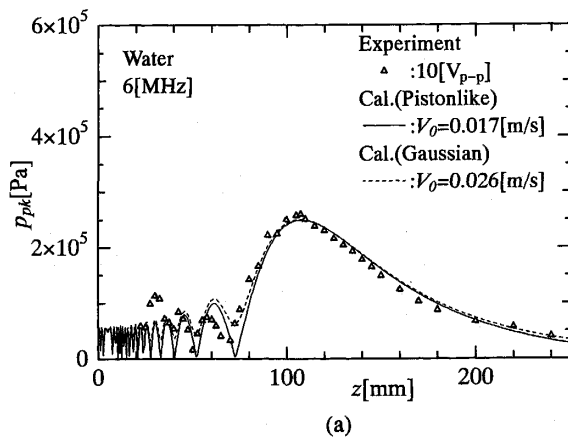
Fig. 5 Schematic of experimental apparatus.

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| ① Laser source            | ⑦ Pulse generator       |
| ② Optical system          | ⑧ Test vessel           |
| ③ Photomultiplier         | ⑨ X-Y-Z traversing base |
| ④ Burst Spectrum Analyzer | ⑩ Hydrophone probe      |
| ⑤ Personal computer       | ⑪ Oscilloscope          |
| ⑥ Transducer              |                         |

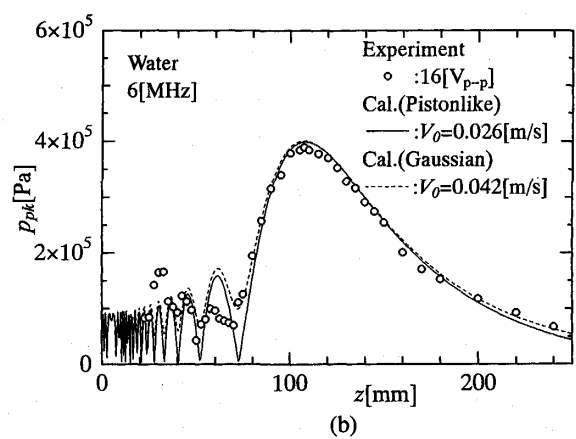
Paである。出力をオシロスコープに入力し波形を観察すると同時に、パーソナルコンピュータでデータ処理を行った。一方、直進流の速度分布測定にはレーザドップラ流速計(DANTEC社, 57N10BSA)を用い、後方散乱方式で測定を行った。トレーサには数平均粒子径が $5.5\mu\text{m}$ の架橋ポリスチレン(ニポール U1158S)を用いた。この場合もデータの収集処理にはパーソナルコンピュータを用いた自動計測を行った。

### 3-2. 実験条件

音圧分布の測定は周波数 6 MHz, パルスジェネレータ出力 $10V_{p-p}$ および $16V_{p-p}$ の場合について行った。流速分布は音圧分布の測定と同じ条件下で、音軸上の分布および径方向分布を測定した。なお、水温は音圧測定するとき $19.4\sim 22.0^\circ\text{C}$ , 流速測定ときは $22.7\sim 25.5^\circ\text{C}$ であった。



(a)



(b)

Fig. 6 Sound pressure along center axis.

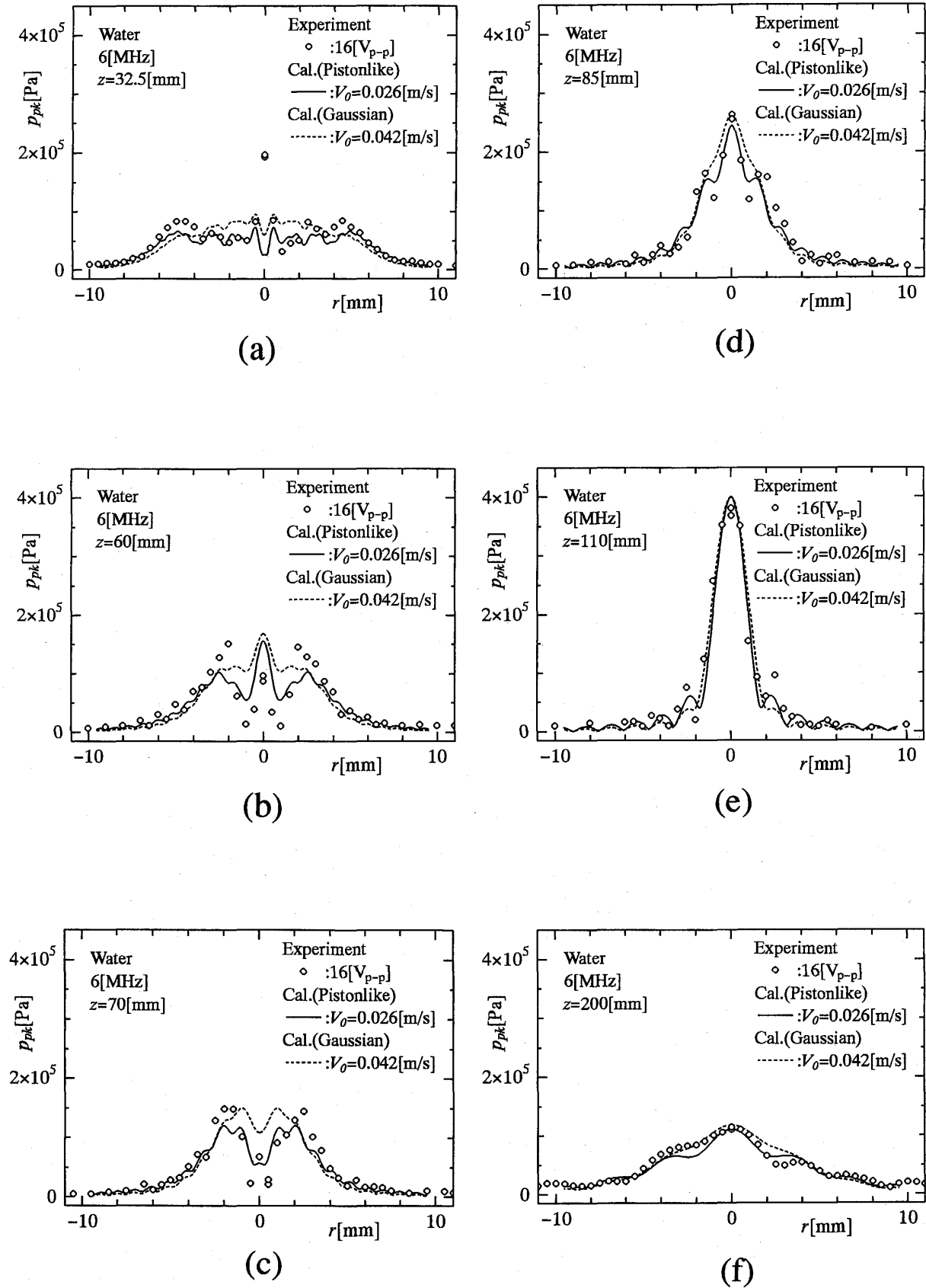


Fig. 7 Sound pressure profiles.



4. 結果および考察

Fig. 6 (a)および(b)にパルスジェネレータの印加電圧がそれぞれ10および16V<sub>p-p</sub>の場合の音軸上の音圧分布を示す。実線および破線はそれぞれ振動子が一樣なピストン振動をする場合とガウス分布状に振動する場合の音圧振幅の計算結果である。実験値はオシロスコープ上の波形の最大値を読み取ったものである。計算において、振動子の中心の振動速度振幅  $V_0$  は、音圧の最大値が16V<sub>p-p</sub>の実験値のそれと合うように、振動速度が一樣分布およびガウス状分布のそれぞれに対して、 $V_0=0.026\text{m/s}$  および  $0.042\text{m/s}$  で与えた。そして、振動速度振幅が出力に比例するとして、10V<sub>p-p</sub>の場合には16V<sub>p-p</sub>の場合の  $V_0$  を10/16倍した値、すなわち振動速度が一樣分布およびガウス状分布のそれぞれに対して  $0.017\text{m/s}$  および  $0.026\text{m/s}$  を与えてある。図から明らかなように、焦点に近い  $z=80\text{mm}$  より遠方では、音圧分布の計算値は振動子の振動分布によらず、いずれも測定された音圧と一致している。しかし、振動子に

近づくとつれて、振動分布の違いによる差が顕著になり、測定値とも差が見られる。

Fig. 7 (a)~(f)にそれぞれ、 $z=32.5, 60, 70, 85, 110, 200\text{mm}$ における、印加電圧16V<sub>p-p</sub>における音圧の径方向分布を示す。音圧の計算は Fig. 6 (b)のものに対応している。一樣なピストン振動をする場合はガウス状に振動する場合と比べて、音圧の空間的变化がより大きくなっている。 $z \geq 85$ では、計算値は実験値と比較的よく一致している。しかし、 $z \leq 70$ では両者に差がある。この差の原因はハイドロホンプローブの空間分解能の限界があること、および振動子の極近傍の音場に顕著な影響をもつ振動子の特性が、本実験で使用したものと計算で仮定したものと異なることによると考えられる。

Fig. 8 (a)および(b)に印加電圧がそれぞれ10および16V<sub>p-p</sub>における、振動子直近の音圧の径方向分布を示す。計算は Fig. 6 に対応する条件下、実線がピストン振動、破線がガウス分布振動の結果を示してある。計算値は  $z=1\text{mm}$  のもので、また、測定値はハイドロホンプローブを振動子にできるだけ近づけて測定したもので  $z=0.5\sim 1.0\text{mm}$  程度における値である。計算値と測定値とはオーダ的に等しい。振動速度振幅  $V_0$  は  $V_0=p_0/(\rho_0 c_0)$  の関係から換算すると、印加電圧10および16V<sub>p-p</sub>において、それぞれ  $0.026\text{m/s}$  および  $0.03\text{m/s}$  程度となる。振動子の極近傍の粒子速度が振動子の振動速度振幅と等しいとすると、本計算で与えた上述の振動速度振幅  $V_0$  の値は妥当と考えられる。

Fig. 9 に Fig. 6~7 に示す音圧分布に対応した音場における直進流の音軸上の速度分布を示す。振動子が一樣なピストン振動をする場合とガウス分布状に振動

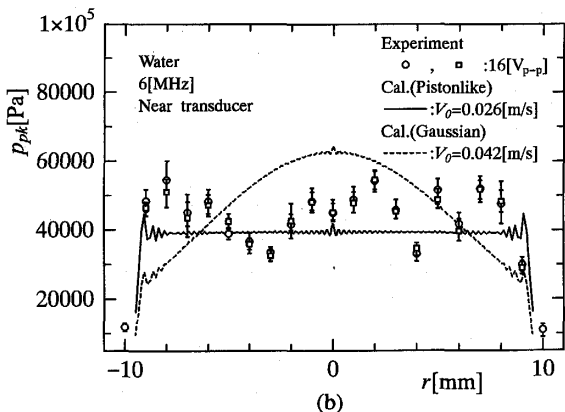
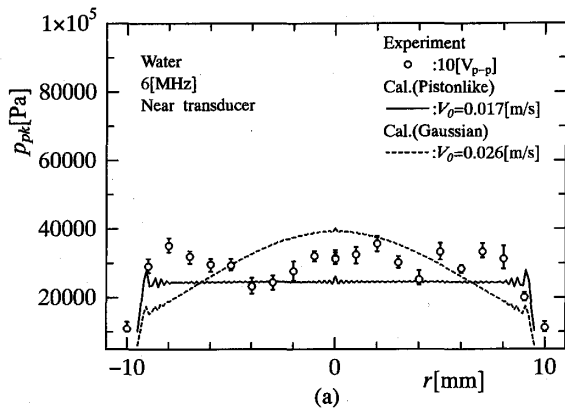


Fig. 8 Sound pressure profiles near transducer.

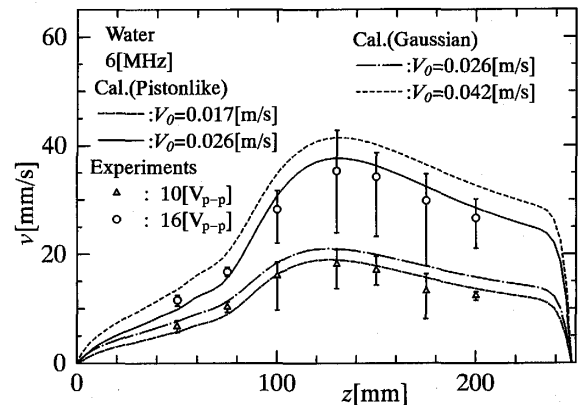


Fig. 9 Velocity distributions along center axis.

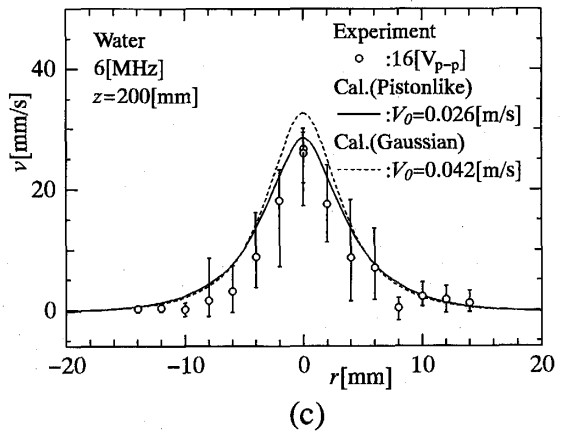
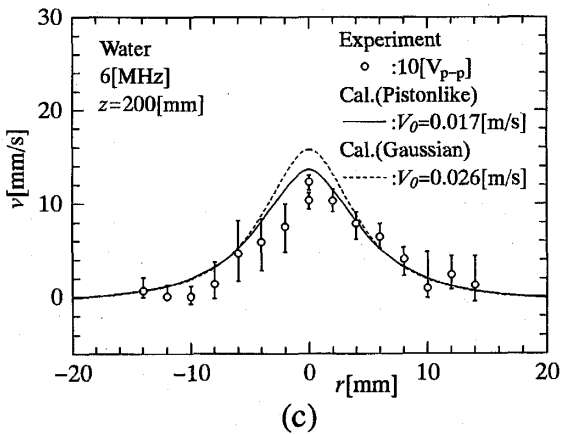
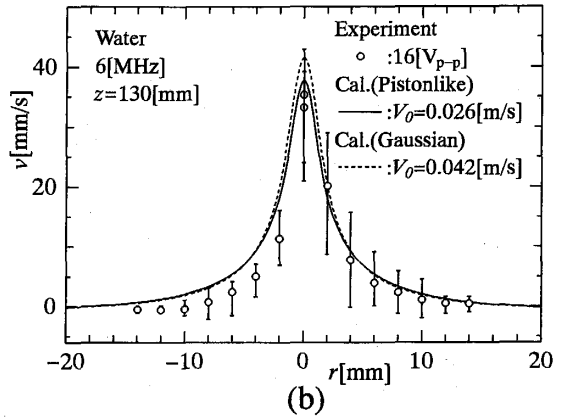
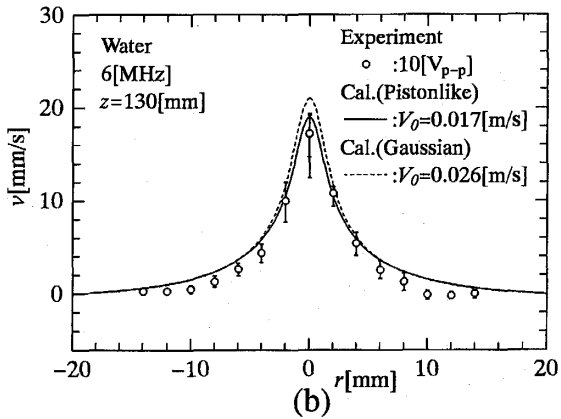
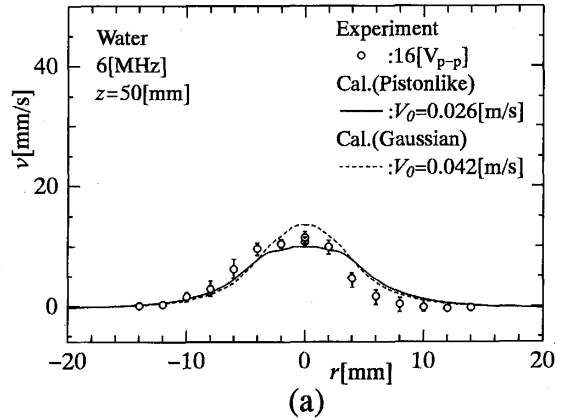
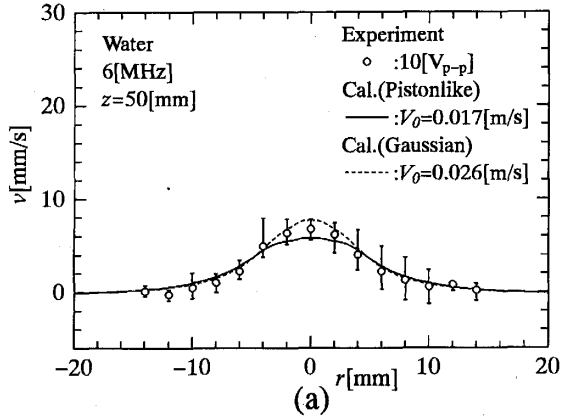


Fig. 10 Velocity profiles.

Fig. 11 Velocity profiles.

する場合は2種類についての計算結果を線種を変えてプロットしている。流速の測定値は、LDVによるデータ数1024の平均値であり、印加電圧が10および16 $V_{p-p}$ の場合を記号 $\Delta$ 、 $\circ$ でプロットしてある。また、流速変動の最大幅を同時に示してある。測定値の傾向は計算結果と一致し、特に一様なピストン振動をする場合の結果とはその変動の範囲内で定量的に一致している。音軸上の流速は $z=75$ mm付近から急に増加している。

これは Fig. 6 の音圧分布および Fig. 4 (a) に示す駆動力分布の特性に対応している。ただし、慣性力のため流速の最大位置は音圧の最大位置より約20mm下流側に生ずる。流速の最大値は印加電圧が10および16 $V_{p-p}$ の場合、それぞれ20mm/sおよび40mm/s程度である。流速は最大値をとったのち、緩やかに減少する。流速は焦点に近づくにつれて変動が大きくなり、実際にレーザー交差部でのシード粒子の観察からも、それが確認

できた。ガウス状に振動していると仮定した場合の流速の計算値は一樣なピストン振動を仮定した場合のそれよりも大きくなっている。これは前者の場合の駆動力が、全体的に大きくなっていることによる（印加電圧 $16V_{p-p}$ の場合、Fig. 4 参照）。流速の測定値は、一樣なピストン振動を仮定した計算結果の方に近い。

Fig. 10 (a)~(c)および Fig. 11 (a)~(c)に $z=50, 130, 200\text{mm}$ における、印加電圧がそれぞれ10および $16V_{p-p}$ の場合の流速の径方向分布を示す。音軸近傍の流速分布の計算結果は振動子の振動分布の違いにより若干差異がある。測定値および計算値ともに、流速が最大となる $z=130\text{mm}$ 付近では分布形状は鋭くなり、流れの半値幅は印加電圧10および $16V_{p-p}$ の場合、それぞれ約5 mmおよび4 mmとなっている。音場と流れ場の実験および計算結果の比較より、使用した振動子の振動分布は一樣に近いものになっていることが推測される。

## 5. 結 言

純水中における集束音源の近距離音場の音圧およびその音場内に生じる直進流の速度分布に関する数値解析および測定を行った。音場および流れ場の計算は振動子が一樣なピストン振動をすると仮定した場合と、ガウス分布状に振動すると仮定した場合について行った。音場および流れ場の計算結果と測定結果との比較により、以下の結論を得た。

- 1) 超音波の強度が大きくなり、音圧の最大値が $4 \times 10^6\text{Pa}$ 程度の集束音源の近距離音場は、音の吸収や非線形性を考慮しないRayleighの式で表わすことができる。しかし、音源近傍での音場の微細構造については、音圧の測定精度の限界により、理論と一致する測定結果は得られなかった。
- 2) 本計算結果は全体的に測定結果とよい一致を示した。このことにより、直進流の駆動力は粘性流体の運動方程式の非線形高周波成分の時間平均項から生ずることが確かめられた。このことはまた、駆動力が超音波の吸収係数と強度（インテンシティ）に比例するとした従来の結果とも一致する。
- 3) 本解析の範囲内では、振動子の振動速度分布の違いの直進流速度分布への影響は音軸近傍に限られることが明らかになった。

## 謝 辞

本研究の遂行にあたり、レーザドップラ流速計の使

用を快諾していただいた機能物質科学研究所 尾添紘之教授に謝意を表します。また、直進流の駆動力に関して貴重な教示をいただいた電気通信大学電子工学科 松田和久氏および機能物質科学研究所 富村寿夫助教授に感謝いたします。

## 引用文献

- 1) W. L. Nyborg, "Acoustic Streaming", Physical Acoustics, Vol. II, Pt. B, Ed. W. P. Mason, (Academic Press, New York, 1965), Chap.11, pp.265-331.
- 2) L. K. Zarembo, "Acoustic Streaming", High-Intensity Ultrasonic Fields, Ed. L.D. Rozenberg (Plenum Press, New York, 1971), Pt. III, pp.135-199.
- 3) 木本日出夫, "音響流による熱伝達の促進", 音響学会誌 45, pp.76-82 (1989).
- 4) H.C. Starritt, F.A. Duck and V.F. Humphrey, "An Experimental Investigation of Streaming in Pulsed Diagnostic Ultrasound Beams", Ultrasound in Med. & Biol. 15, pp. 363-373 (1989).
- 5) C. Eckart, "Vortices and Streams Caused by Sound Waves", Phys. Rev. 73, pp. 68-76 (1948).
- 6) L.N. Liebermann, "The Second Viscosity of Liquids", Phys. Rev. 75, pp. 1415-1422 (1949).
- 7) D.N. Hall and J. Lamb, "Measurement of Ultrasonic Absorption in Liquids by the Observations of Acoustic Streaming", Proc. Phys. Soc. London 73, pp. 354-364 (1959).
- 8) S.M. Karim, "Second Viscosity Coefficient of Liquids", J. Acoust. Soc. Am. 25, pp.997-1002 (1953).
- 9) J.E. Piercy and J. Lamb, "Acoustic Streaming in Liquids", Proc. Roy. Soc. A226 pp. 43-50 (1954).
- 10) O.V. Rudenko and S.I. Soluyan, Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics (Consultants Bureau, New York, 1977), Chap. 8, pp.187-190
- 11) 松田和久, 鎌倉友男, 熊本芳朗, "ガウス集束ビームから発生する音響流の理論考察", 音響学会誌 50, pp.997-1005 (1994).

- 12) E.V. Romanenko, "Experimental Study of Acoustic Streaming in Water", *Sov. Phys. Acoust.* 6, pp.87-91 (1960).
- 13) 三留秀人, 石川淡, 竹田啓, 小山清人, "音響流の駆動力に及ぼす超音波の吸収減衰の影響", *信学技報*, US 92-32 (1992).
- 14) 松田和久, 鎌倉友男, 熊本芳朗, "集束ビームでの音響流の立ち上がり", *音響学会誌* 51, pp. 558-564 (1995).
- 15) S.Tjøtta and J. N. Tjøtta, "Acoustic Streaming in Ultrasound Beams", *Advances in Nonlinear Acoustics: Proc. of 13th ISNA, Bergen, Ed. H. Hobæk*, (World Scientific, Singapore, 1993), pp.601-606.
- 16) 根岸勝雄, 高木堅志郎, *超音波技術* (東京大学出版会,1987), p.159.
- 17) S.V.Patankar, 訳 水谷幸夫, 香月正司, *コンピュータによる熱移動と流れの数値解析* (森北出版,1985), pp.116-139.
- 18) V.E. Gusev and O.V. Rudenko, "Nonsteady Quasi-one-dimensional Acoustic Streaming in Unbounded Volumes with Hydrodynamic Non-linearity", *Sov. Phys. Acoust.* 25, pp.493-497 (1979).
- 19) S.I. Aanonsen, T.Barkve, J.N. Tjøtta and S.Tjøtta, "Distortion and Harmonic Generation in the Nearfield of a Finite Amplitude Sound Beam", *J. Acoust. Soc. Am.* 75, pp.749-768 (1984).
- 20) G. Du and M. A. Breazeale, "Theoretical Description of a Focused Gaussian Ultrasonic Beam in a Nonlinear Medium", *J. Acoust. Soc. Am.* 81, pp.51-57 (1987).
- 21) T.Hasegawa, K. Matsuzawa and N. Inoue, "A New Expansion for the Velocity Potential of a Circular Concave Piston", *J. Acoust. Soc. Am.* 79, pp.927-931 (1986).
- 22) H.C. Starritt, F. A. Duck and V. F. Humphrey, "Forces Acting in the Direction of Propagation in Pulsed Ultrasound Fields", *Phys. Med. Biol.* 36, pp.1465-1474 (1991).
- 23) F.E. Fox and K.F. Herzfeld, "On the Forces Producing the Ultrasonic Wind", *Phys. Rev.* 78, pp.156-157 (1950).
- 24) H.Kuttruff, *Ultrasonics Fundamentals and Applications* (Elsevier Applied Science, London and New York, 1991), p.217.