

## 短い細線を用いた熱伝導率と温度伝導率の同時測定法

張, 興  
九州大学機能物質科学研究所

富村, 寿夫  
九州大学機能物質科学研究所

藤井, 丕夫  
九州大学機能物質科学研究所

<https://doi.org/10.15017/6633>

---

出版情報 : 九州大学機能物質科学研究所報告. 7 (2), pp.167-171, 1994-03-31. 九州大学機能物質科学研究所  
バージョン :  
権利関係 :

## 短い細線を用いた熱伝導率と温度伝導率の同時測定法

張 興・富村 寿夫・藤井 丕夫

### The Simultaneous Measurements of Thermal Conductivity and Diffusivity with a Short-Hot-Wire

Xing ZHANG, Toshio TOMIMURA and Motoo FUJII

A transient short-hot-wire technique has been presented for simultaneous measurements of the thermal conductivity and diffusivity of fluids under the microgravity condition. Two-dimensional heat conduction equations for concentric cylinders with various radius ratio and length-diameter ratio have been solved numerically by taking account of the heat capacity of the inner cylinder. A unique relation between the non-dimensional temperature of inner cylinder and Fourier number is obtained for a wide range of thermal properties of the fluids, because the relation is found to be almost independent of these properties. Then the characteristic could be utilized as a masterplot to evaluate both the thermal conductivity and diffusivity. In principle, this method is proved to have an error of about 1% for both of these properties.

#### 1. 緒 言

流体の熱伝導率を精度よく測定する方法の一つとして非定常細線法があり、この方法の高精度化に関連してこれまで多くの研究が行われている<sup>(1)~(5)</sup>。この測定法の原理は無限媒質中に置かれた無限長さの線熱源からの非定常熱伝導問題に基づいている。理論では熱源は一定かつ一様に発熱すると仮定されるが、実際には熱源の長さは有限であり熱容量もある。そこで、これらの影響を小さくするため、線熱源としては一般に直径が5 $\mu\text{m}$ 程度の非常に細く、また大きなアスペクト比(長さ/直径)をもつものが使用される。地上での測定では、重力による自然対流の影響もあり、これを最小に抑えるために、このような熱源をさらに垂直に設置する必要がある。ところで、測定が微小重力下で行われ、自然対流の影響がないと考えられる状況では、

熱源としてアスペクト比が100~500程度の短い線を使用できる可能性がある。

本報では、微小重力下での測定を前提とした、短い細線を用いた流体の熱伝導率と温度伝導率の同時測定法について述べる。本測定法は従来の長い細線を用いた非定常細線法と比較して以下のような特徴をもっている。線が短く被覆が容易になることから電気的な絶縁が簡単にできる。またもし絶縁被覆が十分でない場合でも端子間電圧が低くなるため、漏洩電流の影響を小さく抑えることが可能であり、流体の電解電圧以下での測定が可能となる。さらに、装置の小型化が可能で、測定する流体の量も少なくすることができる。要するに、本測定法は流体が電氣的に良導体であるとか、高価あるいは貴重なものである場合に特に適しているといえる。

受理日 平成6年1月11日

使用記号

- $A$  : 温度伝導率比, 式(3)
- $B$  : 熱伝導率比, 式(3)
- $c_1$  : 外挿関数の定数
- $c_2$  : 外挿関数の定数
- $F_0$  : フーリエ数, 式(4)
- $L$  : アスペクト比 ( $=2l/2r_i$ )
- $2l$  : 細線の長さ
- $q_v$  : 単位体積あたりの発熱量
- $R$  : 無次元半径, 式(4)
- $R_0$  : 半径比 ( $=r_o/r_i$ )
- $r$  : 半径
- $r_i$  : 細線の半径
- $r_o$  : 容器の半径
- $T$  : 温度
- $T_0$  : 初期温度
- $T_v$  : 体積平均温度
- $t$  : 時間
- $Z$  : 無次元長さ, 式(4)
- $z$  : 長さ
- $\Theta$  : 無次元温度, 式(4)
- $\Theta_v$  : 無次元体積平均温度, 式(6)
- $\alpha$  : 温度伝導率
- $\lambda$  : 熱伝導率
- 添 字
- $f$  : 流体
- $s$  : 細線

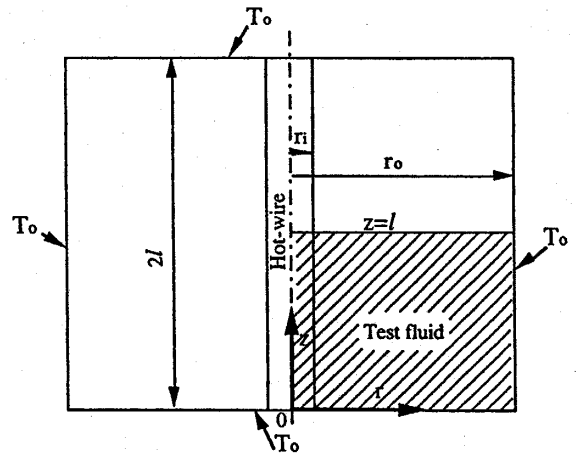


Fig. 1 Physical model

細線と流体に対する無次元の熱伝導方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial F_0} = \frac{1}{A} \left( \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Theta_s}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Theta_s}{\partial Z^2} \right) + \frac{B}{A} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta_f}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \Theta_f}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Theta_f}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Theta_f}{\partial Z^2} \quad (2)$$

ここで、パラメータ  $A, B$  は、それぞれ細線に対する流体の温度伝導率比および熱伝導率比であり、次式で定義される。

$$A = \alpha_f / \alpha_s, \quad B = \lambda_f / \lambda_s \quad (3)$$

また、各無次元量は次式で定義される。

$$\Theta = \frac{T - T_0}{q_v r_i^2 / \lambda_f}, \quad F_0 = \frac{\alpha_f t}{r_i^2}, \quad R = \frac{r}{r_i}, \quad Z = \frac{z}{r_i} \quad (4)$$

初期および境界条件は以下のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \Theta_s = \Theta_f = 0 & \quad \text{when } F_0 = 0 \\ & \text{and } F_0 > 0 \\ \Theta_s = \Theta_f = 0 & \quad \text{at } Z = 0 \\ \frac{\partial \Theta_s}{\partial Z} = \frac{\partial \Theta_f}{\partial Z} = 0 & \quad \text{at } Z = L = \frac{l}{r_i} \\ \frac{\partial \Theta_s}{\partial R} = 0 & \quad \text{at } R = 0 \\ \frac{\partial \Theta_s}{\partial R} = B \frac{\partial \Theta_f}{\partial R} \text{ and } \Theta_s = \Theta_f & \quad \text{at } R = 1 \\ \Theta_f = 0 & \quad \text{at } R \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} (5)$$

2. 数値解析

流体中の短い細線がステップ加熱される場合について、細線の体積平均温度と流体の熱物性値の関係を明らかにするための数値解析を行った。

物理モデルを Fig. 1 に示す。半径  $r_o$  の円筒容器が流体で満たされており、中心軸上に半径  $r_i$ 、長さ  $2l$  の細線がフレームで支持されている。細線に対しフレームの熱容量は十分に大きいので、細線両端の温度は加熱後も初期温度  $T_0$  に保たれると仮定する。また、細線の単位時間あたりの発熱量は一定かつ一様とする。熱量の大部分は熱伝導により流体に伝えられるが、残りはフレームに伝えられ、熱損失となる。

細線の両端は初期温度  $T_0$  に保たれることから、 $z$  軸方向の温度分布は  $z=l$  の面に関して対称となる。そこで、本報では斜線で示した容器の1/4の部分解析領域とした。自然対流と熱放射による伝熱を無視すると、

式(1), (2)を差分法し, 陰解法により非定常の数値解を求めた。その際,  $R \rightarrow \infty$ での境界条件を満足する最も正確な解を求めるため, 半径方向のみの温度変化を考えた1次元の予備的な解析を行った。すなわち, 次式で定義される細線の無次元体積平均温度,

$$\Theta_v = \frac{2}{L} \int_0^L \int_0^1 R \Theta dR dZ \quad (6)$$

に及ぼす半径比  $R_o (=r_o/r_i)$  とそこでの境界条件の影響について, 次の3つの場合に関して検討した。

- ①  $R_o=50$ で  $\Theta_r=0$
- ②  $R_o=50$ で  $\partial\Theta_i/\partial R=0$
- ③  $R_o=20$ で  $\Theta_r=c_1 \exp(-c_2 R_o)$

ここで, ③は外挿関数  $c_1 \exp(-c_2 R_o)$  を用いて容器壁の温度  $\Theta_r(R_o)$  を決める方法であり, 係数  $c_1, c_2$  は, 数値計算の反復過程で, 容器壁に隣接する流体の2点の格子の温度  $\Theta_{r,m-1}^n, \Theta_{r,m-2}^n$  を用いて次式により決定される。

$$c_1 = \Theta_{r,m-1}^n \exp(c_2 R_{m-1}), \quad c_2 = \frac{\ln(\Theta_{r,m-2}^n / \Theta_{r,m-1}^n)}{R_{m-1} - R_{m-2}} \quad (7)$$

$m$ は格子点番号,  $n$ は反復回数で,  $R_m = R_o$ である。

以上の結果を Fig. 2 に示す。①と②の差はほとんど見られず,  $F_o=600$ で0.7%である。破線と点線の間にある実線は, ③の方法によるものである。この結果から, 半径比  $R_o$ が20と小さい場合でも, 外挿法により  $\Theta_v$  を正確に求められることがわかる。この方法を2次元の場合にも適用することで, より少ない記憶容量とCPU時間で  $\Theta_v$  を計算することができる。

以上から, 本数値解析では様々なアスペクト比  $L =$

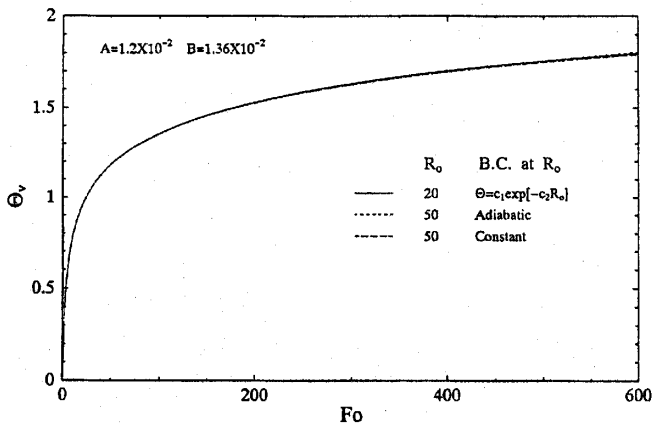


Fig. 2 Effects of outer boundary conditions on  $\Theta_v$

100~500に対して半径比は常に  $R_o=20$ とし, 容器壁の温度は外挿法により決定した。また,  $R$ および $Z$ 方向の格子点の数は, それぞれ201および151とし,  $R$ 方向には等メッシュ,  $Z$ 方向には不等メッシュを用いた。各時間ステップにおける収束判定条件としては,

$$|\Theta_{i,j}^n - \Theta_{i,j}^{n-1}| < 10^{-6} \quad (8)$$

を与えた。ここで,  $i, j$ は, それぞれ $R$ および $Z$ 方向の格子点番号,  $n$ は反復回数である。なお, 系全体のヒートバランスは, 全ての計算条件に対して1%以内で満足されている。

Fig. 3 に細線の無次元体積平均温度  $\Theta_v$  に及ぼすアスペクト比  $L$  の影響を示す。ここで, 実線は線熱源の長さが無限大の場合の解析解である。熱源の長さが有限の場合,  $L$ が小さくなるとともに細線両端からの熱損失の影響が相対的に大きくなるため,  $\Theta_v$ は実線から離れてくる。特に, 短い破線で示した  $L=100$ の場合の結果に, その傾向が顕著に現われている。

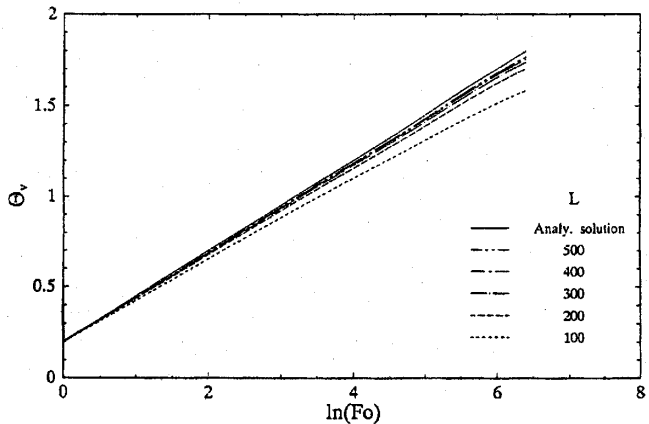


Fig. 3 Effects of aspect ratio  $L$  on  $\Theta_v$

Fig. 4 に,  $\Theta_v$  に及ぼすパラメータ  $A, B$  の影響を  $L=100$  の場合について示す。温度伝導率比  $A$  と熱伝導率比  $B$  の範囲は, それぞれ  $A=7.6 \times 10^{-3} \sim 1.2 \times 10^{-2}$  および  $B=8.0 \times 10^{-3} \sim 1.36 \times 10^{-2}$  である。これは流体が熔融塩で細線の材質が白金の場合の代表的な値である。図から, 点線と破線の差は最大でも1%以下であるので, この範囲では  $\Theta_v$  はパラメータ  $A, B$  に依存しないと見なすことができる。以上から,  $L=100$  の場合のマスタープロットとして, 点線と破線を算術平均して求めた実線の関係が得られる。

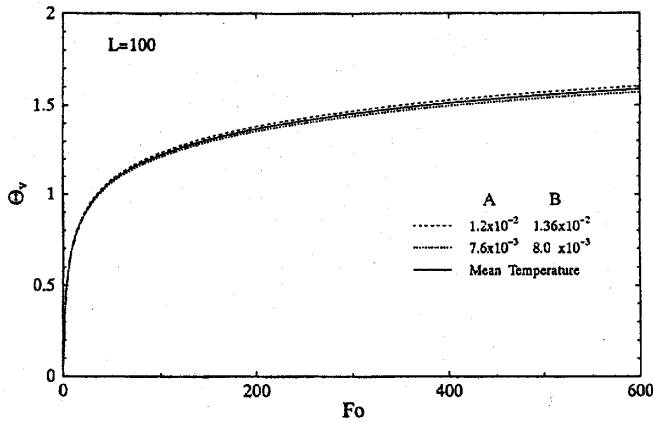


Fig. 4 Effects of parameters A and B on  $\Theta_v$

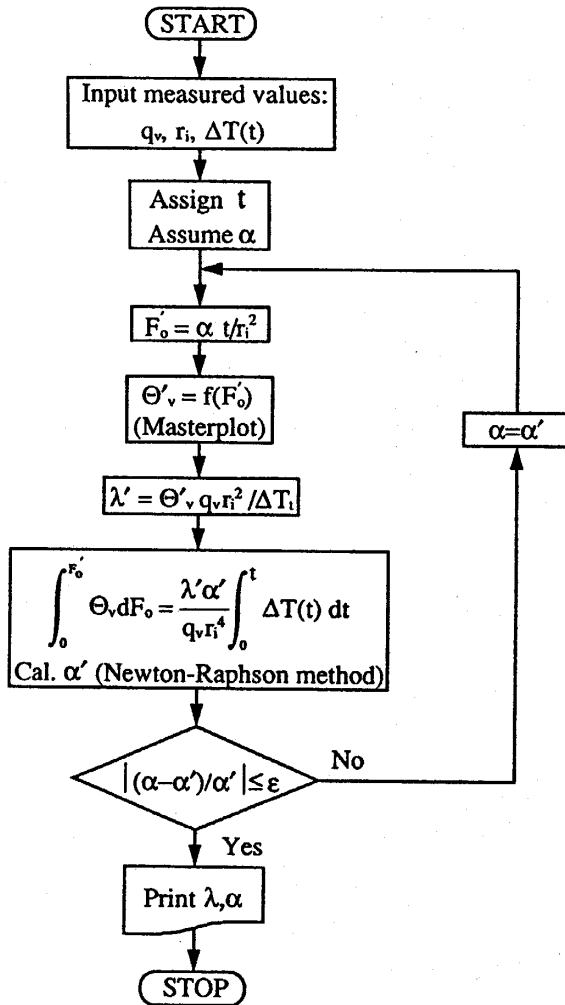


Fig. 5 Flow chart for evaluating the thermal conductivity and diffusivity

3. 測定法および数値実験

Fig. 5 に、細線の単位体積あたりの発熱量  $q_v$ 、温度変化  $\Delta T(t) [= T(t) - T_0]$  および半径  $r_i$  の測定値を用いて、流体の熱伝導率  $\lambda$  と温度伝導率  $\alpha$  を同時に求める過程を示す。ここで、測定された細線の温度  $T(t)$  は体積平均温度と見なせる。

任意に選んだ時刻  $t$  と温度伝導率の仮定値  $\alpha$  から、 $F_o'$  が求められる。次に、Fig. 4 に実線で示したマスタープロットから、 $F_o'$  における無次元体積平均温度  $\Theta_v'$  が得られる。そして、その定義式と  $T(t)$  の測定値から熱伝導  $\lambda'$  が計算できる。 $F_o = 0 \sim F_o'$  の範囲にわたる  $\Theta_v$  の積分値は、測定値  $\Delta T(t)$  の  $t = 0 \sim t$  の範囲での積分値を無次元化したものに等しい。この関係式を温度伝導率  $\alpha$  について例えば Newton-Raphson 法を用いて解くことで、温度伝導率の第 1 近似値  $\alpha'$  が求まる。 $\alpha$  と  $\alpha'$  の差が所定の収束判定条件を満足するまで、上記の過程を繰り返す。

Fig. 6 は、流体として溶融塩  $\text{NaNO}_3$  および  $\text{NaOH}$  を、また細線として  $L=100$  の白金を用いた場合の細線の体積平均温度の時間変化を示したものである。この温度変化は本数値解析結果に基づき、細線加熱量とこれらの融液の物性値を与えて計算されたものである。ここではこの図を実験結果と見なし、Fig. 5 に示した過程により  $\lambda$  と  $\alpha$  を求めることを試みた。その際、計算をより効率的に行うために、Figs. 4, 6 の曲線を最小二乗法により 4 次の多項式で近似した。

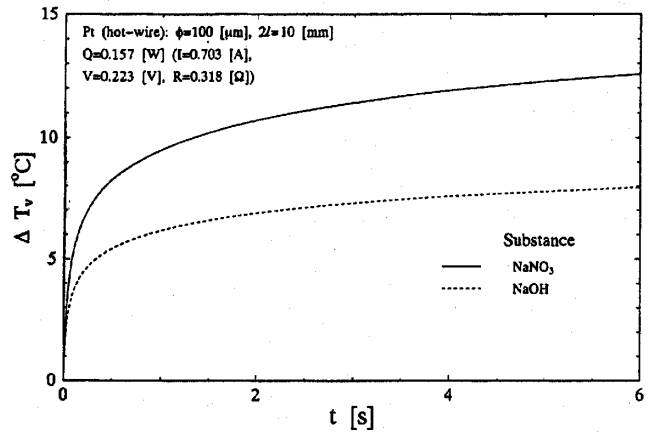


Fig. 6 Temperature variations for numerical experiments

さらに、本報では細線を電氣的に絶縁した場合についても検討するため、細線表面に厚さ  $\delta/r_i = 0.6$  の被覆層がある場合の解析も行った。そして、この場合に

Table 1 Comparison of evaluated thermal conductivity and diffusivity and known values

Substance	Temperature [K]	$\lambda$ (Known) [W/(m·K)]	$\lambda$ (Estimated) [W/(m·K)]	$\alpha$ (Known) [m <sup>2</sup> /s]	$\alpha$ (Estimated) [m <sup>2</sup> /s]	Relative errors of $\lambda$ & $\alpha$ [%]
NaOH	800	1.030	1.019 *	2.95x10 <sup>-7</sup>	2.92x10 <sup>-7</sup> *	1.0, 1.0 *
			1.012 **		2.95x10 <sup>-7</sup> **	1.7, 0 **
NaNO <sub>3</sub>	750	0.604	0.611 *	1.86x10 <sup>-7</sup>	1.88x10 <sup>-7</sup> *	1.2, 1.1 *
			0.615 **		1.86x10 <sup>-7</sup> **	1.8, 0 **

\* Two-layer model      \*\* Three-layer model

も細線の無次元体積平均温度  $\Theta_v$  に関するマスタープロットを得ることができ、Fig. 5 に示した方法で熱伝導率  $\lambda$  と温度伝導率  $\alpha$  が求められることがわかった。

Table 1 に以上の方法で得られた  $\lambda$  と  $\alpha$  を先に与えた物性値と比較して示した。ここで、記号\*と\*\*は、それぞれ被覆層が無い場合と有る場合を表わす。この結果から、温度変化と発熱量が誤差なしで測定される場合は、 $\lambda$  と  $\alpha$  が原理的に1.2% (被覆層が無い場合) ないし1.8% (被覆層がある場合) 以内の誤差で求められることがわかる。また、従来の長い細線を用いた非定常細線法と比較して、本方法では測定装置を小型化できることから、電気的な絶縁被覆が容易だけでなく流体の量も非常に少なくてすむ利点がある。

#### 4. 結 言

微小重力下で温度変化と発熱量が誤差なしで測定される場合、短い細線を用いた非定常細線法により、流体の熱伝導率と温度伝導率を原理的に1.2% (電気的な絶縁被覆層が無い場合) ないし1.8% (被覆層が有る場合) 以内の誤差で同時測定できることを示した。

また、使用する細線が短いことから、絶縁被覆が容易で装置も小型化できるので、本測定法は流体が電氣的に良導体であるとか、高価あるいは貴重なものである場合に特に適している。

#### 引用文献

- (1) B. Stålhane and S. Pyk, Tek. Tidskr., 28 (1931) 389.
- (2) J.J. Healy, J.J. de Groot and J. Kestin, Physica, 82C (1976) 392.
- (3) Y. Nagasaka and A. Nagashima, J. Phys. E, 14 (1981) 1435.
- (4) A. Alloush, W.B. Gosney and W.A. Wakeham, Int. J. Thermophys., 3 (1982) 225.
- (5) 斎藤 彬夫, 機論 (B編), 46, 401 (1980) 76.
- (6) M. Fujii, T. Tomimura, X. Zhang and S. park, ATPC 1992, 120.