証券投資家間の情報ネットワーク形成過程のEdge Snapping による同期化を用いた分析

時永, 祥三
九州大学 : 名誉教授

譚, 康融
久留米大学大学院比較文化研究科・経済学部 : 教授

<https://doi.org/10.15017/6630997>

出版情報 : 経済学研究. 89 (4), pp.37-50, 2022-12-25. Society of Political Economy, Kyushu University

バージョン :

権利関係 :

証券投資家間の情報ネットワーク形成過程の Edge Snapping による同期化を用いた分析

時 永 祥 三
譚 康 融

1 まえがき

証券市場において、投資家がどのような情報を用いて投資判断を行っているのか、あるいはそれらを共有、ないしは交換しているのかというテーマについて、さまざまな研究がなされている [1]-[5]. 一方で投資家が入手する情報にも限界があり、私的な情報交換は外部からは観測されにくいので、モデル分析の対象にはなりにくい。また、公開データは誰でも入手できる、いわばありふれたデータであり、投資に有用かどうかの判断は難しいともいえる。特に、公開データの有用性については議論が分かれている。そのような研究のなかで、文献 [1] においては、現実の証券市場とその参加者（投資家）に関するデータを分析することで、利益をあげている投資家は、公開データを用いた回帰モデルによる予測を実施していることを検証している。文献 [1] では、これを投資家間の情報ネットワーク (information networks) とよんでいるが、もちろん物理的に存在するネットワークではないし、投資家どうしの連携や連絡も存在しない。しかしながら、一方では、このような情報ネットワークが抽象的にしても形成されるメカニズムや、そのモデルの形態については、議論されていない。本論文では、このような投資家間の情報ネットワークの形成を、ユニット間の結合が形成される過程の分析を応用して、解明することを目的としている。

具体的には、edge snapping による同期化分析の適用により、投資家間の情報ネットワーク形成のモデル分析の試みである [6]-[10]. この方法は、最近注目されている同期化の方法として、振動をする構成単位間の接続関係（初期段階ではすべては未接続）を最適化するものが提案され、構成単位を結ぶ枝の接続・未接続を最適化することから edge snapping と呼ばれている [6]-[10]. これまで edge snapping による同期化の適用は連続系の問題への適用に限定されており、離散系の変動モデル特にカオス変動モデルへと適用する方法論を議論する必要がある [11]-[18]. この場合、同期化が完了するための条件などを整理する必要がある、連続系から離散系への拡張が可能であるかを検証することや、

離散系における同期化の特徴を分析する必要がある [11]-[18]. また現実の世界では, カオス変動をするシステムはほとんど観測されないので, edge snapping による同期化手法の対象を, 線形システムにも拡張する必要がある.

これまでのわれわれの研究において, edge snapping を線形システムにも拡張する方法論を展開し, VAR(Vector Auto-Regressive) モデルにより記述されるユニットで構成されるモデルにおいても, edge snapping 同期化が適用可能であること示してきた [19]. 本論文では, これを基礎として, 証券市場において公開データを用いて取引を判断するエージェントの間の情報ネットワークの形成を検証することを目的としている [20]-[22]. その結果, VAR モデル分析を基礎としながらも, 証券市場における投資家エージェントが, 収益を上げるため公開データを有用に活用し, しかもそれらを情報交換するネットワークを検証することができた.

以下 2. においては証券市場における, いわゆる情報ネットワーク形成について述べる. 3. では edge snapping による離散系カオス同期化を示す. 4. においては edge snapping 手法適用対象の拡張 (線形モデルへの適用) を示す. 5. は投資家エージェントの結合のシミュレーションである.

2 証券市場におけるいわゆる情報ネットワーク形成

2.1 投資家の情報ネットワーク形成と公開データ

証券市場において, 投資家がどのような情報を入手するか, あるいは交換するかという問題について, 研究がなされている [1]-[5]. しかしながら, 一般的には, 投資家が互いに私的に情報を交換する状況を把握するのは極めて困難であるが, これを重視する研究も存在する. このような研究の状況において, 文献 [1] では, 積極的に公開データの意義をとりあげ, いわゆる投資家の情報ネットワークが存在するとする結果を示している. しかしながら, 物理的なネットワークではなく, 行動が類似している, その基本となるデータが公開データであることを論じている. 簡単に整理すると, 有力な投資家あるいはグループの売買データを, 公開データの回帰式を用いて推定すると, その予測値と実際の売買数量との一致が見られることを述べている. もちろん現実の情報ネットワークが投資家の間に存在するものではなく, ほぼ一致した売買行動を行っていることを例えたものである.

この文献 [1] の方法論は, 以下ようになる.

証券市場 : OMX Helsinki 25

投資家 : 2245(内訳は個人, 一般企業, 機関投資家, 政府, 非営利企業, 海外団体を含むその他)

公開データ : return, volatility, traded euro volume, company news announcement

調査した銘柄数 (期間) : 22(2005年8月から2009年11月)

これらの前提条件をもとにして, 投資家エージェントが用いる回帰式について, 次のように仮定している.

被説明変数 : 購入あるいは売却数量

説明変数：return と volatility の処理値

return については、前日の値、前日を除く前の週の合計値、前の週を除く 1 月間の合計値を変数とする。volatility については、直接明示されないため、GARCH (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity) モデルを援用して日々の volatility から推定する。この結果を用いて、前日の値、前日を除く前の週の合計の値、前の週を除く 1 月間の合計の値を変数とする。取引数量 (traded euro volume) についても、前日の値、前日を除く前の週の合計値、前の週を除く 1 月間の合計値を変数とする。

文献 [1] においては、これらの分析の結果として、類似する回帰モデルを用いるエージェントを見出し、2 次元平面上に結合されたエージェントを結ぶネットワークが示されている。もちろんこれ以外の検証結果も示されているが、本論文では、投資家の間にいわゆる情報ネットワークが形成される事例に注目する。

2.2 ネットワーク形成過程分析の必要性

しかしながら、文献 [1] においては、これらの投資家の用いる政策について、一様な分析手法しか用いていない問題がある。この手法では、高利益へと誘導される投資家に関する単純な分析しか実施できない限界がある。具体的には、高利益を獲得するグループクラスタが、どのような速度で形成されるのか (経過時間の問題)、公開データに反映される極端な状況の変化のあとの投資家エージェントの行動の追跡 (市場環境の急変とエージェントの対応)、などが行えるかなどである。更に、高利益ではなく中程度の利益を追求するグループ (クラスタ) の存在を分析できるのか、などの問題への対応がある。

このような課題に対して、本論文は証券投資家間の情報ネットワーク形成過程の edge snapping による同期化を用いた分析を行うことにする。

3 Edge snapping による離散系カオス同期化

3.1 Edge snapping によるカオス変動同期化の基本

本論文の目的は、証券市場において投資家がなんらかの情報ネットワークに相当する手段で、相互に情報を交換しているかを検証するモデルを見出すことである。この方法論として、ユニットの間に結合係数を設定して、この数値が 1 に接近するケースを分析する方法論は有効である。この 1 つの方法として、edge snapping を用いることにする。まず最初に、以下では edge snapping の原理について整理しておく。

いま連続系のシステムにおいて、複数 (N 個としておく) の変数ベクトル $x_i(t)$ についての振動現象が複数の非線形方程式により、次のように記述されていると仮定する。ここで $\sigma_{ij}(t)$ は、変数 x_i と変

数 x_j とを結びつける結合係数 (coupling gain) である.

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (1)$$

$$\ddot{\sigma}_{ij}(t) + d_D \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial V(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} = g(e_{ij}(t)) \quad (2)$$

ここで $f(x_i(t))$ は, ユニット i の固有のカオス変動などを記述する関数である. また c_2 は, 同期化を制御するための定数である. 以下では $g(\cdot)$ を, 次のように定義しておく. 定数 c_1 は, モデルごとの変数の範囲を正規化するためのものである.

$$g(e_{ij}(t)) = c_1 [x_j(t) - x_i(t)]^2 \quad (3)$$

結合係数 $\sigma_{ij}(t)$ は変数 x_i と変数 x_j とを結びつけ, d_D は結合係数のダイナミクスにおいて変動をやわらげる定数 (damping factor) である. また関数 $V(\sigma_{ij})$ は変数の値が $\sigma_{ij} = 1$ あるいは $\sigma_{ij} = 0$ になる点において 1 となる, 2 つの安定状態をもつ井戸形ポテンシャルであり, 概要は図 1 に示すようなものになる.

図 1: 関数 $V(\cdot)$ の概要

本論文では文献 [7] にならって, 以下の形状を用いる.

$$V(\sigma_{ij}) = b_V \sigma_{ij}^2 (\sigma_{ij} - 1)^2 \quad (4)$$

この振動系の同期化の目的は, それぞれの変数の値が漸近的に同じになることである. すなわち $\lim_{t \rightarrow \infty} [x_i(t) - x_j(t)] = 0$ となることである.

本論文では, 式 (2) に示す連続系の関係式を離散系に書き直した式を用いることにする. まず変数 $x_i(t)$ の遷移は, 次のように記述される.

$$x_i(t+1) = f(x_i(t)) + c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (5)$$

ここで c_2 は、連続系のシステムの場合と同様に同期化を制御するための定数である。次に、結合係数の変化を示す方程式には 3 次の振動系を用いることにする。

$$(1 + d_D + B)\sigma_{ij}(t) - D - [2 + d]\sigma_{ij}(t - 1) + \sigma_{ij}(t - 2) = 0 \quad (6)$$

$$D = c_1[x_j(t) - x_i(t)]^2, B = \frac{\partial V(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}|_t / \sigma_{ij} \quad (7)$$

関数 $V(\cdot)$ の偏微分値 $\partial V(\sigma_{ij})/\partial \sigma_{ij}$ は σ_{ij} の 3 次の関数となる。

3.2 Edge snapping によるネットワーク結合離散系カオス同期化

以下では edge snapping による同期化の応用例として、ネットワーク結合離散系カオス変動モデルにおける edge snapping による同期化を示す。すなわち、ユニットの変動が離散系カオス変動にしたがう場合を述べる。なお、この方法論は、すでにわれわれの先行研究でも示されているので、簡潔に結果だけを述べるにとどめる [9][10]。

これまで述べた edge snapping による同期化の手法において、構成するユニットを離散系カオス変動にしたがうユニットと仮定する。同期化が完成したあとでは、結合された (結合されない) ユニットの間では完全に 1 (完全に 0) となる。

離散系カオス変動を一般的に取り扱うことは本論文の目的ではないので、以下では事例をもとに説明する。ユニットの変動が離散系カオス変動にしたがう事例として、テーマパークなどのサービス施設 (Service facility) に客が到着するケースなどを説明するためのプライシング (pricing) と呼ばれるものを用いる。このモデルはテーマパークなどのサービス施設に客が到着するケースなどを説明するものであり、見方を変えれば証券市場などの公開市場での売買行動をモデル化することに応用できる。

サービス (施設への客の到着とか商品市場への商品供給) を処理する窓口をノードと考え、ノードでのサービスの処理能力 (容量) を μ としておく。ノードに流入するフローは、ノードでの待ち時間や処理コストの予測値 (プライシングと呼ばれる) に関連して調整される。すなわち、ノードでの処理コストに比例してノードへの入力を控える (ノードでの処理コストに反比例して入力する) ことを仮定している。フローの入力調整のモデルにおいては、入り口において時刻 t におけるプライシングの予測値 (例えば待たされる時間など) $\pi(t)$ を用いて、そのままをノードに送るかどうかを判断する。具体的には、プライシングが大きいときには、 Λ (以下では正規化して議論をするので、 $\Lambda = 1$ としておく) より小さい値 (場合によってはゼロとなる) を入力のフロー $\lambda(t)$ とする。一方、プライシングが小さい場合には、ほぼ 1 の値を入力フローとする。このように、このフロー 1 はノードに対してすべてが供給されるものではなく、この部分が供給されるモデルとなる。 $\lambda(t) = F(\pi(t))$ とするとき関数 $F(\cdot)$ は、次の式により与えられる。

$$F(\pi(t)) = \begin{cases} 1 & (0 \leq \pi(t) \leq d); \\ (a - \pi(t))/(a - d) & (d < \pi(t) < a); \\ 0 & (\pi(t) \geq a) \end{cases} \quad (8)$$

プライシングの値は、指数平滑和により与えられる。

$$\pi(t+1) = \omega\pi(t) + (1-\omega)p(t), p(t) = Q_\mu(\lambda(t)), 0 < \omega < 1 \quad (9)$$

$$Q_\mu = \frac{1}{(1-\lambda/\mu)\mu} \quad (10)$$

関数 $Q_\mu(\lambda)$ は、いわゆる待ちシステムにおける処理時間の分布が指数分布である場合の、平均待ち時間であるとしている。これを M/M/1 モデルと呼ぶ。すなわち、入力フローは率が λ であるポアソン到着で（記号 M に対応）、処理時間の分布が指数分布（記号 M）である窓口を 1 つもつケースである。なお処理時間が指数分布から一定値までの分布をカバーする分布（一般分布）であるようなモデルも存在するが、M/M/1 モデルと同様に定式化できるので、ここでは省略する。

このような関係式を用いて、 $\lambda(t+1)$ を $\lambda(t)$ を用いて表現した式を、 $\lambda(t+1) = f_P(\lambda(t), \pi(t))$, $\pi(t+1) = f_Q(\lambda(t), \pi(t))$ としておく。すなわち、待ち行列の特性は $\lambda(t)$ と $\pi(t)$ の 2 つの変数が増加することにより推移している。

このような待ち行列を 1 つの構成単位として、これらがネットワーク結合されたシステムを定義しておく。パラメータとして例えば、 $d = 5, b = 2, \mu = 0.2 \sim 0.9, c_1 = 1.5$ としておく。1 つの構成単位におけるカオス変動を説明するために、パラメータ μ に依存する変数 $\pi(t)$ の分岐図を描いていくと、パラメータが $0.2 < \mu < 0.9$ となる範囲では、変数 $\pi(t)$ はカオス変動にしたがった挙動となる。しかしながら、本論文での以下の議論では直接は関係ないので、詳細は省略する。

シミュレーションでは、時間の経過とともにユニット間の結合係数がすみやかに 1 あるいは 0 へと収束することが確認できる。この事例を図 3 に示す。また、この場合の複数のユニットの変数（edge snapping による変数の変化の式で変数 $x(t)$ に該当する）が 1 つに収束する様子を図 2 に示す。

4 Edge snapping 手法適用対象の拡張：線形モデルへの適用

4.1 Edge snapping による VAR ユニット間の結合

これまで述べたように、ユニットがカオス変動する場合には、edge snapping 手法適用によりユニット間の結合が完了することが示された。しかしながら、現実の世界ではカオス変動するユニットはほとんど存在しないと考えられ、条件を緩和したうえで、拡張する必要がある。われわれは以前、edge Snapping 手法適用の対象を拡張して線形モデルへと適用している [19]。しかしながらユニットはカオス変動ではないので、いわゆるアトラクタにより引き寄せられるような同期化は観察されない。したがって正確には、ユニットを記述する変数ベクトルは完全には一致しないので、これらの間の差異が残ることになる。一方では、ユニットを結合する結合係数は 1 から大きく外れることはないので、定常的に結合とほぼ同じ状況が観測されることが示されている。

以下では、この概要を述べるが、文献 [19] で詳細を記述しているので、以下は概要にとどめておく。この結果を参考にすると、本論文で課題としている、証券市場における投資家エージェントの用いる

図 2: 結合係数の収束状況 (1 あるいは 0 へと収束)

図 3: ユニットごとのカオス変動時系列の収束

公開データからの線形予測による価格推定のモデルにおいて、投資家の間でネットワークが形成される分析にも、応用することが可能である。

Edge snapping によるユニット間の結合分析を行う場合に、ユニットを記述するモデルとしてベクトル自己回帰モデル (VAR : Vector Auto-Regressive model) を用いる理由としては、1) 非線形モデルの簡素化手法であること、2) ユニットへの外部入力の影響分析 (ショック分析とよばれる) が実施できる2つがある [19]。以下ではここで用いる VAR について、式を示す。

VAR モデル複数の方程式を同時にモデル化していることに加えて、該当する変数 $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, M$ のラグ付き変数だけではなく、他の変数 $x_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, M$ のラグ付き変数も用いて表現した線形モデルである。

なお、ユニットごとに同様な式が成立するので、表現を簡単にするために、ユニットの添え字は省略する (式では特に添え字を入れていない)。ユニットごとに、以下の同じ式となるが、用いるデータセットは異なっている。 i 番目の変数 $x_i(t)$ の回帰式は次のようになる。

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^L a_{jl}^{(i)} x_j(t-l) + v_i(t), i = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

ここで $v_i(t)$ は、ホワイトノイズである。また、 L は最大の時間遅れ (ラグ) である。なお、方程式には時間トレンドを含ませることができるが、ここでは表示を簡略化している。

シミュレーションではユニットごとに変数ベクトル $x_i(t)$ に対して乱数を与えて、結合係数についても、初期値は乱数で与えておく。時間経過後の相互の結合係数の変化を観測する。結合係数が次第に 1、あるいは 0 に接近することが確認できる。図 4 には、結合係数の時間変化の例を示している。図 4 において係数が 1 に近づく場合 (goto 1)、および係数が 0 に近づく場合 (goto 0) であることを区別している。なおこの VAR モデルにおいて、結合係数が定性的に 1 あるいは 0 に接近することは、結合係数の挙動を記述する式から推定できる。これも、文献 [19] に示されているので、概要を付録に示す。

この分析の結果として得られることは、ユニットを構成するエージェントの行動の類似性である。すなわち、回帰係数は固定されているので、将来にわたって生成される変数の値が類似している場合にはユニット (エージェント) の間の結合が強くなる結果となる。しかも、変数の値は相互に同じ方向に変化することが期待できる。文献 [19] の応用例では、世界各国の経済データを変数値として収集して、相互の結合係数の変化を求めている。これにより、経済構造が類似した国ごとのクラスターを見出すことができる。

5 投資家エージェント結合のシミュレーション

5.1 公開データを用いて取引を決定する投資家エージェント

シミュレーションにおいては、公開データを用いて取引を決定する投資家エージェントを仮定して、投資に成功するエージェントの情報が、うまく伝達できるかを検証する。なお、われわれが以下で実施

図 4: ユニットが VAR モデルの場合の結合係数の時間変化 (係数が 1 に近づく場合 (goto 1) および係数が 0 に近づく場合 (goto 0))

するのはシミュレーションであり、現実の証券市場のデータを用いた分析ではない。その理由としては、すでに文献 [1] の研究において、投資家エージェントの間に情報ネットワークが形成される実証分析が行われていることがある。更に、われわれの論文の目的は、どのようなプロセスおよび速度で、このような情報ネットワークが形成されるかの問題に焦点を当てていることがある。

ここで、VAR モデルとの大きな差異について注意しておく。VAR モデルにおいては、edge snapping において対象とする変数はエージェントの特性を記述する変数そのものであったが、本節で展開する投資家エージェントのモデルでは、変数は状態変数ではなく、エージェントが所有する回帰係数である。すなわち、投資家エージェントが所有する最適な株価価格の予測式と、最適な取引数量の予測式の、それぞれについての回帰係数である。なお、以下で述べる投資家エージェントにより形成される市場のモデルは、これまで示されている自己組織化の手法を基礎とした人工株式市場のモデル手法と同様であり、有用性が保証されている [20]-[22]。

このようなことを前提条件として、以下のような枠組みでシミュレーションを実施する。

(1) 公開データは人工データとして与える

文献 [1] においては、現実の証券市場から株価のほかに return, volatility などの周辺データも推定して投資家エージェントが用いるであろうデータを整備している。本論文では、これらのデータは区別しないで、複数の変数の値として人工的に生成され与えられていると仮定する。

(2) エージェントは公開データを用いて最適な売買価格、数量を決定する

エージェントは自分の所有する公開データに関する回帰係数回帰式を用いて、次の時刻における株価を予測するとしておく。同時に、別のセットの回帰係数回帰式を用いて望ましい取引数量を決定する。

(3) 市場の原理により株価が決まる

エージェントが予測する株価取引価格とその数量を総合して、現在の株価 $P(t)$ から次の時刻にお

ける市場での株価 $P(t+1)$ が、次のように決まる.

$$P(t+1) = P(t)(1 + \beta \tanh(B(t) - O(t))) \quad (12)$$

ここで $B(t), O(t)$ はそれぞれ、株式購入と売却の総量、 β は調整するパラメータである.

(4) 投資に成功したエージェントの資産は増加する

株の売買が行われ、それぞれのエージェントの資産合計が更新される. これにより、適正な価格予測を行ったエージェントは資産を増加させる. 一方、適切ではない価格予測を行ったエージェントは、資産を減らすことになる.

(5) エージェントは edge snapping を用いたユニット結合により回帰係数を改善する

エージェントは有力なエージェントとの間で回帰回数を参照にして更新を行う. 前に示して式を再度示すと、次のようになる.

$$x_i(t+1) = c_2 \sum_{j=1}^N \sigma_{ij}(t)(x_j(t) - x_i(t)) \quad (13)$$

この場合、投資家エージェントは、利益が一定以上のエージェントとの間だけに結合を進めると仮定しておく. その結果、有利な投資を行っているエージェントの回帰モデル分析の係数だけを参考にすることができる. エージェントの総数は、 $N = 30$ としている. 行動の比較を明確にするため、投資家がランダムに行動するケースを混合しておく. すなわち、これらのエージェントは、ランダムに予測の回帰式を選択し、投機的な動きをすと仮定しておく. このようなエージェントの総数も、 $N = 30$ としている. 2つのグループの初期資産は 30 とする.

表 1 にはこのような選択的な結合を実施した場合の、エージェント集合全体の資産の増加の概要を示している. 表より分かるように、有利な予測式のデータを交換する集合全体では、有利な予測式を利用して資産を増加させていることがわかる、

表 1. 有利な投資を行うエージェント集合全体の資産の増加

項目	$t = 5$	$t = 10$	$t = 15$	$t = 20$	$t = 25$	$t = 30$
資産総額	30.9	32.4	36.7	44.0	48.4	48.9
資産増加率	1.03	1.05	1.13	1.2	1.1	1.01

5.2 さまざまなエージェント行動分析

これまで述べたように、高利益を追求する投資家エージェントの行動は、予測に用いる回帰式が極めて類似していることを分析してきた. しかしながら、もしエージェントがこれまでの議論とは異なる方策をとった場合には、どのようになるかは不明である. 以下では、この基本手法を変化させることで、いくつかの知見を得ることができることを示す. 具体的には、高利益ではなく中程度の利益を追求するグループ(クラスター)の存在を分析できるのか、などの問題への対応がある. したがって、次

の3つのグループを仮定する. すなわち, 高利益のエージェントだけを参照するグループを Group 1 としておき, 前節で述べたような利益が大きなエージェントの回帰係数を参照にする場合, 利益が大きくはないが, 変動が少ないエージェントの回帰係数を参照にするグループを Group 2 としておく. また回帰係数はランダムなままにしておき, 投機的な動きをするエージェントのグループを仮定して Group 3 とする. それぞれのグループのエージェントの総数は, $N_i = 30, i = 1, 2, 3$ としている. 3つのグループの初期資産は 30 とする.

予測されることではあるが, 資産の増加傾向はグループ 1 が最大であり, 次第に低下するであろう. しかも 3 番目のグループは, ランダムな挙動であり, 資産増加は期待できない. これらの3つのグループにおける資産の変化を表 2 に示す.

表 2. 3つのグループにおける資産の変化

Group	項目	$t = 5$	$t = 10$	$t = 15$	$t = 20$	$t = 25$	$t = 30$
Group 2	資産総額	30.9	32.1	34.4	37.8	40.8	41.3
	資産増加率	1.03	1.04	1.07	1.1	1.08	1.01
Group2	資産総額	30.3	32.1	35.0	35.0	36.8	37.1
	資産増加率	1.01	1.06	1.09	1	1.05	1.01
Group 2	資産総額	28.5	31.4	30.7	27.6	24.8	22.3
	資産増加率	0.95	1.1	0.98	0.9	0.9	0.9

6 むすび

証券市場において, 投資家の中で公開データを有用に活用し, 情報ネットワークが抽象的にしても形成される議論がなされている. 本論文では, このような投資家間の情報ネットワークの形成について, ユニット間の結合が形成される過程の分析である edge snapping を応用して, 解明する方法を示した. これまでのわれわれの研究において, edge snapping を線形システムにも拡張する方法論を展開し, VAR モデルにより記述されるユニットで構成されるモデルにおいても, edge snapping 同期化が適用可能であること示してきた. 本論文では, これを基礎として, 証券市場において, 公開データを用いて取引を判断するエージェントの間の情報ネットワークの形成を検証した.

今後, 現実に観測される証券市場データを用いて実証分析をすすめる予定であり, 方法論の拡張についても, 検討を進めていきたい.

謝辞本研究の一部は, 日本学術振興会科学研究費基盤研究 (C)18K04626 により実施されている. ここに感謝の意を表する.

参考文献

- [1] M.Baltakien, J.Kanniainen and K.e.Baltakys, “Identification of information networks in stock markets,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, vol.131, pp.1-15, 2021.

- [2] K.R.Ahern, “Information networks: Evidence from illegal insider trading tips,” *J. Financ. Econ.* vol.125 (1), pp.26-47, 2017.
- [3] S.Weisbenner, “Neighbors matter: causal community effects and stock market participation.” *J. Finance* vol.63 (3), pp.1509-1531, 2008.
- [4] D.Challet, R.Chicheportiche, M.Lallouache and S.Kassibrakis, “Statistically validated lead-lag networks and inventory prediction in the foreign exchange market,” *Adv. Complex Syst.* vol.21 (08), 2018.
- [5] A.Clauset, M.E.Newman and C.Moore, “Finding community structure in very large networks. *Phys. Rev.* vol.E 70 (6), 2004.
- [6] P.DeLellis, M.deBernardo, F.Garofalo and M.Porfiri, “Evolution of complex networks via edge snapping,” *IEEE Transaction on Circuit and Systems*, vol.57, no.8, pp.2739-2745, 2010.
- [7] P.DeLellis, M.deBernardo and F.Garofalo, “Synchronization of complex networks through local adaptive coupling,” *Chaos*, vol.18, pp.03711, 2008.
- [8] C.Zhou and J.Kurths, “Dynamical weights and enhanced synchronization in adaptive complex networks,” *Phys.Rev.Lett.*, vol.96, p.164102, 2008.
- [9] 時永祥三, “3つのネットワーク結合離散系カオス変動モデルにおける edge snapping による同期化とその応用,” *情報処理学会論文誌, 数理モデルと応用*, vol.6,no.2, pp.36-52,2013.
- [10] 時永 祥三, 池田 欽一, “結合型プライシングを用いた複数時系列におけるパラメータの同時変化のモデル化とその推定,” *電子情報通信学会論文誌*, vol.J97-A, pp.503-518, 2014.
- [11] C.M.Rump and S.Stidham,Jr. “Stability and chaos in input pricing for a service facility with adaptive customer response to congestion,” *Management Science*, vol.44, no.2, pp.246-261, 1998.
- [12] S.Stidham,Jr. “Pricing and capacity decisions for a service facility: Stability and multiple local optima,” *Management Science*, vol.38, no.2, pp.1121-1139, 1992.
- [13] C.Haxholdt, E.R.Larsen and A.V.Ackere, “Mode locking and chaos in deterministic queueing model with feedback,” *Management Science*, vol.49, no.6, pp.816-830, 2003.
- [14] X.Chen and S.Tokinaga, “Approximation of chaotic dynamics for input pricing at service facilities based on the GP and the control of chaos,” *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.E85-A, no.9, pp.2107-2117, 2002.

- [15] Y.Ikeda and S.Tokinaga, “Controlling the chaotic dynamics by using approximated system equations obtained by the genetic programming,” *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.E84-A, no.9, pp.2118-2127, 2001.
- [16] 池田欽一, 陳曉榮, 時永祥三, “GP による学習を基礎としたマルチエージェント・システムによるプライシング時系列のカオス性分析とその応用”, *電子情報通信学会論文誌*, vol.J89-A, no.4, pp.298-307, 2006.
- [17] 池田欽一, 時永祥三, ““ノードへのフロー入力調整を含むネットワークにおけるプライシングのカオス性変動の解析とその抑制,” *情報処理学会論文誌*, TOM0202004, vol.2, no.2, pp.22-37, 2009.
- [18] 池田欽一, 時永祥三, “ネットワーク構成されたノードにおけるフロー入力調整と退去を含むプライシング時系列のカオス解析とその抑制,” *電子情報通信学会論文誌*, vol.J93-A no.1, pp.1-10, 2010.
- [19] S.Tokinaga and K.Tan, “Estimation of connectivity among units of Vector Auto- Regressive Models based Oon the edge Snapping and its applications to the network formations /disruptions analysis, *Keizaigaku Kenkyu*, vol.88, no.2-3, pp.1-16, 2021.
- [20] 陳曉榮, 時永祥三, “共進化 GP を用いたマルチエージェントシステムの構成とその人工市場分析への応用,” *電子情報通信学会論文誌*, vol.E86-A, no.10, pp.1038-1048, 2003.
- [21] Y.Ikeda and S.Tokinaga, “Chaoticity and fractality analysis of an artificial stock market by the multi-agent systems based on the co-evolutionary Genetic Programming,” *IEICE Trans.Fundamentals*, vol.E87-A, no.9, pp.2387-2394, 2004.
- [22] Y.Ikeda and S.Tokinaga, “Multi-fractality Analysis of time series in artificial stock market generated by multi-agent systems based on the Genetic Programming and its applications,” *IEICE Transactions on Fundamentals*, vol.E90-A, no.9, pp.2212-2222, 2007.

付録. ユニットが VAR モデルで記述される場合の edge snapping の手法による結合係数の調整

ユニットが線形の VAR により記述される場合に, edge snapping によりユニットの特性の間の差異を縮小する方向に結合係数が調整されることを示す.

ここで, 式 (5)(6)(7)(8) により記述される $\sigma_{ij}(t)$ の挙動について, その定性的な性質について見ておく. いま式 (5) において, 時間 t についての 2 次微分の項を無視して (この項は, 係数 $\sigma_{ij}(t)$ の緩やかな変化を記述している), 更に時刻 t と $t+1$ との間における差分により, 1 次の時間微分を近似し

て、 $\dot{\sigma}_{ij} = \Delta\sigma_{ij}$ としておく ($\Delta t = 1$ とする). 次のような記述が得られる. ここで、関数 $B(\cdot)$ の評価として、時刻 t における σ_{ij} の値を用いると仮定する.

$$d_D \Delta\sigma_{ij}(t+1) = c_1 [x_j(t) - x_i(t)]^2 - B(\sigma_{ij}(t)) \quad (14)$$

関数 $B(\cdot)$ は、 $\sigma_{ij} > 0.5$ でマイナスに、 $\sigma_{ij} < 0.5$ においてプラスとなるので、これを参考にして $\sigma_{ij}(t+1)$ を推定する.

(1) 結合係数の収束への傾向 : 0.5 を超えると急速に 1 に近づく

分かりやすくするため特定の $\sigma_{ij}(t)$ の値を仮定する. $\sigma_{ij}(t) = 0$ および $\sigma_{ij}(t) = 0.5$ の場合には、式 (10) の右辺がプラスであることから、 $\sigma_{ij}(t+1) > 0$ および $\sigma_{ij}(t+1) > 0.5$ となり増加する ($\sigma_{ij}(t+1) > 0.5$ となる可能性もある). $\sigma_{ij}(t) = 0.75$ の場合には式 (10) の右辺がプラスであることから、 $\sigma_{ij}(t+1) > 0.75$ となり増加する. 一方 $\sigma_{ij}(t) = 0.25$ の場合には式 (10) の右辺はプラスあるいはマイナスであることから、 $\sigma_{ij}(t+1)$ はさまざまな値をとる可能性がある. 以上のことから $\sigma_{ij}(t) \geq 0.5$ の場合には $\sigma_{ij}(t+1) > 0.5$ となる性質があり、 $\sigma_{ij}(t) < 0.5$ の場合には、さまざまな値をとる可能性がある.

しかしながら、式 (2) における σ_{ij} に関する 2 次の時間微分の項が加わると、やや複雑な変化をすることになる.

(2) 結合係数が 1 あるいは 0 に近づくとその周辺にとどまる

まず結合係数 $\sigma_{ij}(t)$ が 1 に近くなると、2 つのベクトル変数 x_i, x_j は同じような動きをすることになり、接近することが予想できる. 実際、変数ベクトル x_i, x_j の挙動が連続系あるいは離散系カオス変動により記述される場合は、時間が経過すると、 $x_i = x_j$ となる (カオス同期化による引き込み現象による).

しかしながら、ここで議論するような一般のモデルユニットの場合には、2 つのベクトル変数が完全に一致することはない. 一方では $\sigma_{ij}(t)$ が 1 に近く、更に 2 つのベクトル変数 x_i, x_j が極めて近くなると、式の左辺の $B(\cdot)$ と右辺の $x_j - x_i$ は極めて 0 に近くなり、 $\Delta\sigma_{ij}(t)$ の値もほぼ 0 となる. このことから結合係数は 1 に近いまま持続して、1 の値の周りでやや小さな変動を繰り返すことが予想される. 同様のことが結合係数が 0 に近くなる場合においても式の左辺の $B(\cdot)$ はほぼ 0 となるので、結合係数 0 がから離脱する可能性は低下する.

時永 祥三 [九州大学名誉教授]

譚 康融 [久留米大学大学院比較文化研究科・経済学部教授]