九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

鉛直平行平板間から空気への自然対流熱伝達

藤井，丕夫
九州大学機能物質科学研究所

儀間，悟
九州大学大学院総合理工学研究科

富村，寿夫
九州大学機能物質科学研究所

張，興
九州大学機能物質科学研究所

https://doi.org/10.15017/6621

出版情報：九州大学機能物質科学研究所報告. 7 (1), pp.21-27, 1993-09-30. 九州大学機能物質科学研究所
バージョン：
権利関係：

機能物質科学研究所
報告 第7巻 第1号
pp. 21 ～ 27(1993)

鉛直平行平板間から空気への自然対流熱伝達

藤井丕夫・儀間　悟*・富村寿夫・張　興

Natural Convection Heat Transfer from Vertical Parallel Plates to Air

Motoo FUJII, Satoru GIMA, Toshio TOMIMURA
and Xing ZHANG

Two-dimensional Navier-Stokes and energy equations are numerically solved for laminar natural convection of air between vertical parallel plane plates with uniform heat flux. Calculations are carried out under the conditions of the modified Grashof number ($2.3\times10^3 \leqq Gr^* \leqq 8.8\times10^5$), and height to plate spacing ratio ($8 \leqq \ell / h \leqq 30$), which cover the practical range encountered with the natural air cooling system of an electronic equipment. The numerical solutions are compared with present experimental results. The local Nusselt numbers and induced flow rates obtained numerically agree well with those measured. A correlation expression for the local Nusselt number is proposed which can predict the local plate temperature within 5 % error. When the value of dimensionless variable $\Phi = \{(h / x)Gr^* Pr\} / \{(h / \ell)Gr^* Pr\}^{1/2}$ is greater than about 10^2, the existing results based on the boundary layer approximation are found to be not applicable for predicting the maximum plate temperature.

1. 緒　言

近年，電子機器の高性能化や小形化とともに機器の放熱密度は増大する一方であり，効率のよい冷却法を確立することが重要な課題となっている。機器の自然対流による冷却は，熱伝達係数は低いものの，信頼性が高い，騒音がないなどの点から，将来の重要な冷却技術の一つとなることが期待されている。

鉛直平行平板からの自然対流熱伝達は，このような電子機器の冷却に本質的に関わる現象である。この現象については従来から数多くの研究が行われており，例えば，Bodoia-Osterle[1]，Aungら[2]，宮武一藤井[3]，相原[4]，Bar-Cohen-Rohsenow[5]の研究などが挙げられる。ただし，宮武一藤井[3]の解析に代表される従来の理論解析は，そのほとんどが境界層近似による解析で，結果の適用範囲には限界がある。著者ら[6),7)]は，5枚の鉛直平行平板群から空気への自然対流熱伝達について，実用的なパラメータ範囲での実験を行ったが，理論との比較検討は不十分であった。

本報は，既報[7]の実験条件に対応したパラメータの範囲で，二次元のナビエ・ストークスおよびエネルギ方程式を数値的に解いた結果であり，宮武一藤井の解析の実用的な範囲までの拡張に相当する。

受理日　平成5年6月10日
＊　九州大学大学院総合理工学研究科

使用記号

Gr^*	：修正グラスホフ数，式(5)
g	：重力加速度
h	：平板間隔
L	：無次元平板高さ，式(5)
l	：平板高さ
Nu	：局所ヌセルト数，式(8)
P	：無次元流体圧力＝$(p-p_o)/(\rho u_m^2/2)$
Pr	：プラントル数，式(5)
p	：流体圧力
p_o	：平板入口の流体圧力
q_w	：熱流束
Re	：レイノルズ数，式(5)
T	：絶対温度
T_w	：壁面温度
T_∞	：周囲温度
U	：X方向の無次元速度成分，式(5)
u	：x方向の速度成分
u_m	：平均速度
V	：Y方向の無次元速度成分，式(5)
v	：y方向の速度成分
X	：平板に平行な無次元座標
x	：平板に平行な座標
Y	：平板に直角な無次元座標
y	：平板に直角な座標
ギリシャ文字	
β	：体膨張係数＝$1/T_\infty$
θ	：無次元温度，式(5)
θ_w	：平板壁面の無次元温度
κ	：温度伝導率
λ	：熱伝導率
ν	：動粘性係数
ρ	：流体密度
Φ	：無次元パラメータ，式(9)
Ψ	：無次元流れ関数，式(5)
ϕ	：流れ関数
Ω	：無次元渦度，式(5)
ω	：渦度

2．数値解析

物理モデルと座標系を図1に示す。一様熱流束q_wで発熱する長さlの平板が間隔hで鉛直平行に置かれた場合を取り扱う。作動流体である空気（$Pr=0.71$）は一様速度u_mおよび一様温度T_∞で流入すると仮定する。なお，本報では平板間でのふく射熱変換と平板内での熱伝導は無視する。

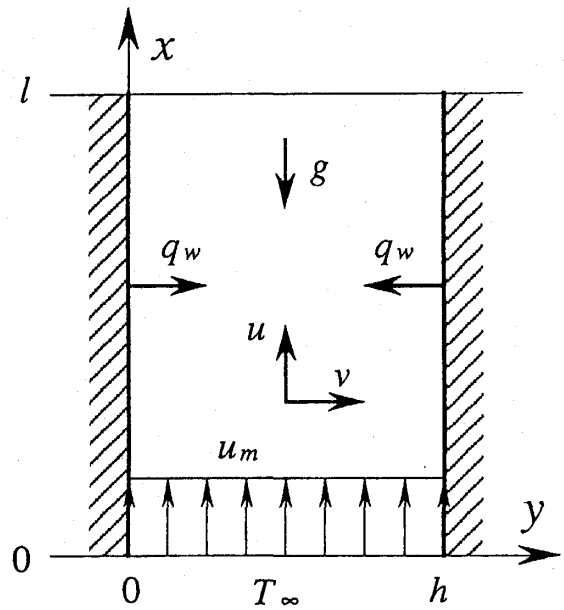


Fig. 1 Physical model and coordinate system.

浮力項に現れる密度に Boussinesq 近似を用い，それ以外の物性値は一定とする。流れ関数ϕおよび渦度ωを導入すると，無次元の基礎式は次式で与えられる。

$$-\Omega=\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\Omega\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\right)-\frac{\partial}{\partial Y}\left(\Omega\frac{\partial\Psi}{\partial X}\right)=-4\frac{Gr^*}{Re^2}\frac{\partial\theta}{\partial Y}+\frac{2}{Re}\left[\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial\Omega}{\partial Y}\right)\right] \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\theta\frac{\partial\Psi}{\partial Y}\right)-\frac{\partial}{\partial Y}\left(\theta\frac{\partial\Psi}{\partial X}\right)=\frac{2}{RePr}\left[\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right)\right] \tag{3}$$

境界条件は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}
&X=0,\ 0\leqq Y\leqq 1:\ \Psi=Y,\ \Omega=0,\ \theta=0\\
&X=L,\ 0\leqq Y\leqq 1:\ \Psi=\Psi_{ex},\ \Omega=\Omega_{ex},\ \theta=\theta_{ex}\\
&0\leqq X\leqq L,\ Y=0:\ \Psi=0,\ \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2},\ \frac{\partial\theta}{\partial Y}=-1\\
&0\leqq X\leqq L,\ Y=1:\ \Psi=1,\ \Omega=-\frac{\partial^2\Psi}{\partial Y^2},\ \frac{\partial\theta}{\partial Y}=1
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

ここで，添字“ex”は境界の内側2点の格子点に

おける値を用いて外挿した値を意味する。また，無次元数は次式で定義される。

$$\left.\begin{aligned} &X=\frac{x}{h},\ Y=\frac{y}{h},\ U=\frac{u}{u_m},\ V=\frac{v}{u_m},\ \theta=\frac{T-T_\infty}{q_w h/\lambda} \\ &\Psi=\frac{\phi}{u_m h},\ \ \Omega=\frac{\omega}{u_m/h},\ \ U=\frac{\partial\Psi}{\partial Y},\ \ V=-\frac{\partial\Psi}{\partial X} \\ &\Omega=\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial U}{\partial Y},\ Re=\frac{u_m 2h}{\nu},\ Gr^*=\frac{g\beta q_w h^4}{\lambda\nu^2} \\ &Pr=\frac{\nu}{\kappa},\ \ L=\frac{l}{h} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

基礎式の差分化と解析方法は富村一藤井[8]の二次元の共存対流についての解析法と同じであるが，純自然対流の条件下での熱伝達を得るため，平板出入口の平均圧力が等しくなるまでRe数を変えて反復計算を行った。平板出入口近傍の温度分布と速度分布を精度良く計算するため，その部分で格子間隔が密になる不等メッシュを用い，解析パラメータによって異なるが平板高さを184～208分割，平板間隔を28～98分割した。

数値解析は逐次代入法によって行い，解の収束判定条件として次式を与えた。

$$\frac{|\Gamma_{I,J}^{n}-\Gamma_{I,J}^{n-1}|_{max}}{|\Gamma_{I,J}^{n}|_{max}} \leqq 5\times10^{-5} \quad (6)$$

ここで，nは数値解析の反復回数，maxは最大値を示し，Γは格子点（I，J）におけるΨ，Ω，θのいずれかで，上式の左辺の値が最大となるものである。

本数値解析では，既報[7]の実験結果と比較するため，実験条件に対応したパラメータで解析を行った。表1(a)に解析条件を示す。アスペクト比Lを8～30まで4段階に変えた。

なお，本解析範囲では，平板出口でのエネルギ・バランスは±1％以内であった。

Table 1 Parameter ranges

(a) Numerical calculations

L [−]	30	20	15	8
Gr^* [−]	2.3×10^3	2.1×10^4	8.2×10^4	8.8×10^5

(b) Experiments

h [mm]	9.7	14.7	19.7	34.7
q_w [W/m²]	41.5	71.1	85.9	96.2

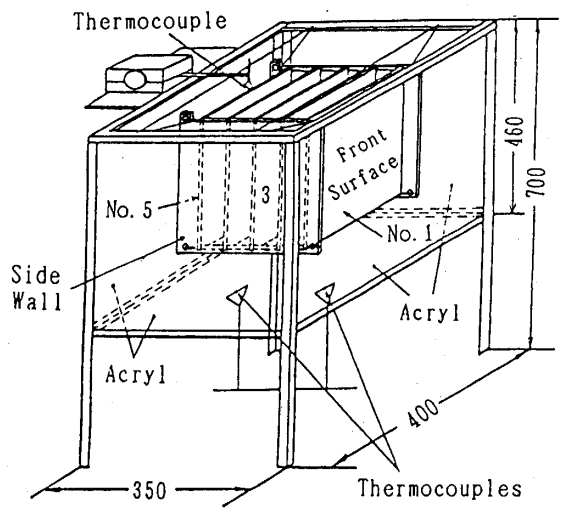


Fig. 2 Schematic of the experimental apparatus.

3. 実　験

実験装置および方法については既報[6),7)]と同じであるので，ここでは概要だけを述べる。図2に実験装置の概要を示す。装置本体は，骨組みのほぼ中央部に設置されており，5枚の平板を重ねた平行平板群である。平板群の側端部からの空気の流入の影響を除くために，両側端はアクリル板で閉じられている。平板は高さ285mm，幅237mmのガラスエポキシ製基板に箔状ヒータを接着したものである。また，図2に示したように，各平板を№1～№5の番号を付けて区別することにする。

平板の温度分布および平板間の速度分布はそれぞれ，素線径50μmのT型熱電対および後方散乱型のLDVを用いて測定した。

流れ方向の圧力分布は沈鐘式の精密微差圧計を用いて測定した。直径1.5mmの測定孔をもつ圧力測定用平板を№2平板と入れ換えて，対向板となる№1平板と圧力測定用平板の2平板だけを加熱して行った。平板間と周囲との差圧は高々7μmAq程度なので，ビニールの導管内の空気の密度変化の影響を受けないよう配管に注意した。平板の発熱量を段階的に変化させたときの差圧計出力の経時変化を測定し，測定値の不確かさが約±15％程度であることを確認した[6]。

実験条件を表1(b)に示す。各平板の熱流束q_wは全て同じにしたが，平板間隔hの変化に応じて，平板群の中央平板の最高温度と周囲温度の差が約20℃になるようにq_wを変化させた。

なお，本数値解析結果と比較するデータとしては，平板群中央の№3平板についての測定値を用いた。

4．結果および考察

図3に，誘起流量に対応する Re/L と Gr^*/L の関係を示す。図中の記号“○”は本解析結果であり，表1(a)の解析パラメータ以外の結果も記入してある。記号“●”は実験結果である。また，記号“□”は宮武一藤井[3]の数値解析結果であり，それらを実線で結んである。一点鎖線は平板が十分長く，平板間の速度分布が放物線分布となるときの流量[3]であり，次式で与えられる。

$$\frac{Re}{L}=0.690\left(\frac{Gr^*}{L}\right)^{1/2} \tag{7}$$

本解析結果は宮武一藤井の結果とその解析の範囲内，$Gr^*/L \leq 4\times10^3$ でよい一致を示している。そして，Gr^*/L が小さくなるにつれて式(7)に漸近する傾向を示しており，$Gr^*/L \leq 10^2$ の範囲の誘起流量は式(7)でよく表されている。また，本解析結果は実験結果とも Gr^*/L が小さい領域ではよく一致している。しかし，Gr^*/L が大きくなるにつれて，差が大きくなる。そして，$Gr^*/L \fallingdotseq 10^5$，すなわちアスペクト比 $L=8$ の場合には約30%程度の差がある。この理由として，解析上の問題としては L によらずに入口の速度を一様としたこと，一方実験上では，LDV による測定において，散乱粒子として用いた線香の煙が，蛇行しながら上昇するため，速度を低めに測定している可能性があること，さらに，平板群の中央部での測定であり，平板間隔が大きい場合に，周辺から中央部まで空気が円滑に供給されにくくなっていることなどが考えられる。

図4にアスペクト比 $L=30$ の場合の X 方向の圧力分布の解析結果を実線および点線で示す。分布の傾向は宮武ら[9]の解析結果と同様である。

図中にプロットしてある記号は測定値である。周囲圧力を基準とした実験結果を平板入口圧力基準で定義した無次元圧力 P（$=(p-p_o)/(\rho u_m^2/2)$）に変換する際，$X<0.3$ での分布は解析結果と等しいと仮定し，$X=0.3$ での測定値が同じ位置での計算値と一致するように分布を補正した。また，この実験条件での速度分布の測定は行っていないため，平均速度 u_m は式(7)を用いて算出した。

実験の再現性をみるために，各測定位置について4，5回の測定を行った。測定日が異なるデータは記号を変えて示してあるが，測定日が同じデータについては再現性は良い。解析結果と実験結果はほぼ一致している。実験においても浮力がまだ小さい平板上流側では圧力勾配は負となり，浮力の大きい平板下流側でこの圧力降下分は回復されるという結果が得られている。

全てのアスペクト比での X 方向の圧力分布を図5に

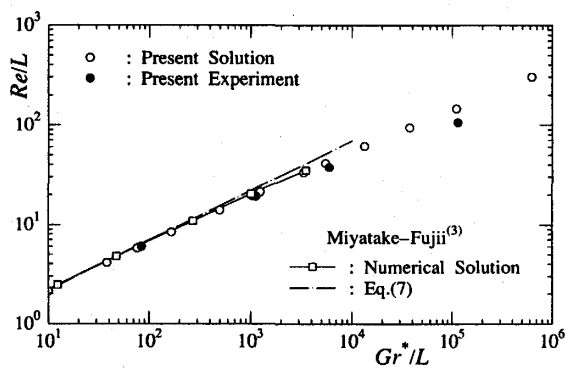


Fig. 3 Relation between induced flow rate and Grashof number.

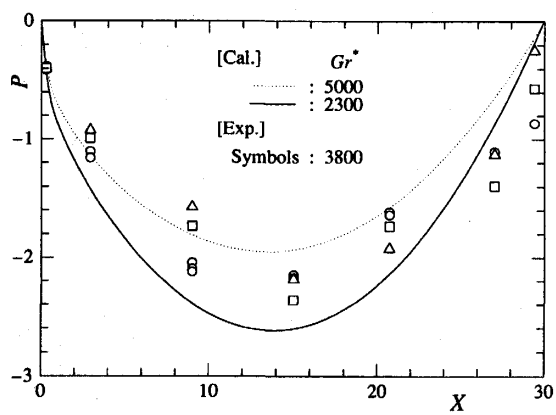


Fig. 4 Pressure profiles.

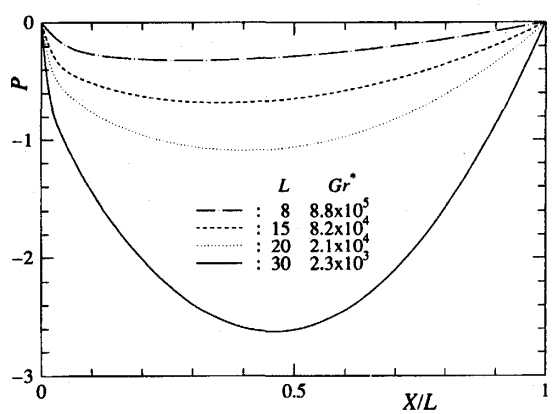
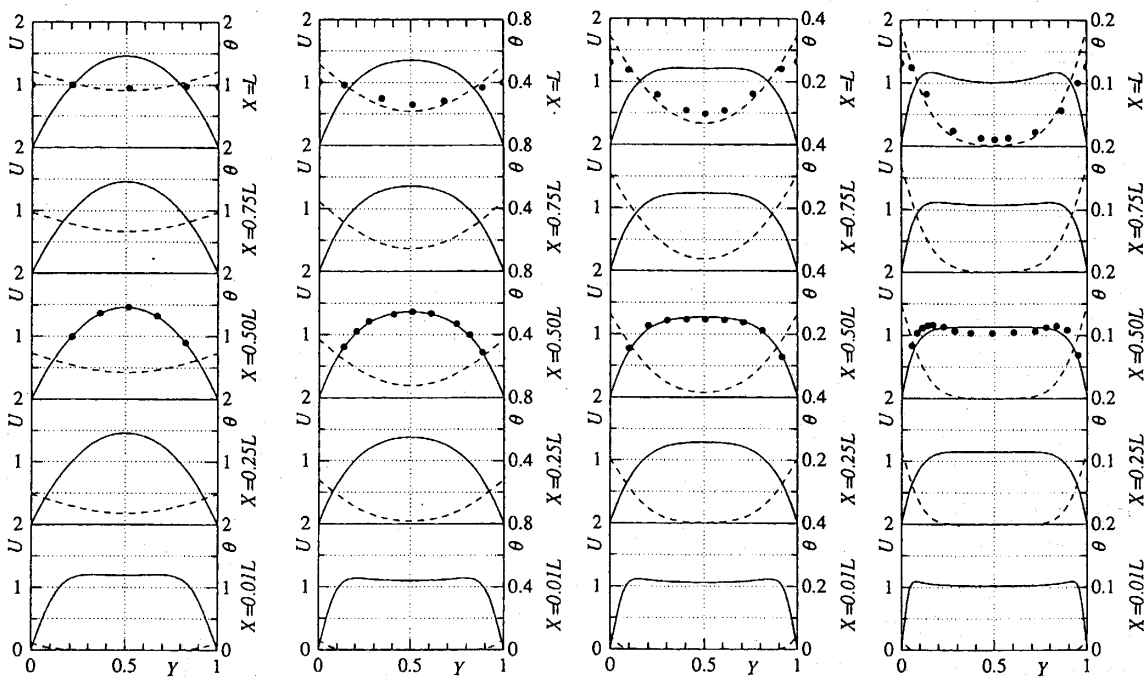


Fig. 5 Pressure profiles.



(a) L=30　(b) L=20　(c) L=15　(d) L=8

Fig. 6 Velocity and temperature profiles between plates at several heights.

示す。横軸はXをLで規格化したものである。分布の傾向は図４と同様である。Lが小さくなる（Gr^*が大きくなる）につれて，Pの絶対値は小さくなり，またPが最小となる位置は平板入口側へ近づく傾向がみられる。

図６(a)〜(d)にそれぞれのアスペクト比での平板高さ$X=0.01L$，$0.25L$，$0.5L$，$0.75L$，Lにおける平板間の速度分布を実線で，温度分布を破線で示す。測定値を記号“●”で示し，対応する位置でのそれぞれの分布の計算値と比較してある。いずれのアスペクト比においても解析結果と実験結果はほぼ一致している。ただし，温度分布の測定は，平板出口から約１㎜上の位置で行っているため，$Y=0,1$での測定値は解析結果よりも低くなっている。$L=30$とアスペクト比が大きい場合の速度分布はほぼ放物線分布となっている。また，温度分布は平板間中央部でも温度が上昇しており，ほぼ一様な分布となっている。しかし，アスペクト比が小さい$L=8$の場合には，平板間中央部の温度は平板出口においてもほぼ周囲温度を示しており，温度境界層が干渉していない様子がわかる。

平板壁面の局所ヌセルト数Nuを宮武一藤井[3]が提案した無次元パラメータΦで整理した結果を図７に示す。図中の実線は本数値解析結果であり，記号は実験結果である。点線は宮武一藤井[3]の解析結果である。その結果を整理して提案された近似式(8)について，式(10)の従来の係数を用いた場合の分布を一点鎖線で，また，本数値解析結果に基づき，新たに提案された式(11)の係数を用いた場合を破線で示す。

$$Nu=\frac{q_w}{T_w-T_\infty}\cdot\frac{h}{\lambda}$$
$$=\frac{\Phi}{6.93}\left[1-exp\{-1.68k\Phi^n\}\right] \qquad (8)$$

ここで，

$$\Phi=\frac{Gr^*Pr/X}{(Gr^*Pr/L)^{1/2}} \qquad (9)$$

$k=2.84$，$n=-0.6$　（一点鎖線）　(10)

$k=3.4$，$n=-0.66$　（破線）　(11)

本解析結果は実験結果とよく一致しており，実用的なパラメータ範囲での数値解析が正確に行われているものと思われる。また，宮武一藤井の解析結果と比べると，Φの値が約10^2以下の範囲ではよく一致している。しかし，アスペクト比が小さくなるΦ$>10^2$では，境界層近似による宮武一藤井の解析結果は適用できず，式(10)の係数を用いた近似式(8)は正確な局所ヌセルト数

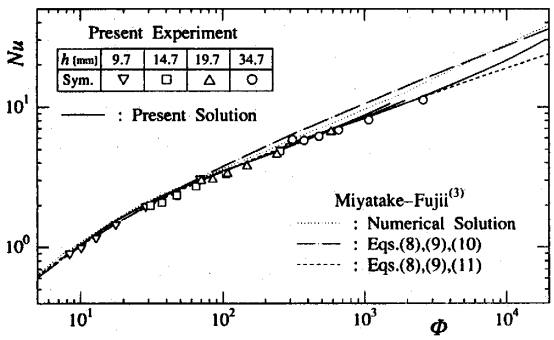


Fig. 7 Local Nusselt number.

を与えない。ただし，係数k，nを式(11)のように修正することにより，破線で示すように，局所ヌセルト数を広範囲にわたり正確に表すことができる。したがって，式(11)を用いた式(8)は，従来の整理式の特性を利用した，新しい整理式とみなせる。

図8(a)〜(d)はそれぞれのアスペクト比について，図7の局所ヌセルト数分布を壁面温度θ_wと流れ方向Xの関係で表したものである。いずれの図においても解析結果と実験結果はほぼ一致しており，それらは破線で示す式(11)の係数を用いた式(8)で表されていることがよくわかる。一方，一点鎖線で示す従来の係数による分布は，$L=30$の場合には本解析結果とよく一致しているが，アスペクト比が小さくなるにつれて差が大きくなり，$L=8$の場合には$X=4$で約20%程度低くなる。この図からもΦが大きい範囲では境界層近似は適用できないことがわかる。

表1(a)に示した全ての解析条件について，本数値解析結果と式(8)，式(9)および式(11)から求めたθ_wは，平板入口近傍を除きよく一致しており，それらの差は±5%程度である。

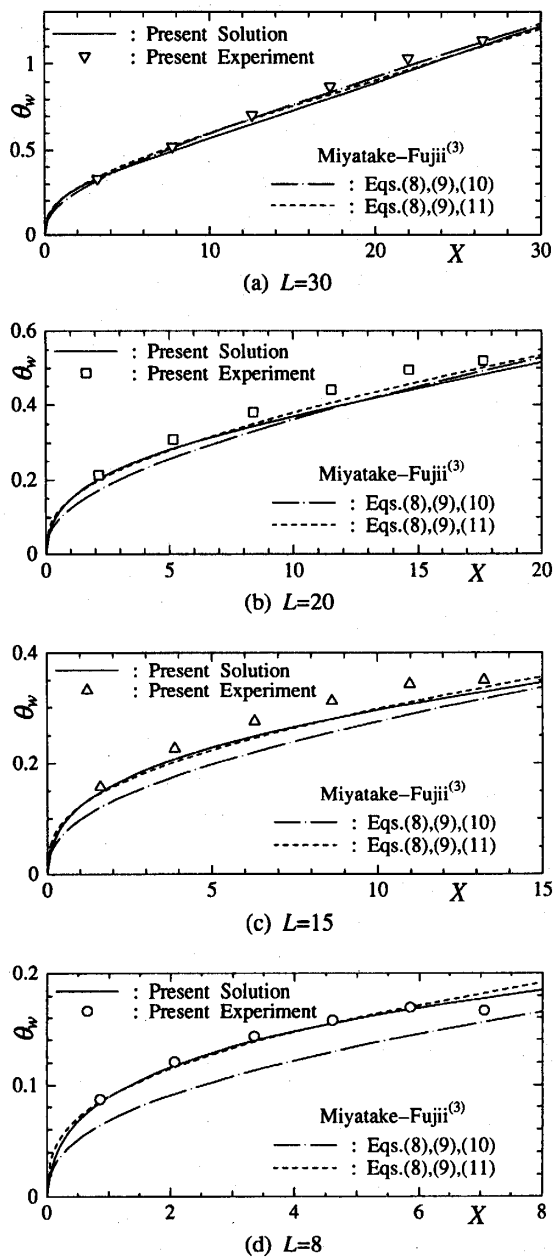


Fig. 8 Temperature profiles.

5. 結　言

鉛直平行平板間における空気の自然対流熱伝達に関する数値解析を実用的なパラメータ範囲で行い，以下の結論を得た。

(1) 誘起流量に関して，本解析結果と実験結果は$L=8$の場合を除きほぼ一致している。また，本解析結果は宮武一藤井の結果ともよく一致している。

(2) 流れ方向の圧力分布に関しても解析結果は実験結果と良好な一致を示している。

(3) 局所ヌセルト数に関して，本数値解析結果は実験結果とよく一致している。一方，境界層近似を適応した宮武一藤井の解析結果は，Φが約10^2以上の範囲では測定値との差が大きく，提案された整理式(8)は適用できない。

(4) 整理式(8)の係数を式(11)で修正した式により，平板表面の温度分布を広範囲な条件下で正確に予測することができる。そこで，式(8)，式(9)および式(11)を新しい整理式として提案する。

本研究に際して，有益な御教示を頂いた九州大学機能物質科学研究所　藤井　哲　教授に謝意を表します。

実験装置の制作と実験に協力して頂いた本研究所職員濱野　光司　技官，当時　九州大学総合理工学研究科大学院生　松尾　忠海　氏（現西日本旅客鉄道）に感謝します。また，計算結果の整理に協力して頂いた総理工大学院生　喬　京　氏に感謝します。

参考文献

1）Bodoia, J. R. and Osterle, J. F., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **84**－1，(1962), 40.

2）Aung, W., Fletcher, L. S. and Sernas, V., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **15**,(1972), 2293.

3）宮武・藤井，化学工学，**37**－8，(1973), 852.

4）相原，東北大学高速力学研究所報告，**37**，(1976), 93.

5）Bar-Cohen, A. and Rohsenow, W. M., *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **106**－1，(1984), 116.

6）儀間・松尾・藤井・富村，第28回日本伝熱シンポジウム講演論文集，(1991), 481.

7）藤井・儀間・富村・張，九州大学機能物質科学研究所報告，**6**－1，(1992), 17.

8）富村・藤井，九州大学機能物質科学研究所報告，82，(1987), 15.

9）宮武・藤井・藤井・田中，化学工学，**36**－8，(1972), 859.