

## A Numerical Analysis of Laminar Mixed Convection Heat Transfer between Vertical Parallel Plates with Discrete Sources Heated at Different Rate : Part 2: Conducting Plates

富村, 寿夫  
九州大学機能物質科学研究所

藤井, 丕夫  
九州大学機能物質科学研究所

<https://doi.org/10.15017/6559>

---

出版情報 : 九州大学機能物質科学研究所報告. 4 (1), pp.15-22, 1990-08-30. Institute of Advanced  
Material Study Kyushu University

バージョン :

権利関係 :



# 発熱量が異なる分散熱源を有する垂直平行平板間の 層流共存対流熱伝達に関する数値解析 (第2報：平板内での熱伝導を考慮した場合)

富村 寿夫・藤井 丕夫

## A Numerical Analysis of Laminar Mixed Convection Heat Transfer between Vertical Parallel Plates with Discrete Sources Heated at Different Rate (Part 2: Conducting Plates)

Toshio TOMIMURA and Motoo FUJII

Two-dimensional Navier-Stokes and energy equations are numerically solved for laminar air flow between conducting parallel plates with five discrete sources heated at different rate. Parametric calculations are performed to determine the effect on velocity, wall temperature and wall heat flux distributions of Reynolds number ( $500 \leq Re \leq 2000$ ), modified Grashof number ( $0.5 \times 10^6 \leq Gr^* \leq 2.0 \times 10^6$ ), and local-to-mean heat flux ratio ( $q_{wi}/q_m=1$  and 2). A general method of predicting the maximum temperature on each heat source is proposed. Comparing the numerical results, it is shown that by using the method the maximum temperatures can be predicted within a practical accuracy for various ratios of the local-to-mean heat flux.

### 1. 緒 言

電子機器の冷却の問題に関連して、著者らはこれまでに基板上のパッケージ群を平行平板間に分散配列された厚みの無い熱源群で置き換えた簡単な二次元モデルを用い、層流共存対流に関する一連の数値解析を行ってきた<sup>1)-3)</sup>。その結果、まず平板内での熱伝導を無視し同一熱源が等間隔で配列されている場合、各熱源の最高温度が簡単な整理式で表示できることを示した<sup>1)</sup>。続いて最高温度におよぼす平板内での熱伝導の影響を調べ、その影響も考慮した整理式を提案した<sup>2)</sup>。さらに前報<sup>3)</sup>では各々の熱源の発熱量が異なる場合について平板内での熱伝導を無視した数値解析を行い、

熱源と熱源の間の非加熱部での最低温度に関する整理式を求め、この式と先に提案した最高温度の整理式を用いて発熱量が異なる場合の最高温度を予測する方法を提案した。

本報では、前報に引続き各々の熱源の発熱量が異なる場合について平板内での熱伝導を考慮した数値解析を行い、平板内熱伝導の影響をも含めたより一般的な最高温度の予測方法を提案する。

#### 使用記号

$B$  : 無次元平板厚さ =  $b/h$

$b$  : 平板厚さ

$c_p$  : 定圧比熱

$Gr^*$  : 修正グラスホフ数 =  $g\beta q_m h^4 / \lambda_f \nu^2$

受理日 平成元年10月9日

- $Gr^{**}$  : 修正グラスホフ数 =  $Gr^* H_{wj, max}$   
 $g$  : 重力加速度  
 $H_w$  : Y方向の無次元熱流束 =  $-\lambda(\partial T/\partial y)/q_m$   
 $h$  : 平板間隔  
 $L$  : 無次元平板高さ =  $l/h$   
 $L_i$  : 平板入口から第1熱源先端までの無次元距離 =  $l_i/h$   
 $L_o$  : 第5熱源後端から平板出口までの無次元距離 =  $l_o/h$   
 $l$  : 平板高さ  
 $l_i$  : 平板入口から第1熱源先端までの距離  
 $l_o$  : 第5熱源後端から平板出口までの距離  
 $n$  : 数値計算の反復回数  
 $Pr$  : プラントル数  
 $Q_{wj}$  : 分散熱源の無次元熱流束 =  $q_{wj}/q_m$   
 $q_m$  : 平均熱流束 =  $\sum_{j=1}^5 q_{wj}/5$   
 $q_{wj}$  : 分散熱源の熱流束  
 $R$  : 平板と空気の熱伝導率比 =  $\lambda_s/\lambda_f$   
 $Re$  : レイノルズ数 =  $u_m 2h/\nu$   
 $S$  : 無次元熱源間隔 =  $s/h$   
 $s$  : 熱源間隔  
 $T$  : 絶対温度  
 $U$  : X方向の無次元速度成分 =  $u/u_m$   
 $u$  : x方向の速度成分  
 $u_m$  : 平均速度  
 $V$  : Y方向の無次元速度成分 =  $v/u_m$   
 $v$  : y方向の速度成分  
 $W$  : 無次元熱源長さ =  $w/h$   
 $w$  : 熱源長さ  
 $X$  : 平板に平行な無次元空間座標 =  $x/h$   
 $x$  : 平板に平行な空間座標  
 $Y$  : 平板に直角な無次元空間座標 =  $y/h$   
 $y$  : 平板に直角な空間座標
- ギリシャ文字  
 $\beta$  : 体膨張係数 =  $1/T_\infty$   
 $\theta$  : 無次元温度 =  $(T-T_\infty)/(q_m h/\lambda_f)$   
 $\mu$  : 粘性係数  
 $\lambda$  : 熱伝導率  
 $\nu$  : 動粘性係数  
 $\Psi$  : 無次元流れ関数 =  $\psi/(u_m h)$   
 $\psi$  : 流れ関数  
 $\Omega$  : 無次元渦度 =  $\omega/(u_m/h)$   
 $\omega$  : 渦度

- 添字  
 $f$  : 空気  
 $j$  : 熱源番号  
 $max$  : 最大値  
 $min$  : 最小値  
 $s$  : 平板  
 $w$  : 壁面  
 $\infty$  : 周囲状態

## 2. 理 論

### 2.1 物理モデル、基礎方程式および境界条件

物理モデルと座標系を図1に示す。個々の熱源の発熱量は異なるが各々の平板での熱源の配置および発熱量の分布は等しい、破線で囲んだ領域が単位として繰り返される二次元垂直平行平板群を考える。ここでは、間隔  $h$  で置かれた長さ  $l$ 、厚さ  $b$ 、熱伝導率  $\lambda_s$  の平板の片面に、長さ  $w$ 、熱流束  $q_{wj}(j=1\sim 5)$  で発熱する5個の熱源が等間隔  $s$  で並んでいる場合を取り扱う。熱源  $j=5, 1$  と平板出入口間の距離は  $l_o, l_i$  である。空気 ( $Pr=0.7$ ) は一様速度  $u_m$ 、周囲温度  $T_\infty$  で流入すると仮定し、熱伝導率を  $\lambda_f$  とする。空気の流入速度は浮力の影響が無視できない程度に小さく、流れは共存対流域にあるとする。平板間でのふく射熱交換は考えない。

本モデルに対する基礎方程式は、二次元の Navier-Stokes 方程式とエネルギー方程式であり、後者は空気の対流熱伝達および平板内の伝導伝熱に関する二つの方程式から成る。Navier-Stokes 方程式の浮力項に現れる密度以外の物性値は一定と仮定し、Boussinesq 近似を用い、流れ関数  $\psi$  と渦度  $\omega$  を導入すると無次元化した基礎方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Omega \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = -4 \frac{Gr^*}{Re^2} \cdot \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} + \frac{2}{Re} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \theta_f \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left( \theta_f \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) = \frac{2}{Re Pr} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial Y} \right) \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Y^2} = 0 \quad (4)$$

破線で示した解析領域に対する境界条件は次式で与

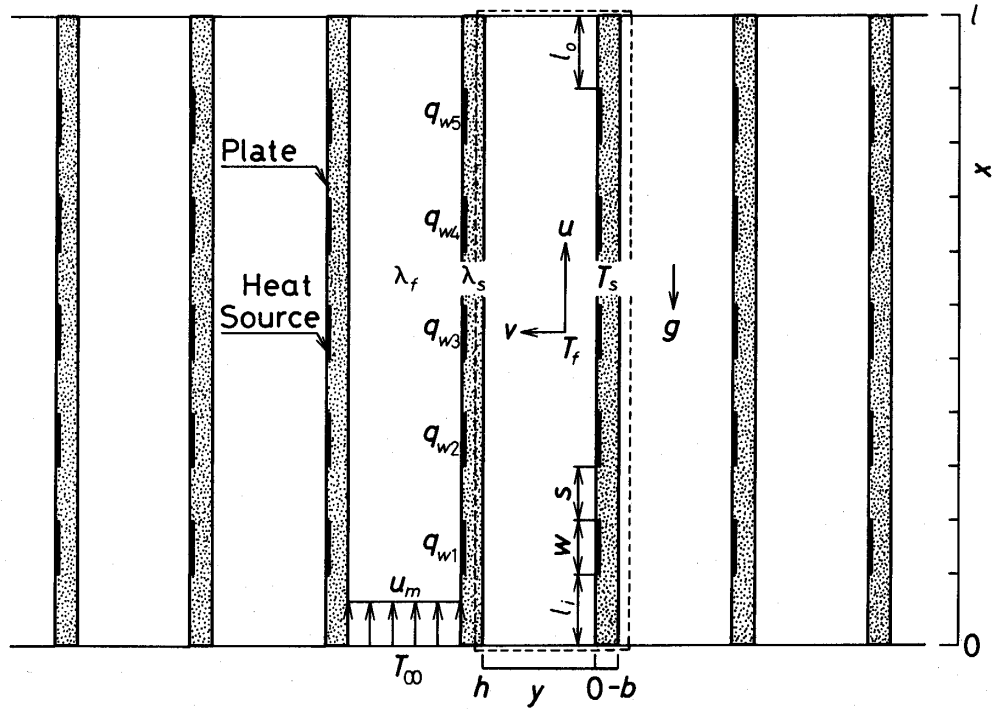


Fig. 1 Physical model and coordinate system

えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 X=0, 0 \leq Y \leq 1: \Psi=Y, \Omega=0, \theta_f=0 \\
 X=0, -B \leq Y \leq 0: \partial \theta_s / \partial X=0 \\
 X=L, 0 \leq Y \leq 1: \Psi=\Psi_{ex}, \Omega=\Omega_{ex}, \\
 \theta_f=\theta_{f,ex} \\
 X=L, -B \leq Y \leq 0: \partial \theta_s / \partial X=0 \\
 0 \leq X \leq L, Y=0: \Psi=0, \Omega=-\partial^2 \Psi / \partial Y^2, \\
 \theta_f=\theta_s, -\partial \theta_f / \partial Y + R \partial \theta_s / \partial Y = Q_{wj} \\
 \text{(熱源部), } 0 \text{ (非加熱部)} \\
 0 \leq X \leq L, Y=1: \Psi=1, \Omega=-\partial^2 \Psi / \partial Y^2, \\
 \theta_f=\theta_s, -\partial \theta_f / \partial Y + R \partial \theta_s / \partial Y = 0
 \end{aligned} \right\} (5)$$

ここで、一般に流路出口 ( $X=L$ ) での  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $\theta_f$  は予め与えられないので、本解析では数値計算の反復過程で上流側 2 格子点上の値から得られる外挿値  $\Psi_{ex}$ ,  $\Omega_{ex}$ ,  $\theta_{f,ex}$  を流出境界条件として用いた。本条件を与えることの妥当性については既に報告した<sup>1)</sup>。なお、式 (1) ~ (5) の無次元数は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned}
 X=x/h, Y=y/h, U=u/u_m, V=v/u_m \\
 \theta_{f,s}=(T_{f,s}-T_\infty)/(q_m h / \lambda_f), q_m = \sum_{j=1}^5 q_{wj} / 5 \\
 \Psi=\psi/(u_m h), \Omega=\omega/(u_m h) \\
 U=\partial \Psi / \partial Y, V=-\partial \Psi / \partial X, \\
 \Omega=\partial V / \partial X - \partial U / \partial Y
 \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\left. \begin{aligned}
 Re=u_m 2h/\nu, Gr^*=g\beta q_m h^4 / \lambda_f \nu^2, \\
 Pr=c_p \mu / \lambda_f \\
 B=b/h, L=l/h, Q_{wj}=q_{wj}/q_m (j=1\sim 5), \\
 R=\lambda_s / \lambda_f
 \end{aligned} \right\}$$

無次元数  $R$  は平板と空気の熱伝導率の比であり、平板がベークライトの場合は  $R=9$  程度<sup>4)</sup> である。また、電子機器の基板として一般に使用されているガラスエポキシの場合は  $R=10\sim 30$  程度<sup>5)</sup> である。

## 2.2 基礎方程式の差分化と数値計算方法

既報<sup>1)</sup>と同様、基礎方程式 (1) ~ (4) を格子点 ( $I, J$ ) を中心とする微小面積要素に関して積分し、風上差分を適用して差分化<sup>6)</sup>した。その際、平板および分散熱源近傍の速度分布と温度分布を精度良く計算するため、その部分で格子間隔が密になるような不等分割メッシュ ( $X$  方向: 330分割,  $Y$  方向: 38分割) を用いた。

数値計算は逐次代入法によって行い<sup>1)</sup>、解の収束判定条件として次式を与えた。

$$\frac{|\Gamma^n_{I,J} - \Gamma^{n-1}_{I,J}|_{max}}{|\Gamma^n_{I,J}|_{max}} \leq 5 \times 10^{-5} \quad (7)$$

ここで、 $n$  は数値計算の反復回数、 $max$  は最大値を表し、 $\Gamma$  は  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $\theta_f$  あるいは  $\theta_s$  のうちで、上

式の左辺の値が最大となるものである。

計算は  $Re=500\sim 2000$ ,  $Gr^*=0.5\times 10^6\sim 2.0\times 10^6$ ,  $Pr=0.7$ ,  $R=10$ ,  $B=0.1$ ,  $L=11$ ,  $L_i=L_o=S=W=1$  で行った。

本計算精度の目安となる流路出口でのエネルギー・バランスは、この条件下で±2%以内であった。

### 3. 結果と考察

#### 3.1 温度、速度および熱流束分布

図2は  $Re=1000$ ,  $Gr^*=0.5\times 10^6$ ,  $Pr=0.7$ ,  $R=10$ ,  $B=0.1$ ,  $L=11$ ,  $L_i=W=S=L_o=1$  の場合についての平板温度  $\theta_w$  の計算結果である。実線は熱源が有る面

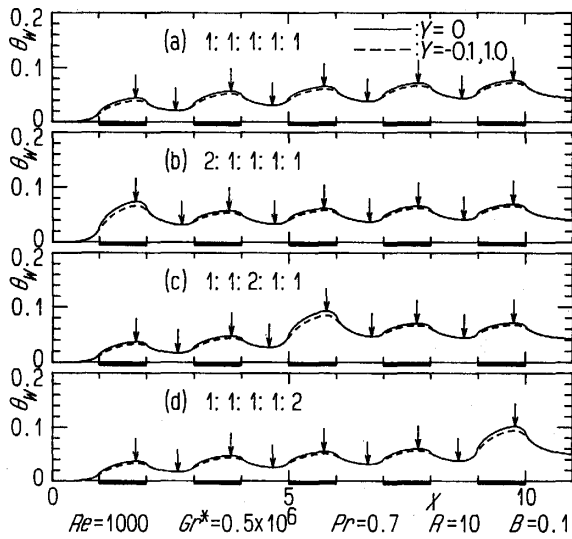


Fig. 2 Wall temperature distributions

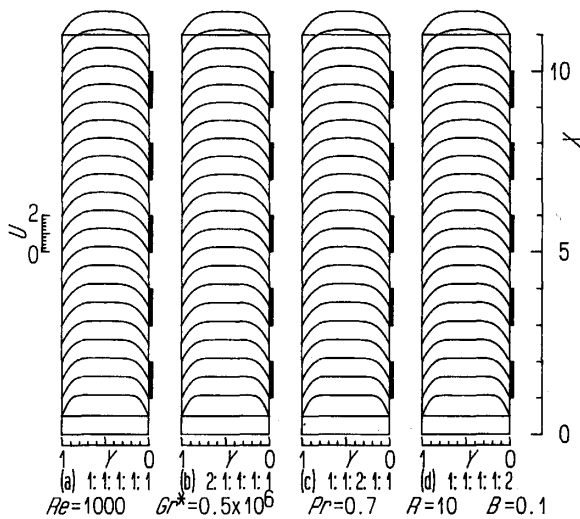


Fig. 3 Velocity distributions

(表面:  $Y=0$ ), 破線は無い面 (裏面:  $Y=-0.1, 1.0$ ) での分布である。図の (a)~(d) は総発熱量が同じで各熱源の発熱量  $Q_{wj}$  ( $j=1\sim 5$ ) の比が, 1:1:1:1:1, 2:1:1:1:1, 1:1:2:1:1, 1:1:1:1:2 の場合の結果である。図中の矢印は各熱源の最高温度  $\theta_{wj,max}$  と, 熱源と熱源の間の非加熱部での最低温度  $\theta_{wj,min}$  の位置  $X_{j,max}$ ,  $X_{j,min}$  を表す。なお, 熱源を“—”で示した。 $R=10$  のこの場合, 平板全体にわたって表面と裏面の温度差が小さく, 非加熱部での両面の温度はほぼ等しい。ただし, 図 (b)~(d) から,  $Q_{wj}$  が大きい熱源部での両面の温度差は他の熱源部と比べて若干大きいことがわかる。また,  $Q_{wj}$  が大きい熱源が後半部にある (c), (d) の場合,  $X=0\sim 5$  で両者の温度分布はほぼ等しいが, (a) の場合より低い。これは, 総発熱量を等しくとっているので,  $Q_{wj}$  ( $j=1, 2$ ) の値が (a) では1であるのに対し, (c), (d) では0.83と小さくなるためである。

図3に図2に対応する速度分布を示す。温度分布の場合と異なり, 速度分布におよぼす発熱量分布の違いの影響はほとんど見られない。また, 分布はほぼ対称であり, 平板内での熱伝導を無視した ( $R=0$ ) 前報<sup>3)</sup> で得られた非対称な速度分布とは異なる。これは平板表面と裏面の温度がほぼ等しく両側での浮力差が小さくなるためである。

図4に平板両面での  $Y$  方向の熱流束  $H_{wy}$  を示す。実線は平板表面から空気側 [ $H_{wy}=-\lambda_f(\partial T_f/\partial y)_{y=0}/q_m$ ] へ, 破線は表面から平板内 [ $H_{wy}=-\lambda_s(\partial T_s/\partial y)_{y=0}/q_m$ ] へ, 一点鎖線は平板裏面から空気側

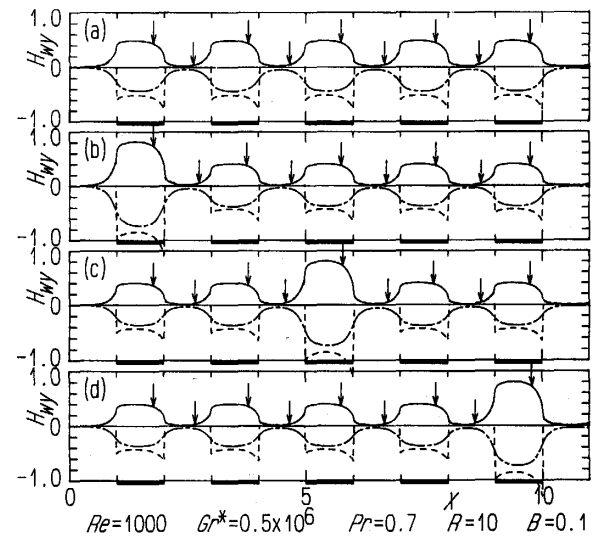


Fig. 4 Wall heat flux distributions

$[H_{wy} = -\lambda_f(\partial T_f/\partial y)_{y=-B/q_m} = -\lambda_s(\partial T_s/\partial y)_{y=-B/q_m}]$  へ向かう熱流束である。矢印は図2に示した最高、最低温度点  $X_{j,max}$ ,  $X_{j,min}$  における平板表面から空気側への無次元熱流束  $H_{wj,max}$ ,  $H_{wj,min}$  を表す。平板表面の  $H_{wy}$  は熱源部で空気側(実線)と平板内(波線)に別れ、発熱量の違いとは無関係に平板内への熱流束の方が大きくなっている。しかし、この熱量が平板を介して全て裏面側に向かうわけではなく、一部は平板内で  $\pm X$  方向に流れ、熱源の間の非加熱部表面から空気に伝達される。

図2~4に対する以上の諸傾向は、発熱量  $Q_{wj}$  が全て等しい場合に得られた傾向<sup>2)</sup>と同じである。

### 3.2 最高および最低温度

各熱源の最高温度  $\theta_{wj,max}$  と熱源の間の非加熱部での最低温度  $\theta_{wj,min}$  を整理するに際して、 $\theta_{wj,max}$ ,  $X_{j,max}$ ,  $\delta X_{j,max}$ ,  $X_j$ , ……等の関係を図5に示す。

先に、 $Q_{wj}$  が全て等しい場合の  $\theta_{wj,max}$  は、平板内での熱伝導を考慮した場合も含め、次式で表されることを示した<sup>2)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \frac{H_{wj,max}/\theta_{wj,max}}{Gr^{**0.34}/Re^{0.26}} &= C_1 \left[ \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j,max} \right]^{-0.34} \\ \text{for } 0.1 \leq \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j,max} &\leq 2 \\ \frac{H_{wj,max}/\theta_{wj,max}}{Gr^{**0.34}/Re^{0.26}} &= C_2 \left[ \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j,max} \right]^{-0.20} \end{aligned} \right\} (8)$$

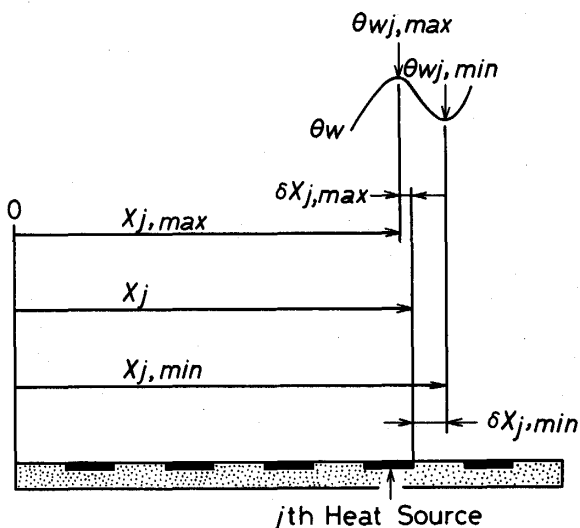


Fig. 5 Relation between maximum, minimum temperatures and their locations

$$\left. \begin{aligned} \text{for } 2 \leq \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j,max} &\leq 100 \\ \text{ここで,} \\ Gr^{**} &= Gr^* H_{wj,max} \\ X_{j,max} &= X_j - \delta X_{j,max} \\ &= [L_i + W \times j + S \times (j-1)] - \delta X_{j,max} \end{aligned} \right\} (9)$$

$$(10)$$

である。

式(8)の係数  $C_1$ ,  $C_2$  は無次元平板厚さ  $B$  には依存せず熱伝導率比  $R$  に対して表1で与えられる値をとる。また、式(9), (10)の  $H_{wj,max}$  と  $\delta X_{j,max}$  は  $R$  と  $B$  の両方に依存し、各々の値を表2に示す。

本報で対象とする  $Q_{wj}$  が異なり平板内での熱伝導を考慮した  $R=10$ ,  $B=0.1$  の場合、 $Q_{wj}$  が変化する前の  $\theta_{wj,max}$  に関する数値計算結果、例えば図2(a)  $j=1\sim 5$ , (b)  $j=1$ , (c)  $j=1, 2$ , (d)  $j=1\sim 4$  の  $\theta_{wj,max}$  と  $X_{j,max}$  の関係は、式(8)のパラメータで整理できることがわかった。さらに、全ての熱源における  $H_{wj,max}/Q_{wj}$  と  $\delta X_{j,max}$  について整理した結果、本計算条件に対し両者はほぼ一定と見なせ、次式が得られた。

$$H_{wj,max} = 0.45 Q_{wj} \quad (11)$$

$$\delta X_{j,max} = 0.26 \quad (12)$$

$Q_{wj}$  が全て等しい場合には  $Q_{wj}=1$  ( $j=1\sim 5$ ) であり、上式の  $H_{wj,max}$  は  $H_{wj,max}=0.45$  となるので、式(11)は表2の  $R=10$ ,  $B=0.1$  の場合の結果を含むより一般的な式になっている。

一方、 $Q_{wj}$  が異なり、平板内での熱伝導を無視した

Table 1 Coefficients  $C_1$  and  $C_2$ <sup>2)</sup>

$Re=500\sim 2000$   $Gr^*=0.5\times 10^6\sim 2.0\times 10^6$   $Pr=0.7$   
 $B=0.1, 0.2$   $L=11$   $L_i=L_o=S=W=1$

$R$	0	1	10
$C_1$	0.72	0.68	0.66
$C_2$	0.65	0.62	0.60

Table 2 Values of  $H_{wj,max}$  and  $\delta X_{j,max}$ <sup>2)</sup>

$Re=500\sim 2000$   $Gr^*=0.5\times 10^6\sim 2.0\times 10^6$   $Pr=0.7$   
 $L=11$   $L_i=L_o=S=W=1$

$B$	0.1	0.2	—
$R$	1	10	0
$H_{wj,max}$	0.63	0.45	0.69
$\delta X_{j,max}$	0.10	0.26	0.30

$R=0$  の場合、 $Q_{wj}$  が変化する前の  $\theta_{wj,min}$  は次式で表されることを前報<sup>3)</sup> で示した。

$$\frac{H_{wj,mix}/\theta_{wj,mix}}{Gr^{**0.8}/Re} = C_3 \left[ \frac{Gr^{**}}{Re^2} X_{j,mix} \right]^{-0.65} \quad (13)$$

ここで、

$$X_{j,min} = X_j + \delta X_{j,min} \\ = [L_i + W \times j + S \times (j-1)] + \delta X_{j,min} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{wj,max} &= Q_{wj} \\ \delta X_{j,min} &= 1 \\ C_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

である。

図6は、本数値計算で得られた  $Q_{wj}$  が変化する前の  $\theta_{wj,min}$  を式(13)のパラメータを用いて整理した結果である。図中に実線で示したように、平板内での熱伝導を考慮した  $R=10, B=0.1$  の場合、 $\theta_{wj,min}$  は式(13)で

$$C_3 = 0.75 \quad (16)$$

と置いて表すことができる。さらに、熱源の間の全ての非加熱部での  $\delta X_{j,min}$  について整理した結果、本計算条件に対して  $\delta X_{j,min}$  はほぼ一定と見なせ、次式が得られた。

$$\delta X_{j,min} = 0.70 \quad (17)$$

前者で、平板内の熱伝導を無視した場合、ある熱源  $j$  の発熱量がその上流側の熱源の発熱量と異なる値に変化したときの最高温度  $\theta_{wj,max}$  は直前の非加熱部の

最低温度  $\theta_{wj-1,min}$  に依存することが明らかになった。また、各熱源が一様に発熱する際の最低温度  $\theta'_{wj-1,min}$  は発熱量や平板熱伝導の有無にかかわらず式(13)のパラメータで整理できた。そして、発熱量が変化した熱源  $j$  の最高温度  $\theta_{wj,max}$  はその直前の非加熱部の最低温度  $\theta_{wj-1,min}$  が  $\theta'_{wj-1,min}$  に等しくなるとした仮想的な位置  $X'_{j-1,min}$  に  $(X_{j,max} - X_{j-1,min})$  を加えた位置  $X'_{j,max}$  を  $X_{j,max}$  とすることにより、式(8)の関係で整理できることがわかった。そこで、平板内熱伝導を考慮した本報でも同様な整理方法を試みる。

図7に本計算で得られた全ての  $\theta_{wj,max}$  を整理した結果を示す。図中のプロット点の横軸および縦軸の値は、例えば図2(c)  $j=3 \sim 5$  の場合について示すと、次のようにして求められる。

[1]  $\theta_{w3,max}$

式(13)で  $\theta_{wj,min} = \theta_{w2,min}$ ,  $H_{wj,max} = H_{w3,max}$ ,  $Gr^{**} = Gr^* H_{w3,max}$ ,  $C_3 = 0.75$  とした場合から仮想位置  $X'_{2,min}$  を求め、 $X'_{3,max} = X'_{2,min} + (X_{3,max} - X_{2,min})$  とする。

式(8)の右辺で  $X_{j,max} = X'_{3,max}$ ,  $Gr^{**} = Gr^* \times H_{w3,max}$ , 左辺で  $\theta_{wj,max} = \theta_{w3,max}$ ,  $H_{wj,max} = H_{w3,max}$  とし横軸と縦軸の値を算出する。

[2]  $\theta_{w4,max}$

式(13)で  $\theta_{wj,min} = \theta_{w3,min}$ ,  $H_{wj,max} = H_{w4,max}$ ,

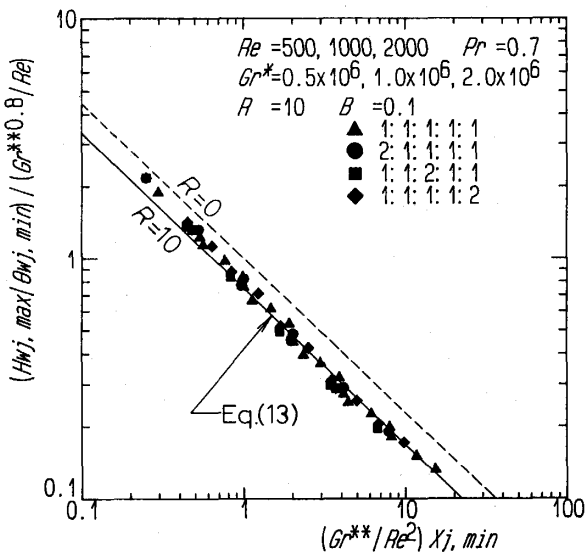


Fig. 6 Correlation of local minimum of temperatures between discrete heat sources

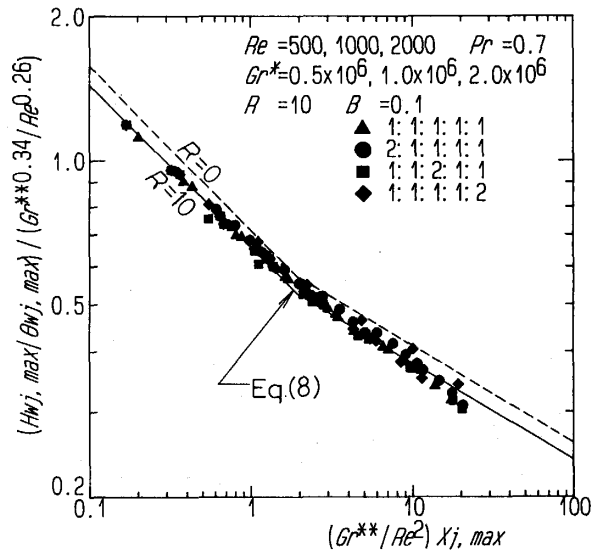


Fig. 7 Correlation of local maximum of temperatures for discrete heat sources

$Gr^{**}=Gr^*H_{w4,max}$ ,  $C_3=0.75$  とした場合から仮想位置  $X'_{3,min}$  を求め、 $X'_{4,max}=X'_{3,min}+(X_{4,max}-X_{3,min})$  とする。

式 (8) の右辺で  $X_j,max=X'_{4,max}$ ,  $Gr^{**}=Gr^* \times H_{w4,max}$ , 左辺で  $\theta_{wj,max}=\theta_{w4,max}$ ,  $H_{wj,max}=H_{w4,max}$  とし横軸と縦軸の値を算出する。

[3]  $\theta_{w5,max}$

この場合は  $Q_{w5}=Q_{w4}$  なので、[2] で求めた仮想位置  $X'_{3,min}$  を用いて  $X'_{5,max}=X'_{3,min}+(X_{5,max}-X_{3,min})$  と置いてよい。

式 (8) の右辺で  $X_j,max=X'_{5,max}$ ,  $Gr^{**}=Gr^* \times H_{w5,max}$ , 左辺で  $\theta_{wj,max}=\theta_{w5,max}$ ,  $H_{wj,max}=H_{w5,max}$  とし横軸と縦軸の値を算出する。

図から明らかなように、本計算結果は図中に実線で示した式 (8) [ $C_1=0.66$ ,  $C_2=0.60$ ] に対し良い一致を示している。なお、ここでも前報<sup>3)</sup>と同様、 $\theta_{wj,min}$  については簡単のため式 (13) で表される一本の線で近似したが、より正確に  $\theta_{wj,max}$  を整理するためには、式 (8) と同様に  $\theta_{wj,min}$  を二つの領域に分けて表示したほうがよい。

以上から、分散熱源の発熱量が異なる場合でも、各熱源の最高温度は式 (8), (13) を用いて予測することができる。また、 $Q_{wj}$  が変化した後の熱源の間の非加熱部での最低温度に関しても、上述の方法と同様に式 (8) を用いて式 (13) のパラメータで整理できる

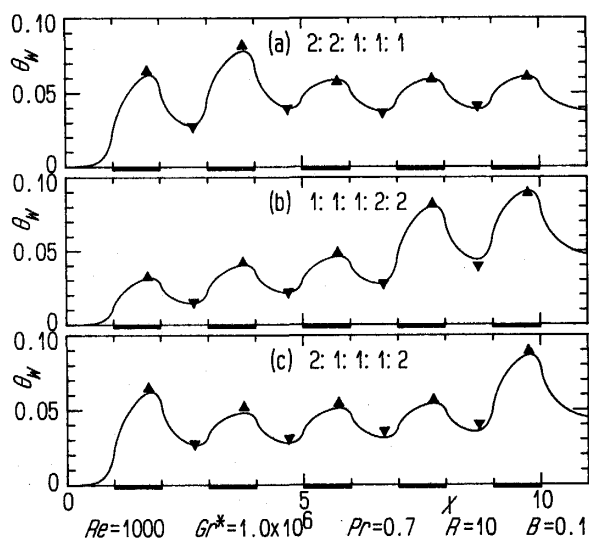


Fig. 8 Comparison of predicted maximum and minimum temperatures with numerical results

ので、 $\theta_{wj,min}$  も式 (8), (13) により予測できる。

図 8 に  $Re=1000$ ,  $Gr^*=1.0 \times 10^6$ ,  $Pr=0.7$ ,  $R=10$ ,  $B=0.1$ ,  $L=11$ ,  $L_i=W=S=L_o=1$  の場合について、式 (8), (13) から予測した最高 ( $\blacktriangle$ ), 最低 ( $\blacktriangledown$ ) 温度と数値計算結果を比較した例を示す。ただし、この場合の  $Q_{wj}$  の比は先に最高, 最低温度を整理するために用いた比とは異なり (a) 2:2:1:1:1, (b) 1:1:1:2:2, (c) 2:1:1:1:2 であり、総発熱量も 2 倍になっている。

本予測方法を図 8 (b) を例として示すと、次のようになる。

発熱量が等しい  $j=1 \sim 3$  では、

<1> 式 (8) に式 (9)~(12) を代入し、 $X_j,max$  ( $j=1 \sim 3$ ) での  $\theta_{wj,max}$  を求める。

<2> 式 (13) に式 (9), (11), (14), (16), (17) を代入し、 $X_j,min$  ( $j=1 \sim 3$ ) での  $\theta_{wj,min}$  を求める。

発熱量が 2 倍に変化した  $j=4, 5$  では、

<3> 先に数値計算結果の整理方法で示した [2], [3] と同様の方法で、式 (13) から仮想位置  $X'_{j-1,min}$  を求める。さらに、 $X'_{j,max}=X'_{j-1,min}+(X_{j,max}-X_{j-1,min})$  を式 (8) に代入し  $\theta_{wj,max}$  を算出して、これを実際の最高温度の位置  $X_j,max$  での値とする。

位置  $X_{4,min}$  における最低温度  $\theta_{w4,min}$  は直前の最高温度  $\theta_{w4,max}$  に依存する。そこで、

<4> 式 (8) で  $\theta_{wj,max}=\theta_{w4,max}$ ,  $H_{wj,max}=0.45 \times Q_{w4}$ ,  $Gr^{**}=Gr^* \times 0.45 Q_{w4}$  とした場合から仮想位置  $X'_{4,max}$  を求める。

式 (13) に  $X'_{j,min}=X'_{4,max}+(X_{4,min}-X_{4,max})$ ,  $H_{wj,max}=0.45 Q_{w4}$ ,  $Gr^{**}=Gr^* \times 0.45 Q_{w4}$ ,  $C_3=0.75$  を代入し、 $X'_{4,min}$  における  $\theta_{w4,min}$  を算出して、これを実際の最低温度の位置  $X'_{4,min}$  での値とする。

図から、本方法によりパッケージ群の空冷で重要となる、各熱源の最高温度の妥当な予測値が得られていることがわかる。

#### 4. 結 言

基板上に配列された発熱量が異なるパッケージ群を空冷する場合の最高温度を予測する方法を基礎的に検討するため、パッケージ群を垂直平行平板間に配列された厚みの無い散熱源で置き換えた簡単な二次元モデ



ルを用い、層流共存対流熱伝達に関する数値解析を行った。熱源の発熱量が異なる場合について、平板内での熱伝導を考慮した数値解析を行い、以下の結論を得た。

[1] 平板温度の分布には、分散熱源の発熱量の違いによる影響が顕著に現れる。また、平板と空気の熱伝導率の比が  $R=10$ 、無次元平板厚さ  $B=0.1$  の場合、平板全体にわたって表面と裏面の温度差は小さく、非加熱部での両面の温度はほぼ等しくなる。

[2] 速度分布におよぼす熱源の発熱量分布の違いの影響は、総発熱量が等しい場合、ほとんど見られない。また、 $R=10$ 、 $B=0.1$  では速度分布はほぼ対称に発達する。

[3] 熱源の発熱量  $Q_{wj}$  が変化する前の非加熱部での最低温度  $\theta_{wj,min}$  とその位置  $X_{j,min}$  の関係は、式 (13) のパラメータを用いて整理できる。さらに、 $Q_{wj}$  が変化した後の  $\theta_{wj,min}$  に関しても、式 (8) を媒介にして式 (13) のパラメータで整理できる。

[4] 熱源の発熱量  $Q_{wj}$  が変化する前の熱源部での最高温度  $\theta_{wj,max}$  とその位置  $X_{j,max}$  の関係は、式 (8) のパラメータを用いて整理できる。さらに、 $Q_{wj}$  が変化した後の  $\theta_{wj,max}$  に関しても、式 (13) を媒介にして式 (8) のパラメータで整理できる。

[5] 式 (8)、(13) を用いて  $\theta_{wj,max}$  と  $\theta_{wj,min}$  を予測する方法を提案した。数値計算結果との比較から、この方法により分散熱源の発熱量が異なる場合の最高温度を妥当な精度で推定できることがわかった。

本研究をまとめるに際して、九州大学機能物質科学研究所職員・濱野光司氏には計算結果の整理と図面の作成に協力して頂いた。ここに記して謝意を表します。

#### 引用文献

- 1) 富村寿夫, 藤井丕夫: 九州大学生産科学研究所報告, 82, 15-25 (1987).
- 2) 富村寿夫, 藤井丕夫: 第26回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 731-733 (1989).
- 3) 富村寿夫, 藤井丕夫: 九州大学大学院総合理工学研究科報告, 11, 3, 321-325 (1989).
- 4) 伝熱工学資料 (改訂第3版), 日本機械学会編, (1975), 297.
- 5) 電子技術 (別冊), 日刊工業新聞社, 17-25 (1986-6).
- 6) A. D. Gosman, W. M. Pun, A. K. Runchal, D. B. Spalding and M. Wolfshtein: *Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows*, pp.89-137, Academic Press, London (1969).