

IC基板の自然空冷に関する研究

藤井, 丕夫
九州大学機能物質科学研究所

富村, 寿夫
九州大学機能物質科学研究所

<https://doi.org/10.15017/6550>

出版情報 : 九州大学機能物質科学研究所報告. 2 (2), pp.295-303, 1988-12-28. 九州大学機能物質科学
研究所
バージョン :
権利関係 :

IC基板の自然空冷に関する研究

藤井 丕 夫・富村 寿 夫

Study on Natural Air Cooling of an IC Board

Motoo FUJII and Toshio TOMIMURA

Experiments and numerical analyses are made on natural convection of air in a vertical channel, where one plate is attached by heat sources and the other is adiabatic. A practical type IC board ($160^h \times 115^w$ mm) is used, where twenty-five packages ($3.7^h \times 19.3^l \times 6.7^w$ mm) are placed with equal interval. The channel height h , length l and heat flux q_w from the packages are varied in the ranges of $l/h=5.5 \sim 22.9$ and $Gr^*=10^3 \sim 10^6$. Two-dimensional Navier-Stokes and energy equations are solved for laminar air flow between vertical parallel plates, one of which has five rectangular heat sources. Calculations are made for parameter ranges that cover the experimental conditions. Flow and heat transfer characteristics in the parallel plates with heat source protrusions are demonstrated. Comparing the numerical solutions with experimental results for the local Nusselt number, the method is discussed to predict the surface temperature of packages on a practical IC board.

1. 緒 言

電子機器の冷却技術に関連して、ダクトあるいは流路内での対流熱伝達に対する関心が新たに高まってきている¹⁾。この研究課題については、これまでに数多くの実験あるいは理論解析が報告されている。例えば、ダクト内の層流強制対流に関する従来の研究は Shah-London²⁾、垂直流路内の層流自然対流は藤井³⁾、相原⁴⁾により体系的にまとめられており、Petukhovら⁵⁾は対流熱伝達に及ぼす浮力効果についてレビューを行っている。

IC基板の冷却という観点では、次のような研究が行われている。垂直平行平板間の層流自然対流熱伝達に関しては Bodoia-Osterle⁶⁾、Aungら⁷⁾、宮武一藤井⁸⁾⁻¹¹⁾、Quintiere-Mueller¹²⁾、相原¹³⁾、Wirtz-Stutzman¹⁴⁾の報告がある。更に、Carpenterら¹⁵⁾はふく射熱交換の影響、Bar-Cohen-Rohsenow¹⁶⁾は最適平板間隔について検討している。層流(自然・強制)

共存対流に関しては、垂直平板間での Cebeciら¹⁷⁾、Dalbert¹⁸⁾、Yao¹⁹⁾、Aung-Worku²⁰⁾、Habchi-Acharya²¹⁾、水平平板間での Osborne-Incropera²²⁾、Incropera-Schutt²³⁾、Wangら²⁴⁾の研究がある。また、Nguyenら²⁵⁾は水平平行平板群の数値計算を行っている。この他に、十分発達した領域での現象を取り扱ったものに Tao²⁶⁾、Aung²⁷⁾、Aung-Worku²⁸⁾、富村一藤井²⁹⁾の研究がある。

以上は平滑な平板全体を一様加熱した場合の研究であるが、最近では、ICパッケージを実装した基板の熱伝達特性をより正確に把握するため、熱源の分散や突起(高さ)を考慮した研究が数多く報告されている。熱源が1個の場合については、突起を考えない Kennedy-Zebib³⁰⁾³¹⁾の水平平板間と突起の影響を考慮した Habchi-Acharya³²⁾の垂直平板間での層流共存対流の研究がある。これに対して、複数の熱源の相互干渉を明らかにするために、Incroperaら³³⁾は層流と乱流強制対流、富村一藤井³⁴⁾³⁵⁾は流路の傾斜も考慮した層流共存対流に関して報告し、中山一広岡³⁶⁾は自然対

流, 柳田ら³⁷⁾³⁸⁾は強制対流の条件下でパッケージモデルを用いた実験を行っている。基板群を対象とした研究も行われており, Davalath-Bayazitoglu³⁹⁾の基板とパッケージ内での熱伝導を考慮した層流強制対流, Nickellら⁴⁰⁾のふく射熱交換を考慮した層流自然対流に関する報告などがある。以上, 様々な流動条件に対する基礎的研究が行われているが, IC 基板の熱設計で最も重要となる, パッケージの最高温度を予測する一般的な結論は得られていない。

本研究では, 分散熱源を有する垂直平行平板間での層流自然対流を取り扱い, 相互干渉を伴う熱源の対流熱伝達に及ぼす突起の影響を検討した。断熱した平板の一方に5個の同一矩形熱源が等間隔で配置され一様熱流束で発熱する場合の二次元物理モデルを考え, 既報³⁴⁾³⁵⁾の数値計算方法を拡張して一連の計算を行った。更に, 5×5個のICパッケージを実装した基板を製作し, 発熱量, 流路高さ, パッケージに対する冷却空気の流動方向を変えて実験を行い, 理論との比較・検討を行った。なお, 本実験で用いたパッケージは内部のチップに描かれた回路を除けば一般に使用されているものと同じであり, このような実験例はこれまで報告されていない。

使用記号

A_b	: board surface area	[m ²]
A_p	: package surface area	[m ²]
Gr^*	: modified Grashof number, Eq.(7)	[-]
\overline{Gr}^*	: modified Grashof number, Eq.(16)	[-]
g	: gravitational acceleration	[m/s ²]
h	: channel height	[m]
L	: dimensionless channel length = l/h	[-]
l	: channel length	[m]
N	: number of heat sources	[-]
n	: dimensionless normal distance from surface	[-]
Nu_x	: local Nusselt number, Eq.(14)	[-]
\overline{Nu}_x	: local Nusselt number, Eq.(15)	[-]
P	: dimensionless pressure = $p/(\rho u_m^2/2)$	[-]
P_h	: dimensionless package height = p_i/h	[-]
P_l	: dimensionless package length = p_i/h	[-]
P_o	: dimensionless pressure = $p_o/(\rho u_m^2/2)$	[-]

Pr	: Prandtl number	[-]
p	: pressure	[N/m ²]
p_o	: reference pressure	[N/m ²]
Q_p	: heat dissipated from heat source	[W]
Q_t	: total heat dissipated from heat sources	[W]
q_w	: heat flux, Eq.(12)	[W/m ²]
$\overline{q_w}$: apparent heat flux, Eq.(13)	[W/m ²]
Re	: Reynolds number, Eq.(6)	[-]
S	: dimensionless distance = s/h	[-]
s	: distance measured along heat source surface	[m]
T	: absolute temperature	[K]
T_o	: inlet temperature	[K]
T_w	: surface temperature	[K]
U	: dimensionless velocity = u/u_m	[-]
u	: longitudinal velocity	[m/s]
u_m	: inlet velocity	[m/s]
V	: dimensionless velocity = v/u_m	[-]
v	: transverse velocity	[m/s]
X	: dimensionless coordinate = x/h	[-]
x	: longitudinal coordinate	[m]
Y	: dimensionless coordinate = y/h	[-]
y	: transverse coordinate	[m]
Greek Letters		
β	: volumetric thermal expansion coefficient = $1/T_o$	[1/K]
Θ	: dimensionless temperature = $(T-T_o)/(q_w h/\lambda)$	[-]
λ	: thermal conductivity	[W/mK]
ν	: kinematic viscosity	[m ² /s]
ϕ	: parameter, Eq.(19)	[-]
Ψ	: dimensionless stream function = $\psi/(u_m h)$	[-]
ψ	: stream function	[m ² /s]
Ω	: dimensionless vorticity = $\omega/(u_m/h)$	[-]
ω	: vorticity	[1/s]

2. 数値解析

2.1 物理モデル, 基礎方程式及び境界条件

物理モデルと座標系を図1に示す。断熱された二枚の平板からなる垂直流路の長さを l , 高さを h とする。5個の同一矩形熱源が左側の平板 ($y=0$) に等間隔 p_s

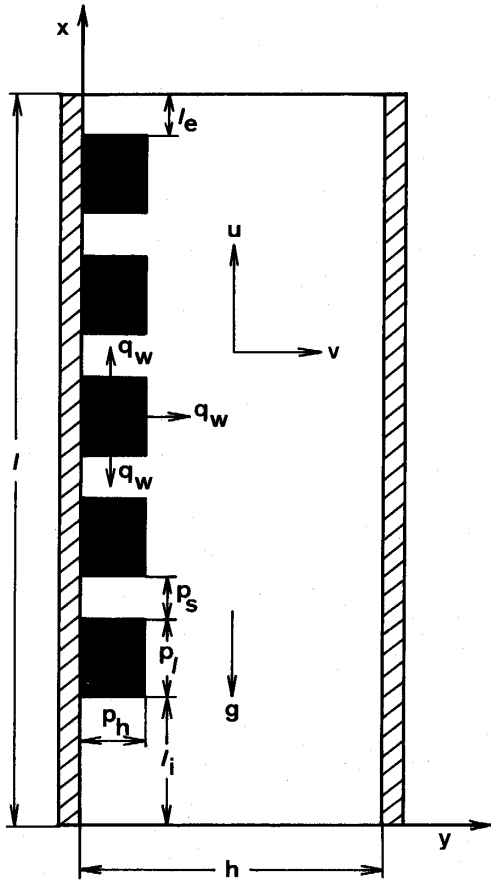


Fig. 1 Physical model and coordinates system

で並んでいるとし、熱源と流路出入口の距離を l_e, l_i とする。熱源の長さとは高さは p_l, p_h であり、全表面から一様熱流束 q_w で発熱しているとする。冷却空気 ($Pr=0.7$) は一様速度 u_m 、一様温度 T_0 で流入すると仮定する。ここでは、流路内でのふく射熱交換と平板内での熱伝導は考えない。

本モデルに対する基礎式は二次元の Navier-Stokes 方程式とエネルギー方程式である。物性値は一定と仮定し、流れ関数 ψ と温度 θ を導入して Boussinesq 近似を用いると、無次元の基礎式は、

$$\frac{\partial}{\partial X} (\Omega \frac{\partial \psi}{\partial Y}) - \frac{\partial}{\partial Y} (\Omega \frac{\partial \psi}{\partial X}) = -4 \frac{Gr^*}{Re^2} (\frac{\partial \theta}{\partial Y}) + \frac{2}{Re} [\frac{\partial}{\partial X} (\frac{\partial \Omega}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\frac{\partial \Omega}{\partial Y})] \quad (1)$$

$$-\Omega = \frac{\partial}{\partial X} (\theta \frac{\partial \psi}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\theta \frac{\partial \psi}{\partial Y}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} (\theta \frac{\partial \psi}{\partial Y}) - \frac{\partial}{\partial Y} (\theta \frac{\partial \psi}{\partial X})$$

$$= \frac{2}{RePr} [\frac{\partial}{\partial X} (\frac{\partial \theta}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\frac{\partial \theta}{\partial Y})] \quad (3)$$

ここで、無次元の流れ関数 ψ と温度 θ は、

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (4)$$

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \quad (5)$$

で定義され、レイノズル数 Re と修正グラスホフ数 Gr^* は次式で定義される。

$$Re = \frac{u_m 2h}{\nu} \quad (6)$$

$$Gr^* = \frac{h^4 g \beta q_w}{\nu^2 \lambda} \quad (7)$$

境界条件は、流路入口 ($X=0$) で、

$$\psi = Y, \quad \Omega = 0, \quad \theta = 0 \quad (8)$$

流路表面 ($Y=0, 1$) で、

$$\psi = 0, 1, \quad \Omega = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad (9)$$

熱源表面 ($n=0$) で、

$$\psi = 0, \quad \Omega = \pm \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = -1 \quad (10)$$

一般に、流路出口での ψ, Ω, θ は予め与えられない。本解析では数値計算の反復過程で、上流側の2格子点上の値から得られる外挿値 $\psi_{ex}, \Omega_{ex}, \theta_{ex}$ を流出境界条件として用いた。すなわち、

流路出口 ($X=L$) で、

$$\psi = \psi_{ex}, \quad \Omega = \Omega_{ex}, \quad \theta = \theta_{ex} \quad (11)$$

式 (11) の条件を与えることの妥当性については既に報告³⁴⁾³⁵⁾した。

2.2 数値計算方法

基礎式の差分化と数値計算方法は以下の2点を除き、既報³⁴⁾³⁵⁾と同じである。第1に、熱源の突起を考慮したので、角部の Ω と θ に X, Y 方向の内点から得られる値の算術平均を用いた。第2に、純自由対流の条件下での熱伝達を得るため、流路出入口の平均圧力が誤差 $\pm 1\%$ 以内で一致するまで Re 数を変えて反復計算を行った。

本解析では、無次元流路長さと修正グラスホフ数が $L=6 \sim 22, Gr^*=10^3 \sim 10^6$ の範囲の計算を行った。表1に以下の図で使う記号と共にパラメータの詳細を示す。

3. 実 験

図2に流路の概要と主要寸法を示す。厚さ2mmのガラスエポキシ製基板上にICパッケージを5行 \times 5

Table 1 Parameter ranges of numerical calculations

Case	A		B		C		D	
P_i	1.0		3.0		1.0		0.3	
P_h	0.3		0.5		0.5		0.2	
P_s	0.5		1.0		2.0		0.5	
$L_i = L_e$	1.25		1.5		2.0		1.25	
L	9.5		22.0		17.0		6.0	
Gr^*	10^5	10^6	10^3	10^4	10^3	10^4	10^5	10^6
Symbol	△	○	□	▽	◇	●	■	▲

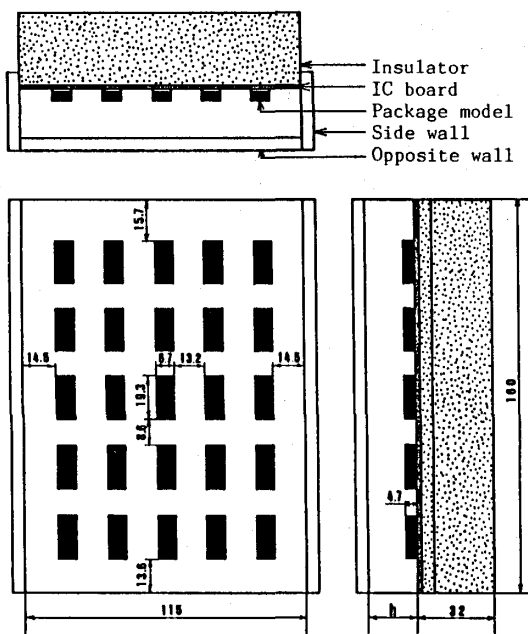


Fig. 2 Experimental apparatus

列で配列した。裏面を厚さ 30mm の発泡スチロールでおおった結果、熱損失を 3% 以下に抑えることができた。伝熱面の対向壁及び側壁は厚さ 5mm の透明アクリル板で、これらは断熱壁と見なせる。使用した

IC パッケージは 16 ピンの DIP 型で、長さ 19.3mm、幅 6.7mm、高さ 3.7mm である。パッケージ本体は一般に使用されているものと同じであるが、内部のチップは集積回路のかわりに抵抗とダイオードで構成されている。パッケージは基板に直接半田付けしたが、その構造上、パッケージ裏面と基板表面の間に約 1mm 隙間が残る。しかし、裏面は伝熱面と考えないで実測値の整理を行った。

各パッケージの抵抗を直列に接続し直流電流を流して発熱させ、電流と抵抗での電圧低下から発熱量を求めた。パッケージ内のチップ温度は、ダイオードの抵抗の温度特性を利用して測定した。表面温度に関しては、3 行目と 3 列目に配置した計 9 個のパッケージと基板の主要部に接着した、素線径 $\phi 30\mu\text{m}$ の銅-コンスタンタン熱電対で測定した。なお、計測の自動化を図るためパーソナルコンピュータを使用した。

表 2 に示すように、発熱量、流路高さ、冷却空気の流動方向を変えて一連の実験を行った。Case-V, H はそれぞれ自然対流流れがパッケージ長手方向に平行及び垂直の場合に相当する。

4. 結果及び考察

2 種類の熱流束 $q_w, \overline{q_w}$ と、それに対応する局所ヌ

Table 2 Parameter ranges of experiments

	Case No.	V				H			
		(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
Package	P_i	2.75	1.75	1.20	0.92	0.95	0.60	0.42	0.32
	P_h	0.67	0.43	0.29	0.22	0.67	0.43	0.29	0.22
	P_s	1.23	0.78	0.54	0.41	1.89	1.20	0.83	0.63
Board	L_i	1.94	1.24	0.85	0.65	2.07	1.32	0.91	0.69
	L_e	2.25	1.43	0.98	0.75	2.07	1.32	0.91	0.69
	L	22.86	14.54	9.99	7.64	16.45	10.44	7.24	5.50
Gr^*		$1.5 \times 10^3 - 7.0 \times 10^5$				$1.5 \times 10^3 - 7.0 \times 10^5$			

セルト数 Nu_x , $\overline{Nu_x}$ を次式で定義する。

$$q_w = \frac{Q_t}{N \cdot A_p} \quad (12)$$

$$\overline{q_w} = \frac{Q_t}{A_b} \quad (13)$$

$$Nu_x = \frac{q_w h}{(T_w - T_o) \lambda} \quad (14)$$

$$\overline{Nu_x} = \frac{\overline{q_w} h}{(T_w - T_o) \lambda} \quad (15)$$

ここで、 A_b : 基板表面積, A_p : パッケージ表面積, h : 流路高さ, N : パッケージの個数, Q_p : パッケージの発熱量, Q_t : 全発熱量 ($= N \cdot Q_p$), T_o : 流入空気温度, T_w : パッケージ表面温度, λ : 空気の熱伝導率である。 $\overline{q_w}$ は全発熱量が基板全体に様に分布すると見なした場合の見かけの熱流束である。

式 (7) の q_w を $\overline{q_w}$ で置き換え, 式 (13) に対応する修正グラスホフ数 \overline{Gr}^* を次式で定義する。

$$\overline{Gr}^* = \frac{h^4 g \beta \overline{q_w}}{\nu^2 \lambda} \quad (16)$$

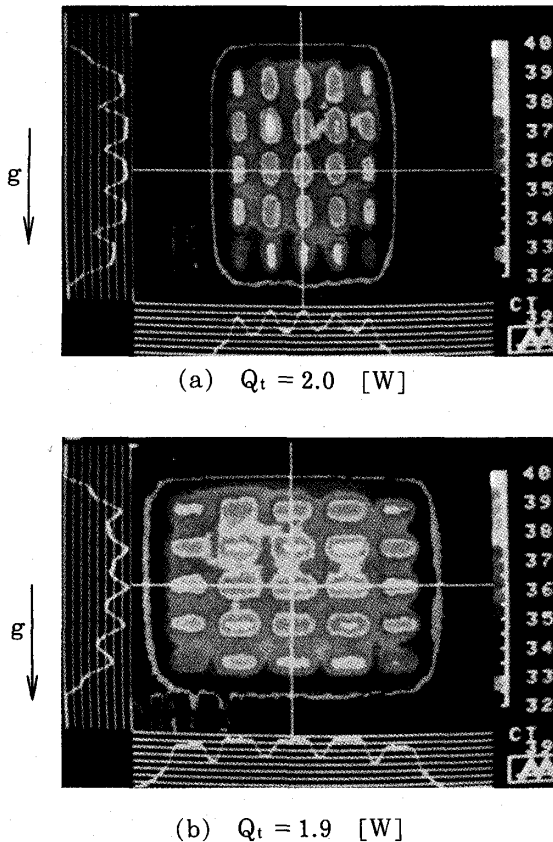


Fig. 3 Surface temperature distributions of single plate with package model

4. 1 IC 基板の温度分布

流路内での熱伝達を検討する前に, パッケージを実装した単一基板の温度分布を赤外線温度計 (サーモビューア) で測定した。図 3 に例を示す。図 (a), (b) は Case-V, H に対応し, 全発熱量はほぼ同じである。

Case-V の方がパッケージ温度が低く高い熱伝達係数が得られている。これは, 図 2 に示したように Case-V では, 流れに垂直なパッケージ間隔が Case-H に比べ約 53% 広く, 流動抵抗が小さいためと考えられる。基板の温度分布から, パッケージのピンを通して熱伝導で基板に伝えられる熱量もかなり多いことが予想される。以下では, 流路内で得られた結果について検討する。

4. 2 流動特性

図 4 に, 流路内の代表的な Y 断面での圧力分布 P に関する数値計算結果を示す。図 (a), (b) は表 1 の Case-C, D の結果であり, P_o は基準圧力である。参考のため横軸上にパッケージの位置を■で示した。

一般的な傾向として, 流れ方向にいったんは圧力低下するが途中から回復し, 流路出口での平均圧力は入口の値と等しくなる。この傾向は平滑な垂直平行平板と同じであるが, 形状は突起の影響を受け凹凸を生じる。特に, 対向壁 ($Y=1.0$) では, パッケージ高さが

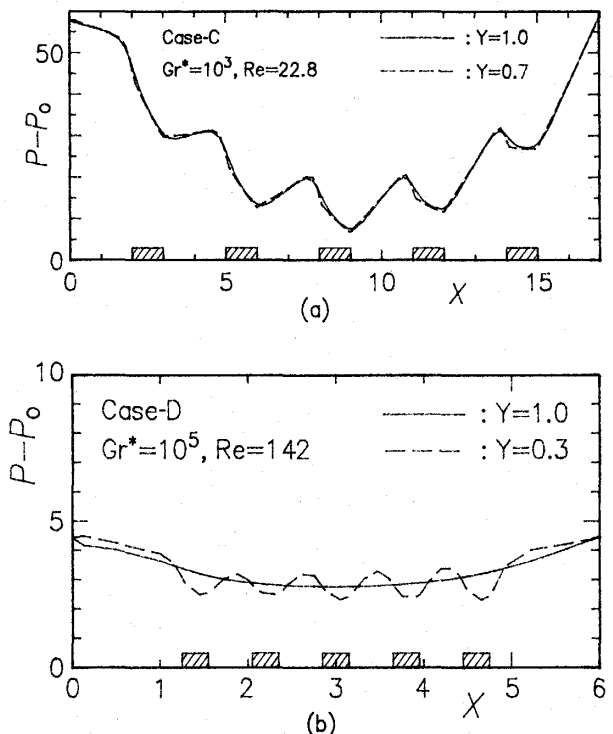


Fig. 4 Dimensionless pressure distributions

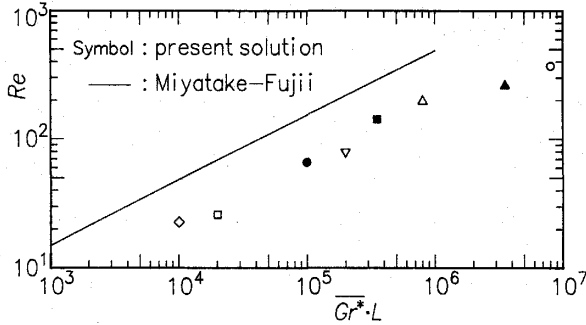


Fig. 5 Reynolds numbers corresponding to pure natural convection conditions

低い $P_h=0.2$ (Case-D) の場合は単調に変化するが、 $P_h=0.5$ (Case-C) になると、直接その影響が及ぶ。

自由対流で誘起される流量も P_h の影響を受ける。流量に対応する量として式 (6) のレイノズル数 Re を用いて整理した数値計算結果を図 5 に示す。実線は平滑な垂直平行平板の一方を断熱し他方を一様熱流束加熱した場合の宮武-藤井¹⁰⁾¹¹⁾ の計算結果であり、本報告の使用記号で表すと次の近似式で与えられる。

$$Re = \left[\frac{Gr^*L}{6Pr} \right]^{1/2} \quad (17)$$

パッケージによる突起のため流動抵抗が増大し、誘起流量は平滑面の場合の約 2/5 に低下するが、 Gr^*L に対する依存性はほぼ同じである。流路に多数の突起がある場合の流動抵抗と突起形状の詳細な関係は、実験データ、理論解析共に不足しているため、不明である。

4.3 熱伝達特性

図 6 に、式 (14) で定義した局所ヌセルト数 Nu_x の分布を示す。横軸 S はパッケージ表面に沿う距離を表す。実線と破線は表 1 の Case-B に対する数値計算結果である。このパラメータに近い実験結果が記号○、

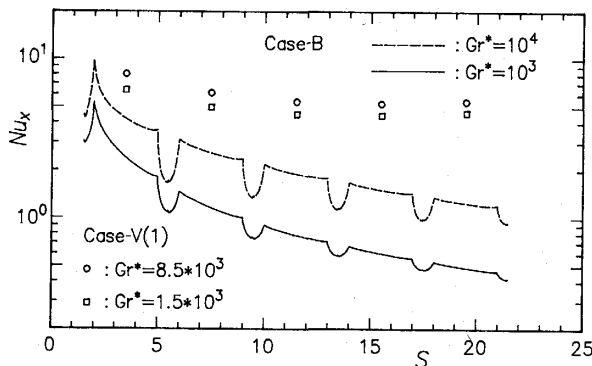


Fig. 6 Local Nusselt number Nu_x

□であり、条件の詳細は表 2 の Case-V (1) に示した。

計算結果から、パッケージの基板に垂直な面の前後には循環流が形成されるため、その面での熱伝達係数は一般に低くなるのがわかる。一方、基板に平行な面では流れに沿って単調に低下し、各パッケージの値はほぼ 1 本の曲線上にある。この傾向は、パッケージ高さが $P_h=0$ の場合に、熱源の前縁近傍できわめて高い熱伝達係数が得られた³⁴⁾³⁵⁾ のとは著しく異なる。実測値は数値計算と比較し非常に高い値が得られており、最も下流側では 10 倍程度の大きさになっている。

本研究における理論と実験の主な違いとして、以下の 3 点が挙げられる。

(1) 理論では二次元を仮定しているが、実験では一般に使用されているのと同じ形のパッケージを用いているので、現象の三次元性がかなり顕著に現れる。

(2) 理論では熱伝導と熱ふく射を考えなかったが、図 3 に示したように、これらは実際には無視できない大きさである。

(3) 実験ではパッケージ裏面と基板表面の間に隙間が存在するが、理論では考慮していない。

以上の因子が組み合わされて、理論と実験の間にもこのように大きな差異が生じたと考えられる。更に付け加えると、 Nu_x の計算に式 (12) で定義した熱流束 q_w を用いているため、実験結果の方は実際の値よりも高めに評価されており、これもその一因として挙げられる。

図 7 に各パッケージ上面の前縁と後縁における局所ヌセルト数 $\overline{Nu_x}$ の数値計算結果を示す。実線は宮武-藤井¹⁰⁾¹¹⁾ の平滑な垂直平行平板に対する近似式、

$$\overline{Nu_x} = \frac{\phi}{24^{1/2}} [1 - \exp(-2.84\phi^{-3/5})] \quad (18)$$

$$\phi = \frac{Gr^*Pr/X}{(Gr^*Pr/L)^{1/2}} \quad (19)$$

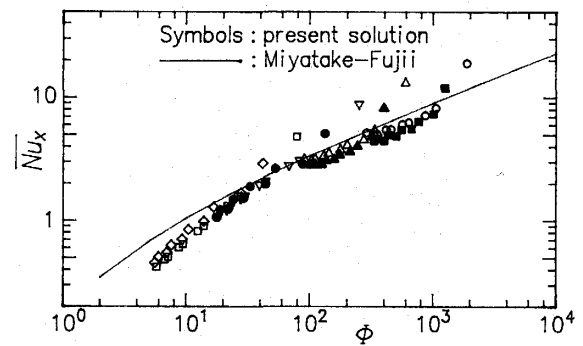


Fig. 7 Local Nusselt number $\overline{Nu_x}$ (calculated)

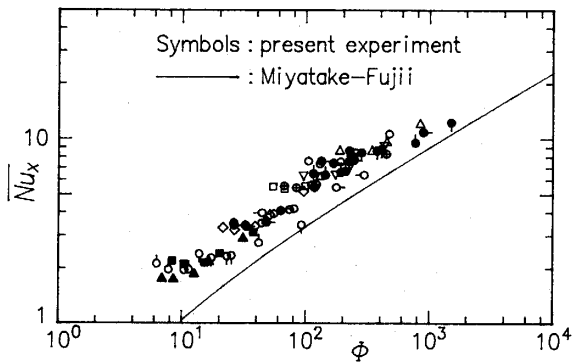


Fig. 8 Local Nusselt number \overline{Nu}_x (measured)

である。なお、 \overline{Gr}^* は式 (16) で定義される。

最も上流側にあるパッケージの前縁での値を除くと、本数値計算結果は式 (18) と比べて若干低いが、その傾向には差異がない。従って、流路に突起がある場合も \overline{Nu}_x で整理すると、パラメータ ϕ でまとめられることがわかる。平滑面の場合と比較し \overline{Nu}_x が低くなるのは、 \overline{Gr}^* に対応する誘起流量 Re が突起による流動抵抗の増大で低下するためと考えられる。

同じ方法で実測値を整理した結果を図 8 に示す。見かけの熱流束 $\overline{q_w}$ を用いることにより、パッケージから基板への熱伝導を実際よりも過大に評価したことになる。本実験では、全パッケージと基板の表面積比が、 $N \cdot A_p / A_b \approx 0.49$ なので、 \overline{Nu}_x は式 (14) で定義した Nu_x のほぼ 1/2 になる。図 8 及び図 7 から、本実験結果は式 (18) 及び解析結果と比べて平均で約 2 倍になっている。この原因として、三次元の効果及びパッケージと基板間の隙間によるパッケージ間の循環流の抑制などが挙げられるが、更にパッケージのピンがフィン群の役割を果たし熱伝達を促進していると考えられる。

理論と実験の間の定量的な開きは非常に大きい、パラメータ ϕ に対する依存性は両者の間に差異がない。従って、従来から使用されている宮武-藤井¹⁰⁾¹¹⁾の近似式に上述の諸因子を考慮した修正係数を導入すれば、基板に規則的に配列されたパッケージの表面温度が予測できることになる。

5. 結 言

IC パッケージを実装した基板の自然空冷に関する数値計算と実験を行い、以下の結論を得た。

(1) 数値計算結果から、自然対流により流路内で誘起される空気流量は、パッケージの突起による流動抵

抗の増大のため、平滑面の場合の約 2/5 に低下する。

(2) 本解析及び実験結果から得られるパッケージの熱伝達係数は、見かけの熱流束 $\overline{q_w}$ で定義した \overline{Nu}_x とパラメータ ϕ を用いて整理でき、結果は宮武-藤井¹⁰⁾の近似式 (18) の傾向と非常に近い。

(3) 宮武-藤井¹⁰⁾¹¹⁾の局所ヌセルト数 \overline{Nu}_x に関する近似式 (18) に、三次元効果、パッケージと基板間の隙間、ピン群の影響などを考慮した修正係数を導入すればパッケージの表面温度を予測できることになる。

本研究をまとめるに際して、九州大学機能物質科学研究所・藤井 哲教授、九州大学工学部化学機械工学科・宮武 修教授に有益な助言及び討論をして頂いた。また本研究所職員・濱野光司氏、大学院生・竹之下健君には実験装置の製作と実験に協力して頂いた。ここに記して謝意を表します。

引用文献

- 1) 日本機械学会編, 電子機器の冷却技術, 技報堂出版, (1987).
- 2) P.K.Shah and A.L.London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts, Advances in Heat Transfer, Supplement 1*. Academic Press, London (1978).
- 3) 藤井 哲, 「自由対流熱伝達の基礎」, 伝熱工学の進展 Vol.3, 養賢堂, (1974).
- 4) 相原利雄, 「干渉をともなう自由対流熱伝達」, 伝熱工学の進展 Vol.4, 養賢堂, (1976).
- 5) B. S. Petukhov, A. F. Polyakov and O. G. Martynenko, "Buoyancy Effect on Heat Transfer in Forced Channel Flows", *Proceedings, 7th International Heat Transfer Conference*, Hemisphere Publishing Corp., Vol.1, 343-362 (1982).
- 6) J. R. Bodoia and J. F. Osterle, "The Development of Free Convection between Heated Vertical Plates", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.84, 40-44 (1962).
- 7) W. Aung, L. S. Fletcher and V. Sernas, "Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates with Asymmetric Heating", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, 2293-2308 (1972).
- 8) 宮武 修・藤井 哲, 「重直平行平板間の自然対流熱伝達—様温度および断熱の 2 平板の場合—」, 化学工学, 第36巻, 第4号, 405-412 (1972).
- 9) 宮武 修・藤井 哲, 「相異なる温度をもつ垂直平板間の自然対流熱伝達」, 化学工学, 第37巻, 第5号, 491-496 (1973).

- 10) 宮武 修・藤井 哲, 「相異なる熱流束をもつ垂直平板間の自然対流熱伝達」, 化学工学, 第37巻, 第8号, 852-854 (1973).
- 11) 宮武 修・藤井 哲, 「相異なる熱流束をもつ垂直平行平板間における自然対流熱伝達の数値解析」, 九州大学生産科学研究所報告, 第62号, 87-98 (1975).
- 12) J. Quintiere and W.K. Mueller, "An Analysis of Laminar Free and Forced Convection between Finite Vertical Parallel Plates", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.95, 53-59 (1973).
- 13) 相原利雄, 「垂直平行平板間の自由対流熱伝達に及ぼす流入部境界条件の影響」, 東北大学高速力学研究所報告, 第37巻, 93-115 (1976).
- 14) R. A. Wirtz and R. J. Stutzman, "Experiments on Free Convection between Vertical Plates with Symmetric Heating", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.104, 501-507 (1982).
- 15) J.R. Carpenter, D.G. Briggs and V. Sernas, "Combined Radiation and Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plates with Asymmetric Heating", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.98, 95-100 (1976).
- 16) A. Bar-Cohen and W.M. Rohsenow, "Thermally Optimum Spacing of Vertical, Natural Convection Cooled, Parallel Plates", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.106, 116-123 (1984).
- 17) T. Cebeci, A. A. Khattab and R. LaMont, "Combined Natural and Forced Convection in Vertical Ducts", *Proceedings, 7th International Heat Transfer Conference*, Hemisphere Publishing Corp., Vol. 3, 419-424 (1982).
- 18) A.M. Dalbert, "Natural, Mixed and Forced Convection in a Vertical Channel with Asymmetric Uniform Heating", *Proceedings, 7th International Heat Transfer Conference*, Hemisphere Publishing Corp., Vol.3, 431-434 (1982).
- 19) L. S. Yao, "Free and Forced Convection in the Entry Region of a Heated Vertical Channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, No.1, 65-72 (1983).
- 20) W. Aung and G. Worku, "Developing Flow and Flow Reversal in a Vertical Channel with Asymmetric Wall Temperatures", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol. 108, 299-304 (1986).
- 21) S. Habchi and S. Acharya, "Laminar Mixed Convection in a Symmetrically or Asymmetrically Heated Vertical Channel", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 9, 605-618 (1986).
- 22) D. G. Osborne and F. P. Incropera, "Laminar, Mixed Convection Heat Transfer for Flow between Horizontal Parallel Plates with Asymmetric Heating", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.28, No.1, 207-217 (1985).
- 23) F.P. Incropera and J.A. Schutt, "Numerical Simulation of Laminar Mixed Convection in the Entrance Region of Horizontal Rectangular Ducts", *Numerical Heat Transfer*, Vol.8, 707-729 (1985).
- 24) G.S. Wang, F.P. Incropera and R. Viskanta, "Mixed Convection Heat Transfer in a Horizontal Open-Channel Flow with Uniform Bottom Heat Flux", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.105, 817-822 (1983).
- 25) T.V. Nguyen, I.L. Maclaine-cross and G. de Vahl Davis, "The Effect of Free Convection on Entry Flow between Horizontal Parallel Plates", *Numerical Methods in Heat Transfer*, Edited by R. W. Lewis, K. Morgan and O. C. Zienkiewicz, John Wiley & Sons Ltd., 349-372 (1981).
- 26) L. N. Tao, "On Combined Free and Forced Convection in Channels", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.82, 233-238 (1960).
- 27) W. Aung, "Fully Developed Laminar Free Convection between Vertical Plates Heated Asymmetrically", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.15, 1577-1580 (1972).
- 28) W. Aung and G. Worku, "Theory of Fully Developed, Combined Convection Including Flow Reversal", *Trans ASME, J. Heat Transfer*, Vol.108, 485-488 (1986).
- 29) 富村寿夫・藤井丕夫, 「水平平行平板間の十分発達した二次元層流共存対流の解析」, 九州大学生産科学研究所報告, 第82号, 27-33 (1987).
- 30) K. J. Kennedy and A. Zebib, "Combined Forced and Free Convection between Parallel Plates", *Proceedings, 7th International Heat Transfer Conference*, Hemisphere Publishing Corp., Vol.3, 447-451 (1982).
- 31) K. J. Kennedy and A. Zebib, "Combined Free and Forced Convection between Horizontal Parallel Plates: Some Case Studies", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.26, No.3, 471-474 (1983).
- 32) S. Habchi and S. Acharya, "Laminar Mixed

- Convection in a Partially Blocked, Vertical Channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29, No.11, 1711-1722 (1986).
- 33) F. P. Incropera, J. S. Kerby, D. F. Moffatt and S. Ramadhyani, "Convection Heat Transfer from Discrete Heat Sources in a Rectangular Channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.29, No.7, 1051-1058 (1986).
- 34) 富村寿夫・藤井丕夫, 「分散熱源を有する平行平板間の層流共存対流熱伝達に関する数値解析」, 九州大学生産科学研究所報告, 第82号, 15-25 (1987).
- 35) T. Tomimura and M. Fujii, "Laminar Mixed Convection Heat Transfer between Parallel Plates with Localized Heat Sources", *Cooling Technology for Electronic Equipment*, Edited by W. Aung, Hemisphere Publishing Corp., 233-247 (1988).
- 36) 中山 恒・広岡有子, 「熱負荷分布を有する自然冷却配線基板からの熱伝達」, 第23回日本伝熱シンポジウム講演論文集, 406-408 (1986).
- 37) 柳田武彦・中山 恒・根本武夫, 「長方形管路の壁面に配列された発熱体まわりの流動と熱伝達」, 日本機械学会論文集 (B編), 第50巻, 第453号, 1294-1301 (1984).
- 38) 柳田武彦, 「基板上に配列した IC パッケージの温度分布計算法 (第1報, パッケージ後流の温度分布)」, 日本機械学会論文集 (B編), 第54巻, 第503号, 1730-1735 (1988).
- 39) J. Davalath and Y. Bayazitoglu, "Forced Convection Cooling across Rectangular Blocks", *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, Vol.109, 321-328 (1987).
- 40) T. W. Nickell, R. D. Ulrich and B. W. Webb, "Combined Natural Convection and Radiation Heat Transfer from Parallel Plates with Discrete Heat Sources", *Presented at the ASME Winter Annual Meeting*, Paper #87-WA/EEP-1, 1-8 (1987).