

多成分混合気の平板上での層流膜状凝縮熱伝達の代数的予測法：第1報 強制対流凝縮の場合

小山, 繁
九州大学機能物質科学研究所

五島, 正雄
九州大学機能物質科学研究所

藤井, 哲
九州大学機能物質科学研究所

<https://doi.org/10.15017/6517>

出版情報：九州大学機能物質科学研究所報告. 1 (1), pp. 77-83, 1987-12-28. 九州大学機能物質科学研究所

バージョン：

権利関係：

多成分混合気の平板上での層流膜状凝縮熱伝達の 代数的予測法

(第1報 強制対流凝縮の場合)

小 山 繁・五 島 正 雄・藤 井 哲

LAMINAR FILM CONDENSATION OF MULTICOMPONENT MIXTURES ON A FLAT PLATE (First Report, Forced Convection Condensation)

by Shigeru KOYAMA, Masao GOTO and Tetsu FUJII

Laminar forced convection film condensation of multicomponent mixtures on a flat plate is theoretically treated on the basis of two-phase boundary layer theory. The governing equations for the vapour boundary layer, which are coupled complicatedly with respect to concentration terms, are orthogonally transformed to uncoupled equations similar to those of binary mixtures. Then, generalized simultaneous algebraic equations for predicting the heat and mass transfer characteristics of condensation of multicomponent mixtures are derived by applying the correlation equations for the boundary values of similarity solutions for binary mixtures.

1. 緒 言

多成分混合気の凝縮に関するこれまでの理論的研究は、膜理論に基づくもの⁽¹⁾と、二相境界層理論に基づくものに大別される。前者は、混合気相内の熱および物質伝達を伝熱面に直角な方向の一次元現象として取り扱う近似解法である。したがって、解析は容易であるがその解の適用には限界があることが指摘されている⁽²⁾。一方、比較的厳密な解法である後者については、混合気の成分数の増加にともない計算が複雑になるため、三成分混合気の体積力対流凝縮の特性が特定の物質に対して議論されているのみである^(3,4)。

著者ら⁽⁵⁾は、先に二成分混合気の層流強制対流膜状凝縮の特性を予測するための代数方程式を提案した。本報では、この方法を多成分混合気の平板上での層流強制対流膜状凝縮に拡張する。

記 号

A : 要素 a_{ki} の行列 [式 (68)]

a_{ki} : 濃度方程式の係数 [式 (43)]
 B : A の標準形 [式 (70) および (71)]
 C : 要素 C_k の縦ベクトル [式 (69)]
 C_k : C の要素 [式 (59)]
 Cp , Cp_k : 混合気および成分 k の定圧比熱
 Cp_{kn} : 比熱比 [式 (11)]
 D : 行列 [式 (75)]
 D_{ki} : 拡散に関する係数 [式 (13)]
 D_{ki}^M : 多成分系における成分 $k-l$ 間の相互拡散係数
 D_{ki}^* : 拡散に関する係数 [式 (12)]
 $E_f(\alpha, \beta, \gamma)$: 濃度の境界値に関する関数 [式 (89)]
 $F_f(\alpha)$: Sc_k あるいは Pr の関数 [式 (90)]
 $F(\eta)$: 混合気における無次元流れ関数 [式 (34)]
 $f(\eta_l)$: 液膜における無次元流れ関数 [式 (33)]
 $G_f(b)$: 液膜温度の境界値に関する関数 [式 (99)]
 g : 重力の加速度
 $H_f(a, b, c)$: 混合気温度の境界値に関する関数 [式 (100)]
 I : 要素がすべて 1 の $(n-1)$ 次元縦ベクトル

受理日 昭和 62 年 9 月 16 日

L : 混合気の凝縮の潜熱
 M_k : 成分 k の分子量
 \dot{M}_{kl} : 位置 x での成分 k の無次元凝縮質量流束 [式 (60)]
 \dot{M}_L : 位置 x での無次元凝縮質量流束 [式 (61)]
 \dot{m}_{kx} : 位置 x での成分 k の凝縮質量流束
 \dot{m}_x : 位置 x での凝縮質量流束
 O : 要素がすべて 0 の $(n-1)$ 次元縦ベクトル
 P : 要素 p_{kl} の行列 [式 (72)]
 P^{-1} : 要素 q_{kl} の行列で, P の逆行列 [式 (73)]
 p : 圧力
 $p_k^s(T)$: 成分 k が単独に存在する時の温度 T における飽和蒸気圧
 Pr : プラントル数 $= \nu / \kappa$
 q_{cx} : 気液界面での混合気の対流による局所熱流束 [式 (107) および (109)]
 q_{wx} : 局所伝熱面熱流束 [式 (106) および (108)]
 R : $\rho - \mu$ 比 $= (\rho_L \mu_L / \rho \mu)^{1/2}$
 $Re_{L,x}$: 二相レイノルズ数 $= U_\infty x / \nu$
 Re_x : レイノルズ数 $= U_\infty x / \nu$
 S_{Ck} : 行列 A の固有値の逆数, 直交変換されたシュミット数
 S_{Ckl} : 成分 $k-l$ 間のシュミット数 [式 (44)]
 T : 温度
 U, V : x および y 方向速度成分
 W_k : 成分 k の質量分率
 X_k : 成分 k のモル分率
 x : 平板先端から平板に沿って測った距離
 y : 平板からその法線方向に測った距離
 γ_k : 成分 k の活量係数
 ΔT_∞ : 周囲流体の過熱度
 δ : 液膜厚さ
 δ_{kl} : クロネッカーのデルタ記号
 η, η_L : 相似変数 [式 (32) および式 (31)]
 $\Theta(\eta)$: 混合気の無次元温度 [式 (36)]
 $\theta(\eta_L)$: 液膜の無次元温度 [式 (35)]
 κ : 温度伝導率
 λ : 熱伝導率
 μ : 粘度
 ν : 動粘度
 ρ : 密度
 Φ : Φ_k を要素とする $(n-1)$ 次元縦ベクトル [式 (67)]
 Φ^* : Φ_k^* を要素とする $(n-1)$ 次元縦ベクトル [式

(74)]
 $\Phi_k(\eta)$: 成分 k の無次元濃度 [式 (37)]
 Φ_k^* : 直交変換された成分 k の無次元濃度 [式 (77)]
 ϕ, ϕ_i : 気相のエネルギー方程式中の拡散項に関するパラメータ [式 (96) および式 (101)]
 $\Psi(x, y)$: 式 (30) で定義される混合気における流れ関数
 $\psi(x, y)$: 式 (29) で定義される液膜における流れ関数
 Ω_T : 温度差にもとづく浮力に関するパラメータ [式 (9)]
 Ω_w : 濃度差にもとづく成分 k の浮力に関するパラメータ [式 (10)]
 添字
 i : 気液界面での値
 L : 液膜での値
 k, l, m : 混合物の成分を表す
 x : 位置 x での値
 w : 伝熱面での値
 ∞ : 混合気境界層外縁での値
 $'$: η あるいは η_L に関する微分
 ただし, 添字 L に対応した位置に添字がないものは混合気境界層内での値を示す。

2. 基礎式

図1に n 成分混合気の平板上での層流膜状凝縮に関する物理モデルおよび座標系を示す。続報で, 体積力対流の場合を議論する予定であるので, ここでは双方に共通の, すなわち強制, 体積力, 共存対流凝縮の基礎式を導いておく。 x は平板先端から平板に沿って流れ方向に測った距離, y は平板からその法線方向に測った距離, δ は液膜厚さ, g は重力の加速度である。 U, V, T および W_k は, それぞれ x 方向速度成分, y 方向速度成分, 温度および成分 k の質量分率であり, そのうち添字なしは混合気境界層内での値, 添字 ∞ は混合気境界層外縁での値, 添字 i は気液界面での値, 添字 L は液膜内での値, 添字 w は平板上での値を示す。解析に際しての基本的仮定は文献(6)と類似であり, 以下に列挙する。

(i) 液膜と混合気境界層はいずれも層流で, 平板の先端から平板に沿って流れ方向に発達する。

(ii) 凝縮は気液界面でのみ起こり, 混合気境界層内では霧は発生しない。

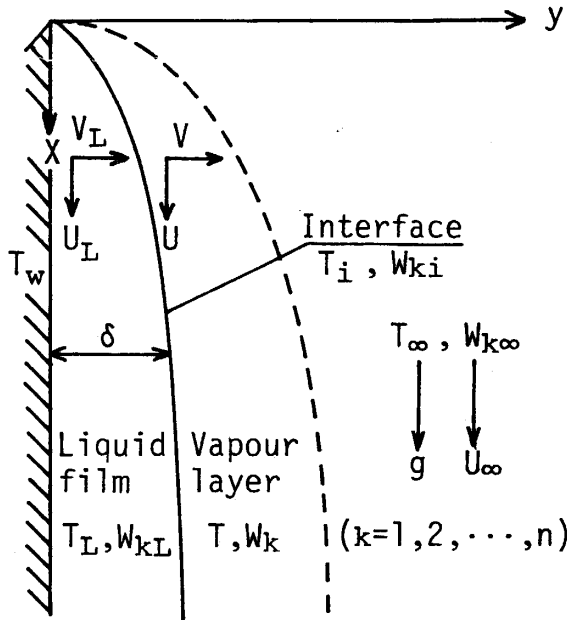


図1. 物理モデルと座標系

- (iii) 凝縮液密度は気相のそれに比して十分大きい。
 (iv) 混合気境界層の運動量式中の浮力項における密度を除き、他の物性値には適当な代表値を与え得るものとする。
 (v) 混合気境界層のエネルギー式において、熱拡散および拡散熱の影響は無視できる。
 (vi) 気液界面で温度は連続である。
 (vii) 液膜内では凝縮した各成分は完全に混合し、濃度分布は生じない。
 (viii) $T_w, T_i, T_\infty, \Delta T_\infty, W_{ki}, W_{k\infty}$ および U_∞ は x によらず一様である。

以上の仮定および境界層近似を用いると、液膜および混合気境界層における質量、運動量およびエネルギーの保存に関する以下の諸式が得られる。

液膜について、

$$\frac{\partial U_L}{\partial x} + \frac{\partial V_L}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$U_L \frac{\partial U_L}{\partial x} + V_L \frac{\partial U_L}{\partial y} = \nu_L \frac{\partial^2 U_L}{\partial y^2} + g \quad (2)$$

$$U_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + V_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \kappa_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} \quad (3)$$

混合気境界層について、

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + g(1 - \rho_\infty / \rho) \quad (5)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial T}{\partial y} \sum_{k=1}^{n-1} \left(\sum_{l=1}^{n-1} C_{p_{kn}} D_{kl}^* \right)$$

$$\times \frac{\partial W_l}{\partial y} \quad (6)$$

$$U \frac{\partial W_k}{\partial x} + V \frac{\partial W_k}{\partial y} = \sum_{l=1}^{n-1} D_{kl}^* \frac{\partial^2 W_l}{\partial y^2} \quad (7)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n-1)$$

ここに、式(5)の右辺第2項は浮力項で、混合気を理想気体と仮定すれば、次式で表せる。

$$g \left(1 - \frac{\rho_\infty}{\rho} \right) = g \Omega_T (T_\infty - T) + g \{ 1 - \Omega_T (T_\infty - T) \} \times \sum_{k=1}^{n-1} \Omega_{Wk} (W_k - W_{k\infty}) \quad (8)$$

ただし、

$$\Omega_T = 1 / T_\infty \quad (9)$$

$$\Omega_{Wk} = (1 / M_n - 1 / M_k) / \left\{ \sum_{l=1}^n W_{l\infty} / M_l \right\} \quad (10)$$

また、式(6)の右辺第2項は拡散項であり、各成分間の定圧比熱の差が小さければ無視できる。なお、式(6)中の $C_{p_{kn}}$ は比熱比であり、次のように表せる。

$$C_{p_{kn}} = (C_{p_k} - C_{p_n}) / C_p \quad (11)$$

さらに、拡散に関する係数 D_{kl}^* は次のように表せる。

$$D_{kl}^* = D_{kn} - D_{kl} \quad (12)$$

ここに、

$$D_{kl} = M_k D_{kl}^M \sum_{m=1}^n \frac{W_m}{M_m} - \frac{M_k}{M_l} \sum_{m=1}^n D_{km}^M W_m \quad (13)$$

多成分系における成分 $k-l$ 間の相互拡散係数 D_{kl}^M については文献(7)参照。

境界条件は次のように書かれる。

$y=0$ で、

$$U_L = 0, V_L = 0, T_L = T_w \quad (14, 15, 16)$$

$y=\infty$ で、

$$U = U_\infty, T = T_\infty \quad (17, 18)$$

$$W_k = W_{k\infty} \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (19)$$

気液界面での適合条件は、 $y=\delta$ で、

$$U_L = U_i, \mu_L \left(\frac{\partial U_L}{\partial y} \right)_i = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)_i \quad (20, 21)$$

$$\rho_L \left(U_L \frac{d\delta}{dx} - V_L \right)_i = \rho \left(U \frac{d\delta}{dx} - V \right)_i = \sum_{k=1}^n \dot{m}_{kx} = \dot{m}_x \quad (22)$$

$$T_{Li} = T_i \quad (23)$$

$$\lambda_L \left(\frac{\partial T_L}{\partial y} \right)_i = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_i + L \dot{m}_x \quad (24)$$

$$W_k = W_{ki} \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (25)$$

$$\rho \sum_{l=1}^{n-1} D_{kl}^* \left(\frac{\partial W_l}{\partial y} \right)_i = \dot{m}_{kx} - W_{ki} \dot{m}_x \quad (26)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n-1)$$

ここに、 \dot{m}_x および \dot{m}_{kx} はそれぞれ混合気および成分 k の局所凝縮質量流束、 L は混合気が凝縮する際の潜熱

である。

仮定 (vii) より液膜内の質量分率と凝縮質量流束との間には次の関係が成り立つ。

$$W_{kL} = \dot{m}_{kx} / \dot{m}_x \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (27)$$

さらに、気液界面においては次の相平衡の関係が成り立つ。

$$X_{kL} = X_{ki} p / \{ \gamma_k p_k^0(T_i) \} \quad (28)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n-1)$$

3. 相似変換

強制対流凝縮の場合には、基礎式(2)および式(5)の浮力項が無視できる。したがって、液膜および混合気境界層について、流れ関数 $\psi(x, y)$ および $\Psi(x, y)$

$$U_L = \partial\psi / \partial y, \quad V_L = -\partial\psi / \partial x \quad (29)$$

$$U = \partial\Psi / \partial y, \quad V = -\partial\Psi / \partial x \quad (30)$$

を導入し、さらに以下の相似変数 η_L および η 、無次元流れ関数 $f(\eta_L)$ および $F(\eta)$ 、無次元温度 $\theta(\eta_L)$ および $\Theta(\eta)$ 、成分 k の無次元濃度 $\Phi_k(\eta)$

$$\eta_L = y \{ U_\infty / (v_L x) \}^{1/2} \quad (31)$$

$$\eta = (y - \delta) \{ U_\infty / (vx) \}^{1/2} \quad (32)$$

$$f(\eta_L) = \psi(x, y) / (v_L U_\infty x)^{1/2} \quad (33)$$

$$F(\eta) = \Psi(x, y) / (v U_\infty x)^{1/2} \quad (34)$$

$$\theta(\eta_L) = (T_i - T_L) / (T_i - T_w) \quad (35)$$

$$\Theta(\eta) = (T_\infty - T) / (T_\infty - T_i) \quad (36)$$

$$\Phi_k(\eta) = (W_k - W_{k\infty}) / (W_{ki} - W_{k\infty}) \quad (37)$$

を導入すれば、基礎式(2)、(3)、(5)、(6)および式(7)は相似変換され、次のようになる。

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0 \quad (38)$$

$$\theta'' + \frac{1}{2} Pr_L f \theta' = 0 \quad (39)$$

$$F''' + \frac{1}{2} F F'' = 0 \quad (40)$$

$$\Theta'' + \frac{1}{2} Pr F \Theta' + Pr \Theta' \left[\sum_{k=1}^{n-1} \sum_{l=1}^{n-1} C p_{kl} \right. \\ \left. \times \frac{(W_{li} - W_{l\infty})}{S_{Ckl}} \Phi_l' \right] = 0 \quad (41)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{ki} \Phi_i'' + \frac{1}{2} F \Phi_k' = 0 \quad (42)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n-1)$$

ここに、添字 ' は η_L あるいは η に関する微分であり、 a_{ki} および S_{Ckl} は次式で与えられる。

$$a_{ki} = (W_{ki} - W_{i\infty}) / \{ (W_{ki} - W_{k\infty}) S_{Ckl} \} \quad (43)$$

$$S_{Ckl} = v / D_{kl}^* \quad (44)$$

境界条件は次のようになる。

$$\eta_L = 0 \text{ で,}$$

$$f_w = 0 \quad (45)$$

$$f_w' = 0 \quad (46)$$

$$\theta_w = 1 \quad (47)$$

$$\eta \rightarrow \infty \text{ で,}$$

$$F_\infty' = 1 \quad (48)$$

$$\Theta_\infty = 0 \quad (49)$$

$$\Phi_{k\infty} = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (50)$$

気液界面での適合条件は、

$$\eta_L = \eta_{Li} \text{ および } \eta = 0 \text{ で,}$$

$$f_i' = F_i' \quad (51)$$

$$R f_i'' = F_i'' \quad (52)$$

$$R f_i = F_i = 2R \sum_{k=1}^n \dot{M}_{kL} = 2R \dot{M}_L \quad (53)$$

$$\theta_i = 0 \quad (54)$$

$$\Theta_i = 1 \quad (55)$$

$$-\theta_i' = \frac{\mu_L L \dot{M}_L}{\lambda_L (T_i - T_w)} + \frac{\lambda}{\lambda_L} \left(\frac{v_L}{\nu} \right)^{1/2} \\ \times \frac{(T_\infty - T_i)}{(T_i - T_w)} (-\Theta_i') \quad (56)$$

$$\Phi_{ki} = 1 \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (57)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{ki} \Phi_{ii}' = C_k \\ (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (58)$$

ここに、

$$C_k = (\dot{M}_{kL} - W_{ki} \dot{M}_L) R / (W_{ki} - W_{k\infty}) \quad (59)$$

となる。また、無次元凝縮質量流束 \dot{M}_{kL} および \dot{M}_L は次式で与えられる。

$$\dot{M}_{kL} = \dot{m}_{kx} / (\mu_L Re_{Lx}^{1/2}) \quad (60)$$

$$\dot{M}_L = \dot{m}_{xx} / (\mu_L Re_{Lx}^{1/2}) \quad (61)$$

液膜の質量分率と無次元凝縮質量流束との関係は、

$$W_{kL} = \dot{M}_{kL} / \dot{M}_L \quad (62)$$

で与えられる。

4. n成分混合気の凝縮特性を求めるための連立代数方程式の導出

4.1. 濃度方程式の直交変換

文献(5)および(8)と同様な方法を用いて、各成分が連成した濃度方程式(42)を独立な二成分系の式の組み合わせとして取り扱えるようにする。濃度方程式(42)、濃度に関する境界条件式(50)および適合条件式(57)、(58)を行列表示すると次のようになる。

$$A \Phi'' + \frac{1}{2} F \Phi' = 0 \quad (63)$$

$$\eta = \infty \text{ で,}$$

$$\Phi_\infty = 0 \quad (64)$$

$\eta = 0$ で,

$$\Phi_i = I \quad (65)$$

$$A\Phi_i' = C \quad (66)$$

ここに、 O および I はそれぞれ要素がすべて 0 および 1 の $(n-1)$ 次元縦ベクトルで、 Φ 、 A および C は次の諸式で与えられる。

$$\Phi = (\Phi_k)^{n-1} \quad (67)$$

$$A = (a_{kl})_{n-1}^{n-1} \quad (68)$$

$$C = (C_k)^{n-1} \quad (69)$$

濃度方程式の係数行列 A は正則行列であるので、固有値 $1/S_{Ck}$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$) が存在する。したがって行列 A は次のように行列 P およびその逆行列 P^{-1} によって固有値を対角要素にもつ標準形に直交変換される。

$$B = P^{-1}AP \quad (70)$$

ここに、

$$B = (\delta_{kl}/S_{Ck})_{n-1}^{n-1} \quad (71)$$

$$P = (p_{kl})_{n-1}^{n-1} \quad (72)$$

$$P^{-1} = (q_{kl})_{n-1}^{n-1} \quad (73)$$

ただし、 δ_{kl} はクロネッカーのデルタ記号。 p_{kl} および q_{kl} の求め方については文献 (9) 参照。

次に、濃度方程式 (63)、濃度に関する境界条件式 (64) および適合条件式 (65)、(66) に関して、無次元濃度 Φ を次式で定義された Φ^* に変換する。

$$\Phi^* = (\Phi_k^*)^{n-1} = DP^{-1}\Phi \quad (74)$$

ここに、行列 D は式 (65) に対応した適合条件を規格化するために導入したものであり、次式で与えられる。

$$D = (\delta_{kl}/\sum_{m=1}^{n-1} q_{km})_{n-1}^{n-1} \quad (75)$$

Φ と Φ^* の関係は式 (74) より次式で表される。

$$\Phi = PD^{-1}\Phi^* \quad (76)$$

式 (76) を要素表示すると次のようになる。

$$\Phi_k = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} p_{ki} q_{im} \Phi_i^* \quad (77)$$

式 (76) を式 (63) に代入し、式 (70) の関係を用いれば、次式が得られる。

$$BD^{-1}\Phi^{*''} + \frac{1}{2}FD^{-1}\Phi^{*'} = O \quad (78)$$

ここに、行列 B および D^{-1} はともに対角行列であるので、次式が成り立つ。

$$BD^{-1} = D^{-1}B \quad (79)$$

したがって、式 (78) は次のように表される。

$$B\Phi^{*''} + \frac{1}{2}F\Phi^{*'} = O \quad (80)$$

式 (76) より、境界条件式 (64) は、次のようになる。

$\eta \rightarrow \infty$ で、

$$\Phi_{\infty}^* = O \quad (81)$$

適合条件式 (65) および (66) は、式 (76) の関係より、それぞれ以下のように表される。

$\eta \rightarrow 0$ で

$$\Phi_i^* = I \quad (82)$$

$$B\Phi_i^{*'} = DP^{-1}C \quad (83)$$

式 (80) ~ 式 (83) を要素表示すれば次のようになる (ただし、 $k = 1, 2, \dots, n-1$)。

$$\Phi_k^{*''} + \frac{1}{2}S_{Ck}F\Phi_k^{*'} = 0 \quad (84)$$

$\eta \rightarrow \infty$ で、

$$\Phi_{\infty}^* = 0 \quad (85)$$

$\eta = 0$ で、

$$\Phi_{ki}^* = 1 \quad (86)$$

$$\Phi_{ki}^{*'} = S_{Ck} \sum_{m=1}^{n-1} q_{km} C_m / \sum_{l=1}^{n-1} q_{kl} \quad (87)$$

4.2 物質伝達の式の導出

式 (38)、(40) および式 (84) で表される n 成分混合気の二相境界層方程式において、 $k=i$ の方程式と $k=j$ の方程式 ($j \neq i$) は独立に取り扱うことができ、かつ、それらは二成分混合気の強制対流凝縮の方程式と同形式である。したがって、文献 (5) と同様に二成分混合気の相似解の境界値間に成立する関係式 (文献 (10) 参照) を用いて、 n 成分混合気の物質伝達に関する式を導くことができる。すなわち、 n 成分混合気の相似解の境界値間に成立する関係式は次のようになる。

$$-\Phi_{ki}^{*'} = E_f \left(S_{Ck}, R, \frac{S_{Ck}F_i}{2(-\Phi_{ki}^*)} \right) F_f(S_{Ck}) \quad (88)$$

ここに、関係式 $E_f(\alpha, \beta, \gamma)$ および $F_f(\alpha)$ は次式で与えられる。

$$E_f(\alpha, \beta, \gamma) = \left\{ 1 + 0.1 \left(0.87 - \alpha^{3/4} + \frac{0.0015}{\alpha^3} + \frac{13}{\beta} \right) \gamma^{0.8} \right\} \times (1 - \gamma/2)^{-0.48} (1 - \gamma)^{-0.52} \quad (89)$$

$$F_f(\alpha) = \frac{\alpha^{1/2}}{(27.8 + 75.9\alpha^{0.306} + 657\alpha)^{1/6}} \quad (90)$$

n 成分混合気の適合条件式 (87) に式 (59) を代入すると次式が得られる。

$$-\Phi_{ki}^{*'} = \frac{\sum_{m=1}^{n-1} q_{km} \frac{(W_{mi} \dot{M}_L - \dot{M}_{mi})}{(W_{mi} - W_{\infty})}}{\sum_{l=1}^{n-1} q_{kl}} R S_{Ck} \quad (91)$$

また、式 (53) および式 (62) の関係を用いて式 (59) 中の \dot{M}_L および \dot{M}_{kl} を消去すれば、

$$C_k = -\frac{(W_{ki} - W_{kl}) F_i}{(W_{ki} - W_{k\infty}) 2} \quad (92)$$

となる。そして、上式を式 (87) に代入すれば次式が得られる。

$$\frac{Sc_k F_i}{2(-\Phi_{ki}^*)} = \frac{\sum_{l=1}^{n-1} q_{kl}}{\sum_{m=1}^{n-1} q_{km} \frac{(W_{mi} - W_{ml})}{(W_{mi} - W_{m\infty})}} \quad (93)$$

式 (88) に式 (91) および (93) を代入すれば、 n 成分混合気の物質伝達に関する次式が得られる。

$$\frac{\sum_{m=1}^{n-1} q_{km} \frac{(W_{mi} \dot{M}_L - \dot{M}_{mL})}{(W_{mi} - W_{m\infty})}}{\sum_{l=1}^{n-1} q_{kl}} R Sc_k = E_f \left(Sc_k, R, \frac{\sum_{l=1}^{n-1} q_{lm}}{\sum_{m=1}^{n-1} q_{km} \frac{(W_{mi} - W_{ml})}{(W_{mi} - W_{m\infty})}} \right) F_i (Sc_k) \quad (k=1, 2, \dots, n-1) \quad (94)$$

4.3 熱伝達の式の導出

エネルギー式 (41) 中の Φ_k を Φ_k^* で表せば、次式が得られる。

$$\Phi'' + \frac{1}{2}(1-\phi) Pr F \Phi' = 0 \quad (95)$$

ここに、拡散項に関する関数 ϕ は次のようになる。

$$\phi = -\frac{2 \sum_{k=1}^{n-1} \left[\sum_{l=1}^{n-1} C p_{kn} \frac{W_{li} - W_{l\infty}}{Sc_{kl}} \left(\sum_{j=1}^{n-1} \sum_{m=1}^{n-1} p_{lj} q_{jm} \Phi_j^* \right) \right]}{F} \quad (96)$$

式 (38) ~ (40), (84) および式 (95) で表せる方程式は二成分混合気のそれと同形式であるので、二成分混合気の相似解の境界値間に成立する関係式⁽¹⁰⁾を用いて n 成分混合気の熱伝達に関する式を導出できる。すなわち、 n 成分混合気の相似解の境界値間に成立する関係式は、次のようになる。

$$-\theta_w' = G_f(F_i) \quad (97)$$

$$-\theta_i' = H_f(Pr, F_i, \phi_i) F_f(Pr) \quad (98)$$

ここに、関数形 $G_f(b)$ および $H_f(a, b, c)$ は次式で与えられる。

$$G_f(b) = 0.433(1.367 - 0.432b^{-1/2} + 1/b)^{1/2} \quad (99)$$

$$H_f(a, b, c) = 1 + 2.6a^{0.66} \left\{ \frac{b}{2} \left(1 - \frac{2}{3}c \right) \right\}^{1.05} \quad (100)$$

また、 ϕ_i は式 (96) の気液界面での値であり、式 (93) の関係式を用いることにより次のように表される。

$$\phi_i = \sum_{k=1}^{n-1} \left\{ \sum_{l=1}^{n-1} C p_{kn} \frac{W_{li} - W_{l\infty}}{Sc_{kl}} \left[\sum_{j=1}^{n-1} p_{lj} Sc_j \times \left(\sum_{m=1}^{n-1} q_{jm} \frac{W_{mi} - W_{ml}}{W_{mi} - W_{m\infty}} \right) \right] \right\} \quad (101)$$

液膜が極端に厚くない場合には、液膜の熱伝達において対流項の影響は無視できるので、

$$-\theta_i' \cong -\theta_w' \quad (102)$$

とおける。したがって、式 (53), (56), (97) および式 (98) より熱伝達に関する次式が得られる。

$$G_f(2R \dot{M}_L) = \frac{\mu_L L \dot{M}_L}{\lambda_L (T_i - T_w)} + \frac{\lambda}{\lambda_L} \left(\frac{\nu_L}{\nu} \right)^{1/2} \frac{(T_\infty - T_i)}{(T_i - T_w)} \times H_f(Pr, 2R \dot{M}_L, \phi_i) F_f(Pr) \quad (103)$$

4.4 凝縮量、伝熱量および気液界面状態の求め方

物質伝達に関する式 (94), 熱伝達に関する式 (103), 凝縮質量流束と液膜質量分率との関係式 (62) および気液界面における相平衡の関係式 (28) を連立させて解くことによって、与えられた物質、伝熱面温度および周囲混合気条件に対応した T_i , \dot{M}_L , \dot{M}_{kL} , W_{kL} および W_{ki} (ただし、 $k=1, 2, \dots, n$) を求めることができる。そして、任意の U_∞ に対する局所凝縮質量流束 \dot{m}_{kx} および \dot{m}_x は次式で計算できる。

$$\dot{m}_{kx} = \mu_L \dot{M}_{kL} Re_{Lx}^{1/2} / x \quad (104)$$

$$\dot{m}_x = \mu_L \dot{M}_L Re_{Lx}^{1/2} / x \quad (105)$$

また、局所伝熱面熱流束 q_{wx} および気液界面への気相の対流による熱流束 q_{cx} は、相似変数を用いて表せば次のようになる。

$$q_{wx} = \lambda_L \left(\frac{\partial T_L}{\partial y} \right)_{y=0} = (-\theta_w') \frac{\lambda_L (T_i - T_w)}{x} Re_{Lx}^{1/2} \quad (106)$$

$$q_{cx} = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=\delta} = (-\theta_i') \frac{\lambda (T_\infty - T_i)}{x} Re_x^{1/2} \quad (107)$$

したがって、式 (53), (97), (98), (106) および式 (107) より、 q_{wx} および q_{cx} は次のようになる。

$$q_{wx} = \frac{\lambda_L (T_i - T_w)}{x} G_f(2R \dot{M}_L) Re_{Lx}^{1/2} \quad (108)$$

$$q_{cx} = \frac{\lambda (T_\infty - T_i)}{x} H_f(Pr, 2R \dot{M}_L, \phi_i) F_f(Pr) Re_x^{1/2} \quad (109)$$

なお、不凝縮気体を成分として含む場合は、式 (94), (103), (104), (105), (108) および式 (109) において、対応した \dot{M}_{kL} および W_{kL} を零とおけばよい。

5. 結 言

多成分混合気の層流強制対流膜状凝縮の特性を予測するための一般代数方程式を導出した。すなわち、与えられた物質、伝熱面温度および周囲混合気条件に対応した伝熱量、凝縮量、気液界面状態を求めるには、物質伝達に関する式 (94), 熱伝達に関する式 (103), 凝縮質量流束と液膜の質量分率との関係式 (62) およ

び気液界面における相平衡の関係式 (28) を連立させて解けばよい。なお、計算例としては、三成分混合気の場合の文献 (5) 参照のこと。また、本報の諸式から二成分混合気の凝縮、単成分蒸気の凝縮、单相熱伝達の場合への変形については文献 (10) を参照のこと。

文 献

- 1) 例えば, *Webb, D. R., Proc. 7th Int. Heat Transf. Conf., Munchen, 5 (1982), 167.*
- 2) *Lee, W. C. and Rose, J. W., Int. Chem. Eng. Symposium Series Condensers: Theory and Practice, No. 75 (1983), 342, Pergamon Press.*
- 3) *Taitel, Y. and Tamir, A., Int. J. Multi Phase Flow, 1-5 (1974), 697.*
- 4) *Sage, F. E. and Estrin, J., Int. J. Heat Mass Transf., 19-3 (1976), 323.*
- 5) 小山・藤井, 機論, 51-465, B (昭60), 1497.
- 6) 藤井・ほか3名, 九州大学生産科学研究所報告, No. 67 (昭53), 23.
- 7) 例えば, *Bird, R. B.ほか2名, Transport Phenomena, (1960), John Wiley & Sons, Inc., New York.*
- 8) 例えば, *Toor, H. L., AIChE J., 10-4 (1964), 460.*
- 9) 例えば, *Wylie, C. R. Jr., Advanced Engineering Mathematics, 3rd Edition, (1966), McGraw-Hill, New York.*
- 10) 藤井・ほか2名, 機論, 53-486, B (昭62), 541.