

# スパコン版リアムコンパクトによる風車ウエイクの相互干渉に関する大規模数値シミュレーション：ウエイク領域内の平均風速欠損量の予測精度検証

内田，孝紀  
九州大学応用力学研究所：准教授

小野，謙二  
九州大学情報基盤研究開発センター：教授

飯田，明由  
Department of Mechanical Engineering, Toyohashi University of Technology：Professor

吉村，忍  
東京大学大学院工学系研究科：教授

他

<https://hdl.handle.net/2324/5208225>

---

出版情報：Journal of Wind Energy, JWEA. 45(140) (4), pp.71-82, 2022-02. 一般社団法人 日本風力エネルギー学会  
バージョン：  
権利関係：



# スパコン版リアムコンパクトによる 風車ウエイクの相互干渉に関する大規模数値シミュレーション —ウエイク領域内の平均風速欠損量の予測精度検証—

Numerical Simulations of Wind Turbine Wake Interactions  
by Using the Supercomputer Version RIAM-COMPACT  
- Verification Accuracy of the Predicted Mean Velocity Deficit in Wake Regions -

内田 孝紀<sup>\*1</sup>, 小野 謙二<sup>\*2</sup>, 飯田 明由<sup>\*3</sup>, 吉村 忍<sup>\*4</sup>, 加藤 千幸<sup>\*5</sup>,  
山出 吉伸<sup>\*6</sup>, 今村 博<sup>\*7</sup>, 植田 祐子<sup>\*8</sup>

Takanori UCHIDA, Kenji ONO, Akiyoshi IIDA, Shinobu YOSHIMURA,  
Chisachi KATO, Yoshinobu YAMADE, Hiroshi IMAMURA and Yuko UEDA

<sup>\*1</sup> Associate Professor, Research Institute for Applied Mechanics (RIAM), Kyushu University, 6-1 Kasuga-kouen, Kasuga, Fukuoka, 816-8580, Japan

<sup>\*2</sup> Professor, Research Institute for Information Technology (RIIT), Kyushu University, 744 Motooka, Nishi-ku, Fukuoka, 819-0395 Japan

<sup>\*3</sup> Professor, Department of Mechanical Engineering, Toyohashi University of Technology, 1-1 Hibarigaoka, Tempaku-cho, Toyohashi, Aichi, 441-8580, Japan

<sup>\*4</sup> Professor, School of Engineering, The University of Tokyo, 7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan

<sup>\*5</sup> Professor, Institute of Industrial Science (IIS), The University of Tokyo, 4-6-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo, 153-8505, Japan

<sup>\*6</sup> Manager, Mizuho Information & Research Institute, Inc., 2-3 Kanda-Nishikicho, Chiyoda-ku, Tokyo, 101-8443, Japan

<sup>\*7</sup> Representative Director, Japan Wind Energy Consulting Inc. (WINC), 9-3 Nibancho, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-0084, Japan

<sup>\*8</sup> Director, Japan Wind Energy Consulting Inc. (WINC), 9-3 Nibancho, Chiyoda-ku, Tokyo, 102-0084, Japan

## Abstract

In the current project, the first author and the second author play a central role in conducting high-speed tuning and wind turbine wake analysis of the supercomputer version of RIAM-COMPACT. In this report, we applied the supercomputer version RIAM-COMPACT to the wind turbine wake simulation from the wind tunnel scale to the utility-scale wind turbine wakes. As a result, we clarified unsteady wake aerodynamics of wind turbines including multiple wake interactions with high precision and high reality.

**キーワード:** 洋上風力発電, 風車ウエイク, 相互干渉, LES

**Key Words:** Offshore wind power, Wind turbine wake, Interaction, Large-eddy simulation

## 1. はじめに

一般的に、風車ブレードの回転に伴い、その後流域には風速の欠損や時間・空間変動が形成される (Fig. 1 参照)。これらの流動現象は風車ウエイクと呼ばれる。特に、複数の風車群から構成される洋上の大規模ウィンドファームでは、上流側に位置する風車ウエイクに起因して、下流側に位置する風車の発電量の低下や風車内外の故障などが生じる可能性がある。そのため、上流側に位置する風車が形成する風車ウエイクの挙動

を正確に評価することが不可欠である。

現在、我々の研究グループでは、文部科学省の「富岳」成果創出加速プログラム「スーパーシミュレーションとAIを連携活用した実機クリーンエネルギーシステムのデジタルツインの構築と活用 (研究代表者: 吉村忍)」を実施中である。本プロジェクトの研究開発の期間は、2020 (R2) ~ 2022 (R4) 年度までの3年間である。

本プロジェクトでは、文部科学省のポスト「京」重点課題⑥「革新的クリーンエネルギーシステムの実用

<sup>\*1</sup> 会員, 九州大学応用力学研究所 (〒816-8580 春日市春日公園6-1, 連絡先: takanori@riam.kyushu-u.ac.jp)

<sup>\*2</sup> 非会員, 九州大学情報基盤研究開発センター, <sup>\*3</sup> 非会員, 豊橋技術科学大学機械工学系

<sup>\*4</sup> 非会員, 東京大学大学院工学系研究科, <sup>\*5</sup> 非会員, 東京大学生産技術研究所

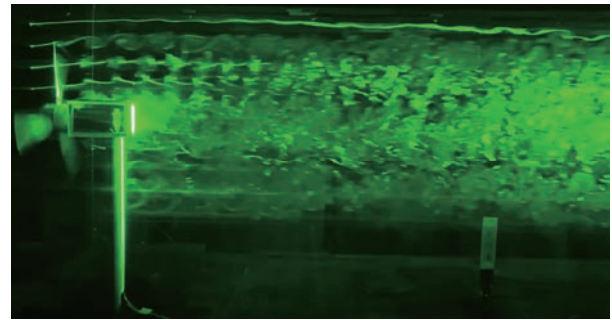
<sup>\*6</sup> 非会員, みずほ情報総研株式会社, <sup>\*7</sup> および <sup>\*8</sup> 会員, 株式会社ウインドエナジーコンサルティング  
(原稿受付: 2021年4月2日)

化」プロジェクト(2015～2019年度)において、スーパーコンピュータ「富岳」での活用を念頭に開発準備を進めてきたアプリケーション群に基づくマルチフィジクス・マルチスケール統合シミュレーション(スーパーシミュレーション)と、AI(Artificial Intelligence)を連携活用することを主たる目的としている。加えて、大規模洋上風力発電(Large Offshore Wind Power)のデジタルツインを構築し、それらの開発・設計・運用の最適化を目指している。

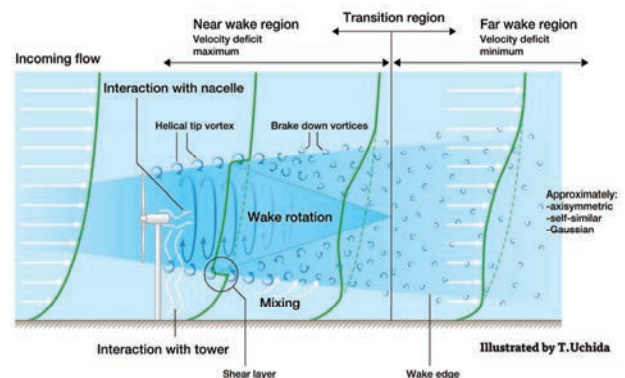
本プロジェクトにおいて、第一著者および第二著者が中心となり、LES(Large-Eddy Simulation)乱流モデルに基づいたスパコン版RIAM-COMPACTの高速化チューニングと、それを用いた風車ウエイク解析を実施中である<sup>1)</sup>。本報では、現在開発中であるスパコン版RIAM-COMPACTを風洞スケールから実機スケールまでの(風車ウエイクの相互干渉現象を含む)風車ウエイク解析に適用し、平均風速欠損量の予測精度を検証したので、得られた一連の計算結果を報告する。

## 2. 風車ウエイクモデルの概要と比較

Fig. 2には、風車ウエイクモデルの概要とその比較を示す<sup>2)</sup>。スパコン版RIAM-COMPACTでは、風車ブレードの回転の影響はアクチュエータラインモデル<sup>2)</sup>により再現している。アクチュエータラインモデルによるアプローチでは、風車固有のブレードに関する幾つかのパラメータ(具体的には、風車ブレードの任意断面位置におけるコード長、ねじれ角度、抗力係数、揚力係数)が必要である。



(a) Visualization by wind tunnel experiment conducted by the first author



(b) Conceptual diagram

Fig. 1 Wake characteristics behind a horizontal axis wind turbine (HAWT)

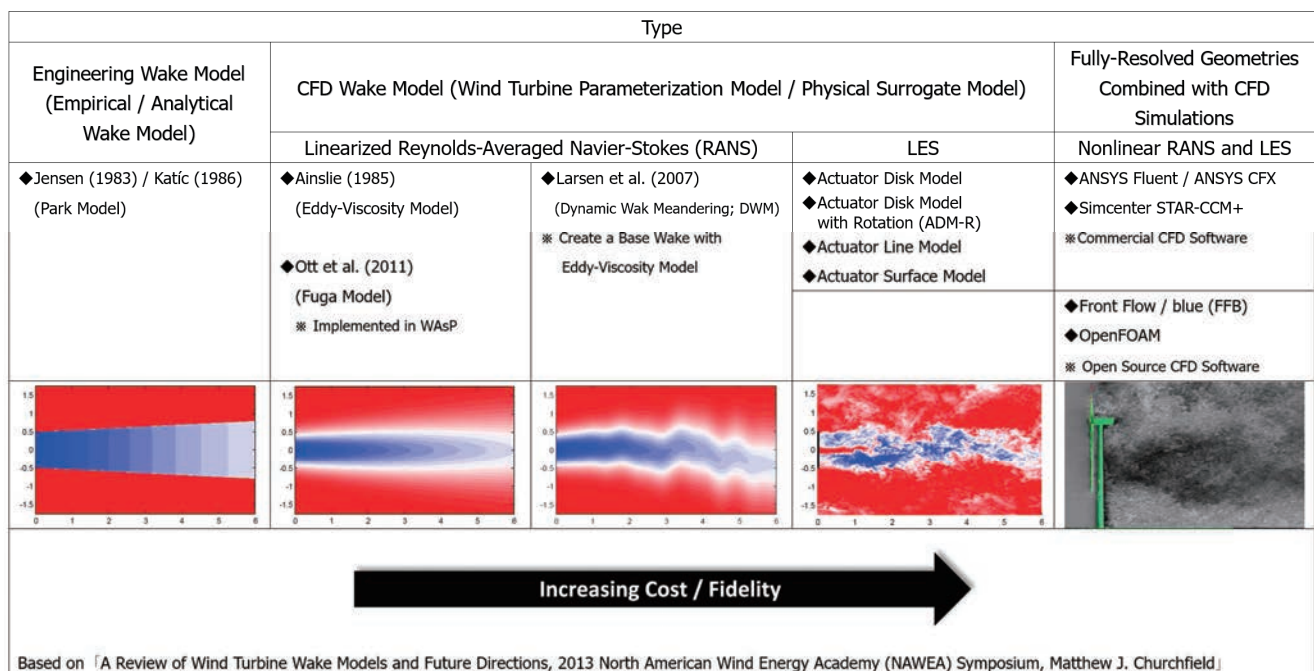


Fig. 2 Overview of the wind turbine wake model and its comparison

### 3. スパコン版RIAM-COMPACTの計算手法の概要

デカルト座標系不等間隔スタガード格子に基づき、数値計算手法には(有限)差分法を用いる。LES(Large-Eddy Simulation)のSGS(Sub-Grid Scale)モデルには、計算安定性に優れ、かつ壁面減衰関数を必要としない混合時間スケールモデル<sup>3)</sup>を採用する。陽的フィルタ操作にはシンプソン則を適用する。速度場と圧力場のカップリングアルゴリズムには、陽解法を基礎とした部分段階法<sup>4)</sup>を採用する。圧力に関するポアソン方程式はSOR法により緩和計算する。空間項の離散化に関して、対流項は補間法<sup>5)</sup>による4次精度中心差分を基礎とし、4階微分の数値粘性項を付加する(修正3次精度風上差分)。ここで、数値粘性項の重みは0.5とし、その影響は十分に小さくした。一般的な3次精度風上差分の河村-桑原スキーム<sup>6)</sup>における数値粘性項の重みは3.0である。残りの空間項は2次精度中心差分で近似した。

本計算は九州大学応用力学研究所のベクトル型スーパーコンピュータ「SX-Aurora TSUBASA」、九州大学情報基盤研究開発センターのスーパーコンピュータシステム「ITO」、理化学研究所のスーパーコンピュータ「京」および「富岳」を用いて行った。

### 4. 風洞実験(風洞模型スケール風車)との比較

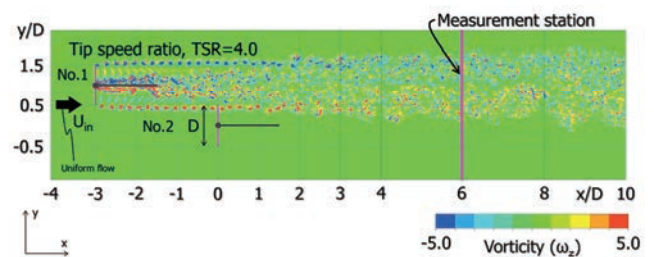
ここでは、風洞模型スケール風車(ローター直径 $D=442\text{mm}$ 、ハブ高さ $1\text{m}$ )のウエイク干渉計算(総格子点数は約6300万点)を紹介する。本風洞実験では、九州大学応用力学研究所が所有する大型境界層風洞(長さ $15.0\text{m}$ 、幅 $3.6\text{m}$ 、高さ $2.0\text{m}$ )を用い、一様流入風速は $15\text{m/s}$ とし、風車は最適周速比で約 $4.0$ (ブレード回転数 $2755\text{rpm}$ )とした。風車配置は過去の論文<sup>2)</sup>を参考に決定した。

Fig. 3には、瞬間場に関して風車ハブ高さにおける渦度の空間分布を示す。Fig. 3(a)およびFig. 3(b)では、風車が設置された位置に関係なく、ほぼ同様な気流構造を有する風車ウエイクが形成されている様子が見て取れる。つまり、風車ブレードの先端から翼先端渦(tip vortex)が周期的に形成されて、それらが風車下流に流下している。Far wake regionの位置である風車の $6D$ ( $D$ : 風車ブレード直径)位置では、tip vortexは崩壊し、風車ウエイク領域外部の運動量と内部の運動量が混合されている様子が観察される。Fig. 3(c)では、2基の風車から形成された風車ウエイクが相互に干渉している様子が再現されている。

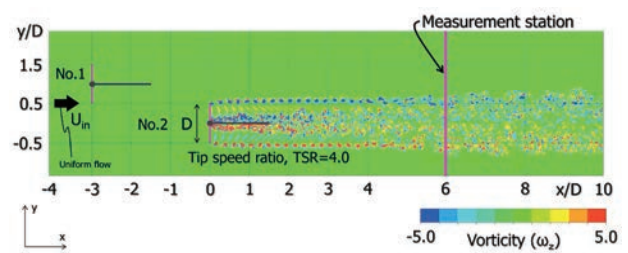
Fig. 4(a)には、Fig. 3(c)に対応する主流方向( $x$ )速度成分の空間分布を示す。またFig. 4(b)には、時間平均場における主流方向( $x$ )速度成分の空間分布を示す。先に述べたように、これらの結果からも2基の風車から形

成された風車ウエイクが相互に干渉している様子が明確に理解される。

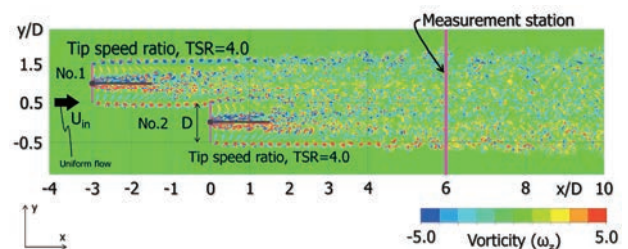
Fig. 5には、Fig. 3とFig. 4の図中に示すMeasurement stationにおける主流方向( $x$ )速度成分の空間分布の比較を示す。青色の実線で示す計算結果は、赤色のシンボルで示す風洞実験の結果(超音波流速計により計測)を良好に再現していることが示された。本研究では、株式会社ソニック製の演算器DA-600、プローブTR-90AXを用いた。なお、分解能は $0.005\text{m/s}$ である。



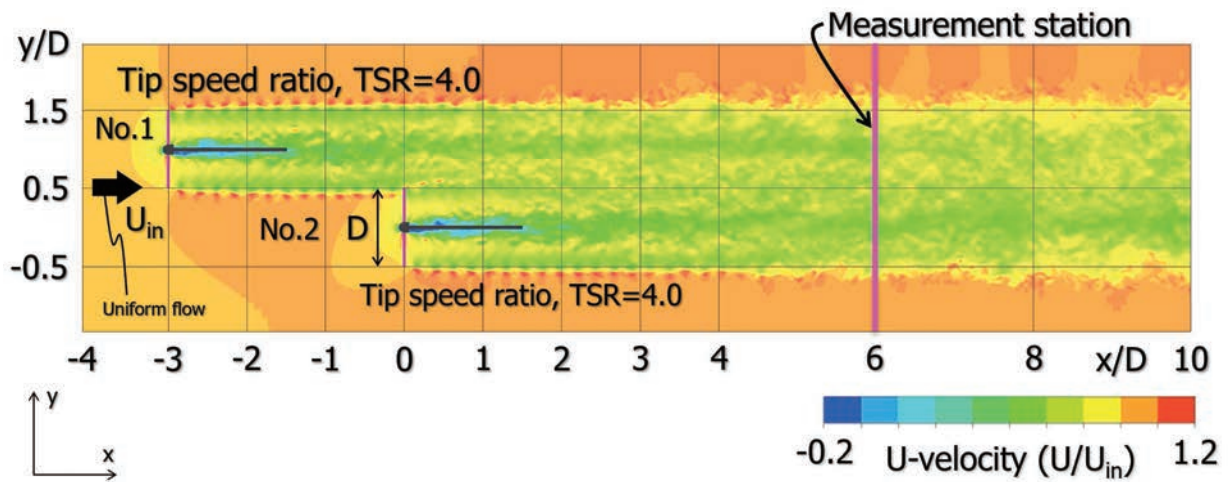
(a) Numerical results of the upstream wind turbine



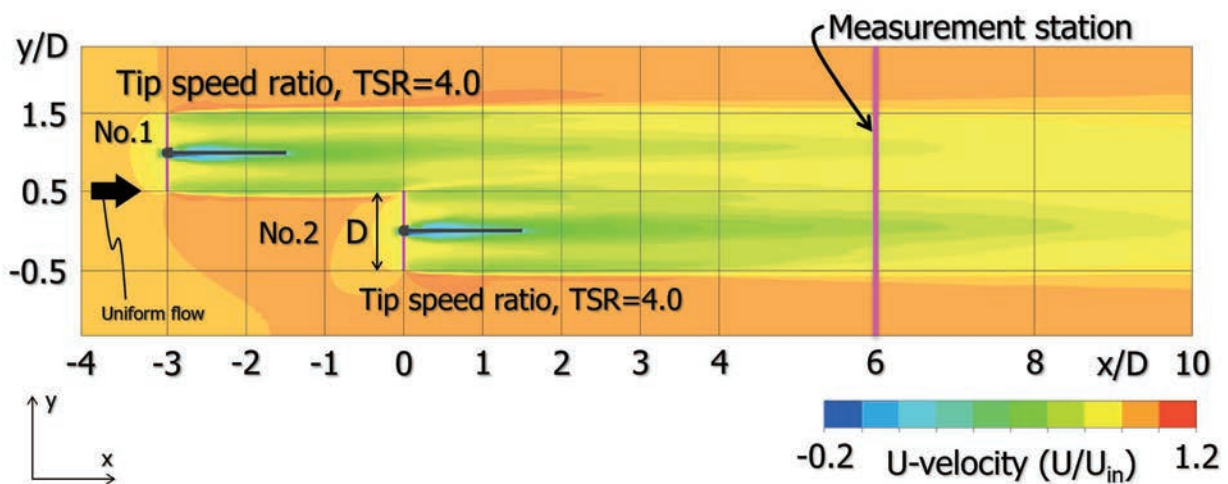
(b) Numerical results of the downstream wind turbine



(c) Numerical results of two wind turbines  
Fig. 3 Spatial distribution of vorticity at wind turbine hub height, instantaneous flow field, top view, RIAM-COMPACT



(a) Instantaneous flow field



(b) Time-averaged flow field

Fig.4 Spatial distribution of streamwise ( $x$ ) velocity component at wind turbine hub height in the case of two wind turbines, top view, RIAM-COMPACT

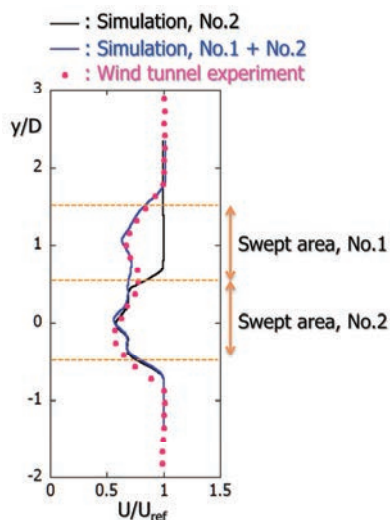


Fig.5 Comparison of streamwise ( $x$ ) velocity component at the measurement station, RIAM-COMPACT

## 5. 工学ウエイクモデル(実機スケール風車)との比較

ここでは、工学ウエイクモデル(engineering wake model / analytical wake model)との比較について示す。Fig. 6には、本研究で対象とした実機スケール風車(5MW機、ブレード直径126m、ハブ高さ92m)の概要を示す。本研究では、この5MW風車3基が離隔距離 $3D$  ( $D$ : 風車ブレード直径)で直線的に立地している状況を想定した(総格子点数は約5800万点)。計算領域は $15D$  ( $x$ )  $\times$   $4D$  ( $y$ )  $\times$   $3.5D$  ( $z$ )のサイズを有する。なお、風車の周速比は3基ともに7.0で同一とした。

べき乗則に従う平均速度分布に関して、本研究では洋上における一般的な数値である $N = 10$ をターゲットとした(Fig. 7を参照)。それに伴う流入変動風の作成には、簡易化したLundらの方法<sup>7)</sup>を用いてデータベース(総格子点数は約2900万点)を事前に作成し、これをメイン領域の流入条件として用いた。

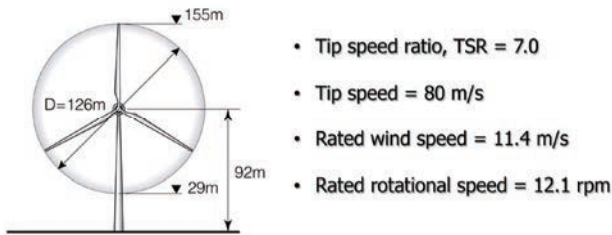


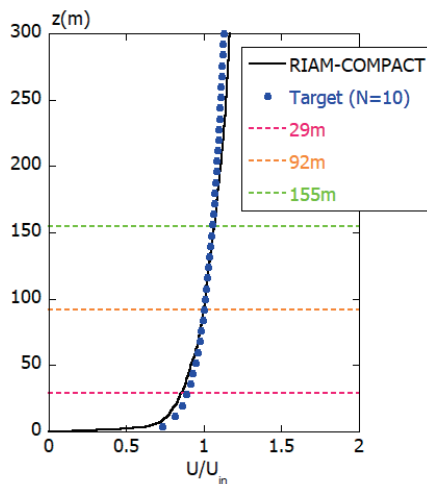
Fig. 6 Outline of the utility-scale wind turbine (5MW) targeted in the current study

Fig. 8には、スパコン版RIAM-COMPACTの計算結果(時間平均場における主流方向( $x$ )速度成分の空間分布)を示す。上流から3番目の風車に注目する。この風車は、その上流側に位置する2番目の風車が形成するウエイクの影響を受けて風車ブレードが回転することになる。すなわち、風車受風面に侵入してくる気流特性は、先頭の1番目の風車とは著しく異なっている。結果として、

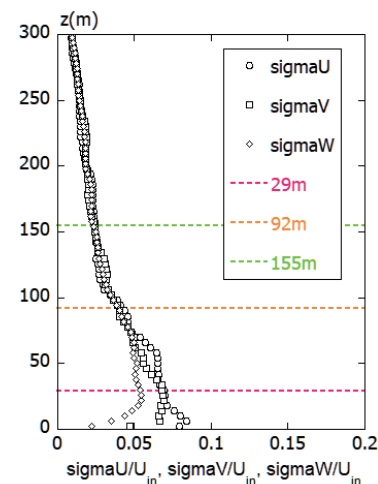
3番目の風車が形成するウエイク内の気流特性も先頭の風車とは大きく異なるものと推測される。

Fig. 9には、Measurement station B, C, Dにおける主流方向( $x$ )速度成分の空間分布に関して、スパコン版RIAM-COMPACTの計算結果と、石原らにより提案されている工学ウエイクモデル<sup>8)</sup>の結果との比較を示す。先頭の風車下流のMeasurement station Bに注目すると、両者の結果は良好な一致を示している。一方、先頭から2番目および3番目のMeasurement station C, Dにおけるスパコン版RIAM-COMPACTの計算結果は、Measurement station Bの計算結果と有意な差異が生じている。これは非線形な流動現象である風車ウエイクの相互干渉に起因していると推測される。

最近では、石原らにより新たな工学モデル<sup>9)</sup>が提案され、予測精度の向上が報告されていることを付記しておく。



(a) Mean velocity



(b) Standard deviation in each direction

Fig. 7 Vertical distribution of inflow airflow characteristics at the position of measurement station A, RIAM-COMPACT

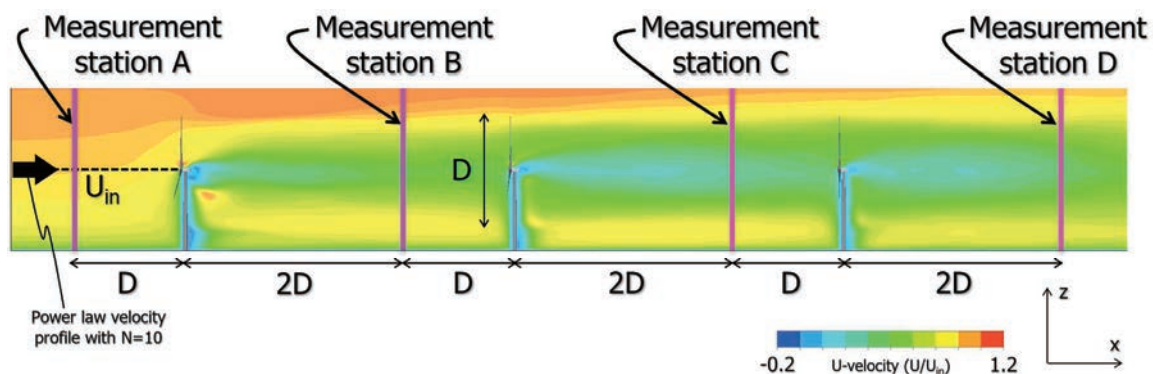


Fig. 8 Spatial distribution of streamwise ( $x$ ) velocity component in the central cross section, time-averaged flow field, side view, RIAM-COMPACT

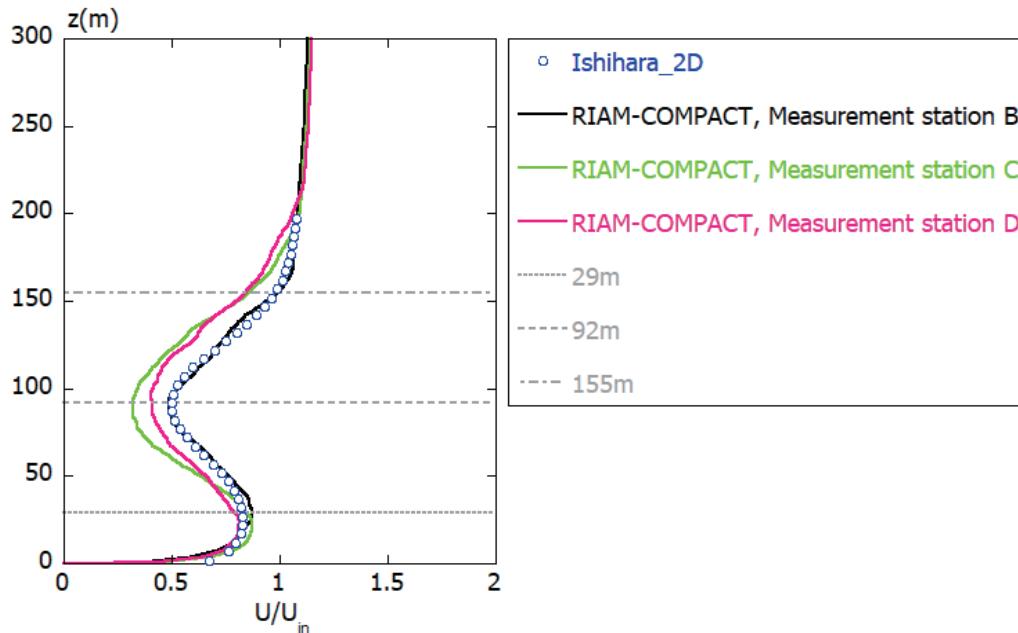


Fig.9 Comparison of streamwise (x) velocity component at measurement stations B, C, D

## 6. 汎用流体解析コードFFBによる大規模計算 (実機スケール風車)との比較

最後に、先に述べた5MWの実機スケール風車が直線的に2基設置された状況に関して、有限要素法ベースの汎用流体解析コードFrontFlow / blue (FFB)<sup>10, 11)</sup>による大規模計算結果との比較を示す。ここで、風車の離隔距離は $3D$  ( $D$ : 風車ブレード直径)である。有限要素法ベースのFFBは、非圧縮流体の非定常流動現象を高精度に予測可能なLES乱流モデルに基づいた汎用流体解析コードである。

本研究で実施したFFB計算では、Fully-Resolved Geometries Combined with LESの手法を採用している。すなわち、風車ブレードの回転に関しては一切の物理モデルは導入せず、ブレード表面に精緻な計算格子を設け、ブレードを直接的に回転させている (Fig. 13およびFig. 14を参照)。ここが、FFBの最大の特徴であり、これに伴い信頼性の高い計算結果が取得可能である。

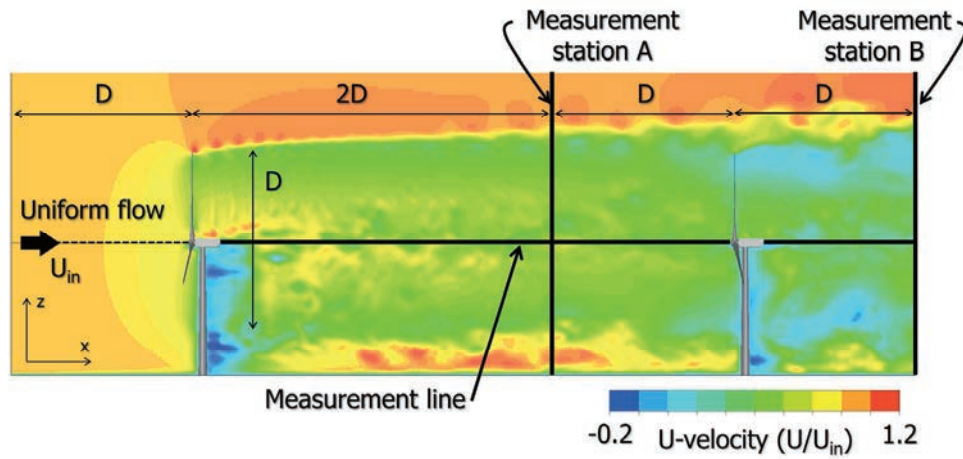
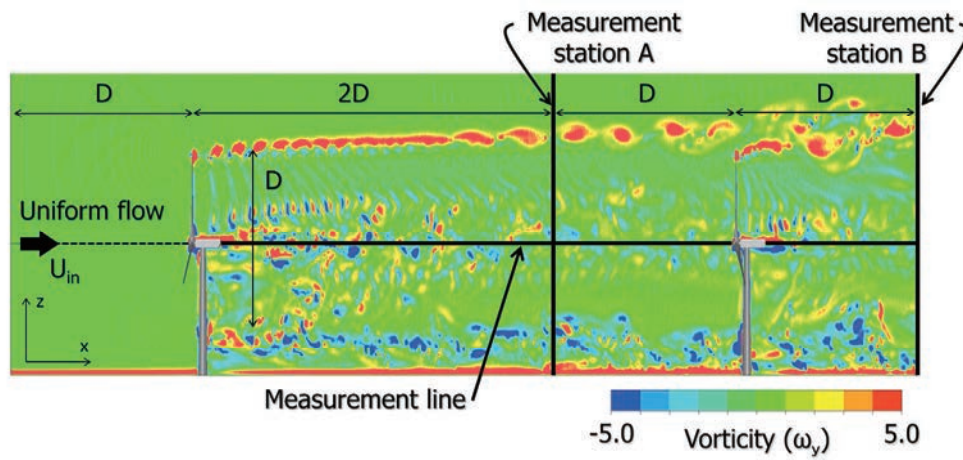
LESのSGSモデルには、モデル係数を計算中にダイナミックに決定するダイナミックスマゴリンスキーモデル<sup>12)</sup>が採用されている。但し、モデル係数の算出に際し、空間平均操作を適用し、モデル係数が負になった場合には強制的にゼロとしている (clipping)。速度場と圧力場のカップリングアルゴリズムには、クランク・ニコルソン法<sup>13)</sup>を基礎とした部分段階法<sup>4)</sup>を採用している。圧力に関するポアソン方程式はBi-CGSTABを内部ソルバーとする残差切除法 (Residual Cutting Method, RCM)<sup>14)</sup>により緩和計算している。

一般に、FFBのFiltered N-S方程式の対流項の離散化

手法においては、dissipation-free (人工的な安定化項は加えない)としている。しかしながら、本計算ではメッシュ品質が厳しい部分があるため、5%のBalance Tensor Diffusivity (BTD)をブレンドした。なお、本計算は「京」800ノード (6400コア)を使用した。風車ブレードが1回転するのに約60時間 (6万ステップの計算)を要した。よって、風車ブレードが約22回転する時間で平均場を得ようとした場合、約1320時間 (55日程度)を要することになる。

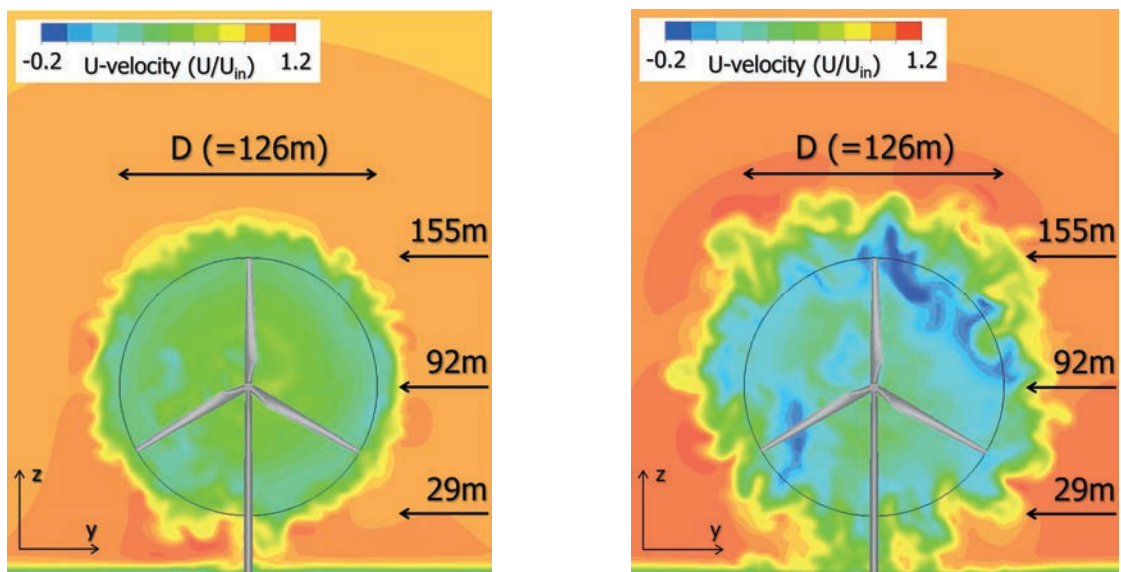
最初に、FFBによる大規模計算と比較するために実施したスパコン版RIAM-COMPACTの結果 (Fig. 10およびFig. 11)を示す。本計算における格子分解能は各方向において $\Delta x = 0.5\text{m}$ ,  $\Delta y = \Delta z = 2.0\text{m}$ の等間隔とした。各方向の格子数は $N_x = 1261$ ,  $N_y = 251$ ,  $N_z = 231$ であり、総格子点数は約7300万点である。無次元時間刻みは $5.0 \times 10^{-4}$ であり、無次元時間25~50において時間平均を施し、乱流統計量を算出した。なお、本計算は一樣流入風の条件で行った。

Fig. 10には、瞬間場 (無次元時間50) に関してスパン中央断面における流れの可視化 (side view)を示す。下流側に設置された風車は、上流側に設置された風車のブレード、ナセル、タワーが形成するウエイクの影響を強く受けていることが見て取れる。Fig. 10(b)に示す渦度の可視化結果では、下流側に設置された風車から形成されている翼先端渦 (tip vortex)に、上流側に設置された風車からの翼先端渦が干渉し、それらが合体しながら流下している様子も観察される。


 (a) Spatial distribution of streamwise ( $x$ ) velocity component


(b) Spatial distribution of vorticity

Fig.10 Flow visualization in the central cross section, instantaneous flow field, side view, RIAM-COMPACT



(a) Cross section including measurement station A (B) Cross section including measurement station B

 Fig.11 Spatial distribution of streamwise ( $x$ ) velocity component, instantaneous flow field, rear view, RIAM-COMPACT

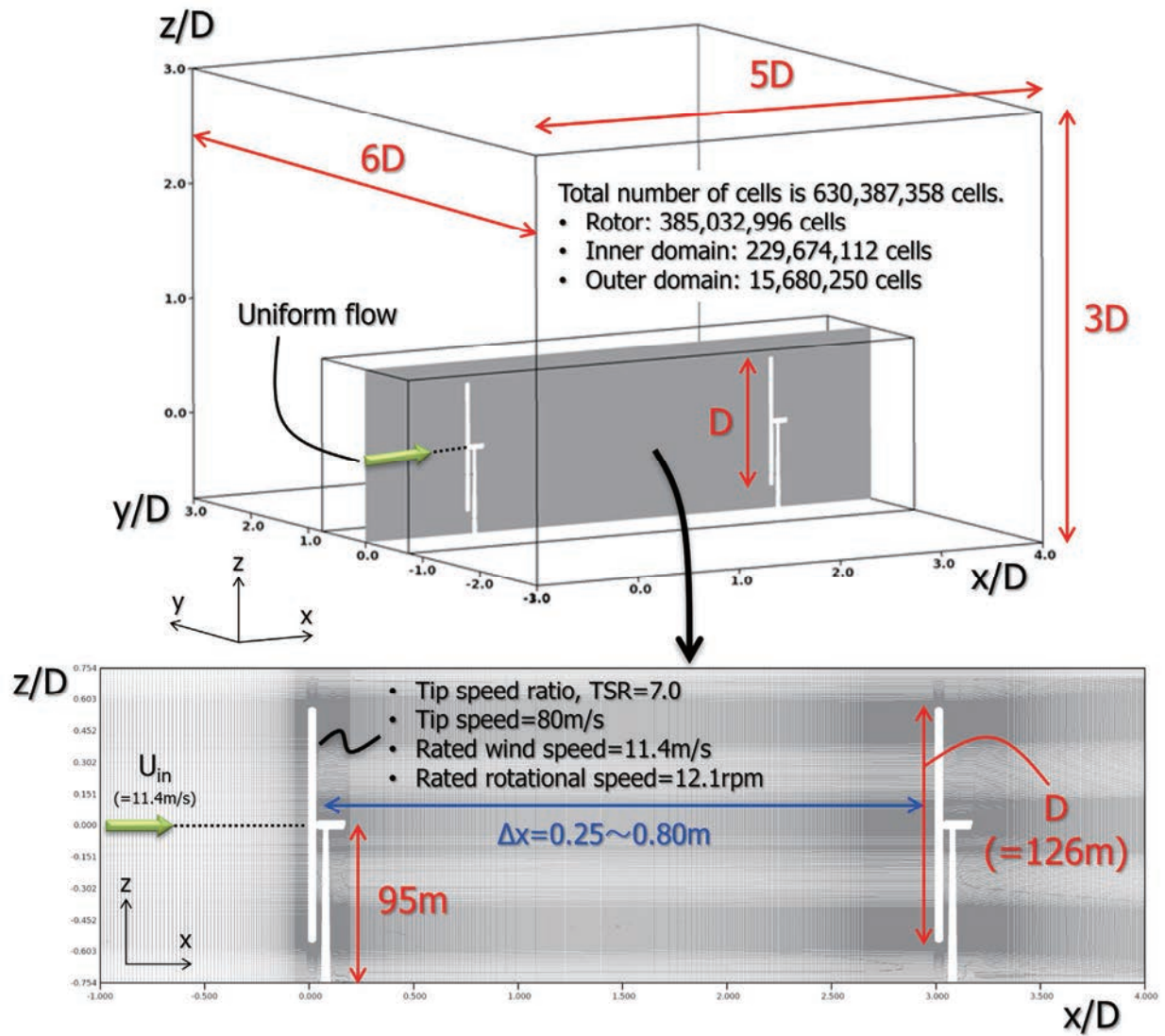
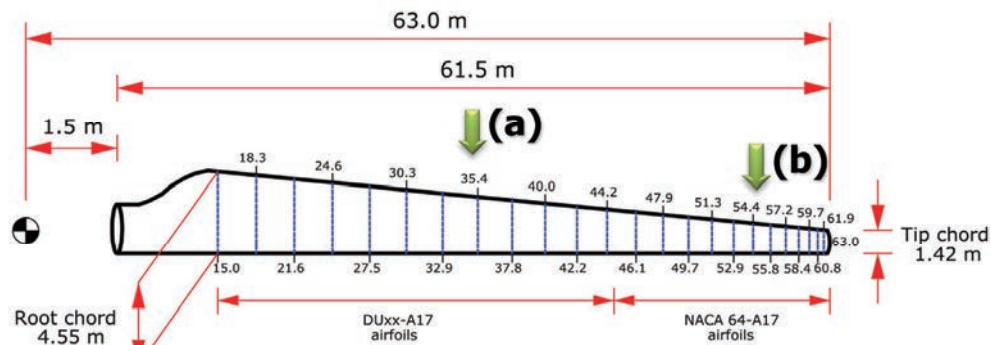


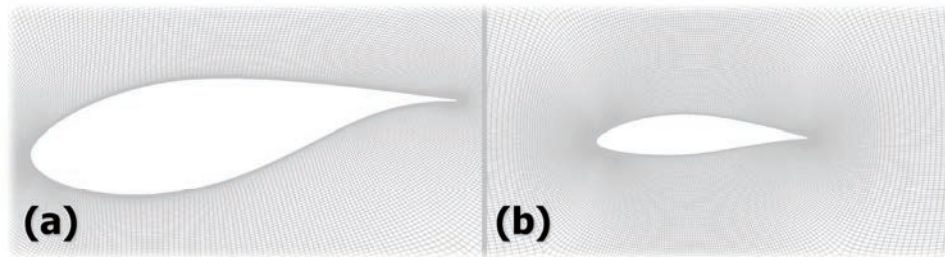
Fig.12 Computational domain and grid in FFB



Fig.13 Computational grid on the surface of wind turbine blades, nacelle and tower in FFB



Radial distribution of blade elements for NREL-5 MW turbine

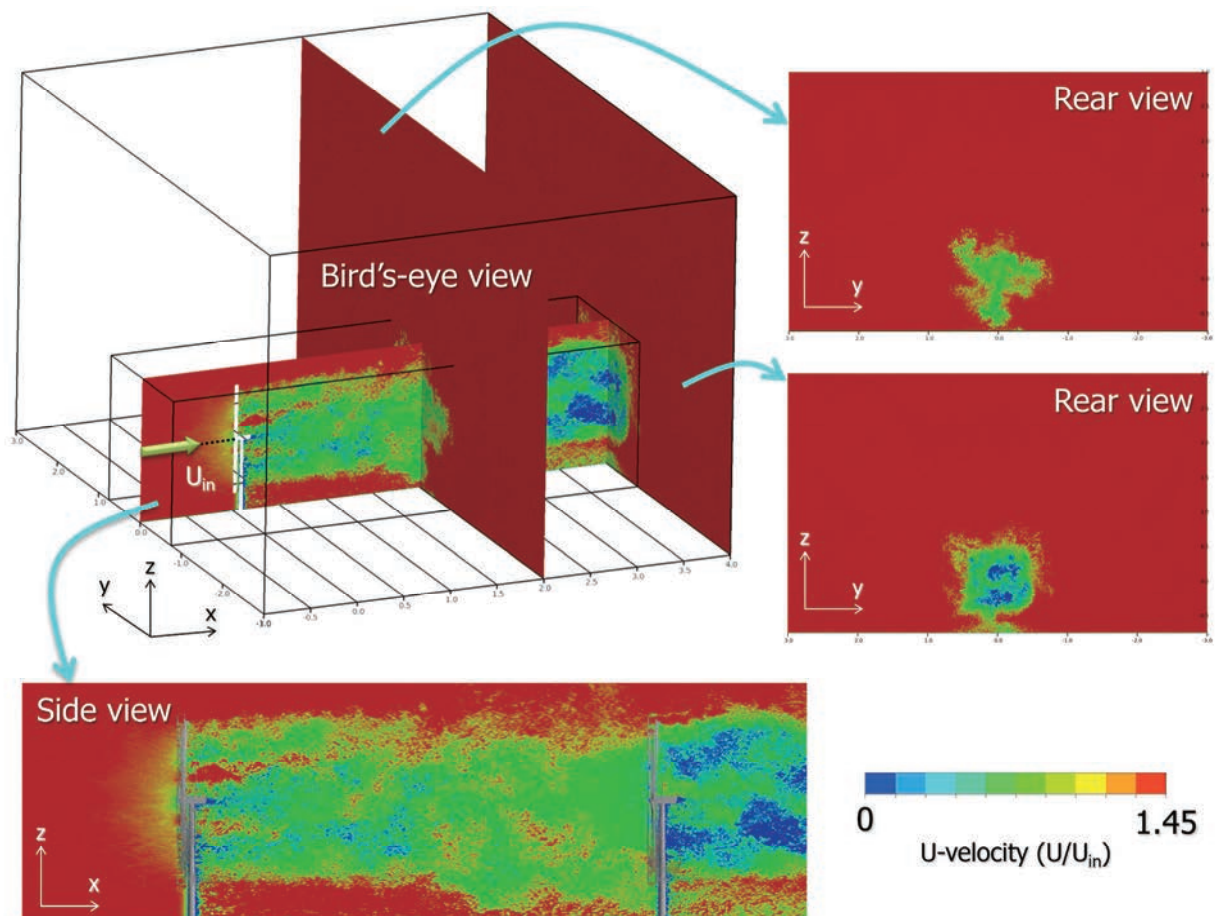


Minimum mesh size: 1mm

(a) 50% span position

(b) 90% span position

Fig.14 Computational grid near the wind turbine blades in FFB


 Fig.15 Flow visualization of spatial distribution of streamwise ( $x$ ) velocity component in FFB

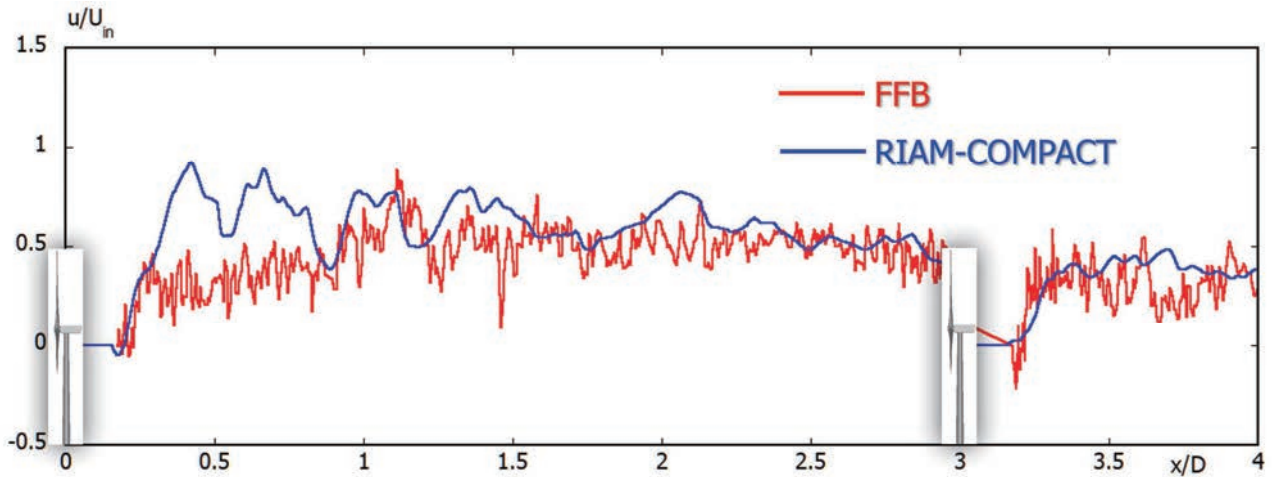
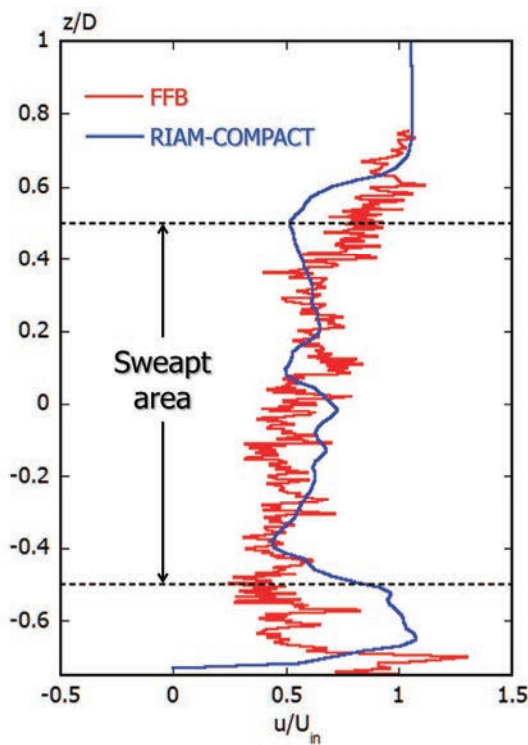
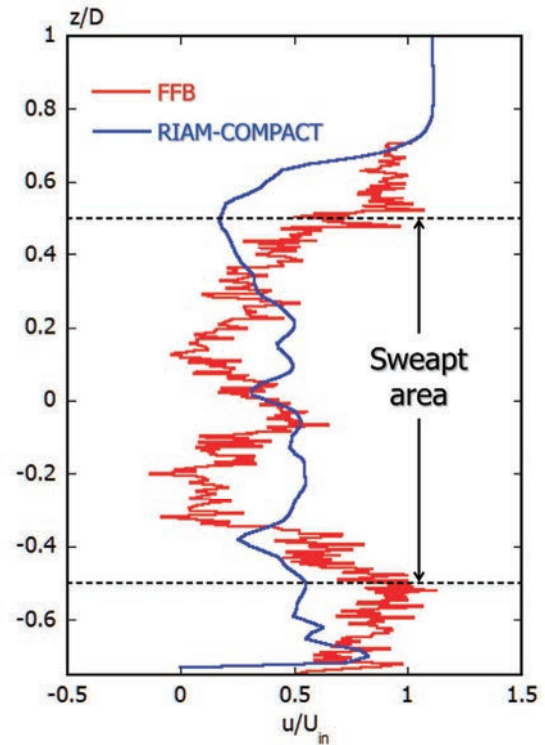


Fig.16 Comparison of streamwise ( $x$ ) velocity component at the measurement line shown in Fig.10.



(a) Measurement station A



(b) Measurement station B

Fig.17 Comparison of streamwise ( $x$ ) velocity component at measurement stations A and B shown in Fig.10

Fig.11には、Fig.10に対応した風車下流側から可視化した主流方向( $x$ )速度成分の空間分布(rear view)を示す。Fig.11(b)に示すMeasurement station Bを含む断面内での結果が、Fig.11(a)に示すMeasurement station Aを含む断面内の結果と比較してより複雑な挙動を示していることが分かる。

次に、FFBによる大規模計算の結果について説明する。Fig.12、Fig.13、Fig.14には、FFBで設定した計算領域や計算格子などを示す。Fig.12に示すように、FFB

における総格子点数は約6億3千万点にも及ぶ。また、2基の風車間の格子解像度は、 $\Delta x = 0.25 \sim 0.80\text{m}$ で変化している。

Fig.15には、FFBにおける主流方向( $x$ )速度成分の空間分布の可視化(瞬間場)を示す。ここで、FFBの計算における無次元時間刻みは $1.57 \times 10^{-4}$ であり、Fig.15に示す無次元時間は約45である。風車ブレードは14.4回転している。FFBでは大規模計算を実施しているため、得られた可視化結果にも非常に細かな変動が再現さ

れている様子が伺える。Side viewに注目すると、スパコン版RIAM-COMPACTの計算結果と同様、下流側に設置された風車は、上流側に設置された風車のブレード、ナセル、タワーが形成するウエイクの影響を強く受けており、風車ウエイクが強く干渉している様子が確認される。その結果として、Rear viewにおいてもウエイク内の気流構造に有意な差異が確認される。

Fig. 16には、Fig. 10に示すMeasurement lineにおける主流方向( $x$ )速度成分の比較(赤色の実線:FFB, 青色の実線:RIAM-COMPACT)を示す(瞬間場)。先に述べたように、赤色の実線で示すFFBでは、非常に細かな変動が再現されている。一方、青色の実線で示すRIAM-COMPACTでは、FFBのような細かな変動は再現されていないものの、FFBの傾向を良好に再現していることが分かる。Fig. 17には、Fig. 10に示すMeasurement station A, Bにおける主流方向( $x$ )速度成分の比較(瞬間場)を示す。瞬間場の比較ではあるものの、スパコン版RIAM-COMPACTの計算結果とFFBの計算結果の定性的な挙動(数値レベル)は類似した結果を得た。先に述べたように、FFBでは非常に細かな変動まで再現されていることが分かる。

## 7. おわりに

現在開発中であるスパコン版RIAM-COMPACTを風洞スケールから実機スケールまでの風車ウエイク解析に適用し、平均風速欠損量の予測精度の検証を実施した。その結果、風洞実験スケールから実機スケールに至るまで良好な結果が得られることが明らかになった。現在、FFBによる大規模計算をさらに継続中であり、時間平均場に対して統計量等の比較を進める予定である。また、スパコン版RIAM-COMPACTの高速化チューニングをさらに強化し、実際の大規模洋上ウィンドファームのウエイクの相互干渉CFD解析を実施している。それらの結果は別途、報告する予定である。

## 謝 辞

本研究は、文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム「スーパーシミュレーションとAIを連携活用した実機クリーンエネルギーシステムのデジタルツインの構築と活用」と、文部科学省の科学研究費補助金、基盤研究(B)(課題番号:21H01574)「2MW大型風車ブレードとナセル内部機器に与える地形起因の乱流影響に関する実証研究」の一環として実施したものである(hp200123)。ここに記して、関係者に感謝の意を表します。

## Appendix

第6章で説明したFFBによる大規模計算に関して、スーパーコンピュータ「富岳」の512 ノード(24576コア)を使用した場合、風車ブレードが1回転するのに約10時間(6万ステップの計算)であった。よって、風車ブレードが約22回転する時間で平均場を得ようとした場合、約220時間(9日程度)に短縮されることになる。

## 参 考 文 献

- 1) Uchida, T., Effects of Inflow Shear on Wake Characteristics of Wind-Turbines over Flat Terrain, *Energies*, 13(14), 3745, 2020.
- 2) Porté-Agel, F., Bastankhah, M. and Shamsoddin, S. Wind-Turbine and Wind-Farm Flows: A Review. *Boundary-Layer Meteorol.*, 174, 1–59, 2020.
- 3) Inagaki, M., A Mixed-Time-Scale SGS Model with Fixed Model-Parameters for Practical LES. *J. Fluids Eng.*, 127(1), 1-13, 2005.
- 4) Kim, J. and Moin, P., Application of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier- Stokes Equations, *J. Comput. Phys.*, Vol.59, pp.308-323, 1985.
- 5) Kajishima, T., Upstream-shifted interpolation method for numerical simulation of incompressible flows, *Bull. Jpn. Soc. Mech. Eng. B*, 60, 3319, 1994.
- 6) Kawamura, T., Takami, H. and Kuwahara, K., Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, *Fluid Dyn. Res.*, Vol.1, pp.145-162, 1986.
- 7) Thomas S. Lund, Xiaohua Wu, Kyle D. Squires. Generation of Turbulent Inflow Data for Spatially-Developing Boundary Layer Simulations, *Journal of Computational Physics*, Volume 140, Issue 2, 233-258, 1998.
- 8) 石原 孟, 銭 国偉, 風車後流の数値予測と解析モデルの提案, 第24回風工学シンポジウム論文集, 151-156, 2016.
- 9) Ishihara, T. and Qian, G.W., A new Gaussian-based analytical wake model for wind turbines considering ambient turbulence intensities and thrust coefficient effects, *J. of Wind Eng. Indus. Aerodyn*, 177, p275-292, 2018.
- 10) C. Kato, M. Kaiho, and A. Manabe, An overset finite-element large-eddy-simulation method with application to turbomachinery and aeroacoustics, *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.70, pp.32-43, 2003.
- 11) Chisachi Kato, Yoshinobu Yamade, Katsuhiro Nagano, Kiyoshi Kumahata, Kazuo Minami, and Tatsuo Nishikawa., Toward realization of numerical towing-tank tests by wall-resolved large eddy simulation based on 32 billion grid finite-element computation, In *Proceedings of the International*

- 
- Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis (SC '20). IEEE Press, Article 3, 1-13, 2020.
- 12) M Germano, U Piomelli, P Moin, WH Cabot, A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model., *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 3 (7), 1760-1765, 1991.
  - 13) J. Crank and P. Nicolson, A Practical Method for Numerical Evaluation of Solution of Partial Differential Equations of the Heat Conduction Type, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, Vol.6, pp.50-67, 1996.
  - 14) A. Tamura, K. Kikuchi, and T. Takahashi, Residual Cutting Method for Elliptic Boundary Value Problems, *Journal of Computational Physics*, Vol.137, pp.247-264, 1997.