

数値計算を援用したLLC電流共振形コンバータの伝達関数の導出

山下, 裕介
九州大学大学院システム情報科学府電気電子工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/4798523>

出版情報 : Kyushu University, 2016, 修士, 修士
バージョン :
権利関係 :



数値計算を援用した
LLC 電流共振形コンバータの伝達関数の導出

山下 裕介
平成 29 年 2 月
修士課程
電気電子工学専攻
電気システム工学コース

– 目次 –

まえがき	1
第 1 章 PWM コンバータの回路方式	2
第 1 節 スイッチング電源の構成	2
第 2 節 PWM コンバータの回路要素とスイッチング波形	3
第 3 節 降圧形・昇圧形・昇降圧形コンバータ	5
第 1 項 降圧形コンバータ	5
第 2 項 昇圧形コンバータ	6
第 3 項 昇降圧形コンバータ	6
第 2 章 スイッチング回路解析の手法	9
第 1 節 状態平均化方程式	9
第 1 項 状態平均化方程式	10
第 2 項 定常状態	14
第 3 項 動特性	14
第 2 節 拡張状態平均化法	16

第 3 章 共振コンバータの回路方式	19
第 1 節 スイッチング損失とダイオードの電圧	19
第 1 項 スイッチング損失	19
第 2 項 寄生容量と寄生インダクタンス	21
第 3 項 ダイオード逆回復による電圧サージ	23
第 2 節 ソフトスイッチング	25
第 3 節 共振コンバータの概念	28
 第 4 章 LLC 電流共振形コンバータ	29
第 1 節 LLC 電流共振形コンバータの使用背景	29
第 2 節 LLC 共振コンバータの回路動作	30
第 3 節 LLC 電流共振形コンバータの静特性	35
第 1 項 LLC 電流共振形コンバータの設計	35
第 2 項 詳細な電圧変換率の導出	38
第 4 節 LLC 電流共振形コンバータの動特性	40
第 1 項 LLC 電流共振形コンバータの伝達関数の現状	40
第 2 項 Vorperian の式を用いた伝達関数	41

第 3 項	PSIM を用いた LLC 電流共振形コンバータのボード線図測定	42
第 4 項	LLC 電流共振形コンバータのボード線図の変化	45
第 5 章	数値計算を援用したコンバータの伝達関数の導出	48
第 1 節	伝達関数の導出法	48
第 2 節	提案手法によって求めた伝達関数の検証	54
第 1 項	バックコンバータによる検討	54
第 2 項	LLC 電流共振形コンバータによる検討	58
第 3 節	LLC 電流共振形コンバータの伝達関数変化	64
第 1 項	伝達関数の極点零点とボード線図の関係	64
第 2 項	LLC 電流共振形コンバータにおける極点零点とボード線図	65
第 6 章	総括	72
謝辞		73
参考文献		74

まえがき

近年、エレクトロニクスの発展によって様々な用途で電子機器が使われ、電力の需要が高まっている。その電子機器の電源装置としてスイッチング電源が使用されている。一方、地球温暖化や燃料枯渇により電子機器の省エネルギー化が求められている。この、電子機器の省エネルギー化のために、電子機器の内部のスイッチング電源の回路やシステムを高性能化する必要がある。更に、電子機器の小形化・低電力化・軽量化などに伴い、電源回路にも更なる高効率化・小形化・低ノイズ化が求められている。

スイッチング電源の小型化には高周波化が必要であるが、スイッチング損失はスイッチング周波数の高周波化に伴って増加するという問題がある。この損失を軽減する方法としてソフトスイッチング動作をするスイッチング電源を用いる方法があり、その代表的なものとして LLC 電流共振形コンバータがある。LLC 電流共振形コンバータはトランスの漏れインダクタンスを共振インダクタンスとして使用できるため、回路構成パーツも少なく低コストである。また 1 次側スイッチの ZVS ターンオンと 2 次側整流ダイオードの ZCS ターンオフをする条件を広く取れるため、入力と負荷の設定もしやすい上に電力変換効率がよくノイズ発生も少ない等の特徴から注目を集め、製品化が進んでいる。

しかし LLC 電流共振形コンバータは PWM コンバータと異なり電流波形が共振波形であり、従来の解析方法である状態平均化法を用いることができない。また、回路の動作が複雑であるため拡張状態平均化法を用いても数式的な解析が困難であるという難点がある。そのため伝達関数の式が未だに明らかではなく、古くに予測されていた伝達関数が参考にされている。LLC 電流共振形コンバータのモデリングとして過去に様々な

文献において、その予測式が有効であるかが議論され続けているが、導出根拠がなく伝達関数は分かっていないという現状がある。そのため、制御系をモデル化し、試作前に設計検証をすることが出来ず、近年導入され始めた電源のモデルベース開発のようなシミュレーションに基づいて試作前に十分に検証する開発手法を用いることが出来ない。

そこで、本稿では、LLC 電流共振形コンバータの動作について示し、予測されていた伝達関数に変わる伝達関数の導出を手掛けた。従来の解析法である状態平均化法の考え方をを用いた新たな導出法を考案し、その導出法によって全てのコンバータの伝達関数の導出を可能とした。

第 1 章 PWM コンバータの回路方式

1 節 スイッチング電源の構成

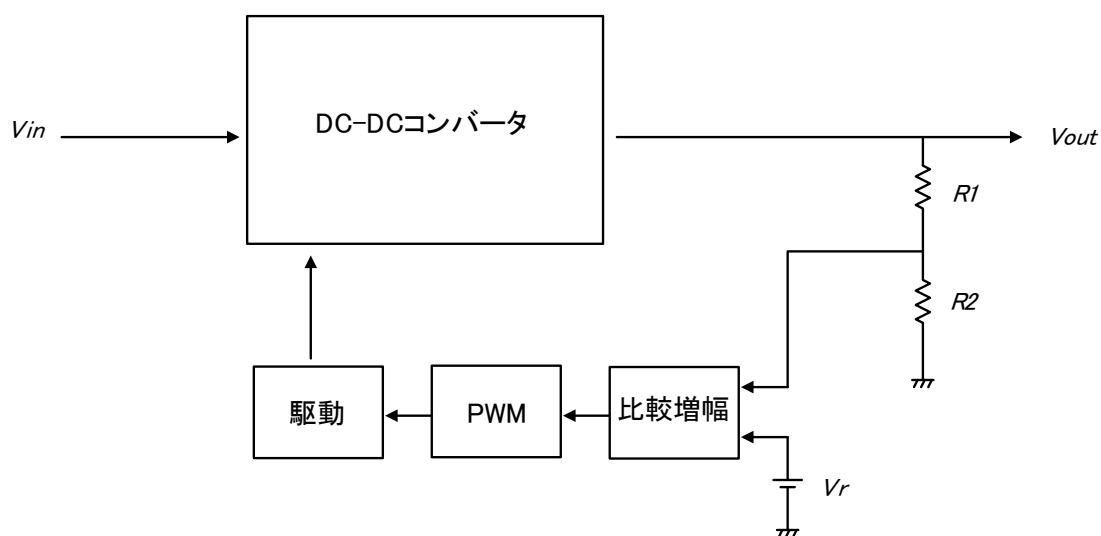
スイッチング電源は半導体トランジスタをスイッチ素子とし、その半導体スイッチのオン・オフの時比率またはスイッチング周波数を制御することによって、電力の流れを調整する電源方式である。この方式では半導体素子における損失が少なく電力変換効率が高い。また、絶縁用のトランスおよび平滑用のインダクタ、コンデンサなどの部品はスイッチング周波数を上昇させることにより小型化できる。そのため、スイッチング電源は軽量・小形かつ高効率の電源として従来のシリーズドロップ電源の代わりに、あらゆる電子機器に使用されている。

スイッチング電源はスイッチングレギュレータを電力調整部分とし、それに起動回路、過電流・過電圧保護回路、ノイズフィルタなどの機能を付加したものである。

図 1.1 にスイッチングレギュレータの基本構成を示す。入力直流電圧がスイッチング方式の DC-DC コンバー

タにより、任意の直流出力電圧に変換される。その出力電圧が帰還回路によって検出され、基準電圧と比較されてその誤差電圧が増幅される。その誤差電圧によってパルス幅変調回路(PWM)または周波数変調回路(PFW)が駆動回路を通して半導体スイッチのオン・オフ時間比・周波数を変調させ、誤差電圧を抑えるように出力電圧を調整する。DC-DC コンバータは電力を取り扱う回路で、スイッチング電源の中でも最も重要な部分である。それには様々な回路方式があるが、大別すると方形波で動作する PWM コンバータと、正弦波で動作する共振形コンバータに分けられる。

いずれの方式でもスイッチのターンオン・ターンオフ時に電力損失やサージ電流・電圧が発生し、効率低下などの原因となる。これらをそれぞれスイッチング損失・スイッチングサージという。次節ではこの二つの方式の大まかな説明の後に、スイッチング損失・スイッチングサージについて説明する。



第 2 節 PWM コンバータの回路要素とスイッチング波形

PWM コンバータでは、半導体スイッチによって直流電圧・電流がスイッチのオン・オフを繰り返し、いったん高周波方形波電圧・電流に変換される。出力は整流ダイオードで整流し、平滑リアクトルと平滑コンデンサで平滑することによって得られる。入力と出力の間に電氣的な絶縁が必要なときは、トランスを用いて、高周波方形波電圧・電流をトランスに通して出力側に伝送する。図 1.2 に PWM コンバータを構成する基本要素を示す。平滑コンデンサ素子や、磁気部品である絶縁トランスや平滑リアクトルは、スイッチのオン・オフ動作周波数を上げることで、軽量化・小形化される。

PWM コンバータの場合、スイッチにかかる電圧とスイッチを流れる電流の波形は近似的に方形波であり、図 1.3 にスイッチに流れる電流 i_s 、スイッチにかかる電圧 v_s の波形を示す。オンの時比率を D 、オフの時比率を D' とおく。このとき、

$$\left. \begin{aligned} D &\equiv \frac{T_{on}}{T_s} = \frac{T_{on}}{T_{on} + T_{off}} \\ D' &\equiv \frac{T_{off}}{T_s} = \frac{T_{off}}{T_{on} + T_{off}} \end{aligned} \right\} \quad \dots(1.1)$$

時比率の定義により、

$$D + D' = 1 \quad \dots(1.2)$$

が成り立つ。

図 1.3 に示したスイッチング波形を持つコンバータでは、時比率を制御する方法として、スイッチング周期 T_s

を固定し、オン期間 T_{on} を制御するパルス幅変調方式と、オン期間 T_{on} を固定し、スイッチング周期 T_s を制御する方式がある。このうち、スイッチング周期 T_s を制御することはスイッチング周波数変調方式となり、最低のスイッチング周波数に対し、コンバータの絶縁トランス、入出力フィルタを設計する必要があり、トランスとフィルタが大形になることが欠点となる。

そのため、図 1.3 に示す動作波形を持つコンバータでは、スイッチング周波数を十分高く固定し、パルス幅変調方式を用いて、時比率制御を行うことが多い。すべてのコンバータに対して、次に示す出力電圧対入力電圧の比を電圧変換比 M と定義する。

$$M \equiv \frac{V_o}{V_i} \quad \dots(1.3)$$

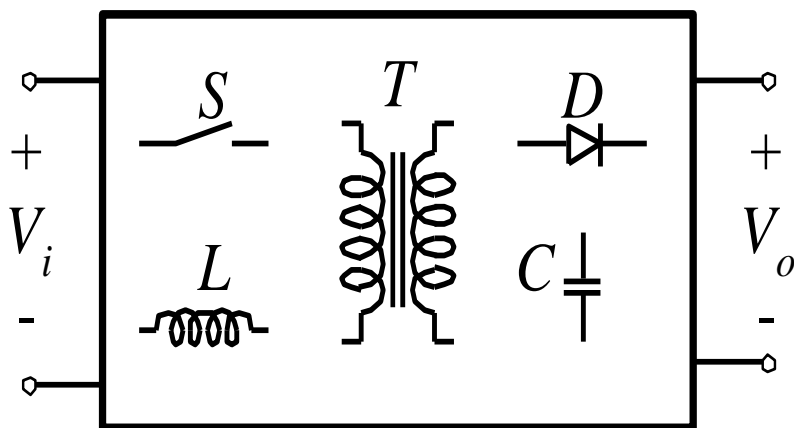


図 1.2 PWM コンバータの構成要素

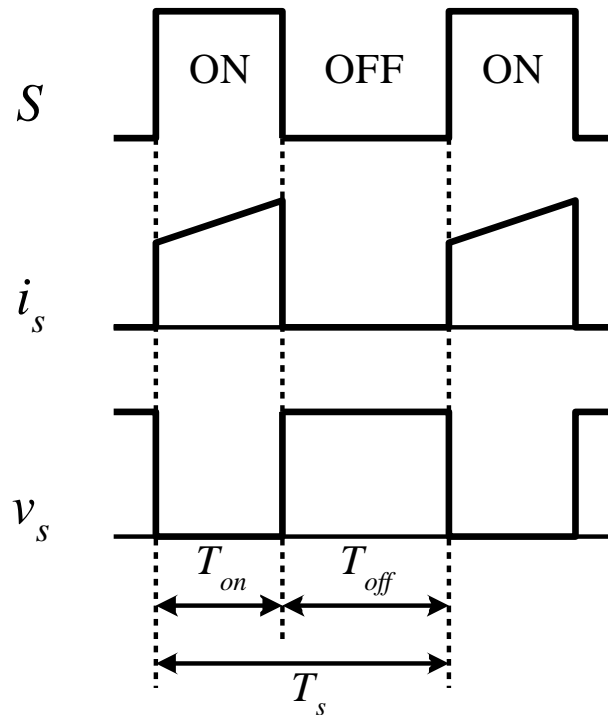


図 1.3 スwitchの状態とスイッチング波形

第 3 節 降圧形・昇圧形・昇降圧形コンバータ

DC-DC コンバータのうちで最も基本的な回路はトランスを除く基本要素を 1 個ずつ用いて構成された，降圧形，昇圧形，昇降圧形 DC-DC コンバータである．図 1.4 にこれらの基本回路を示す．以下，これら基本的なコンバータ回路についてリアクトル電流が連続する場合の動作原理を明らかにし，電圧変換率を求める．簡単化のため，スイッチを理想的のスイッチとし，その他のすべてにおける回路要素の内部抵抗を無視する．また，入力電圧 V_i ，出力電圧 V_o をとし，リアクトルおよびコンデンサの値が十分大きく，リアクトル電流とコン

デンス電圧に含まれるリップルが十分小さいと仮定する.

第 1 項 降圧形コンバータ

図 1.4(a)に示す回路は降圧形コンバータである. スイッチがオンのとき, リアクトル L に電圧 $(V_i - V_o)$ を加える.

この期間に, リアクトル L は電圧 $(V_i - V_o)$ で励磁エネルギーをため, 磁束の増加分は,

$$\Delta\phi_{on} = (V_i - V_o)T_{on} \quad \dots(1.4)$$

スイッチがオフのとき、リアクトル電流が連続のため、ダイオードがオンとなる。出力電圧 V_o がオン時と逆方向にリアクトル L に加えられる。この間、リアクトル L の磁束はリセットされ、磁束の減少分は、

$$\Delta\phi_{off} = V_o T_{off} \quad \dots(1.5)$$

となる。定常状態では、リアクトル L の磁束の増加分と減少分が等しくなり、降圧形コンバータの電圧変換率 M は次式のように求められる。

$$M = D \quad \dots(1.6)$$

時比率 D が 1 より小さいため、このコンバータは直流電圧を降圧させる変換器となる。

第 2 項 昇圧形コンバータ

図 1.4(b)は昇圧形コンバータの回路である。スイッチがオンのとき、入力電圧 V_i がリアクトル L に加えられる。リアクトル L は入力電圧 V_i で励磁され、オンの期間における磁束の増加分は、

$$\Delta\phi_{on} = V_i T_{on} \quad \dots(1.7)$$

となる。スイッチがオフのとき、リアクトル電流が連続のため、ダイオードがオンとなる。電圧 $(V_o - V_i)$ がオン時と逆方向にリアクトル L に加えられ、リアクトルの磁束はリセットされる。オフ期間における磁束の減少分は

$$\Delta\phi_{off} = (V_o - V_i) T_{off} \quad \dots(1.8)$$

となる。定常状態では、リアクトル磁束の増加分と減少分が等しいとし、昇圧形コンバータの電圧変換率は次式のように求められる。

$$M = \frac{1}{D} \quad \dots(1.9)$$

時比率 D は 1 より小さいため、このコンバータは直流電圧を昇圧させる変換器となる。

第 3 項 昇降圧形コンバータ

図 1.4(c)に示す回路は昇降圧形コンバータである。スイッチがオンのとき、入力電圧 V_i がリアクトル L に加えられ、リアクトル L は励磁される。オンの期間にリアクトル磁束の増加分は

$$\Delta\phi_{on} = V_i T_{on}$$

となる。

スイッチがオフのとき、リアクトル電流が連続のため、ダイオードがオンとなる。出力電圧 V_o がオン時と逆方向にリアクトル L に加えられる。この間、リアクトル L の磁束はリセットされ、磁束の減少分は

$$\Delta\phi_{off} = V_o T_{off} \quad \dots(1.11)$$

となる。定常状態では、リアクトル磁束の増加分が減少分と等しいと置くことにより、昇降圧形コンバータの電圧変換率は、

$$M = \frac{D}{D'} \quad \dots(1.12)$$

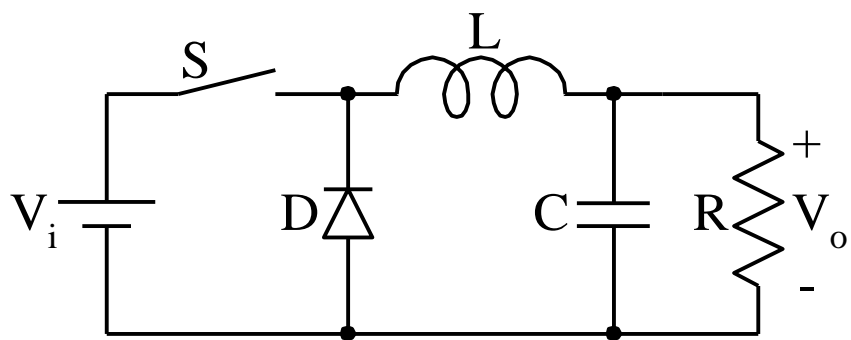
となる。

このコンバータでは、直流電圧の降圧と昇圧が両方とも可能であり、出力電圧を任意のレベルに設定することができ、昇降圧形変換器となる。

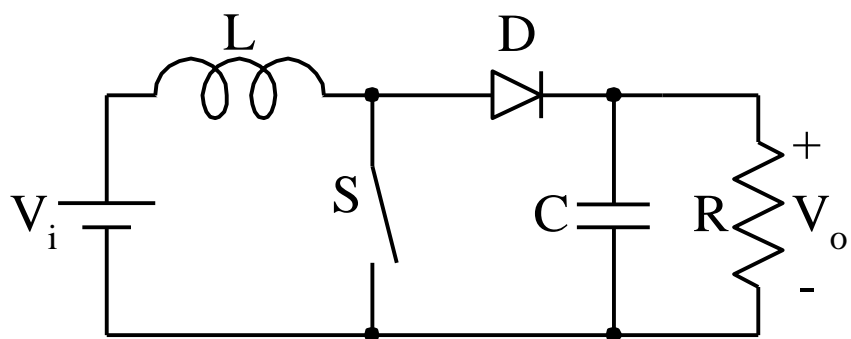
以上求めた降圧形、昇圧形、昇降圧形コンバータの電圧変換率を図 1.5 に示す。

図 1.5 より、スイッチの時比率 D を制御することによって、出力電圧を調整できることがわかる。

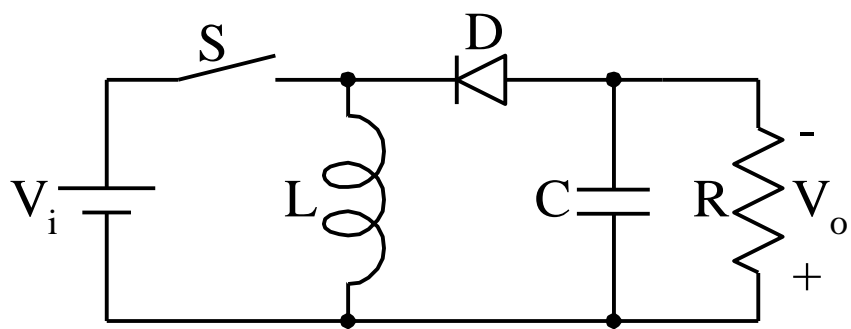
降圧形，昇圧形，昇降圧形コンバータについて，エネルギーの蓄積と放出の観点からも動作原理を説明できる．リアクトルの励磁はエネルギーの蓄積，リアクトル磁束のリセットはエネルギーの放出と同意味を持つ．よって，以上の基本コンバータ回路では，スイッチがオンのとき，エネルギーが入力電源からリアクトルに蓄積され，スイッチがオフのとき，蓄積されたエネルギーが負荷に放出されるという形態になる．以上のコンバータはスイッチの時比率でエネルギーの蓄積と放出を制御し，所用の直流出力を得る方式となり，エネルギー蓄積形とも呼ばれる．リアクトルはエネルギー蓄積用リアクトルとなる．



(a) 降压形コンバータ



(b) 昇圧形コンバータ



(c) 昇降圧形コンバータ

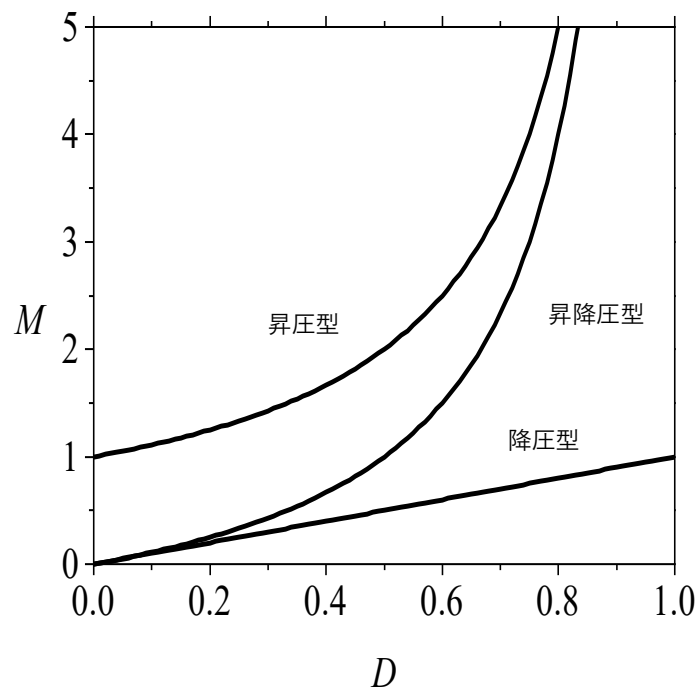


図 1.5 PWM コンバータの制御特性

第 2 章 スイッチング回路解析の手法

第 1 節 状態平均化方程式

スイッチング方式 DC-DC コンバータはスイッチがオン・オフを繰り返しているため、回路は非線形となり、その動作解析は非常に複雑になる。しかし、DC-DC コンバータは直流電力を得るために低域周波数フィルタを用いており、通常スイッチング周波数が回路の固有周波数に比べて十分高く選ばれる。そのため 1 スwitchング周期当たりにおいて、リアクトル電流及びコンデンサ電圧の変化は折れ線近似できる。このような場合、電流または電圧の 1 スwitchング周期当りの平均値を変数とすることによりスイッチを含む非線形回路に対しても、

線形的な取扱いが可能となる. このような DC-DC コンバータの線形近似による動作解析法を状態平均化法という.

第 1 項 状態平均化方程式

コンバータを構成する半導体スイッチが図 2.1 に示すように、オン・オフ動作を繰り返すとする。それぞれの状態に対する回路が線形回路であり、各回路に基づき、次のような状態方程式と出力方程式が得られる。

状態 I : (スイッチがオン, $kT_s \leq t \leq kT_s + T_{on}$)

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + B_1 U \quad \dots(2.1)$$

$$y(t) = c_1 x(t) + e_1 U \quad \dots(2.2)$$

状態 II : (スイッチがオフ, $kT_s + T_{on} \leq t \leq \overline{k + 1}T_s$)

$$\frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + B_2 U \quad \dots(2.3)$$

$$y(t) = c_2 x(t) + e_2 U \quad \dots(2.4)$$

ここで、状態ベクトル $x(t)$ の各要素となる状態変数には、リアクトル電流やコンデンサなどの連続量が選ばれる。 $y(t)$ はコンバータの出力を表している。

U は動作点を与える入力量ベクトルであり、その要素には互いに独立した物理量を選ぶ必要がある。

出力は状態変数の要素そのものと一致しないこともあり、そのとき、式(2.2), (2.4)のように、出力は状態変数の各要素の線形的な結合で表せる。また、 $A_1, B_1, c_1, e_1, A_2, B_2, c_2, e_2$ はそれぞれ回路パラメータにより決定される係数行列である。

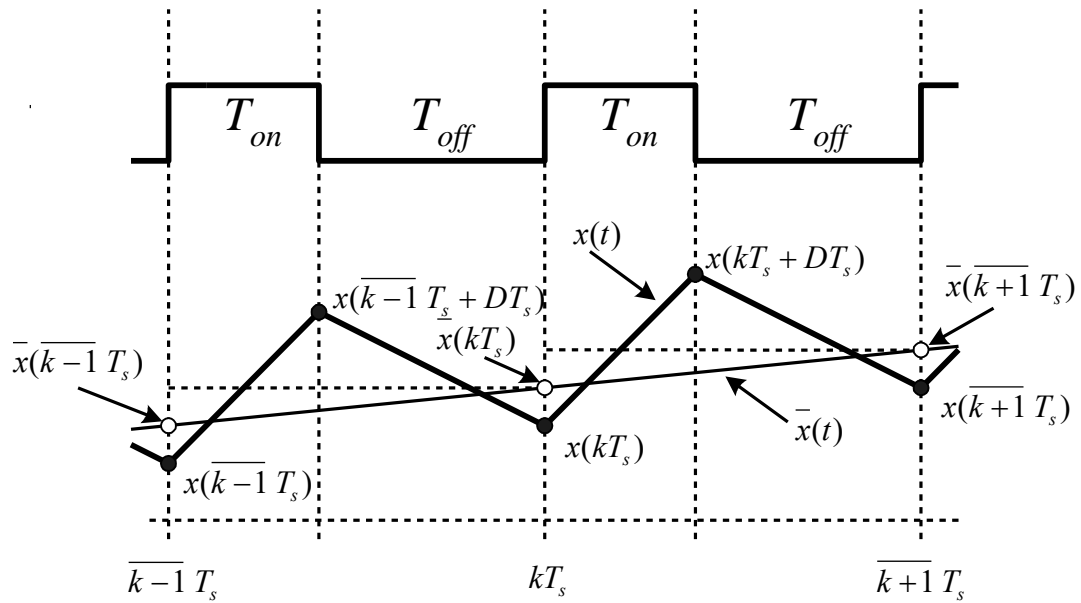


図 2.1 スwitchの動作とコンバータの状態変化

コンバータ回路の固有周波数に比べてスイッチング周波数が十分高い時には、各微小期間 T_{on} , T_{off} における状態変数の変化を図 2.1 に示すように、直線で近似することができ、各期間の最終値は

$$x(kT_s + T_{on}) = x(kT_s) + \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=kT_s} \cdot T_{on} \quad \dots(2.5)$$

$$\overline{x(k+1T_s)} = x(kT_s + T_{on}) + \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=kT_s + T_{on}} \cdot T_{off} \quad \dots(2.6)$$

と表される。式(2.5), (2.6)の微分係数に式(2.1), (2.2)を用いると、

$$\begin{aligned}
x(kT_s + DT_s) &= x(kT_s) + DT_s \{A_1 x(kT_s) + B_1 U\} \\
&= (I + DT_s A_1)x(kT_s) + DT_s B_1 U
\end{aligned}
\tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}
x(\overline{k+1}T_s) &= x(kT_s + DT_s) + D'T_s \{A_2 x(kT_s + DT_s) + B_2 U\} \\
&= (I + D'T_s A_2)x(kT_s + DT_s) + D'T_s B_2 U
\end{aligned}
\tag{2.8}$$

が得られる。式(2.8)において、 $\overline{k+1}$ を k に置き換えると、

$$x(kT_s) = (I + D'T_s A_2)x(\overline{k - 1T_s} + DT_s) + D'T_s B_2 U \quad \dots(2.9)$$

となる。これを式(2.7)に代入し、2 次の微小項を無視して整理すると、

$$x(kT_s + DT_s) = (I + DT_s A_1 + D'T_s A_2)x(\overline{k - 1T_s}) + DT_s B_1 U \quad \dots(2.10)$$

が得られる。同様に、式(2.7)を式(2.8)に代入し、2 次の微小項を無視して整理すれば、次式が得られる。

$$x(\overline{k + 1T_s}) = (I + DT_s A_1 + D'T_s A_2)x(kT_s) + (DT_s b_1 + D'T_s b_2)U \quad \dots(2.11)$$

この式において、 $\overline{k + 1}$ を k に置き換えると、

$$x(kT_s) = (I + DT_s A_1 + D'T_s A_2)x(\overline{k - 1T_s}) + (DT_s b_1 + D'T_s b_2)U \quad \dots(2.12)$$

となる。そこで式(2.12)と式(2.10)との和に $D/2$ を、式(2.10)と式(2.11)との和に

$D/2$ を掛けて、両者の和を取れば、

$$\begin{aligned} & \frac{D\{x(kT_s) + x(kT_s + DT_s)\} + D'\{x(kT_s + DT_s) + x(\overline{k + 1T_s})\}}{2} \\ &= (I + DT_s A_1 + D'T_s A_2) \cdot \frac{D\{x(\overline{k - 1T_s}) + x(\overline{k - 1T_s} + DT_s)\} + D'\{x(\overline{k - 1T_s} + DT_s) + x(kT_s)\}}{2} + (DT_s b_1 + D'T_s b_2)U \end{aligned} \quad \dots(2.13)$$

が求まる。一方、状態変数を図 2.1 に示すように線形近似し、1 スイッチング周期 T_s において状態変数の平均値を求めると、

$$\bar{x}(kT_s) = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} x(t) dt = \frac{D\{x(\overline{k-1T_s}) + x(\overline{k-1T_s} + DT_s)\} + D'\{x(\overline{k-1T_s} + DT_s) + x(kT_s)\}}{2} \quad \dots(2.14)$$

$$\bar{x}(\overline{k+1T_s}) = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} x(t) dt = \frac{D\{x(kT_s) + x(kT_s + DT_s)\} + D'\{x(kT_s + DT_s) + x(\overline{k+1T_s})\}}{2} \quad \dots(2.15)$$

が得られる。したがって、式(2.13)は状態変数の平均値に関する方程式

$$\bar{x}(\overline{k+1T_s}) = (I + DT_s A_1 + D'T_s A_2) \bar{x}(kT_s) + (DT_s b_1 + D'T_s b_2) U \quad \dots(2.16)$$

となる。これはまた線形差分方程式

$$\frac{\bar{x}(\overline{k+1T_s}) - \bar{x}(kT_s)}{T_s} = (DT_s A_1 + D'T_s A_2) \bar{x}(kT_s) + (DT_s b_1 + D'T_s b_2) U \quad \dots(2.17)$$

に整理される。ここで、図 2.1 の太い破線で示されるように、離散変数 kT_s を連続変数 t に置き換え、この差分方程式を微分方程式

$$\frac{dx(t)}{dt} = A \bar{x}(t) + BU \quad \dots(2.18)$$

により近似する。ここで

$$\left. \begin{aligned} A &= DA_1 + D'A_2 \\ B &= DB_1 + D'B_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots(2.19)$$

この方程式はスイッチのオン・オフの状態方程式(2.1), (2.3)をオン・オフ時間に応じて平均した形で表されており、そのため、状態平均化方程式と呼ぶ。これは PWM コンバータの動作解析の上で基本的な方程式となる。

ここで、式(2.5)と式(2.6)が得られたように、状態変数はオン・オフ期間の境界で連続であることが必要である。

一方、コンバータの出力に関して、その平均値は

$$\bar{y}(kT_s) = \frac{1}{T_s} \left\{ \int_{\bar{k}T_s}^{\bar{k}T_s + DT_s} c_1 x(t) dt + \int_{\bar{k}T_s + DT_s}^{kT_s} c_2 x(t) dt \right\} + (De_1 + D'e_2)U \quad \dots(2.20)$$

となる。

オン・オフ期間の状態変数を平均値で近似すれば、式(2.20)は

$$\bar{y}(kT_s) = (Dc_1 + D'c_2)\bar{x}(kT_s) + (De_1 + D'e_2)U \quad \dots(2.21)$$

となる。したがって,

$$\bar{y}(t) = c\bar{x}(t) + eU \quad \dots(2.22)$$

となる。ここで,

$$\left. \begin{aligned} c &= Dc_1 + D'c_2 \\ e &= De_1 + D'e_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots(2.23)$$

出力もスイッチのオン・オフ時間に応じて平均した形で表される。

第 2 項 定常状態

定常状態では、リアクトル電流とコンデンサ電圧の平均値には変化がなく、直流値 X となり、次式が成り立つ。

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = 0 \quad \dots(2.24)$$

上式を式(2.18)に用いれば、定常状態におけるリアクトル電流とコンデンサ電圧は次式で求められる。

$$X = -A^{-1}BU \quad \dots(2.25)$$

ここで、 A^{-1} は A の逆行列である。また、コンバータの出力は式(2.22)より、

$$Y = cX + eU = (-cA^{-1}B + e) \cdot U \quad (2.26)$$

と求められる。式(2.25), (2.26)より, コンバータの電圧変換率, 負荷特性, リプル率などの静特性が求められる。

第 3 項 動特性

前項で述べた定常状態において, 入力量, 時比率などの微小変動が生じた場合の低周波小信号動特性を解析する。

入力量ベクトル U , 時比率 D などにそれぞれ微小変動が生じる。式(2.18)と式(2.22)において

$U \rightarrow U + \Delta U(t)$, $D \rightarrow D + \Delta D(t)$ に対し $\bar{x} \rightarrow X + \Delta X(t)$, $\bar{y} \rightarrow Y + \Delta Y(t)$ とすると,

$$\frac{d(X + \Delta X)}{dt} = \left(A + \frac{\partial A}{\partial D} \Delta D \right) (X + \Delta X) + \left(B + \frac{\partial B}{\partial D} \Delta D \right) (U + \Delta U) \quad \dots(2.27)$$

$$Y + \Delta Y = \left(c + \frac{\partial c}{\partial D} \Delta D \right) (X + \Delta X) + \left(e + \frac{\partial e}{\partial D} \Delta D \right) (U + \Delta U) \quad \dots(2.28)$$

となる。時比率 D に対する行列 A, B, c, e の偏微分は式(2.19), (2.23)より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} [DA_1 + (1-D)A_2] = A_1 - A_2 \\ \frac{\partial B}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} [DB_1 + (1-D)B_2] = B_1 - B_2 \\ \frac{\partial c}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} [Dc_1 + (1-D)c_2] = c_1 - c_2 \\ \frac{\partial e}{\partial D} &= \frac{\partial}{\partial D} [De_1 + (1-D)e_2] = e_1 - e_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots(2.29)$$

上式及び定常状態を式(2.27), (2.28)に代入し, さらに, 線形近似 (2 次の微小項を無視) すると, 下の
ような式になる.

$$\frac{d\Delta X}{dt} = A \cdot \Delta X + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] \cdot \Delta D + B \cdot \Delta U \quad \dots(2.30)$$

$$\Delta Y = c \cdot \Delta X + [(c_1 - c_2)X + (e_1 - e_2)U] \cdot \Delta D + e \cdot \Delta U \quad \dots(2.31)$$

この式にラプラス変換を施せば, 平均値の微小変動分に対し, 次の結果が得られる.

$$\Delta X(s) = (sI - A)^{-1} \{[(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] \cdot \Delta D(s) + B \cdot \Delta U(s)\} \quad \dots(2.32)$$

$$\Delta Y(s) = c \cdot \Delta X(s) + [(c_1 - c_2)X + (e_1 - e_2)U] \cdot \Delta D(s) + e \cdot \Delta U(s) \quad \dots(2.33)$$

これらの式に, 降圧形・昇圧形・昇降圧形の各回路の対応した係数行列 $A_1, B_1, c_1, e_1, A_2, B_2, c_2, e_2$ を代
入し, 出力電圧変動に着目すると, コンバータの伝達関数が求められる.

以上求めた小信号特性は, 式(2.17)に示すスイッチング周波数でサンプリングする離散モデルを式(2.18)
に示す連続モデルで近似した平均化に基づくものである. 微小変動の周波数がスイッチング周波数より十分
低い場合(一般的にはスイッチング周波数の 10 分の 1 以下)に, 小信号特性が正確になる.

第 5 節 拡張状態平均化法

スイッチングコンバータは回路の応答を支配する固有振動周波数がスイッチング周波数に比べて十分に低いために、1 スwitchング周期内の電圧および電流波形を折れ線で近似する、いわゆる線形化近似の解析手法を用いることができることを前節の状態平均化法で述べた。しかし、電流不連続モードでの動作および共振形コンバータの場合には、上記のような電圧・電流波形の折れ線近似が適用できない。

本節では、状態平均化法の本質が折れ線近似ではなく、高周波信号の 1 スwitchング周期間の平均値にあることに着目し、PWM 形および共振形を含む一般のスイッチングコンバータすべてに適用できる拡張状態平均化法を説明する。

図 2.2 は、一般的なスイッチングコンバータの構成図を示しており、高周波でスイッチング動作する回路にスイッチング周波数より十分低い遮断周波数の低減フィルタを構成するインダクタンス L およびキャパシタンス C が接続されている。このとき、次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Gy \\ x &= [i_L \quad v_C]^T, y = [v_L \quad i_C]^T, G = \begin{bmatrix} 1/L & 0 \\ 0 & 1/C \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad \dots(2.34)$$

この式から、1 周期での x の差分が次のように表される。

$$\overline{x(k+1T_s)} - x(kT_s) = G \int_{kT_s}^{\overline{k+1T_s}} y dt \quad \dots(2.35)$$

さらに、この式の両辺をスイッチング周期 T_s で割れば、

$$\frac{x(k+1T_s) - x(kT_s)}{T_s} = \frac{G}{T_s} \int_{kT_s}^{k+1T_s} y dt = G\bar{y} \quad \dots(2.36)$$

が導かれる。ただし、 \bar{y} は 1 周期 T_s 内での y の平均値を示している。一般に LC フィルタの遮断周波数はスイッチング周波数より十分低く、したがって、コンバータの低周波領域での特性はほとんどこれらの低周波用の L , C で支配されるので、コンバータの低周波領域での特性を理解するには、 L , C に関する状態変数 x の振舞いを決定すればよい。通常、図 2.3 に示すように x の高周波成分は十分小さいのでこれを無視し、 x の低周波成分をとる。一方、補助変数はおもに高周波成分で構成されている。そこで、式 (2.36) 差分方程式を次のような低周波領域での微分方程式で近似する。

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = G\bar{y} \quad \dots(2.37)$$

ただし、1 周期の \hat{x} の変化は十分小さいと仮定し、 \hat{x} を一定として \bar{y} を求めることにする。この式がスイッチングコンバータの低周波領域における一般の基礎方程式である。以上の解析手順をまとめて次に示す。

手順Ⅰ： 低周波用のインダクタ電流およびキャパシタ電圧を直流電源で置き換える。

手順Ⅱ： 残りの高周波部のコンバータ回路に対して、その定常状態を求め、1 周期の動作を決定する。

手順Ⅲ： 低周波用のインダクタの電圧とキャパシタの電流の 1 周期の平均値を求め、それを手順①で置き

換えた直流電源の関数として表す.

手順Ⅳ： その直流電源を低周波の状態変数とみなし、式（2.30）を用いて、基礎方程式を
求める。



図 9.9 軟性フライバックコンバータの構成図

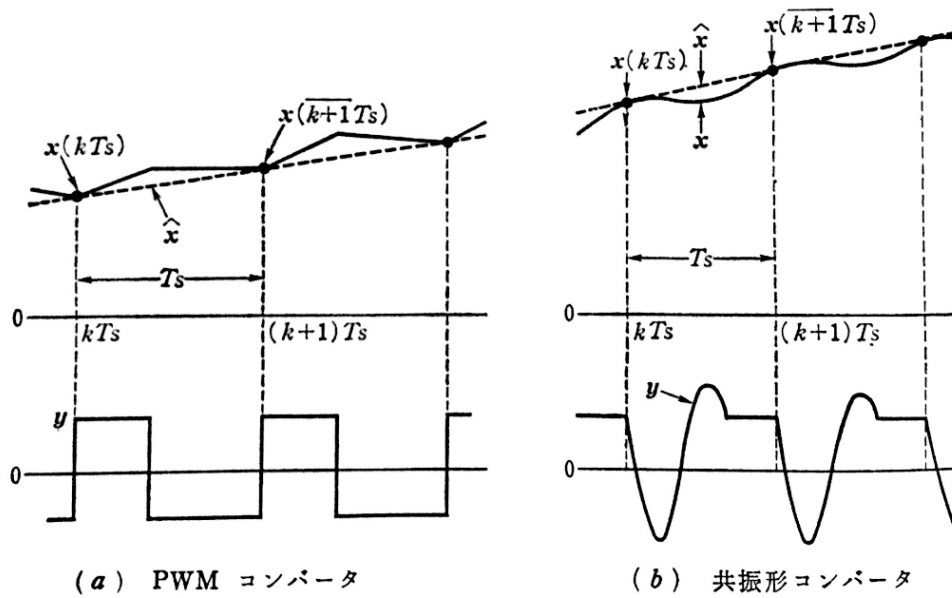


図 9.10 平滑コンダクタの定数 \$T_s\$ の概念波形

3 章 共振コンバータの回路方式

1 節 スイッチング損失とダイオードの電圧

1 項 スイッチング損失

半導体スイッチ素子がスイッチング動作を行う際、一定のスイッチング時間、すなわちターンオン時間 t_{on} とターンオフ時間 t_{off} が存在し、その間、スイッチの電圧と電流はいずれも零にならない。接合形のパワートランジスタの場合、だいたい数 μs ～数十 μs 程度のターンオン・ターンオフ時間がある。パワートランジスタの場合、ターンオフの蓄積時間が特に長い。これに対し、パワー-MOSFET のスイッチング時間は数十 ns ～数百 ns に短縮されている。パワー-MOSFET の場合、ターンオフ時の蓄積時間はないが、数百 ns 程度のターンオフ遅延時間が存在する。

スイッチングコンバータの場合、スイッチング時におけるスイッチの電流波形と電圧波形は、回路方式によって異なるが一般には主として線形的に変化するとされる。図 3.1 は非絶縁型の PWM コンバータにおけるスイッチング波形を、PWM スイッチを用いて示したものである。ただし、スイッチのターンオン・ターンオフ遅延時間を無視し、ダイオードが理想的であると仮定している。

ターンオンの際、ベース電流またはゲート・ソース間電圧の増加とともに、スイッチの電流 i_r が電流上昇時間 t_{ir} をもって上昇する。しかし、この間ダイオードにまだ電流が流れているため、ダイオードの電圧降下が零であり、電圧 V_{AP} がスイッチに降下し、オフ電圧 $V_{OFF}(=V_{AP})$ はそのままスイッチにかかる。

スイッチを流れる電流 i_s が上昇し、 I_c に達すると、ダイオードの電流が零となり、ダイオードはオフ状態になる。

この後、スイッチの電圧 v_s は電圧降下時間 t_{vf} をもって零まで降下する。スイッチが完全にターンオンされると、電圧 V_{AP} はダイオードに降下する。

ターンオフの際、ベース電流またはゲート・ソース間電圧の減少とともに、スイッチの等価的な抵抗が大きくなり、スイッチにかかる電圧は電圧上昇時間 t_{vr} をもって上昇する。この間、ダイオードがまだ逆バイアスされているため、ダイオードはオフのままであり、オン電流 $I_o (=I_c)$ はそのままスイッチを流れ続ける。スイッチの電圧 v_s が上昇し、 V_{AP} に達すると、ダイオードがターンオンされ、電流がダイオードに流れ出す。スイッチの電流 i_s は電流降下時間 t_{if} をもって零まで減少する。スイッチが完全にターンオフされると、電流 I_c がダイオードを通して流れる。

その結果、スイッチング波形は図 3.1(b) のようになり、スイッチングの際、電流と電圧の重なりが生じ、スイッチ素子に電力損失が発生する。これはスイッチング損失となり、熱として放散される。図 3.1(b) の波形 p_s はその電力損失を表す。1 スwitchング周期につき、スイッチ素子で消費されたエネルギーは図 3.1(b) の p_s の面積となり、

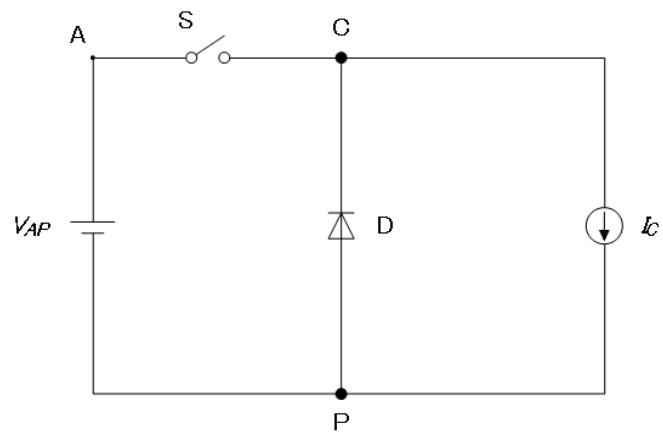
$$\text{ターンオン： } W_{ton} = \frac{1}{2} V_{OFF} I_{ON} t_{on} \quad \cdots \dots (3.1)$$

$$\text{ターンオフ： } W_{toff} = \frac{1}{2} V_{OFF} I_{ON} t_{off} \quad \cdots \dots (3.2)$$

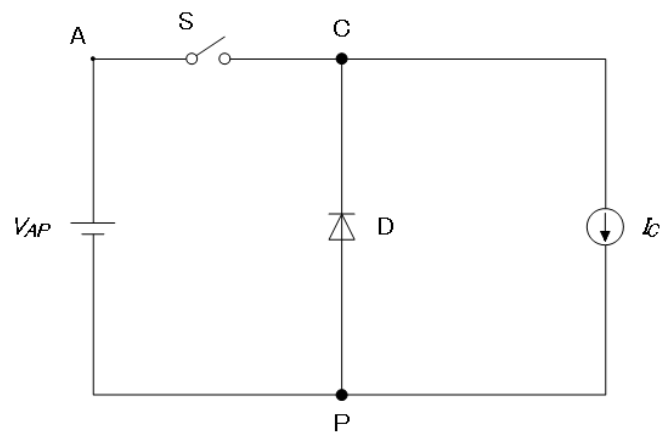
と求められる。消費されたエネルギーはターンオン時間 t_{on} とターンオフ時間 t_{off} と正比例しており、高速のスイッチング素子を用いることにより、低減できることが分かる。

このエネルギーはスイッチングを行うたびに消費され、電力損失はスイッチング周波数と正比例し、スイッチン

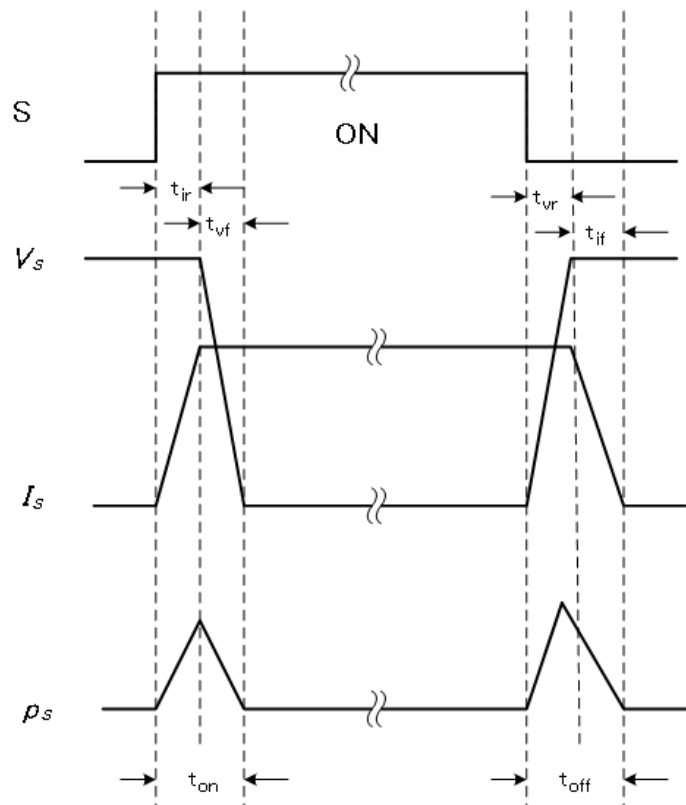
グコンバータの高周波化に際して大きな障害となる。スイッチング損失としては、スイッチング時に発生する電流と電圧の重なりによる損失のほか、次の項で述べるスイッチの寄生容量によってターンオン時に発生する損失と、寄生インダクタンスによってターンオフ時に発生する損失などが存在する。



(a)



(a)



(b)

図 3.1 MOSFET のスイッチング波形

2 項 寄生容量と寄生インダクタンス

ダイオードや接合形トランジスタスイッチや MOSFET スwitchなどの半導体素子には、 p_r 接合に空乏層が生じるため、寄生容量が存在する。MOSFET スwitchのドレイン・ソース間容量は特に大きい。また、トランスには励磁インダクタンスや漏れインダクタンスなどの寄生インダクタンスが存在する。さらに、半導体素子のリード線にも、回路接続線にも寄生的なインダクタンスが存在する。高周波スイッチングコンバータでは、これら寄生リアクタンスはコンバータの動作に大きな影響を与える。例として、図 3.2 にフォワードコンバータの回路図を

示す. ここで, L_M はトランスの励磁インダクタンス, L_1, L_2, L_3 はトランスの漏れインダクタンスを表す. C_s は半導体スイッチの寄生容量, C_{d1}, C_{d2}, C_{d3} はダイオードの寄生容量である. 図 3.2 では, 半導体のリード線, コンバータの接続線によるインダクタンスはそれぞれ L_1, L_2, L_3 に含まれているとする. これらの寄生容量, 寄生インダクタンスのほかにトランス 1 次側の巻線間, 2 次側の巻線間, そして 1 次側と 2 次側の巻線の間に巻線による寄生容量が存在する.

さらに, 平滑インダクタには巻線による寄生容量, 平滑コンデンサには等価直列インダクタンスなどがあるが, ここではこれらを見捨てる.

一般的にいえば, 図 3.3 に示すように, 寄生容量 C_p はスイッチまたはダイオードと並列に, 寄生インダクタンス L_p はそれと直列に接続される形になる. これらの寄生インダクタンスと寄生容量によって, スイッチングを行う際多大な電圧サージ, または電流サージが発生する. 以下, そのサージの発生機構を明らかにする.

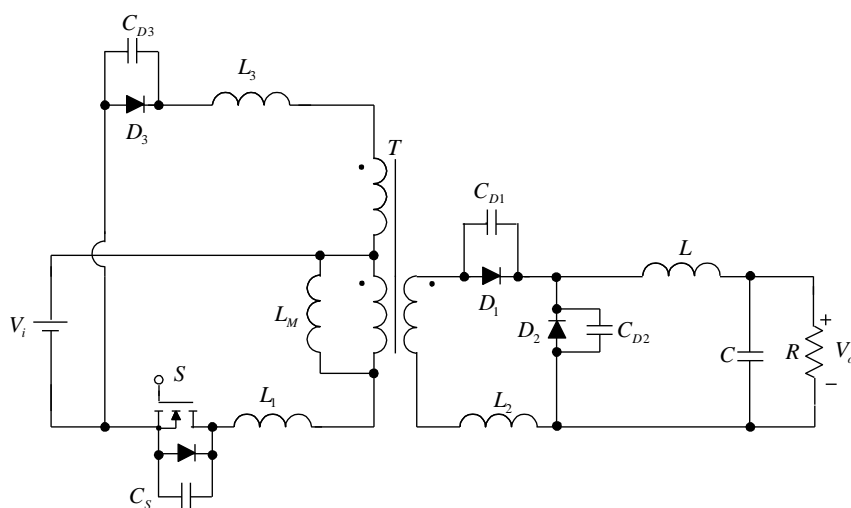
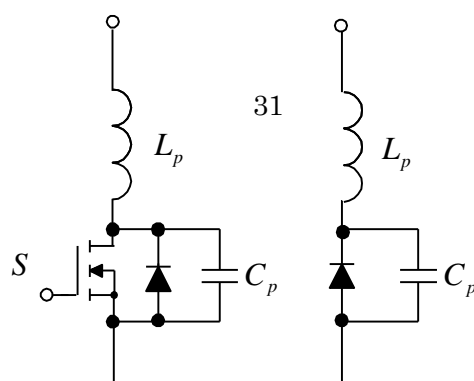


図 3.2 フォーマルパワーストックの等価回路



3 項 ダイオード逆回復による電圧サージ

ダイオードを順方向バイアスの状態から逆バイアスにさせたとき、蓄積電化のため、逆方向に電流が流れる。

図 3.4 は逆回復の状態を示す等価回路である。

ダイオードに定常電流 I_D が流れているオン状態で、スイッチの動作によって逆電圧 V_R がダイオードに加えられるとする。このとき、直列の寄生インダクタンスのため、ダイオードの電流は瞬間に零にはならず、オン状態が続く。等価回路は図 3.4(b)となる。規制インダクタンスに逆電圧 V_R が加えられ、規制インダクタンスの電流は

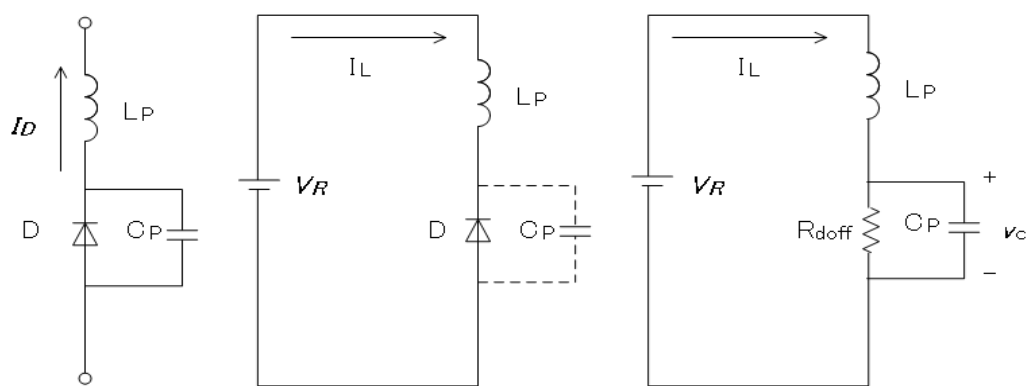
$$i_L = -I_D + \frac{V_R}{L_P} \cdot t \quad \dots(3.3)$$

そしてダイオードの電流は急速に減少し零となる。ダイオードの蓄積電化のため電流が零になっても、逆電流を阻止する状態には入らず、ダイオードはオン状態のままであり、逆電流が流れる。この逆電流によって、蓄積電化がすべて引き出されると、ダイオードに空乏層が生じ、逆電流を阻止する状態となる。そのときのダイオードの逆電流 I_{RR} をとす。この時点で寄生インダクタンス L_P に蓄積されるエネルギーは

$$W_L = \frac{1}{2} L_P I_{RR}^2 \quad \dots(3.4)$$

である。

ダイオードが逆電流を阻止する状態になると、寄生インダクタンスに蓄積されたエネルギーはダイオードの空乏層容量を充電し、等価回路は図 3.4(c)となる。



図では、 C_p はダイオードの空乏層容量などの寄生容量、 R_{doff} は蓄積電荷が引き出された状態のダイオードの等価抵抗を表す。この抵抗も小さな値(ダイオードオン抵抗)から大きな値(ダイオードオフ抵抗)までに変化するが、ここでは定数と仮定する。また、回路の寄生損失抵抗にもこの R_{doff} は含まれているものとする。この等価回路は図 3.4(b)に示したスイッチターンオフ時の等価回路とまったく同一である。したがってダイオード

$$\left. \begin{aligned} \text{の逆電圧 } v_c &= V_A e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \phi) + V_R \\ \text{と電流 } i_L & \text{ はそれぞれ} \\ i_L &= V_A / R_{doff} \cdot e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \phi) + V_R / R_{doff} - \alpha C_p V_A e^{-\alpha t} \sin(\omega t - \phi) \\ &\quad + \omega C_p V_A e^{-\alpha t} \cos(\omega t - \phi) \end{aligned} \right\} \dots(1.21)$$

と求められる。ただし、...(3.5)

$$\left. \begin{aligned} V_A &= \sqrt{V_R^2 + (\alpha/\omega)^2 (2R_{doff} I_{RR} - V_R)^2} \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{V_R}{(\alpha/\omega)(2R_{doff} I_{RR} - V_R)} \end{aligned} \right\} \dots(1.22)$$

である。ここで、...(3.6)

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2R_{doff} C_p} \\ \omega &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\sqrt{L_p / C_p} \right)^2}} \end{aligned} \right\} \dots(1.23)$$

...(3.7)

ダイオードの逆電流が大きいことに加え、寄生インダクタンスが大きく、寄生容量が小さいとき、この電圧サージのピーク値が大きくなる。逆回復が遅いダイオードの場合、逆電流が大きくなり、その結果、高い電圧サージが発生する。式(3.4)に示す寄生インダクタに蓄積されたエネルギーはダイオードのオフの間、回路内部の寄生抵抗で消費される。これによる電力損失もスイッチング周波数に正比例する。ダイオードが逆バイア

したがって、ダイオードがターンオンの場合、スイッチターンオン時のような電流サージはない。次節では、本節で述べたスイッチング損失を大幅に低減するソフトスイッチングについて説明する。

2 節 ソフトスイッチング

一般に、スイッチング周波数を高周波化することでトランスやインダクタなどの磁気素子及びキャパシタを小型化することができる。しかしスイッチング周波数を高くすることはスイッチング回数が多くなってしまう。スイッチのオン・オフ動作は半導体スイッチを用いて行うが、半導体スイッチは瞬時にオン・オフすることが出来ないためオン時からオフ時になる時に多少の時間がかかる。このとき、スイッチの電圧・電流が値を持っているため、スイッチング損失が発生する。また、スイッチの寄生容量に蓄積された電荷、及び回路内の寄生インダクタンスの蓄積エネルギーによりスイッチング時にサージ電圧が発生する事を考慮して、スイッチの破壊を避けるためにスイッチの耐圧を大きくする必要が生じてくる。サージ電圧はスイッチングノイズの原因となるうえ、スイッチの耐圧を大きくするとスイッチの導通損も増加してしまう。これらの損失やノイズはスイッチング周波数が高いほど大きくなってしまいうため、スイッチング周波数をあげることでこういった問題が大きく影響してしまう。

そこで、このスイッチング損失やノイズを低減するためにスイッチング時の電流または電圧を零としてスイッチング損失を零とするソフトスイッチングという方式を用いる。零電流で行うスイッチング動作を ZCS 動作、零電圧で行うスイッチング動作を ZVS 動作と呼ぶ。これらのソフトスイッチングを実現するためには、電流または電圧の共振現象を利用するのが一般的である。まず、スイッチの零電圧スイッチングについて説明する。

図 3.5(a)に示すようにスイッチの寄生容量が充電されていると仮定する。この状態で MOSFET をオン状態にすると、寄生容量の両端が短絡して非常に大きいサージ電圧が発生し、スイッチング損失及びスイッチングノイズが発生してしまう。

そこで図 3.5(b)のように、共振電流を用いて寄生容量に蓄積された電荷を放電し、

寄生容量の両端の電圧が零になったところで図 3.5 (c) のように MOSFET をオン状態にすることによって、サージ電圧が発生することなくスイッチをターンオンできる。このように、共振現象を利用することにより、電流または電圧の急激な変化が抑制されるため、スイッチング時に発生するサージ電圧を低減することが可能となる。

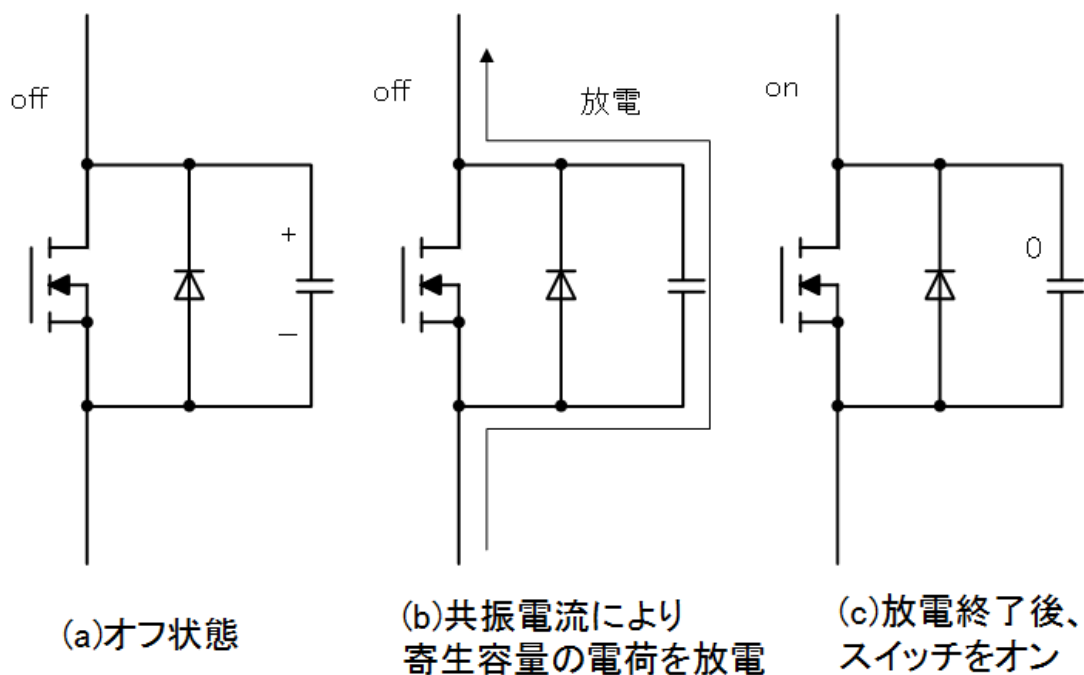


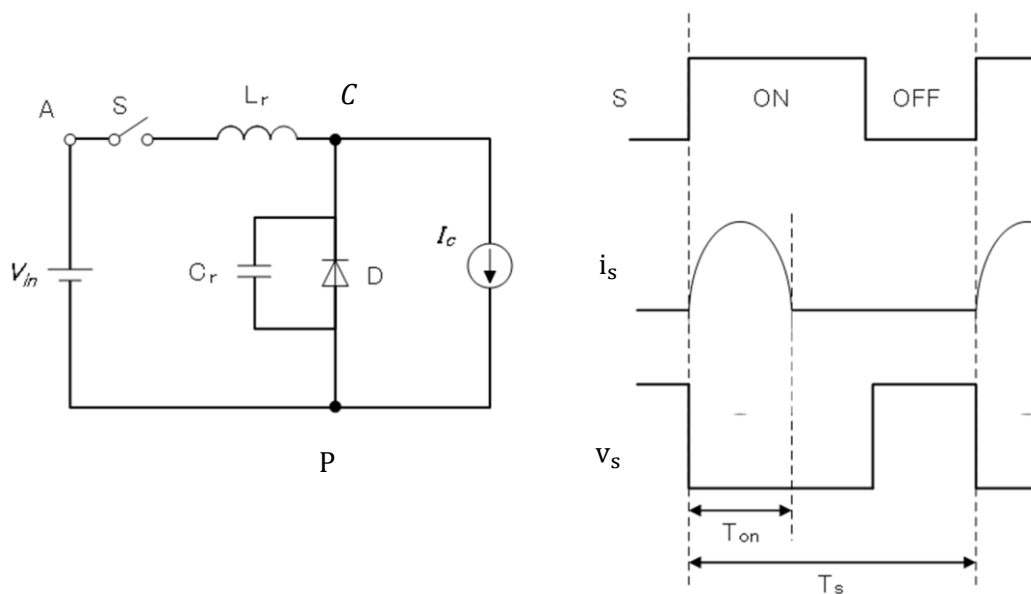
図 3.5 零電圧スイッチング

同様に、スイッチング素子を通る電流が零となったときにスイッチをオフすることによって零電流スイッチング

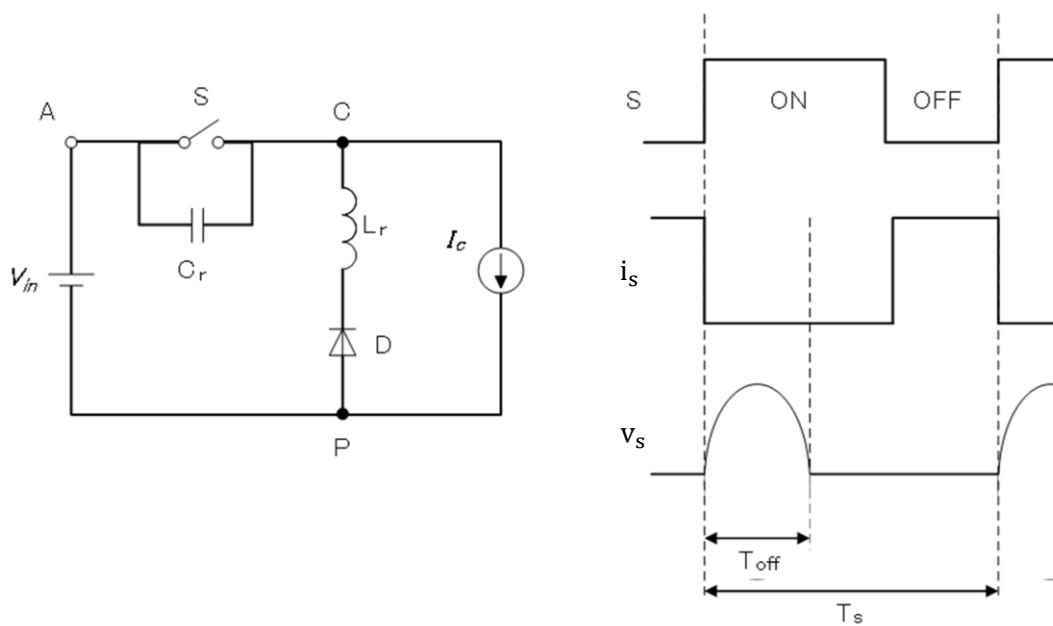
が行われる。次に、このソフトスイッチング技術を使用した共振形コンバータについて説明する。

3 節 共振コンバータ

PWM スイッチにインダクタとキャパシタとの共振回路を結合し、スイッチに流れる電流またはスイッチにかかる電圧の波形を正弦波の一部にするコンバータ回路方式を共振形コンバータと呼ぶ。PWM スイッチと共振回路を組み合わせたものを共振スイッチと称する。図 3.6 に電流共振スイッチと電圧共振スイッチの基本回路および原理的な波形を示す。



(a)電流共振スイッチ ゼロ電流スイッチング



(h)電圧共振スイッチ ゼロ電圧スイッチング

図 3.6 共振スイッチの回路と原理波形

図 3.6(a)の電流共振スイッチでは、共振用インダクタがスイッチと直列に接続され、スイッチを流れる電流の波形が正弦波の一部となる。図 3.6(a)の波形に示すように、スイッチがターンオンされると、スイッチの電流が零から正弦波状に上昇する。電流がピーク値に達すると、また除々に零に減少する。スイッチのターンオフは、電流が零になった後行われる。スイッチは零電流でターンオン・オフされ、このようなスイッチング動作を零電流スイッチングという。

零電流スイッチングでは、スイッチング時に電圧と重なる電流が小さいため、電流と電圧の重なりによるスイッチング損失が低減される。さらに、電流共振スイッチでは、寄生インダクタンスが共振回路に取り組まれるため、寄生インダクタンスによるターンオフサージが低減できる。このようにスイッチを流れる電流が制限波形の一部となるコンバータを電流共振形コンバータと呼ぶ。

電流共振スイッチでは、スイッチオン時の電流パルスの時間幅 T_{on} は共振回路によって決められ、パルス幅制御をするためにオン時間を固定し、スイッチのオフ時間を変える必要がある。一方、電圧共振スイッチの場合、スイッチオフ時の電圧パルスの時間幅 T_{off} は共振回路によって決められ、パルス幅制御を行うには、スイッチのオフ時間を固定しスイッチのオン時間を変えなければならない。

全波か半波によって、共振スイッチは全波形と半波形に分けられる。結果として、両者の場合ともスイッチング周期を変化することになり、共振形コンバータは周波数変調によって制御されることになる。図 3.6 では、スイッチの電流・電圧波形は半波形となっているが、その波形を全波形にすることも可能である。スイッチの電流・電圧の波形が全波か半波によって、共振スイッチは全波形と半波形に分けられる。

次章では共振コンバータであり，今回の研究の対象となったLLC 電流共振コンバータの解析について述べる．

第 4 章 LLC 電流共振形コンバータ

第 1 節 LLC 電流共振形コンバータの使用背景

共振形コンバータは高効率、低ノイズという特徴を持っているが、直列共振形コンバータにはいくつかの問題がある。例として軽負荷の状態では共振電流が減少され、零電圧スイッチング（ZVS）動作が出来なくなるため、効率が減少する。また、負荷変化による制御のため広い周波数範囲が必要である。

このような問題を解決するため、簡単な回路で電流共振形とソフトスイッチングの ZVS を組み合わせた方式である LLC 電流共振形コンバータが開発された。LLC 電流共振形コンバータの回路を図 4.1 に示す。

このコンバータはデッドタイムの時、逆方向に流れる 1 次側の共振電流によりメインスイッチがターンオンする前に寄生容量に溜まっていた電荷を放出することで ZVS 動作を実現することができる。さらに、2 次側の整流ダイオードは、ターンオンする前には電流が零であるため、ZCS 動作ができる。こういった特徴から LLC 電流共振コンバータはスイッチング損失が非常に少なく高効率なものとなる。

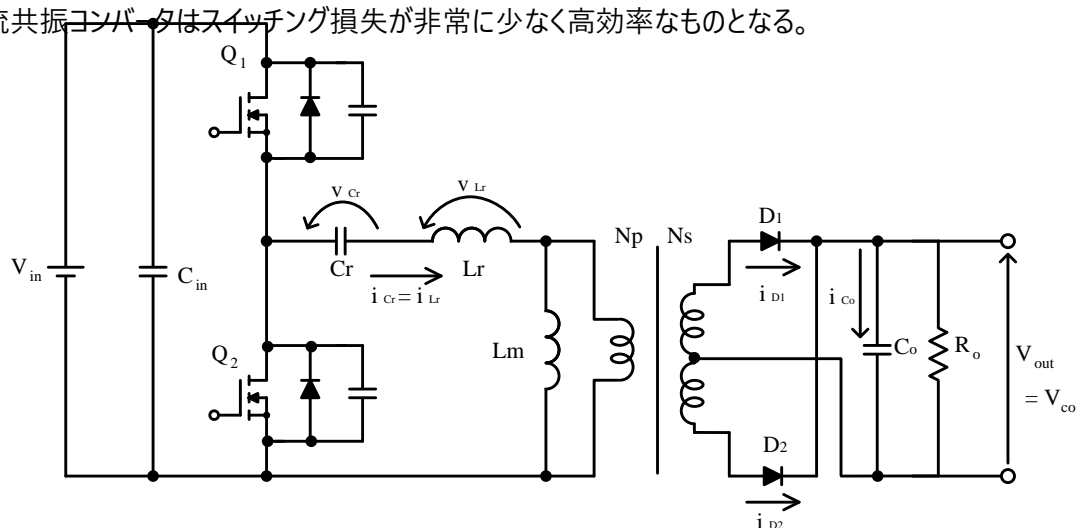


図 4.1 LLC 共振形コンバータの基本回路

第 2 節 LLC 共振コンバータの回路動作

回路動作はハーフブリッジ方式で 2 個の MOSFET Q1、Q2 が約 50%のデューティサイクルで交互にオン・オフし、切り替わる途中にソフトスイッチングするためのデッドタイムを設けている。回路の動作状態は 1

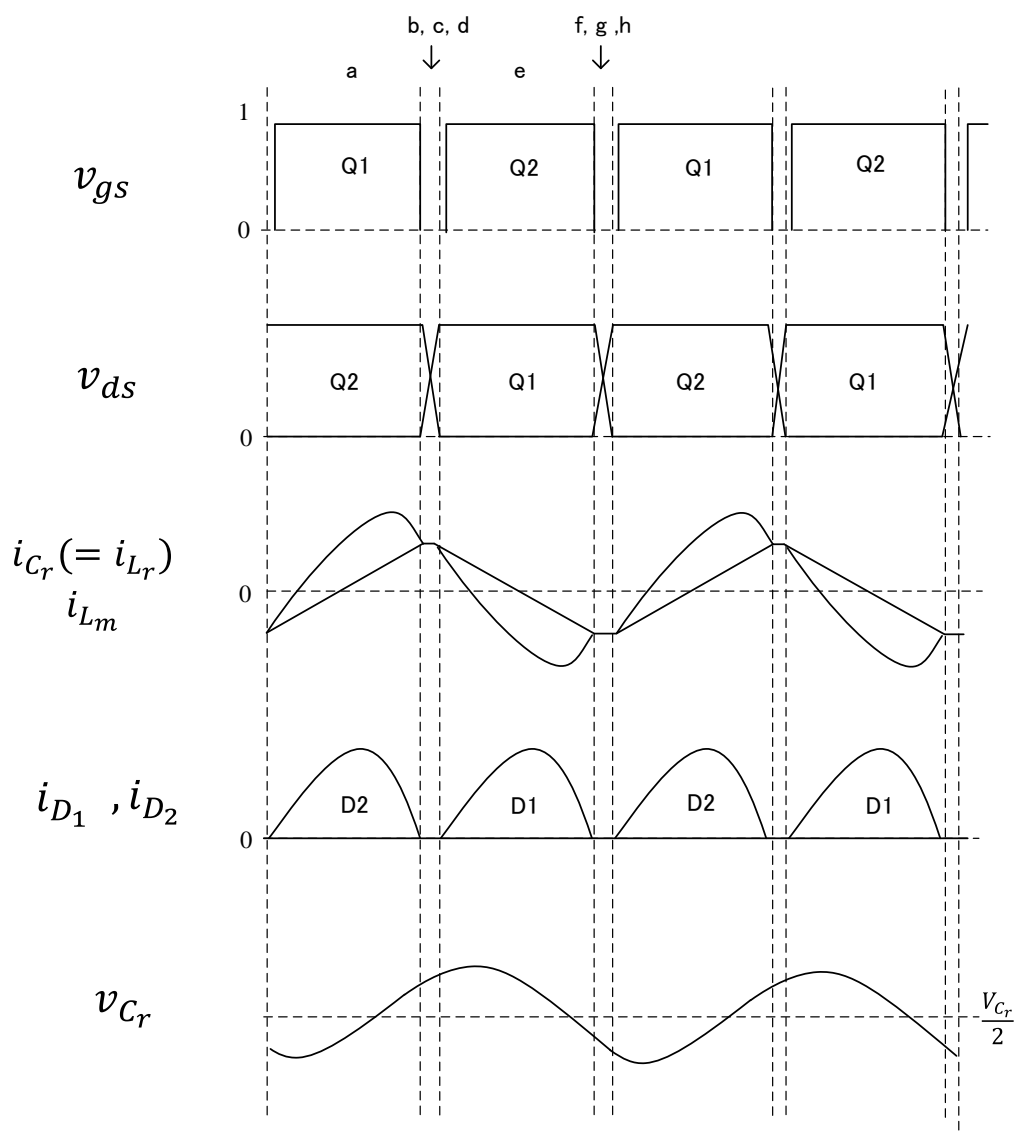
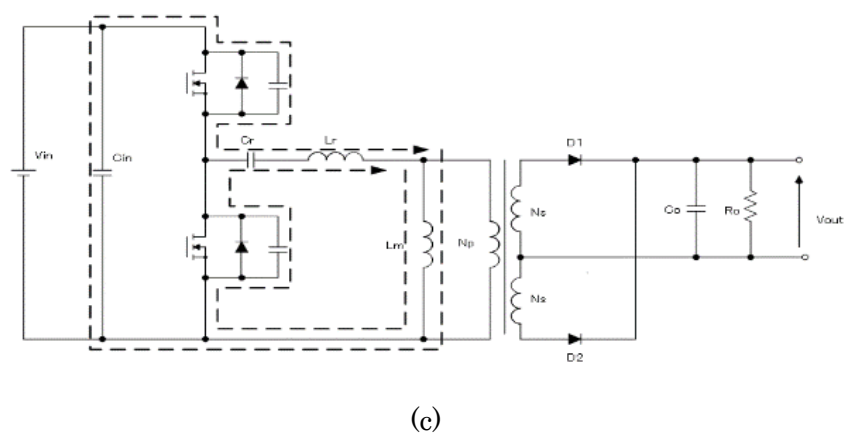
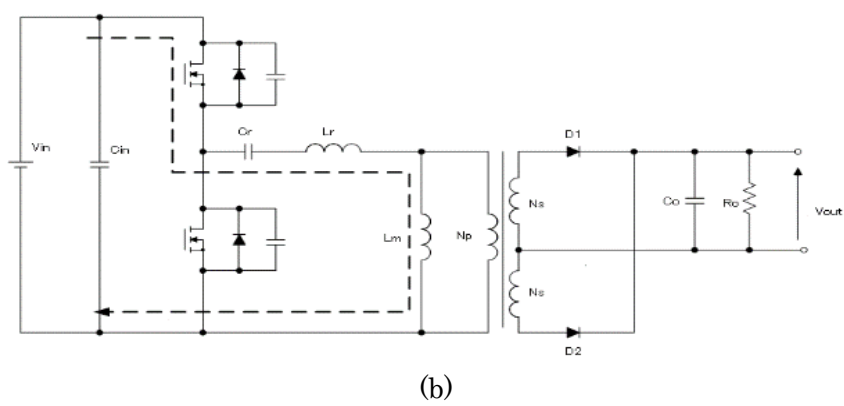
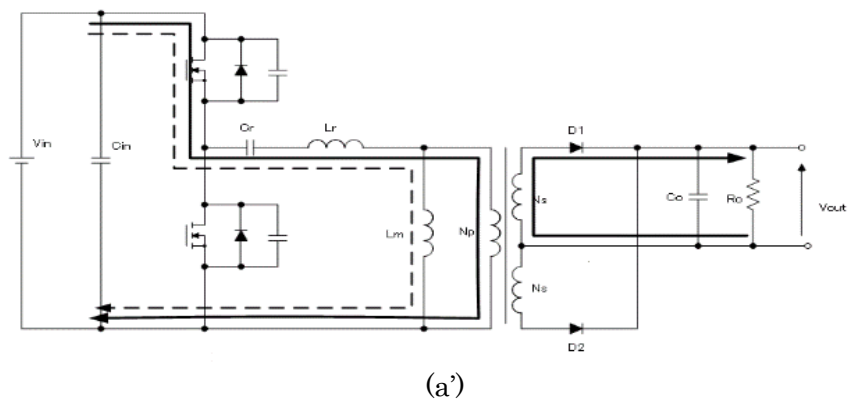
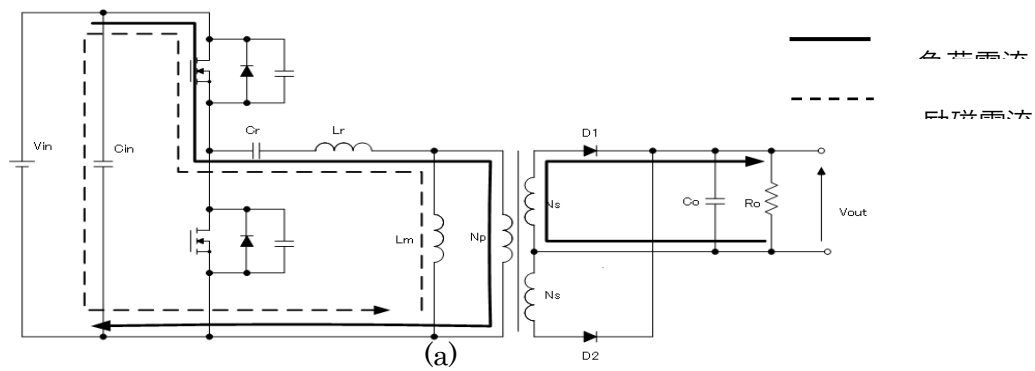
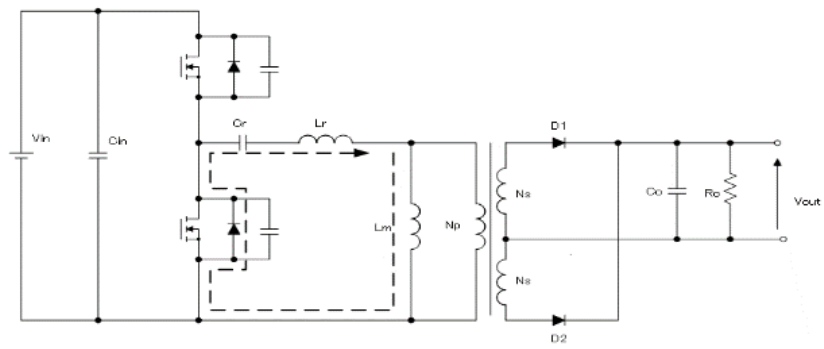
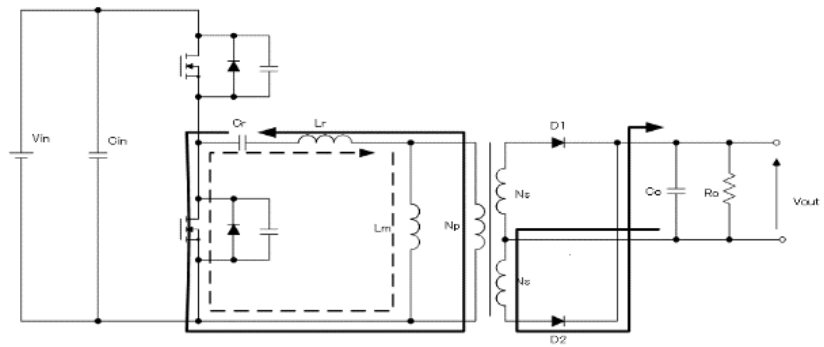


図 4-2 LLC 共振コンバータ基本動作波形

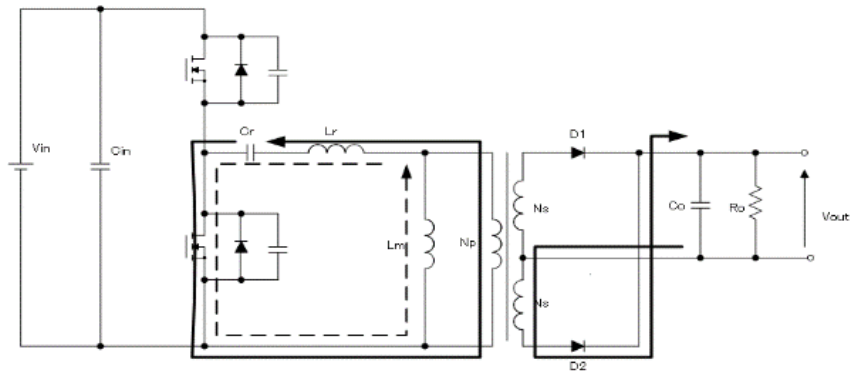




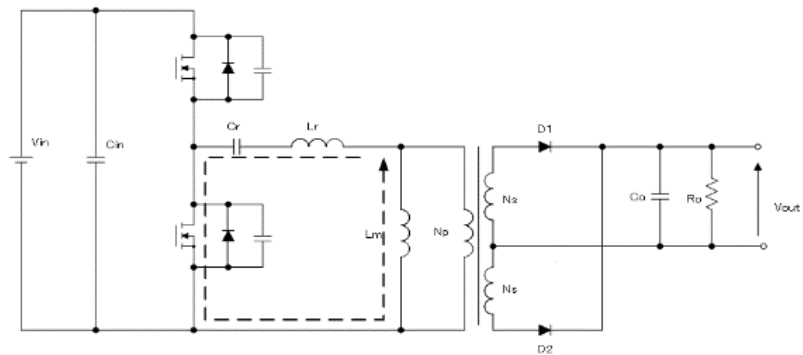
(d)



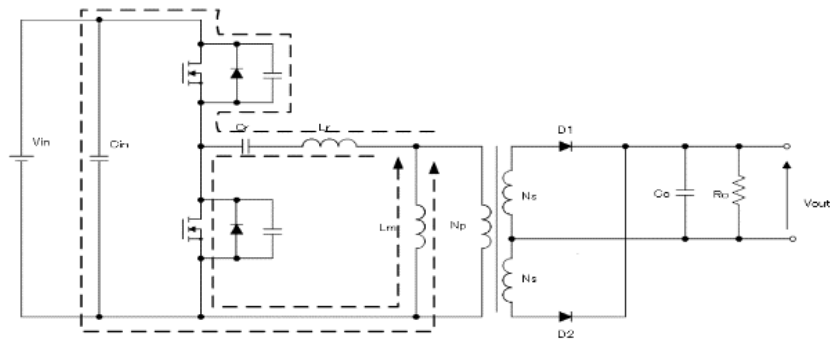
(e)



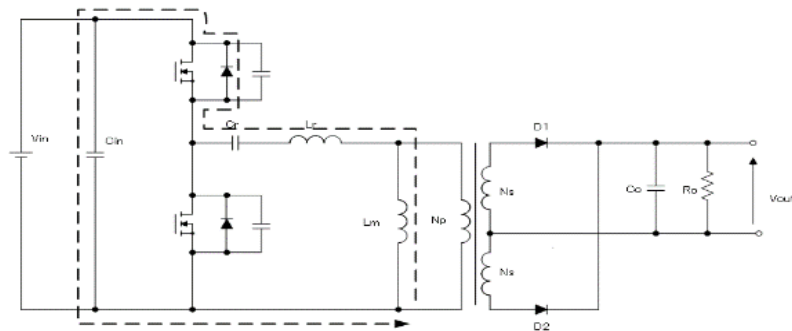
(e')



(f)



(g)



(h)

図 4.2 回路の動作

Mode(a) Q1 がON Q2 はOFF

$Q1$ がターンON すると, $D1$ が導通しているので $n2$ 巻線には出力電圧 (Cd 電圧) がそのまま印加される.

$n1$ 巻線電圧は「出力電圧 $\times N1/N2$ 」となり, 正の電圧となる. この電圧が励磁インダクタンス Lm に印加されるので励磁電流は図4.2の Lm 電流に示すように直線的に増加し, やがて $0A$ となり, Mode(a') に移行する.

Mode(a') Q1 がON Q2 はOFF

図のように負荷電流が流れる. これは Cr と Lr の共振電流であり, 図4.3の $D1$ 電流波形から分かるように正

弦波的に変化する。 $n1$ 巻線電圧は「出力電圧 $\times N1/N2$ 」となり、この電圧が Lm に印加されるので励磁電流は図4.3の Lm 電流波形に示すように直線的に増加する。 Cr と Lr の共振が終了するとMode(b) に移る。

Mode(b) Q1 がON, Q2 はOFF

Cr と Lr の共振は終了しているので負荷電流はゼロであり、励磁電流だけが流れ続ける。 $Q1$ がターンOFF、つまり図4.3で $Q1$ の I_d が流れ終わり、Mode(c)に移る。

Mode(c) Q1 Q2 共にOFF

$Q1$ がOFFしても励磁電流は流れ続ける。 図4.2に示すように、2つの径路で流れる。結果、 $Q1$ のコンデンサは充電され、 $Q2$ のコンデンサは放電するので図4.3に示すように $Q1$ のVDSは増加し、 $Q2$ のVDSは減少する。
 $Q1$ と $Q2$ のコンデンサの充放電が完了するとMode(d)に移行する。

Mode(d) Q1 Q2 共にOFF

$Q1$ と $Q2$ のコンデンサの充放電が完了しても励磁電流は流れ続けます。励磁電流は最も流れやすい径路を流れます。 図4.3で $Q2$ のダイオードに短い時間だけ流れているが、これがMode(d)の特徴である。 $Q2$ がターンONしてMode(e)に移行する。 $Q2$ のターンONはZVSである。

Mode(e) Q2がON Q1はOFF

$Q2$ がターンONする時点では Cr は大きな電圧で充電されている。そこで Cr が電源となり、図4.2に示した径路で負荷電流が流れる。これは Cr と Lr の共振電流であり、図4.3の $D2$ 電流から分かるように正弦波的に変化している。 $D2$ が導通しているのでNS巻線には出力電圧が負方向に印加される。励磁電流が減少して0Aになると、Mode(e')に移行する。

Mode(e') Q2 がON Q1 はOFF

Mode(e)から引き続きNP巻線電圧は負であり、励磁電流は図4.3に示すように減少を続ける。また、負荷電流はMode(e)と同じ径路で流れる。やがて C_r と L_r の共振が終了し、負荷電流が流れ終わってMode(f)に移行する。図4.3でD2電流がゼロとなった所でこのModeの終了である。

Mode(f) Q2 がON Q1 はOFF

負荷電流はゼロであり、励磁電流だけが流れ続ける。Q2がターンOFFしてMode(g)に移行する。図4.3でQ2の I_d が流れ終わった所がこのModeの終了となる。

Mode(g) Q1 Q2 共にOFF

Q2 がOFFしても励磁電流は、図4.3(g)に示すような2つの径路で流れ、その結果Q1のコンデンサは放電し、Q2のコンデンサは充電されるので図4.2に示すようにQ1のVDSは減少し、Q2のVDSは増加する。Q1とQ2のコンデンサの充放電が完了するとMode(h)に移行する。

Mode(h) Q1 Q2 共にOFF

Q1 とQ2 のコンデンサの充放電が完了しても励磁電流は図4.3に示すように最も流れやすい径路で流れる。図4.2でQ1のダイオードに電流が短い時間だけ流れているが、これがMode(h)である。Q1がターンONして次のModeに移行する。Q1のターンONはZVSでおこなわれる。

第 3 節 LLC 電流共振形コンバータの静特性

第 1 項 LLC 電流共振形コンバータの設計

LLC 電流共振形コンバータの MOSFET スイッチ Q1、Q2 は 50% デューティで動作し、出力電圧はコンバータのスイッチング周波数を変化させることで制御される。つまりこのコンバータは、デューティによって電圧変換率が変化する PWM コンバータとは違い、周波数によって電圧変換率を制御することができる。

LLC 電流共振形コンバータはコンバータには 2 種類の共振周波数がある。1 つは低い共振周波数 f_m (励磁インダクタンス L_m 、共振インダクタンス L_r 、共振コンデンサ C_r と負荷で決まるもの) で、もう 1 つは固定のより高い直列共振周波数 f_r (L_r と C_r のみで決まるもの) である。

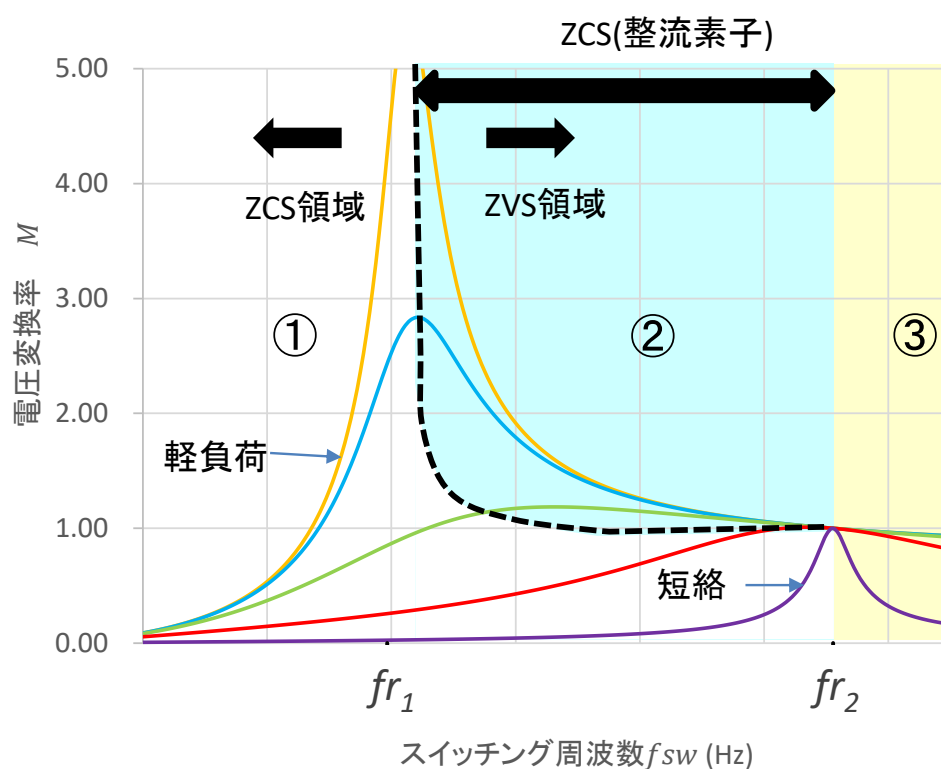


図 4.4 LLC 共振コンバータの周波数ゲイン特性

①の領域、つまりスイッチング周波数が直列共振周波数 f_m を下回る領域では、LLC 共振型ハーフブリッジ・コンバータは容量負荷モード（ZCS 領域）で動作し、スイッチは二つともハードスイッチングになり、スイッチング損失が大きくなる。したがって、ZCS の動作を避けるためにこの領域で動かすことはない。

②領域(桃色の網掛け部分)は、スイッチング周波数が低いほうの共振周波数 f_m よりも高く、もう一つの共振周波数 f_r よりも低い領域である。低い共振周波数 f_m は負荷と共に変化するため、② の領域と③の領域の境界線は、負荷-周波数ゲイン曲線の頂点を結んだところとなる。この領域ではソフトスイッチングも出来る上にゲインの取れる値の範囲が広いので、設計する際には一番重要な部分となる。

③領域は、スイッチング周波数が直列共振周波数 f_r より高い領域で、このとき、励磁インダクタ L_m と

ここで LLC 共振コンバータの設計を、文献を参考に述べる。回路の分析をおこなう上で、トランスの 2 次側の電圧と電流を 1 次側に換算する基本波近似法によって得られた等価回路を図 4.5 に示す。分析の単純化のためにすべての部品を 1 次側に配置してある。負荷はトランス 1 次側励磁インダクタンスに並列

接続している抵抗 R_{ac} となる。 R_{ac} は

$$R_{ac} = R_{out} * n^2 * \frac{8}{\pi^2} \quad (N_p : N_s = n : 1) \quad \dots(4.1)$$

で表される。

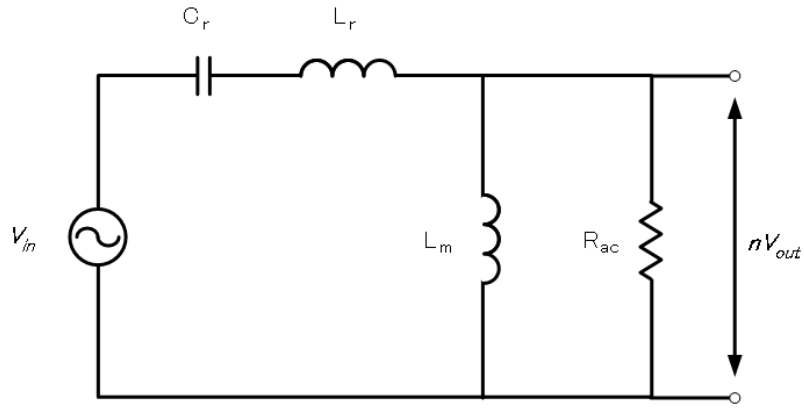


図 4.2 直流共振回路系図

$$\begin{aligned}
 M &= \left| \frac{j\omega L_m * \frac{R_{ac}}{j\omega L_m + R_{ac}}}{j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} + j\omega L_m * \frac{R_{ac}}{j\omega L_m + R_{ac}}} \right| \\
 &= \left| \frac{1}{\left(1 + \frac{L_r}{L_m} - \frac{1}{\omega^2 L_m C_r} + \frac{j\omega L_r}{R_{ac}} - \frac{j}{\omega C_r R_{ac}}\right)} \right| \quad \dots(4.2)
 \end{aligned}$$

7.7で式の整理のために文字を以下のように置き換えろ

$$\begin{aligned}
 f_r &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_r C_r}} & x &= \frac{F_{sw}}{f_r} & \omega &= 2\pi F_{sw} = \frac{x}{L_r C_r} \\
 k &= \frac{L_m}{L_r} & Q &= \frac{1}{R_{ac}} \sqrt{\frac{L_r}{C_r}}
 \end{aligned}$$

この文字を使って M を書き換え、絶対値をはずした式は、

$$M = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \frac{1}{k}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\right]^2 + \left[Q\left(x - \frac{1}{x}\right)\right]^2}} \quad \dots(4.3)$$

第 2 項 詳細な電圧変換率の導出

前項で示した一般的な電圧変換率の式には素子の内部抵抗が含まれていない。等価回路を用いるときに 2 次側の抵抗はトランスを通して変換するので、もとの値よりとても大きな値となるため電圧変換率に影響を与えると予測できる。そこで内部抵抗を考慮して電圧変換率を導出する。

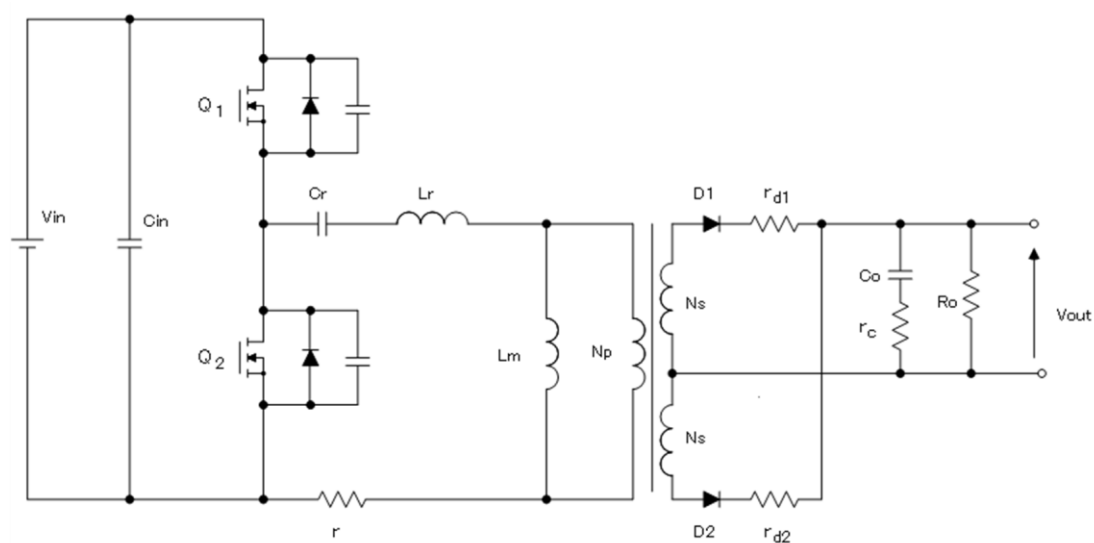


図 4.6 内部抵抗を含めた LLC 共振コンバータの回路図

1 次側の内部抵抗をまとめて r として表記した。2 次側はダイオードの内部抵抗を

$r_d = r_{d1} = r_{d2}$ とした。

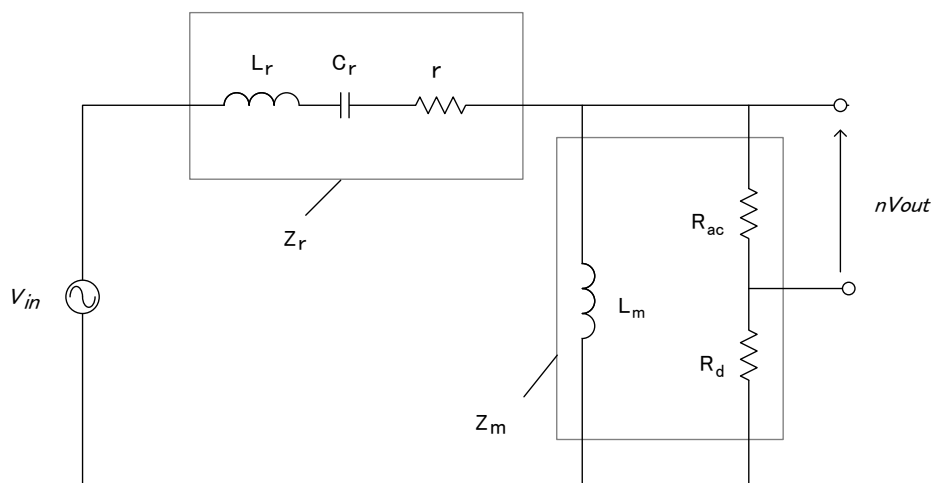


図 4-1-1 直達共振回路の等価回路

この等価回路上の電圧変換率 M の式は

$$|M| = \left| \frac{nV_{out}}{V_{in}} \right| = \left| \frac{Z_m}{Z_m + Z_r + r} \right| * \frac{R_{ac}}{R_{ac} + R_d} \quad \dots(4.4)$$

となる。ここで

$$R_d = r_d * n^2 * \frac{8}{\pi^2}$$

$$Z_r = j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} + r$$

$$Z_m = \frac{j\omega L_m (R_{ac} + R_d)}{1 + (R_{ac} + R_d)^2 / (\omega L_m)^2}$$

である。

この式を式(4.4)に代入して

$$M = \frac{1}{\sqrt{\left\{1 + \frac{1}{k} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) + \frac{r}{R_{ac}}\right\}^2 + \left\{Q \left(x - \frac{1}{x}\right) - \frac{r}{\omega L_m}\right\}^2}} * \frac{R_{ac}}{R_{ac} + R_d} \quad \dots(4.5)$$

式(4.5)について、 $\frac{r}{R_{ac}}$ の項は $r \ll R_{ac}$ かつ $1 + \frac{L_r}{L_m} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \gg \frac{r}{R_{ac}}$ である。また、 $\frac{r}{\omega L_m}$ についても $r \ll \omega L_m$ かつ $\frac{1}{\omega C_r R_{ac}} \left(x - \frac{1}{x}\right) > \frac{r}{\omega L_m}$ であることから、1 次側の内部抵抗が電圧変換率に与える影響は少ないと予想できる。

また、2 次側ダイオードの内部抵抗は式より明らかに電圧変換率に大きな影響を与えることが分かる。

第 4 節 LLC 電流共振形コンバータの動特性

第 1 項 LLC 電流共振形コンバータの伝達関数の現状

LLC 電流共振形コンバータは PWM コンバータと異なり電流波形が共振波形であり、従来の解析方法である状態平均化法を用いることができないという難点があり、伝達関数が未だに明らかではないため、制御系をモデル化して試作前に設計検証をする事ができず、実際に試作してチューニングを行う他なく、どのような特性になるかを予測する事ができない。そのため、近年導入され始めた電源のモデルベース開発のようなシミュレーションに基づいて試作前に十分に検証する開発手法を用いる事が出来ない。

LLC 電流共振形コンバータのモデリングとして、過去に文献[3]の報告により推測されていた直列共振形コンバータの伝達関数が使えると書かれているが、その根拠が明かされていない。また、文献[5]や文献[6]など数多くの論文においてその伝達関数の有用性について検討されているが、導出の過程が十分に示されておらず、未だはっきりとした伝達関数は導出されていない。

また、シミュレーション回路においても、制御回路の VCO(Voltage Controlled Oscillator)部分が複雑であったり、逆にモジュール化されていて内部が不明であったりするものが多く、LLC 電流共振形コンバータ自

LLC 電流共振形コンバータの動特性の式について参考文献を用いて述べる。制御伝達関数は、コンバータのスイッチング周波数を低周波の正弦波状に微小変動させることで生じるコンバータの出力電圧の変動分の比を表すので、

$$\frac{\Delta v_o}{\Delta f_{sw}}$$

という形になる。

この制御特性を数 Hz から数十 kHz の範囲で周波数を変動させて表したものを共振形コンバータの制御特性として扱う。

...(4.6)

直列共振形コンバータの制御伝達関数は Vorperian の報告により、

$$\frac{\Delta v_o}{\Delta f_{sw}} = \frac{A}{\omega_{fs}^2 - \omega_o^2}$$

で表される。また、

$$\omega_{fs} = \frac{1}{C_o R_o}, \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{C_r L_r}}$$

である。

分子の A の式には電圧変換率 M が含まれることから、前節で示した詳細な電圧変換率を代入することで正確性を向上することができる。

...(4.7)

また、2 次側の出力平滑コンデンサの ESR を考慮すると、

$$\frac{\Delta v}{\Delta f_{sw}} = \frac{A(1 + \frac{r_c}{\omega_{esr}})}{\omega_{fs}^2 - \omega_o^2}$$

第 3 項 PSIM を用いた LLC 電流共振形コンバータのボード線図測定

前項で述べたように LLC 電流共振形コンバータにおいて、周波数応答特性を測定できる単純なシミュレーション回路というものがないため、PSIM を用いて制御部の特性がフラットなシミュレーション回路を考案した。図 4.8 にそのシミュレーション回路を示す。

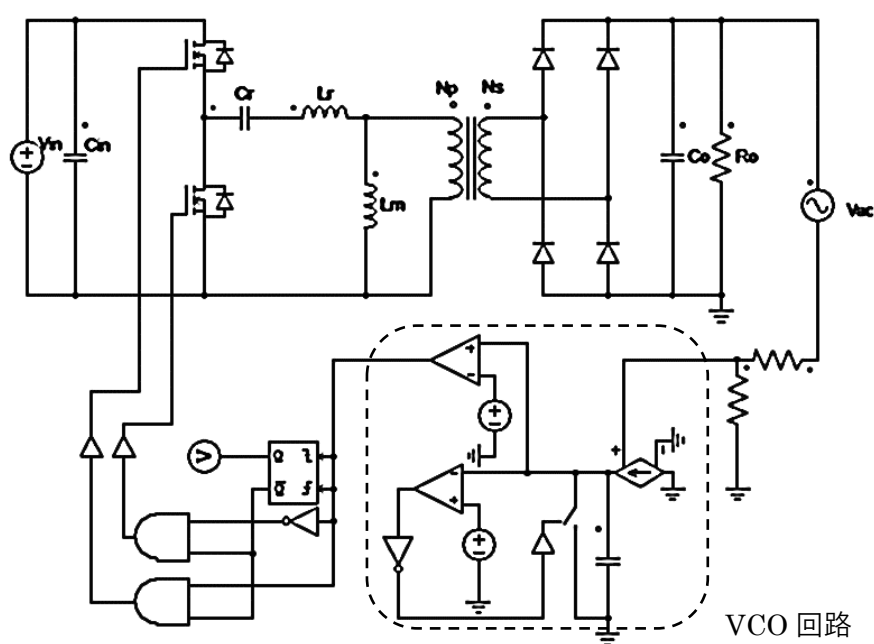


図 4.8 ボード線図測定用シミュレーション回路

図 4.8 のシミュレーション回路の VCO 回路の動作について説明する。

まず VCO 回路の入力部分、つまり主回路の出力電圧を電圧制御電流源によって電流に変換する。すると、電流とコンデンサの PI 制御回路のような働きをするため、時定数に応じた傾きで電流が上昇する。上

昇した電流はコンパレータによって定められたある値に達すると電流値が 0 になるようリセット回路を通すことで、再び 0 から時定数に応じた傾きで電流が上昇する。また、この時リセットされる直前の電流値の半分の値でオンするもう一つのコンパレータを使うことでデューティ比 50% の矩形波信号を作ることができる。周波数は PI 制御部の時定数を変更することで変えることができる。

このシミュレーション回路の AC sweep 機能を使って求めたボード線図と、ボルペリアンの推測式によって描いたボード線図、実機回路を用いて得られたボード線図を比較検討する。

ここで、測定方法について説明する。図 4.8 のシミュレーション回路に示したように、LLC 電流共振形コンバータは周波数制御コンバータであるため、VCO (Voltage Controlled Oscillator) により、出力のフィードバック電圧を周波数に変換し、その周波数によりスイッチを駆動させる。また、このような LLC 電流共振形コンバータとその制御部分についての概念図を図 4.9 に示した。シミュレーション回路や実機回路において周波数応答特性を測定するには、フィードバック電圧に振幅の小さな正弦波電圧 (AC 電圧) を重畳させることで、VCO の出力である周波数を変動させ、それに対する出力電圧の変動分の比を見ることが求められる。

今回の測定では LLC 電流共振形コンバータのみの周波数応答特性、つまり図 6 に示す $\Delta \widehat{v}_{c_o} / \Delta \widehat{f}_{sw}$ について測定する必要がある。 $\Delta \widehat{v}_{c_o} / \Delta \widehat{f}_{sw}$ を求めるには、電圧対電圧で表される伝達関数 $\Delta \widehat{v}_{c_o} / \Delta \widehat{v}_T$ を求めた後に、周波数の変化に対して一定の値である VCO の直流ゲインの $\Delta \widehat{f}_{sw} / \Delta \widehat{v}_T$ を除くことにより求められる。

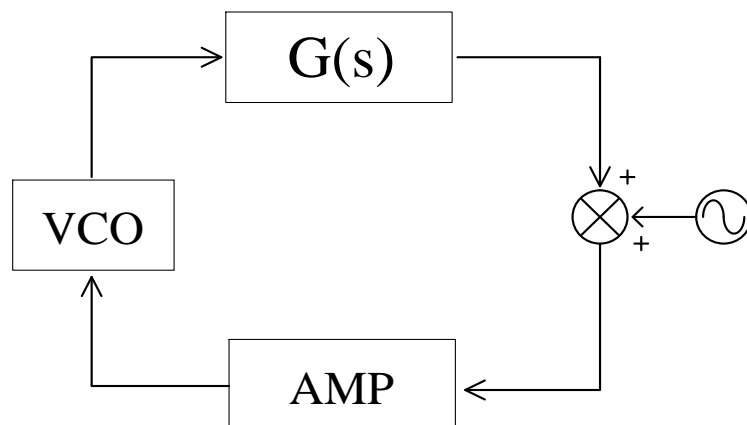


図 4.9 測定範囲の概念図

今回，検討に当たって測定に用いた条件を下の表 4.1 に示す．

また，この設計値での定常特性と今回検討した動作点を図 4.10 に示し，この条件において実機回路，

PSIM シミュレーション回路，ボルベリアンによる予測式を比較した．そのボード線図を図 4.1 に示した．

表 4.1 検討した設計値

入力電圧 V_{in}	380 V
出力電圧 V_o	12 V
巻き数比 n ($N_p : N_s = n : 1$)	17
共振周波数 f_r	223 kHz

共振コンデンサ C_r	3.3 nF
共振インダクタンス L_r	401 μ H
励磁インダクタンス L_m	155 μ H
出力コンデンサ C_o	660 μ F
出力コンデンサの 等価直列抵抗 r_c	0.007 Ω

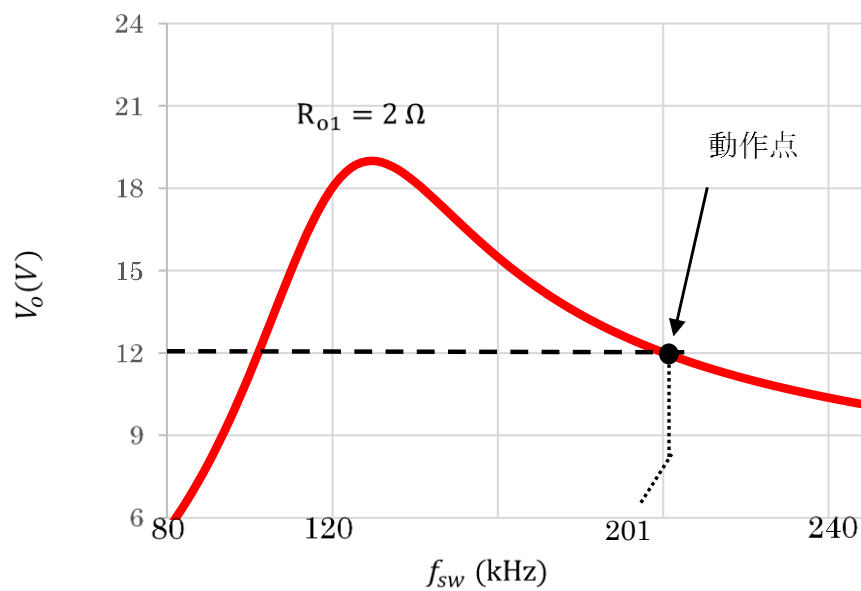


図 4.10 定常特性と検討した動作点

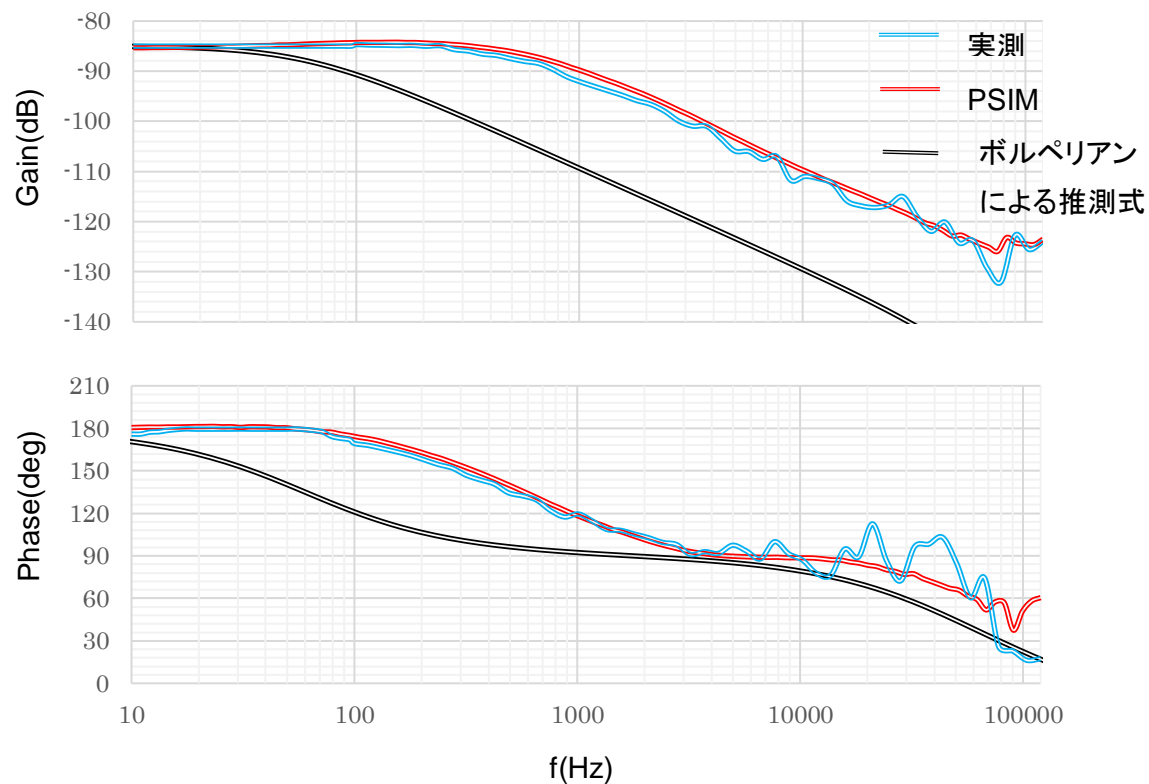


図 4.11 ボード線図の比較

図 4.11 を見ると、実機回路において測定したボード線図と、今回考案したシミュレーション回路を用いて得られたボード線図はよく一致していることが分かる。

また、ボルペリアンによる推測式では、傾きや直流ゲインは近い値を取ることが分かったが、折れ点周波数が一致しないため、少なくともこの条件では使えない不完全な式であることが分かった。

第 4 項 LLC 電流共振形コンバータのボード線図の変化

提案した PSIM によるシミュレーション回路を用いて、違う動作点でのボード線図の測定を行い、比較した。

設計値は表 4.1 を用いた。定常特性と検討した動作点を図 4.12 に示し、そのときのボード線図を図 4.13 に示す。

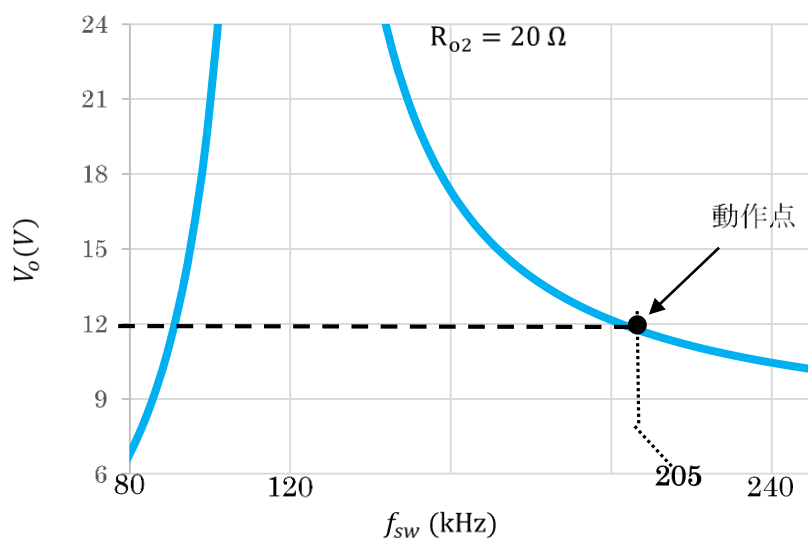
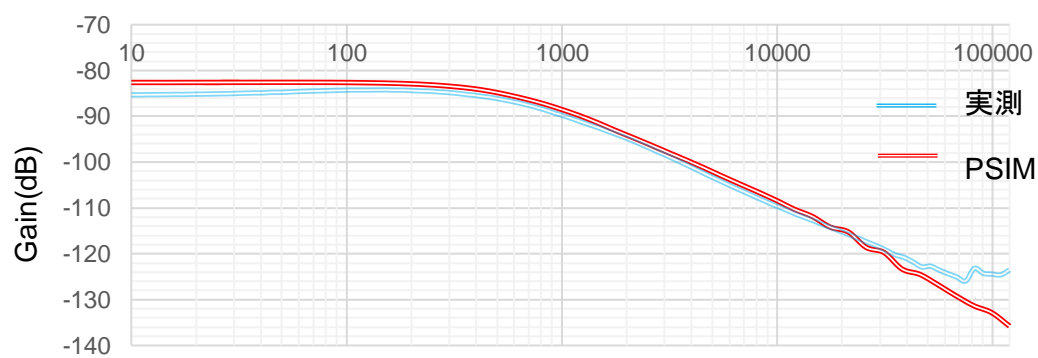


図 4.12 定常特性と検討した動作点



Phase(deg)

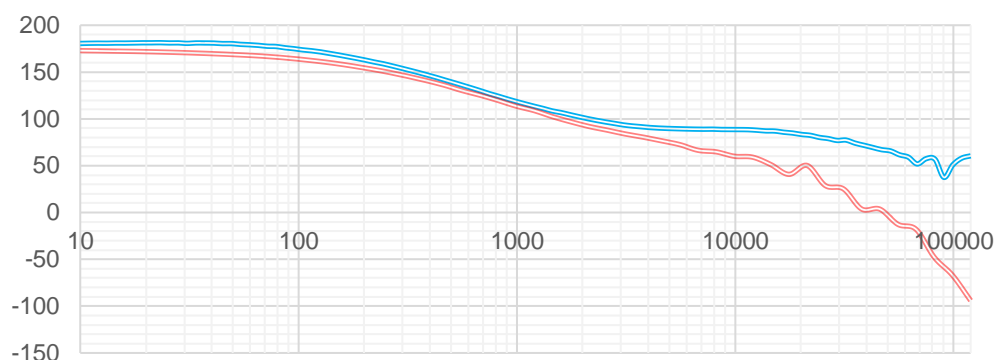


図 4.13 ボード線図の比較

図 4.11 のボード線図と比較すると、折れ点周波数が低くなっており、図 4.11 では 2 次遅れ系の傾き -40dB/deg であったゲインの傾きも、図 4.13 では -20dB/deg と、緩やかになっていることが分かる。このように LLC 電流共振形コンバータのボード線図は設計値や動作点に応じて折れ点周波数だけでなく、次数も変わる事が確認できた。この次数の変化を表現するために、LLC 電流共振形コンバータの伝達関数の導出が求められる。

この章では PSIM シミュレーション回路において、実機回路における LLC 電流共振形コンバータのボード線図を求める事が出来るようになった。しかし、ボルペリアンの式が不十分であるため、結局設計をする上で必要な伝達関数自体は求められていないことが課題となった。

次章ではこの課題を解決すべく、全てのスイッチングコンバータに適応できる新たな伝達関数の導出法について LLC 電流共振形コンバータを例にとりて説明し、伝達関数の変化について考察する。

第 5 章

数値計算を援用したコンバータの伝達関数の導出

第 1 節 伝達関数の導出法

本稿第 1 章，第 2 章で説明したようにスイッチングコンバータの動作解析法として状態平均化法という方法がある。

DCDC コンバータは直流電力を得るため，低域周波数フィルタを用いており，スイッチング周波数が回路の固有周波数に比べて十分高く選ばれる．そのためスイッチング一周期内のコンデンサ電圧およびリアクトル電流波形を折れ線で近似できる．電流または電圧のスイッチング一周期あたりの平均値を変数とすることによ

てスイッチを含む非線形回路に対しても線形的な取り扱いを可能としている。

しかし、電流不連続モードでの動作や共振形コンバータの場合には上述のような電圧電流波形の折れ線近似ができない。このような場合は状態平均化法の本質を折れ線近似ではなく高周波信号のスイッチング一周間の平均値であることに着目する拡張状態平均化法を用いる。拡張状態平均化法ではリアクトル電流とコンデンサ電圧のスイッチング一周あたり平均値を状態変数 x として以下の状態方程式を考える。

$$\frac{d\Delta\hat{x}}{dt} = A\Delta\hat{x} + b\Delta\hat{u} \quad \dots(5.1)$$

ここで A と b はコンデンサやリアクトルによって決まる係数行列であり、コンバータによって異なる。ここでの Δ は定常値からの変動分を示す。共振形コンバータや電流不連続モードの動作の場合は、PWM コンバータの場合と違い、行列式を求める過程で用いる線形近似が適用できず、係数を数式で表すことができないため伝達関数を求められない。今回提案する手法は、この係数部分をシミュレーションにおいて数値計算を施して代入し、伝達関数の係数を求める方法である。

例として LLC 電流共振形コンバータについて説明すると、変化させる対象である状態変数は共振リアクトル電流 i_{L_r} 、共振コンデンサ電圧 v_{C_r} 、出力コンデンサ電圧 v_{C_o} である。ここで i_{L_r} の波形を例にとる。図 5.1 に表すように、回路が定常動作を行っている場合、スイッチング一周後には定常値と同じ値になる。しかし、回路に微小変動が加わった場合には、図 5.2 に示すようにスイッチング一周後の値は定常値からわずかに変化する。この変化のサンプル値をなめらかにつないだ波形を $\widehat{\Delta i_{L_r}}(t)$ とする。

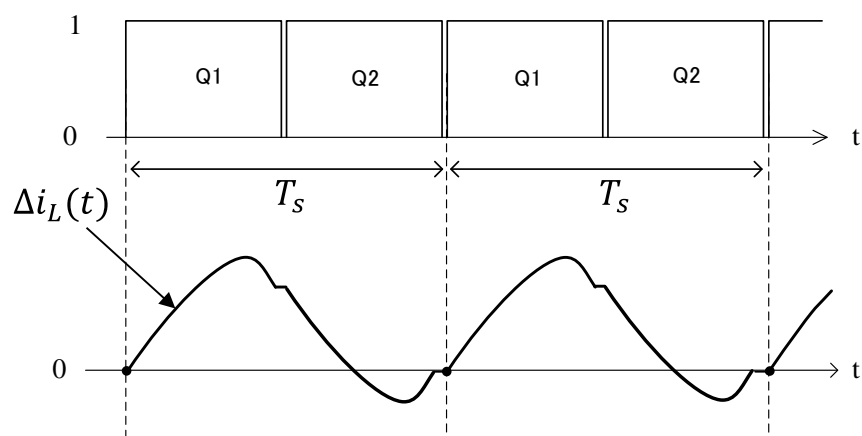


図 5.1 定常状態における i_{Lr} の波形

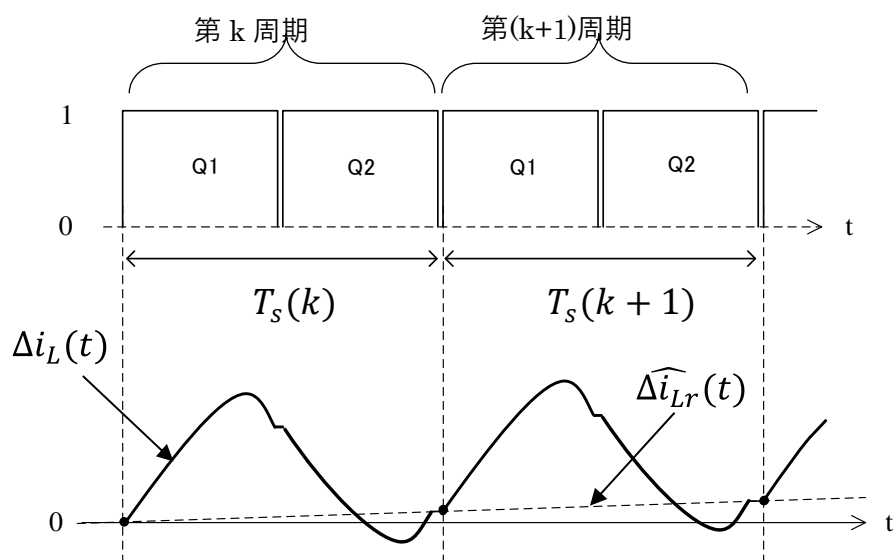


図 5.2 微小変動を与えた場合の i_{Lr} の波形

定常動作している回路に微小変動を加えた場合のリアクトルの磁束量の変化について、 $\widehat{\Delta i_{Lr}}(t)$ を用いて表すと下記の式になる.

$$T_s(k) * L * \frac{d\widehat{\Delta i_{Lr}}}{dt} = \int_{\text{第}k\text{周期}} v_{Lr} dt \quad \dots(5.2)$$

$$\therefore \frac{d\widehat{\Delta i_{Lr}}}{dt} = \frac{1}{LT_s(k)} \int_{\text{第}k\text{周期}} v_{Lr} dt \quad \dots(5.3)$$

残りの状態変数である共振コンデンサや出力コンデンサの電荷量の変化に対しても同様の考え方を用いて下記の数式で表現することができる.

$$\frac{d\widehat{\Delta v_{Cr}}}{dt} = \frac{1}{C_r T_s(k)} \int_{\text{第}k\text{周期}} i_{Cr} dt \quad \dots(5.4)$$

$$\frac{d\widehat{\Delta v_{Co}}}{dt} = \frac{1}{C_o T_s(k)} \int_{\text{第}k\text{周期}} i_{Co} dt \quad \dots(5.5)$$

こうして求められた数式は、式 5.1 で示した状態平均化法の式と同じ形となっていることが確認できる.

ここで図 5.3 を用いて、共振コンデンサの持つ電荷量の変化について説明する.

あるタイミングで出力コンデンサにかかる電圧 v_{Co} を定常値から微小変化させる. このタイミングでの出力コンデンサの電圧を初期値とする. 式(5.4)より、共振コンデンサに蓄えられている電荷量の変化はスイッチング一周期分の波形の変化の積分値で求められるため、図 5.3 の波形の斜線部の面積を求める事で表すことが出

来る。初期値を定常値から変化させる対象は複数あるが、そのうち一つずつを変化させた時の電荷量の変化を各々見て、その変化量の総和が電荷量の変化の総和とする。また、状態変数ではないがスイッチング周波数 $f_{sw}(=1/T_s)$ の変化に対する電荷量の変化も考慮する。ただし、入力電圧と出力抵抗は一定とする。

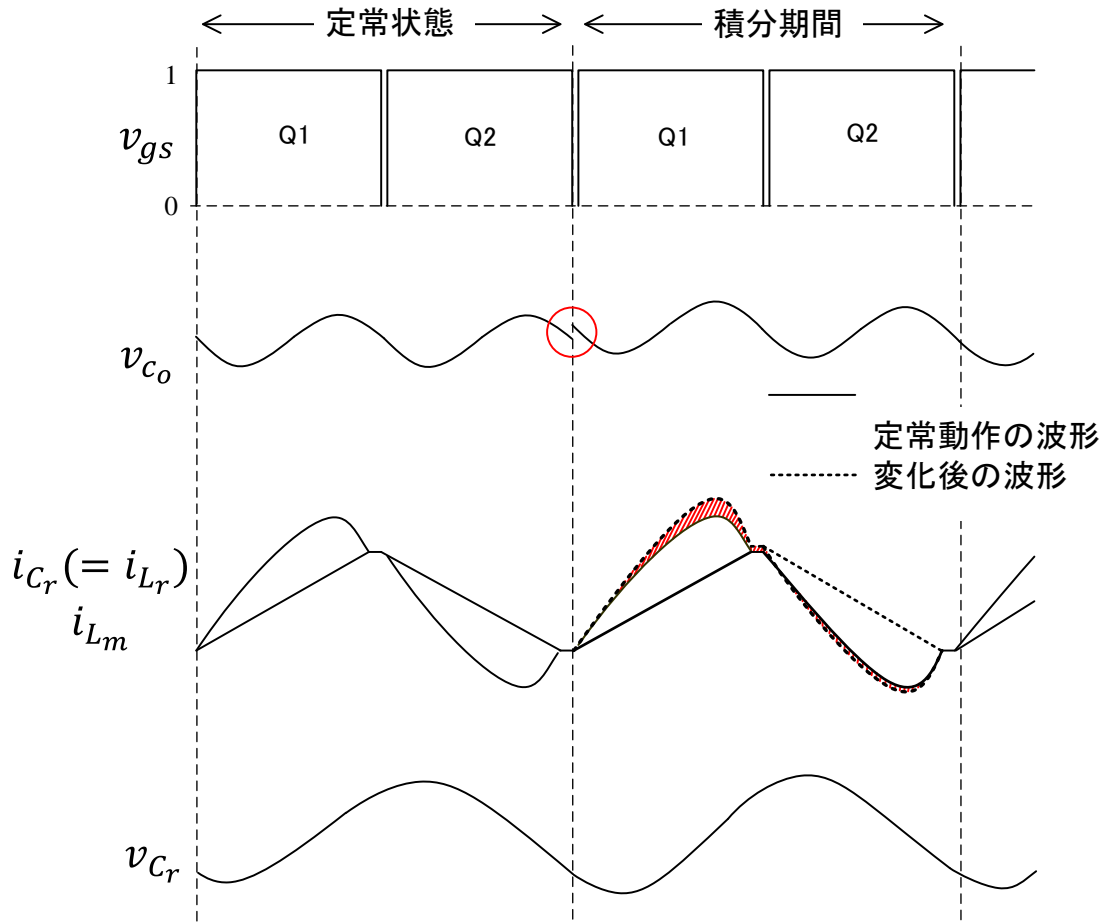


図 5.3 波形の変化

これらの変数に対して、初期値をそれぞれ変化させた場合の共振コンデンサの電荷量の変化の総和を式でまとめると、下記の式で表される。

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\widehat{v_{C_r}}}{dt} = & \underbrace{\frac{1}{C_r T_s} \frac{\partial \int i_{C_r} dt}{\partial \widehat{v_{C_r}}}}_{\text{a}} \Delta\widehat{v_{C_r}} + \underbrace{\frac{1}{C_r T_s} \frac{\partial \int i_{C_r} dt}{\partial \widehat{i_{L_r}}}}_{\text{b}} \Delta\widehat{i_{L_r}} \\
& + \underbrace{\frac{1}{C_r T_s} \frac{\partial \int i_{C_r} dt}{\partial \widehat{v_{C_o}}}}_{\text{c}} \Delta\widehat{v_{C_o}} + \underbrace{\frac{1}{C_r T_s} \frac{\partial \int i_{C_r} dt}{\partial \widehat{f_{sw}}}}_{\text{m}} \Delta\widehat{f_{sw}} \quad \dots(5.6)
\end{aligned}$$

同様に共振リアクトルと出力コンデンサについても数式で表現すると、下記のように表すことが出来る。

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\widehat{i_{L_r}}}{dt} = & \underbrace{\frac{1}{L_r T_s} \frac{\partial \int v_{L_r} dt}{\partial \widehat{v_{C_r}}}}_{\text{d}} \Delta\widehat{v_{C_r}} + \underbrace{\frac{1}{L_r T_s} \frac{\partial \int v_{L_r} dt}{\partial \widehat{i_{L_r}}}}_{\text{e}} \Delta\widehat{i_{L_r}} \\
& + \underbrace{\frac{1}{L_r T_s} \frac{\partial \int v_{L_r} dt}{\partial \widehat{v_{C_o}}}}_{\text{f}} \Delta\widehat{v_{C_o}} + \underbrace{\frac{1}{L_r T_s} \frac{\partial \int v_{L_r} dt}{\partial \widehat{f_{sw}}}}_{\text{n}} \Delta\widehat{f_{sw}} \quad \dots(5.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\widehat{v_{C_o}}}{dt} = & \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{C_o} dt}{\partial \widehat{v_{C_r}}}}_{\text{g}} \Delta\widehat{v_{C_r}} + \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{C_o} dt}{\partial \widehat{i_{L_r}}}}_{\text{h}} \Delta\widehat{i_{L_r}} \\
& + \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{C_o} dt}{\partial \widehat{v_{C_o}}}}_{\text{i}} \Delta\widehat{v_{C_o}} + \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{C_o} dt}{\partial \widehat{f_{sw}}}}_{\text{p}} \Delta\widehat{f_{sw}} \quad \dots(5.8)
\end{aligned}$$

この係数を用いて、状態平均化法の導出に使う式変形を用いる。

最初に述べたように、LLC 電流共振形コンバータの場合、状態変数は共振リアクトル電流 i_{L_r} 、共振コンデ

ンサ電圧 v_{C_r} 、出力コンデンサ電圧 v_{C_o} であるため、状態ベクトル $\Delta\hat{x}$ は式 5.9 のように表すことが出来る。

$$\Delta \hat{x} = \begin{bmatrix} \Delta \widehat{v_{cr}} \\ \Delta \widehat{i_{Lr}} \\ \Delta \widehat{v_{c_o}} \end{bmatrix} \quad \dots(5.9)$$

それぞれの変化量について式 5.6-5.8 に用いた係数と状態ベクトルを用いて表す。また、得られた式をラプラス変換を行い伝達関数の形へ式変形を行う。

$$\frac{d\Delta \hat{x}}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}}_{\alpha} \Delta \hat{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} m \\ n \\ p \end{bmatrix}}_{\beta} \Delta \widehat{f_{sw}} \quad \dots(5.10)$$

$$s\Delta \hat{x}(s) = \alpha \Delta \hat{x}(s) + \beta \Delta \widehat{f_{sw}}(s)$$

$$(sI - \alpha) \Delta \hat{x}(s) = \beta \Delta \widehat{f_{sw}}(s)$$

$$\therefore \frac{\Delta \hat{x}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} = (sI - \alpha)^{-1} \beta \quad \dots(5.11)$$

また、求めたい式はコンバータの周波数応答特性、つまり $\Delta \widehat{v_{c_o}} / \Delta \widehat{f_{sw}}$ であるので、状態変数 \hat{x} の中で

$\widehat{v_{c_o}}$ の部分についてのみ考慮して式変形を施すと、式(5.12)の伝達関数を求める事ができる。

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} \\ &= \frac{s^2 p + s(mg + nh - ep - ap) + dhm + bgn + aep - egm - ahn - bdp}{s^3 - s^2(a + e + i) + s(ae + ai + ei - cg - fh - bd) - aei - cdh - bfg + afh + ceg + bdi} \end{aligned} \quad \dots(5.12)$$

この $a \sim p$ の係数は前述した通り、微小変動を加えた後の一周期の電流や電圧を積分することによりそれぞれ求められる。また、その値を代入することで伝達関数が求まる。

ここで、図 4.8 に提案手法を用いて伝達関数を求める際に用いたシミュレーション回路図を示し、係数を求める手順について説明する。

例として式 5.6 の係数 c について考える。まず、回路が定常状態になるまでシミュレーション回路を動かし、各素子にかかる電圧や流れる電流の定常値を求める。次にスイッチングのタイミングでの各波形の値を初期値として、その初期値に求めた定常値を代入する。そして出力コンデンサ電圧の初期値を、定常値から微小に変動させた値を代入して回路を動作させる。これにより変動した共振リアクトル電流(= 共振コンデンサ電流)と、定常状態でのスイッチング 1 周期分の共振リアクトル電流(= 共振コンデンサ電流)の面積差を求める。その値をスイッチング 1 周期の時間と共振コンデンサの容量で割った値が係数 c として求まる。同様の操作を全ての係数について行うことで係数を求めることができる。また、この求めた係数を式(5.12)に代入することで伝達関数を表すことが出来る。

第 2 節 提案手法によって求めた伝達関数の検証

第 1 項 バックコンバータにおける検討

前章で述べたように、LLC 電流共振形コンバータをはじめとして、共振形コンバータや、電流不連続モードで動作するコンバータの伝達関数を式で表現することが課題であった。

今回提案した伝達関数の導出方法では、PWM コンバータはもちろん、従来伝達関数を導出する事が困

難であったこれらのコンバータに対しても適応できる。それを検証するために様々な動作条件において比較検討を行うことにした。

まずは通常の状態平均化法においても伝達関数を求める事のできるバックコンバータにおいて、状態平均化法により導出した伝達関数と、提案した導出方法を用いた伝達関数を比較検討する。

図 5.4 に検討に用いたシミュレーション回路を示す。

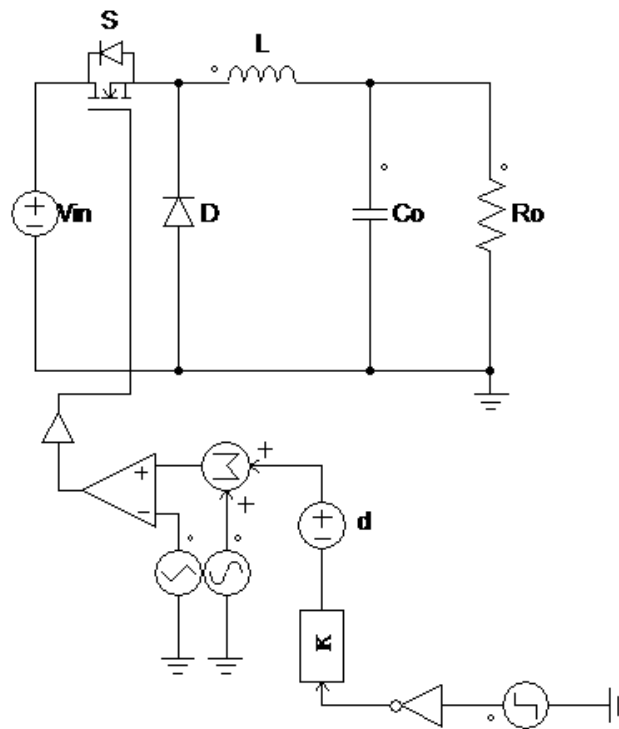


図 5.4 検討に用いたバックコンバータの回路図

バックコンバータの場合、状態変数はリアクトル電流とコンデンサ電圧である。入力電圧を一定とみなすとバ

ックコンバータにおける状態ベクトルの式は下記のようにあらわすことができる。

$$\Delta \hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{i}_L \\ \widehat{v_{c_o}} \end{bmatrix} \quad \dots(5.13)$$

$$\frac{d\Delta \hat{i}_L}{dt} = \underbrace{\frac{1}{L_r T_s} \frac{\partial \int v_L dt}{\partial \hat{i}_L}}_A \Delta \hat{i}_L + \underbrace{\frac{1}{L T_s} \frac{\partial \int v_L dt}{\partial \widehat{v_{c_o}}}}_B \Delta \widehat{v_{c_o}} + \underbrace{\frac{1}{L T_s} \frac{\partial \int v_L dt}{\partial \hat{d}}}_{G} \Delta \hat{d} \quad \dots(5.14)$$

$$\frac{d\Delta \widehat{v_{c_o}}}{dt} = \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{c_o} dt}{\partial \hat{i}_L}}_C \Delta \hat{i}_L + \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{c_o} dt}{\partial \widehat{v_{c_o}}}}_D \Delta \widehat{v_{c_o}} + \underbrace{\frac{1}{C_o T_s} \frac{\partial \int i_{c_o} dt}{\partial \hat{d}}}_H \Delta \hat{d} \quad \dots(5.15)$$

それぞれの変化量について式 5.14, 5.15 に用いた係数と状態ベクトルを用いて表す。また、得られた式にラプラス変換を行い、伝達関数の形へ式変形を行う。

$$\frac{d\Delta \hat{x}}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}}_P \Delta x + \underbrace{\begin{bmatrix} G \\ H \end{bmatrix}}_Q \Delta d$$

$$\frac{\Delta x(s)}{\Delta d(s)} = (sI - P)^{-1} Q$$

また、求めたい式はコンバータの周波数応答特性、つまり $\Delta \widehat{v_{c_o}} / \Delta \hat{d}$ であるので、状態変数 \hat{x} の中で

$\widehat{v_{c_o}}$ の部分についてのみ考慮して式変形を施すと

$$\frac{\Delta v_{c_o}(s)}{\Delta d(s)} = \frac{CG + H(s - A)}{(s - A)(s - D) - BC} = \frac{Hs - (HA - CG)}{s^2 - s(A + D) + AD - BC} \quad \dots(5.17)$$

この係数にシミュレーションを用いて数値計算した値を代入することで伝達関数を求める。今回検討したバッ

クコンバータの素子の値を表 5.1 に示す．また定常特性と動作点を図 5.5 に示す．

表 5.1 検討した設計値

入力電圧 V_{in}	12 V
出力電圧 V_o	5 V
負荷抵抗 R_o	5 Ω
インダクタンス L	100 μH
出力コンデンサ C_o	47 μF
時比率 d	0.42
スイッチング周波数 f	50 kHz

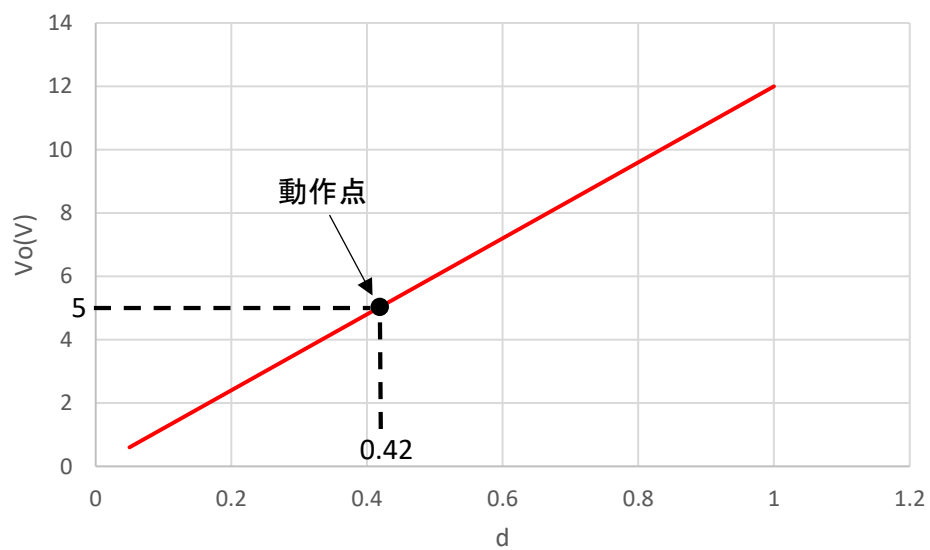


図 5.5 定常特性と検討した動作点

この動作点において提案手法により得られたボード線図と、状態平均化法によって得られたボード線図の比較を図 5.6 に示す。また、その伝達関数を式 5.18 に示す。

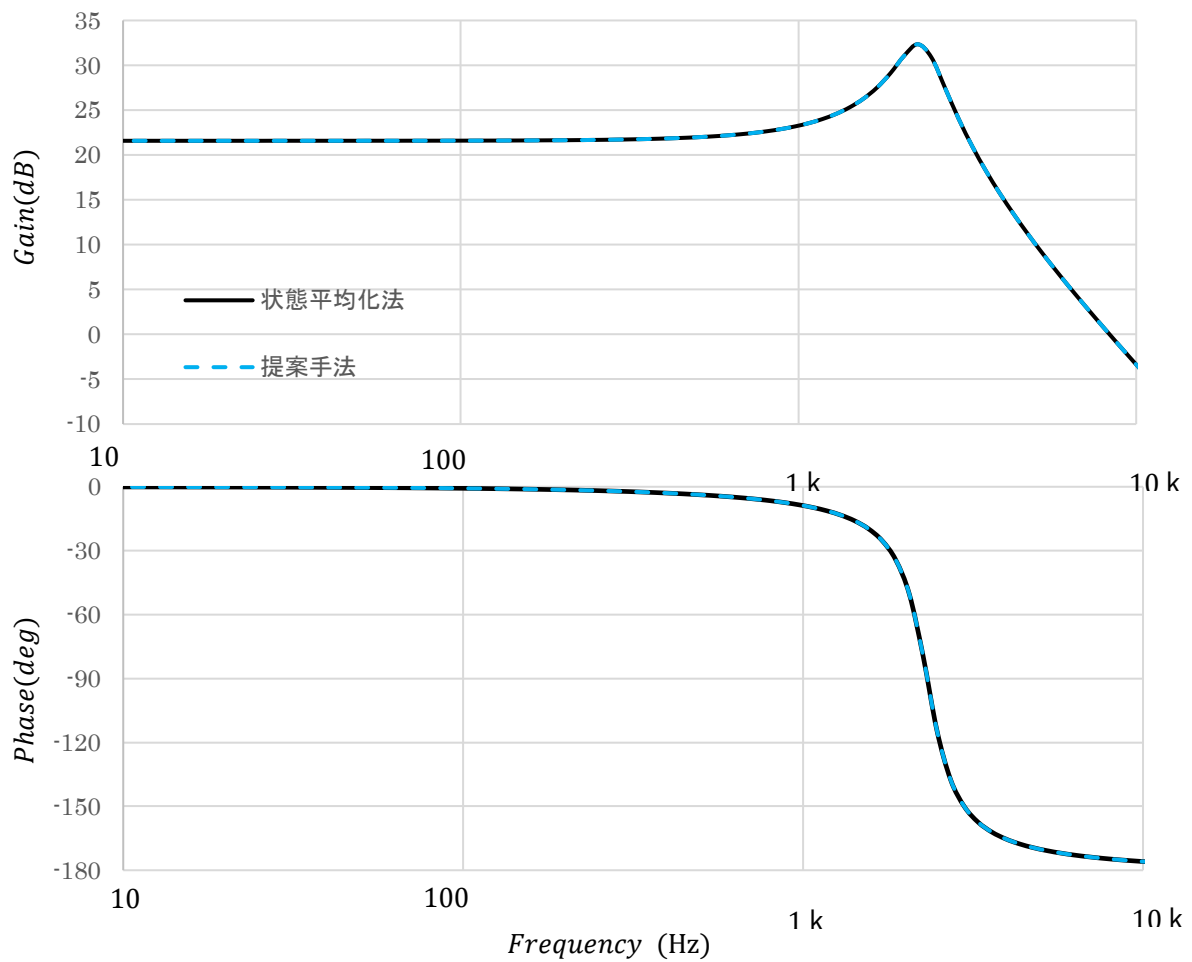


図 5.6 動作点におけるボード線図

$$\frac{\Delta v_{co}(s)}{\Delta d(s)} = \frac{2.56 * 10^9}{s^2 + 4260s + 2.13 * 10^8} \quad \dots(5.18)$$

図 5.6 に示した通り，提案手法によって得られた伝達関数によって得られたボード線図は，状態平均化法によって求めた伝達関数と一致した．このことから提案手法の有用性が確認できる．

第 2 項 LLC 電流共振形コンバータにおける検討

次に，従来のやり方では伝達関数を求める事ができなかった LLC 電流共振形コンバータに今回提案した手法を適応して伝達関数を導出する．

前項ではバックコンバータという，状態平均化法の解析方法が使用可能な PWM コンバータについて検討したため，比較対象は状態平均化法を解くことによって求められた伝達関数であったが，LLC 電流共振形コンバータは前述した通り伝達関数を従来の解析法で求められないため，同様の比較をすることができない．

そこで今回は検討対象として，提案した手法によって求めた伝達関数により描いたボード線図，シミュレーションの AC sweep 機能によって描いたボード線図と，実機回路を用いて描いたボード線図を比較する．また，前章にて述べたように，LLC 電流共振形コンバータではボード線図の概形が動作条件によって一次系であった

り二次系になったりと様々な形に変化することが分かっている. この次数の変化について検討するため, 伝達関数に与える影響の大きな項のみを取り出した近似式を導出し比較した.

比較用の検討に用いた素子の値を表 5.2 に示す. また, LLC 電流共振形コンバータの定常特性を図 5.7 に示す. この表 5.2 の設計値において, 負荷抵抗 $R_{o1} = 2 \Omega$ の動作点①で求めた伝達関数を式 5.19 に示す. またその近似式を式 5.20 に示し, それぞれのボード線図の比較を図 5.8 に描いた.

また, 同様にこの表 5.1 の設計値において, 負荷抵抗 $R_{o2} = 20 \Omega$ の動作点②で求めた伝達関数を式 5.21 に示す. またその近似式を式 5.22 に示し, それぞれのボード線図の比較を図 5.9 に描いた.

表 5.2 検討した設計値

入力電圧 V_{in}	380 V
出力電圧 V_o	12 V
巻き数比 n ($N_p : N_s = n : 1$)	17

共振周波数 f_r	223 kHz
共振コンデンサ C_r	3.3 nF
共振インダクタンス L_r	401 μ H
励磁インダクタンス L_m	155 μ H
出力コンデンサ C_o	660 μ F
出力コンデンサの 等価直列抵抗 r_c	0.007 Ω

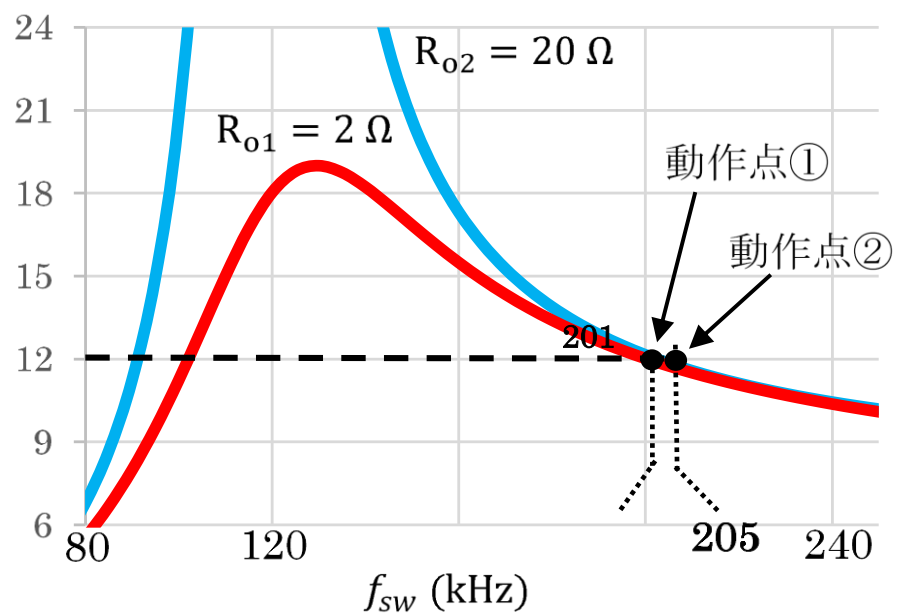


図 5.7 定常特性と検討した動作点

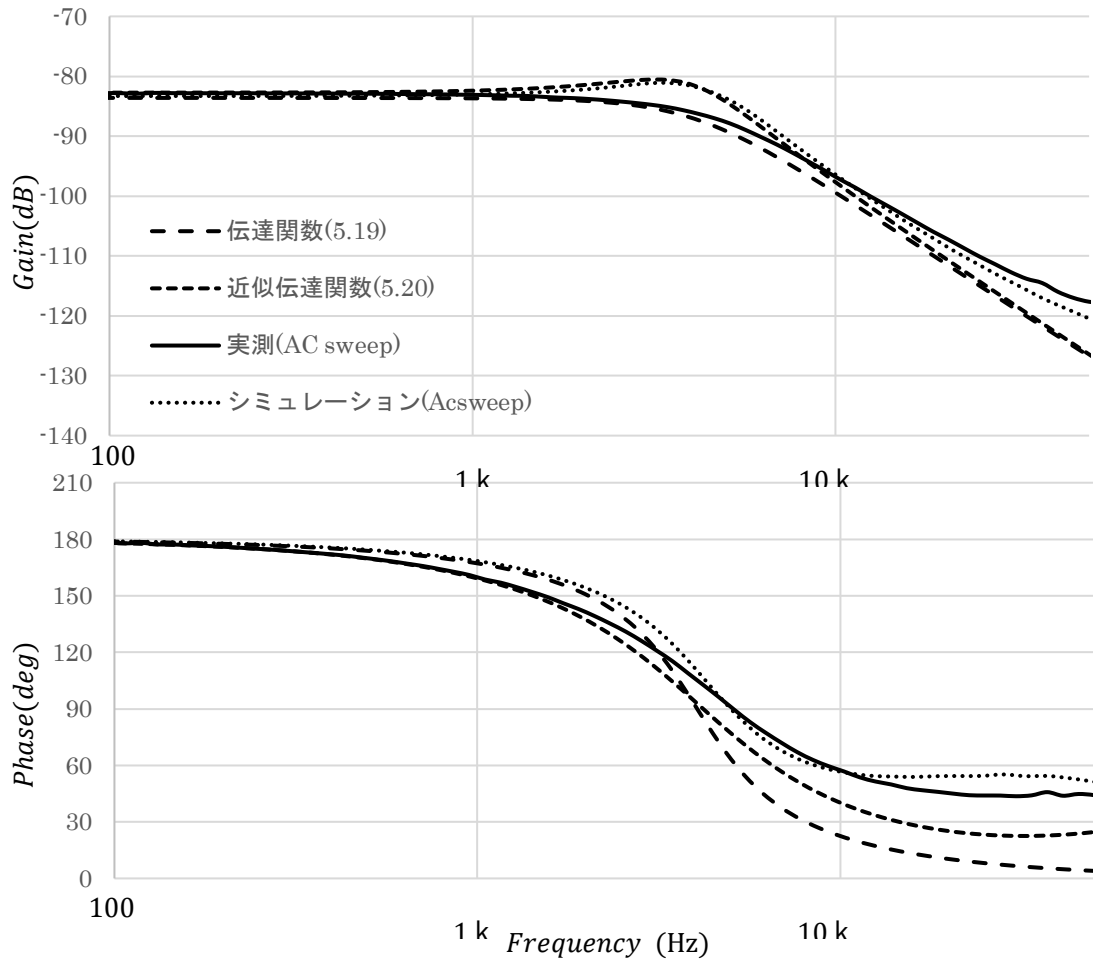


図 5.8 動作点①でのボード線図の比較

$$\frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} = \frac{-0.0437 s^2 - 4.13 * 10^4 s + 2.03 * 10^9}{s^3 - 8.05 * 10^3 s^2 - 1.129 * 10^9 s - 3.08 * 10^{13}} \quad \dots(5.19)$$

$$\cong \frac{2.03 * 10^9}{-8.05 * 10^3 s^2 - 1.129 * 10^9 s - 3.08 * 10^{13}} \quad \dots(5.20)$$

提案手法によって求めた伝達関数は、シミュレーションや実機回路の AC sweep 機能を用いて描いたボード線図とよく一致していることが分かる。また、二次遅れ系になることを近似式によって表現できている。

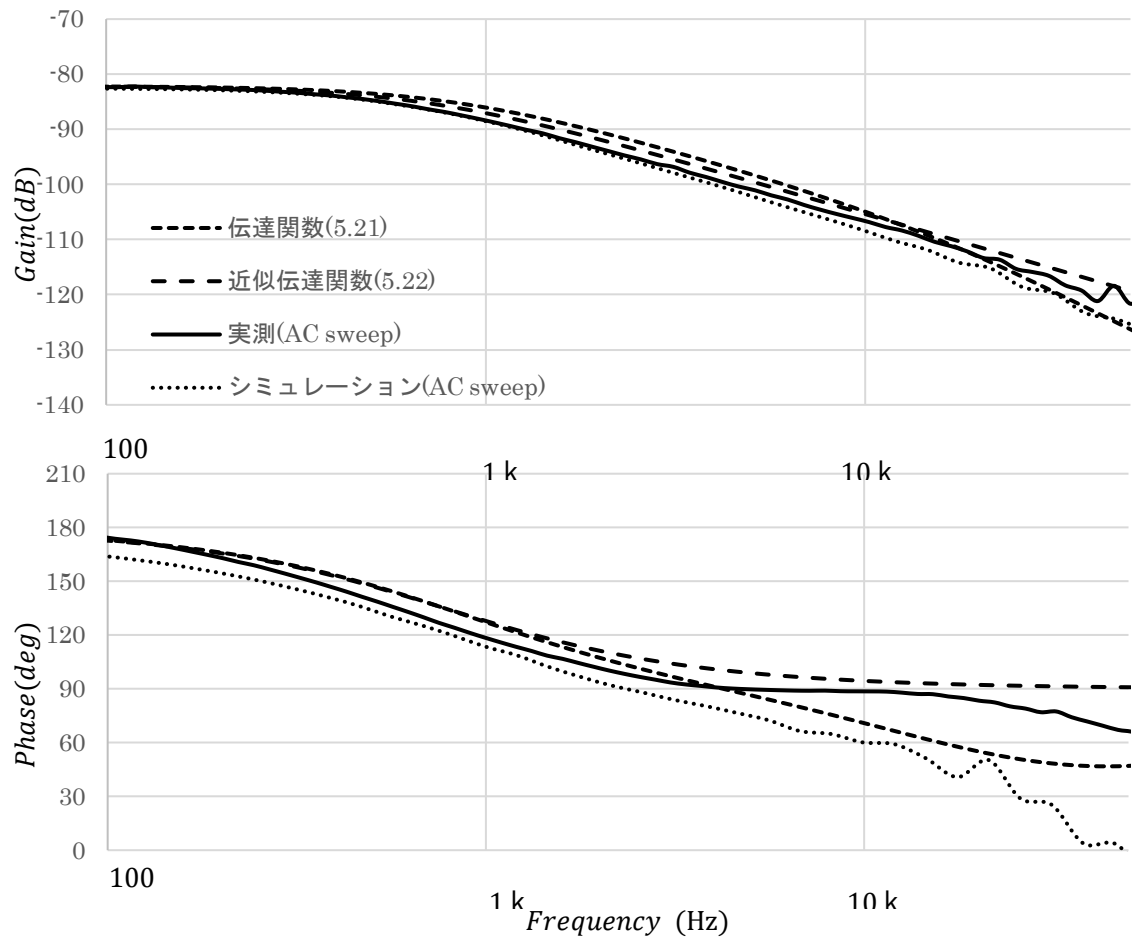


図 5.9 動作点②でのボード線図の比較

$$\frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} = \frac{-0.0719 s^2 - 5.997 * 10^4 s - 9.108 * 10^9}{s^3 + 3.184 * 10^5 s^2 + 2.393 * 10^{10} s + 1.169 * 10^{14}} \quad \dots(5.21)$$

$$\cong \frac{-9.108 * 10^9}{2.393 * 10^{10} s + 1.169 * 10^{14}} \quad \dots(5.22)$$

動作点②においても提案手法によって求めた伝達関数は、シミュレーションや実機回路の AC sweep 機能を用いて描いたボード線図とよく一致していることが分かる。また、1 次遅れ系になることを近似式によって表現できている。

次に回路パラメータを大きく変化させて検討を行った。その時の素子の値を表 5.3 に示す。また、LLC 電流共振形コンバータの定常特性を図 5.10 に示す。この表 5.3 の設計値において、負荷抵抗 $R_o = 4\Omega$ の動作点③で求めた伝達関数を式 5.23 に示す。また、その近似式を式 5.24 に示し、それぞれのボード線図の比較を図 5.11 に描いた。

表 5.3 検討した設計値

入力電圧 V_{in}	380 V
出力電圧 V_o	12 V
巻き数比 n ($N_p : N_s = n : 1$)	17
共振周波数 f_r	81.3 kHz
共振コンデンサ C_r	44 nF
共振インダクタンス L_r	330 μ H
励磁インダクタンス L_m	87 μ H
出力コンデンサ C_o	330 μ F

出力コンデンサの	0.014 Ω
等価直列抵抗 r_c	

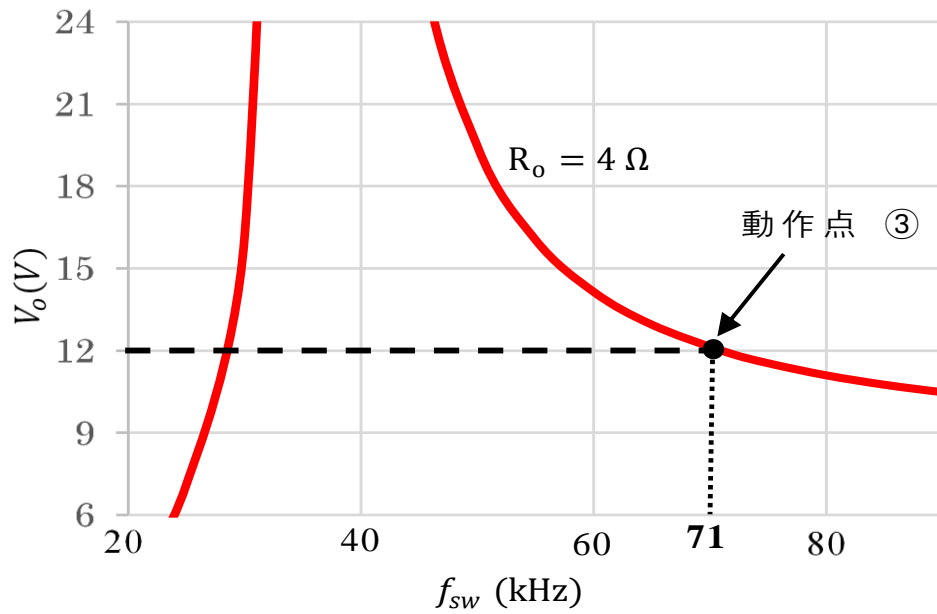
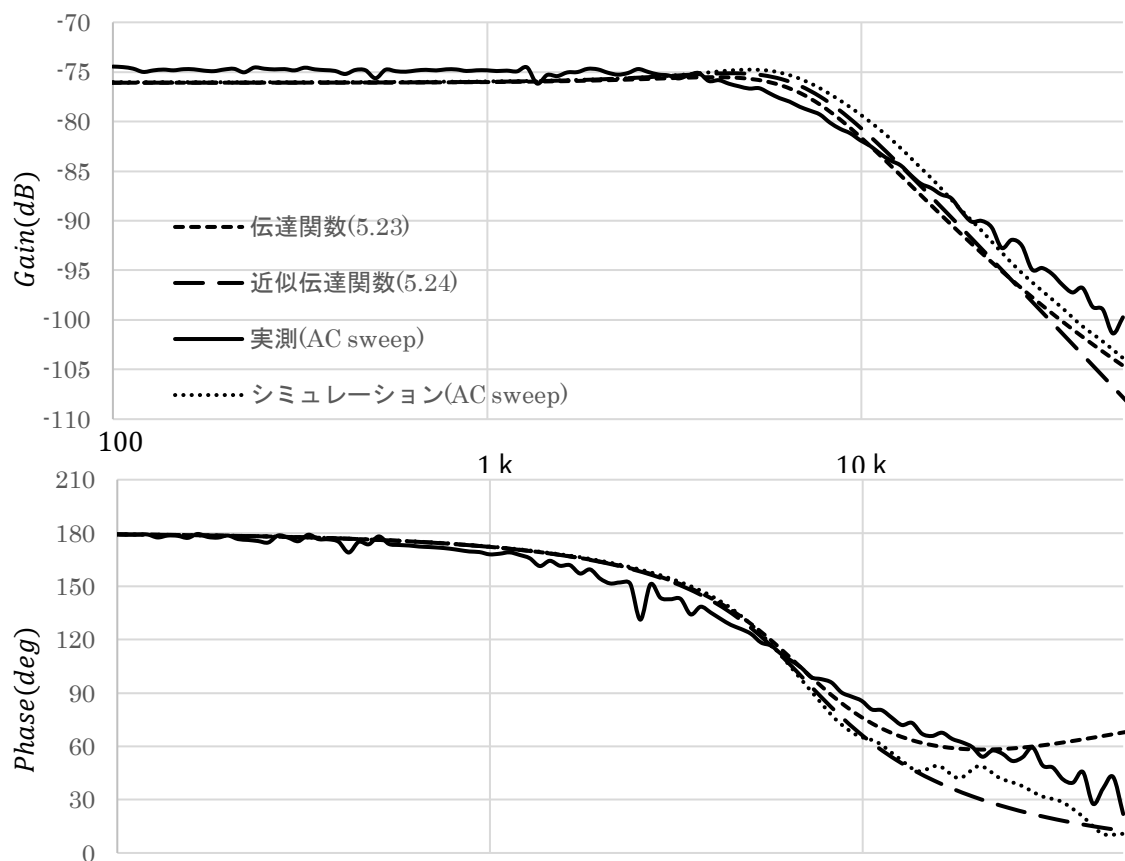


図 5.10 定常特性と検討した動作点



線図の変化が何によって起こるかを調べることで、設計をしていくうえで必要な特徴が求まる。そのために伝達関数の極点と零点が負荷によってどう変化するかを調べる。

伝達関数の極点と零点の関係は、下記の図 5.12 (a) (b)のような形となっている。

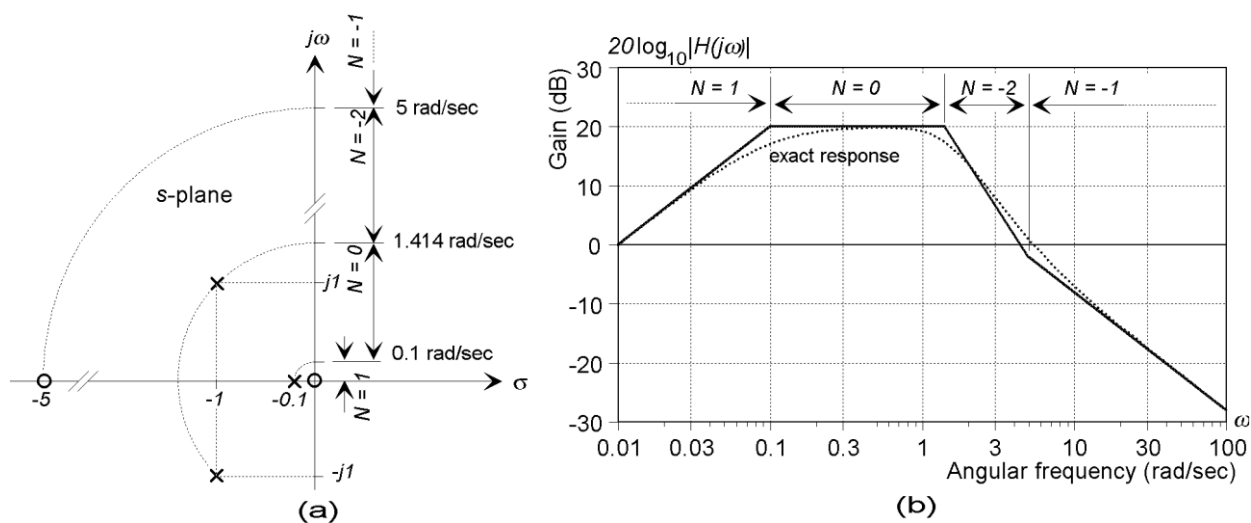


図 5.12 極点零点とボード線図の関係

(出典：“Understanding Poles and Zeros”, The class of analysis and design of feedback control systems, MIT department of mechanical engineering)

複素平面上に伝達関数によって得られた極点や零点をプロットして表す。ボード線図のゲインの傾きは、零点(図 a の丸印)が一つあると 1 次進み系、極点(図 a のバツ印)が一つあると 1 次遅れ系となる。また、折れ点周波数の位置は、複素平面上における原点から根の位置によって求まる。複素共役な根が存在する場合は、同じ折れ点周波数からその特性を重畳した傾きでゲインが変化することが分かる。

第 2 項 LLC 電流共振形コンバータにおける極点零点とボード線図の関係

前項で述べた伝達関数の極点零点表示を LLC 電流共振形コンバータに適用した。LLC 電流共振形コンバータでは、素子の値を様々に変えることでボード線図の傾きが 1 次遅れ系であったり 2 次遅れ系となったり、時にはどちらとも言えないような中途半端な傾きとなる場合があり、特徴を掴むことが難しかった。

今回は例として、傾きが 1 次遅れ系とも 2 次遅れ系とも言えないような形のボード線図となっているものについて、その仕組みを極点と零点の表示によって説明する。

下記の図 5.13 に、ある条件での伝達関数(式 5.25)によるボード線図のゲインを示す。図を見て分かるように、折れ点周波数 10 kHz 付近から -30dB/decade ほどの傾きでゲインが落ちている。この傾きは 1 次遅れ系でも 2 次遅れ系でもない。

次に図 5.14 に、式 5.25 の伝達関数の極点零点を複素平面上にプロットした。また、これにより分かった極点と零点をボード線図上に対応する場所にプロットした図を図 5.15 に示す。

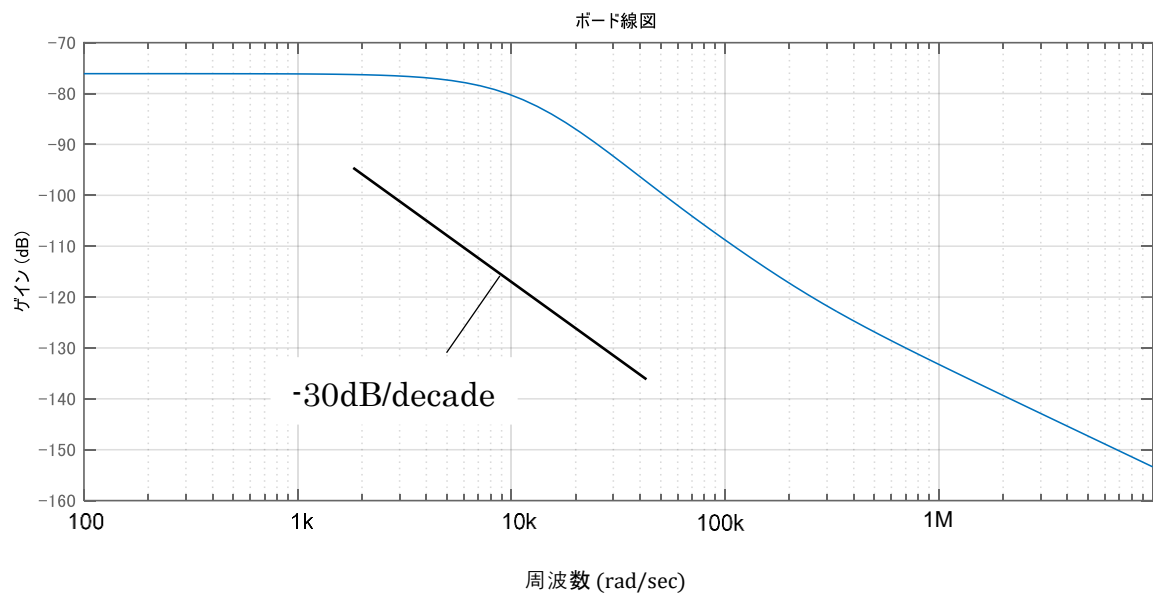


図 5.13 傾きが -30dB/decade となるボード線図のゲイン

$$\frac{\Delta \widehat{v_{co}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} = \frac{-0.215 s^2 - 5.554 * 10^4 s - 2.613 * 10^9}{s^3 + 1.37 * 10^5 s^2 + 2.83 * 10^9 s + 1.67 * 10^{13}} \quad \dots(5.25)$$

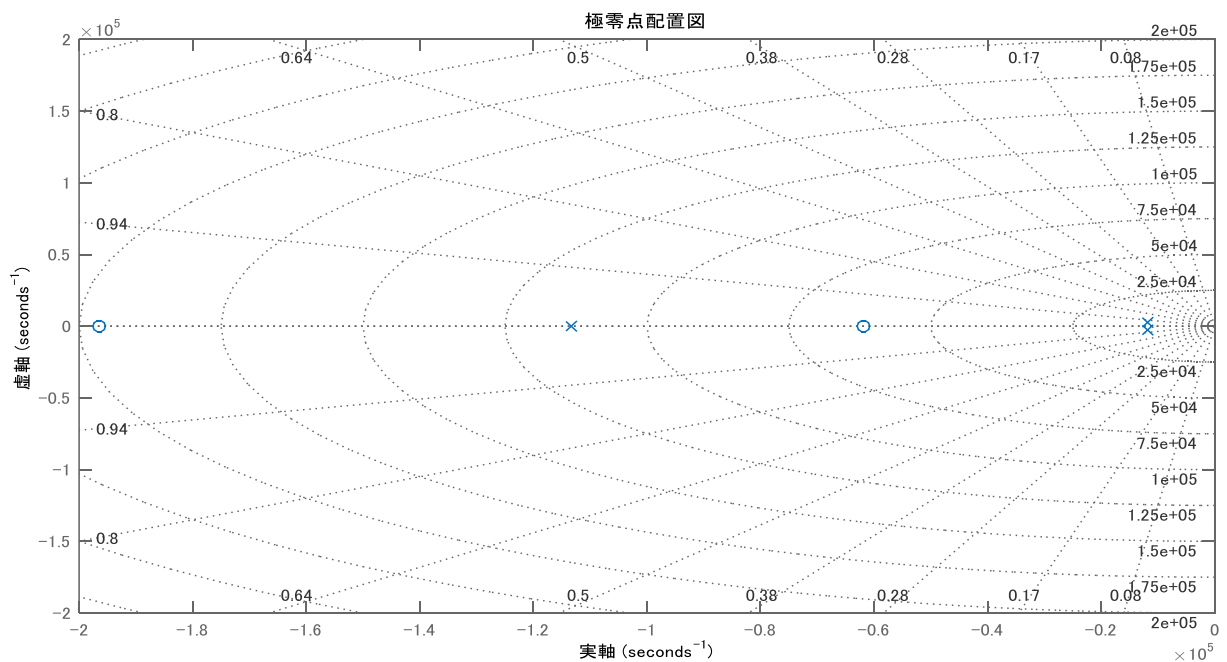


図 5.13 式 5.25 の伝達関数の極点零点表示

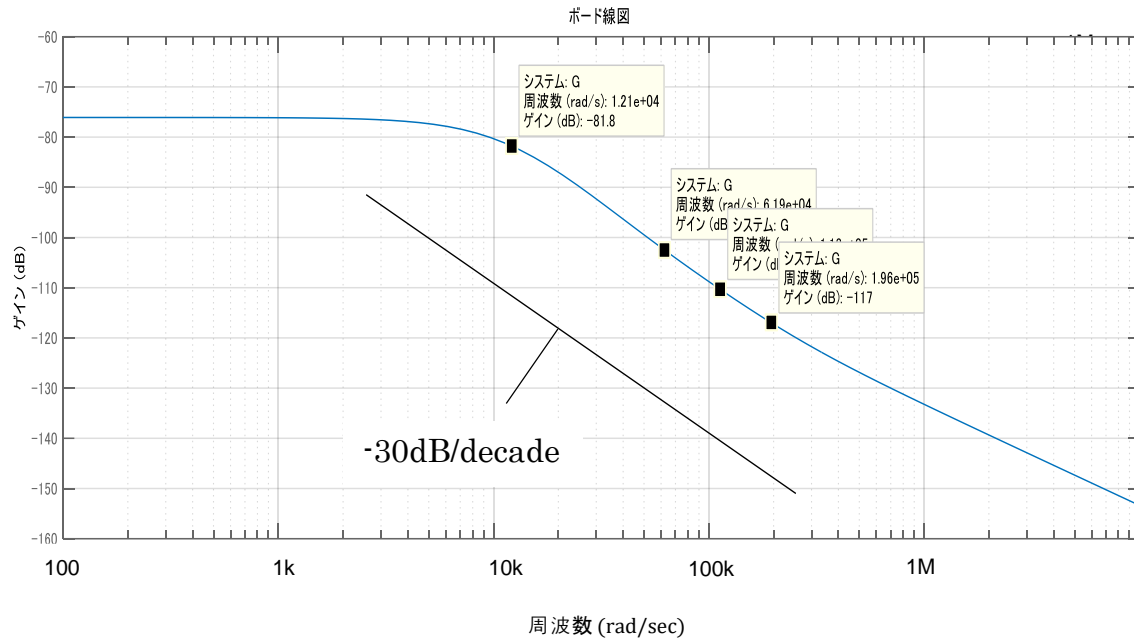


図 5.14 極点零点の位置をプロットしたボード線図

図 5.13 の原点に近い極点は 1.21×10^4 rad/sec の距離にあるため、図 5.14 のボード線図ではその点から 2 次遅れ系の傾きでゲインが落ちることが分かる。しかし、 6.19×10^4 rad/sec 付近にて零点が存在するため、ゲインの傾きが持ち上がる。これにより、ゲインは -40dB/decade の傾きで落ちきる前に持ち上げられてしまい、-30dB/decade の中途半端な傾きをとることが説明できる。

このように、伝達関数の式を極点零点表示するとボード線図の傾きの変化についての議論をしやすくなるこ
とが可能である。

第 3 項 負荷変化による LLC 電流共振形コンバータの伝達関数の変化

負荷によってボード線図の形が変わる様を極点零点の複素平面表示によって表すため、表 5.2 の動作条件において、負荷抵抗を 40 , 20 , 12 , 3 Ω と変化させた時のボード線図を図 5.15 に示す。またそれぞれの式を 5.26 ~ 5.29 に示した。

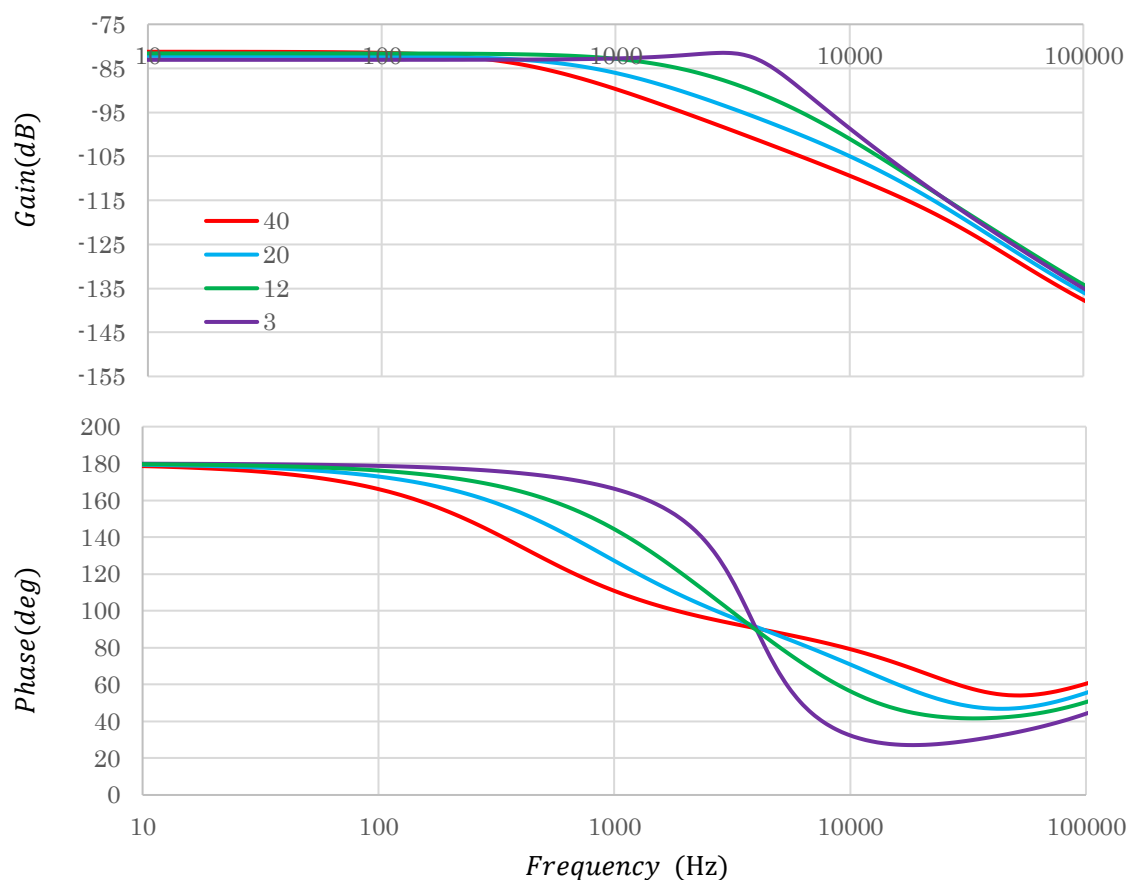


図 5.15 負荷変動によるボード線図の変化

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} &= \frac{-0.0624 s^2 - 5.01 * 10^4 s - 9.035 * 10^9}{s^3 + 3.80 * 10^5 s^2 + 4.165 * 10^9 s + 1.042 * 10^{14}} \\ &= \frac{-0.0624(s + 5.29 * 10^5)(s + 2.74 * 10^5)}{(s + 2.56 * 10^3)(s + 1.89 * 10^5 + 7.11 * 10^4 i)(s + 1.89 * 10^5 - 7.11 * 10^4 i)} \end{aligned} \quad \dots(5.26)$$

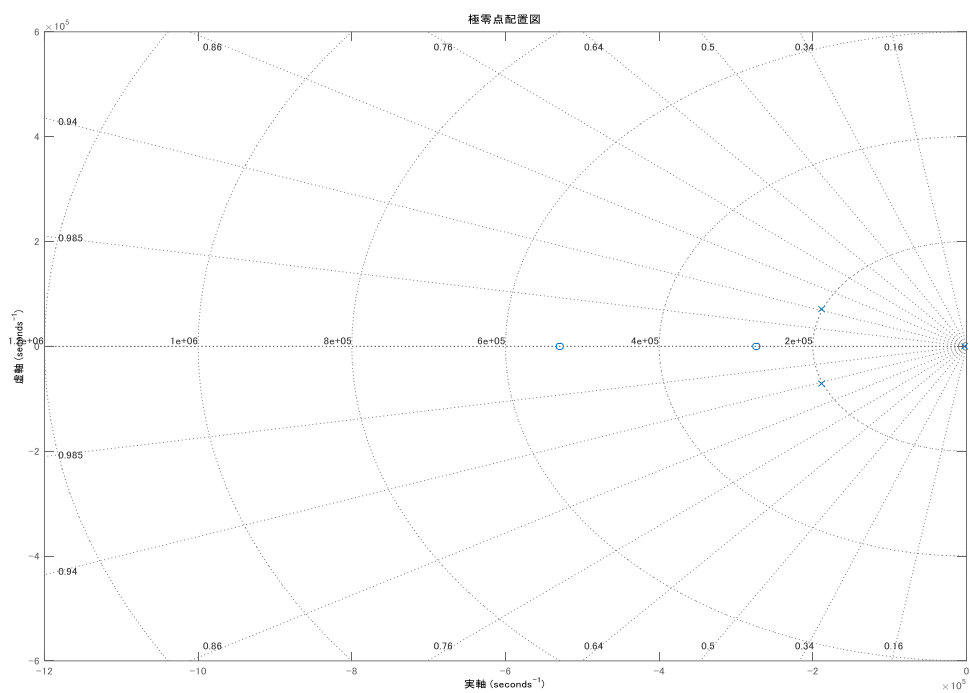
$$\begin{aligned}
\frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} &= \frac{-0.0719 s^2 - 5.997 * 10^4 s - 9.108 * 10^9}{s^3 + 3.18 * 10^5 s^2 + 2.39 * 10^{10} s + 1.17 * 10^{14}} \\
&= \frac{-0.0719(s + 6.34 * 10^5)(s + 2 * 10^5)}{(s + 5.26 * 10^3)(s + 2.03 * 10^5)(s + 1.1 * 10^5)} \\
\frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} &= \frac{-0.0793 s^2 - 7.926 * 10^4 s - 1.18 * 10^{10}}{s^3 + 3.35 * 10^5 s^2 + 1.61 * 10^{10} s + 1.42 * 10^{14}} \quad \dots(5.28) \\
&= \frac{-0.0793(s + 8.17 * 10^5)(s + 1.82 * 10^5)}{(s + 2.79 * 10^5)(s + 4.44 * 10^{54})(s + 1.15 * 10^4)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta \widehat{v_{c_o}}(s)}{\Delta \widehat{f_{sw}}(s)} &= \frac{-0.0663 s^2 - 7.661 * 10^4 s - 1.365 * 10^{10}}{s^3 + 3.49 * 10^5 s^2 + 8.15 * 10^9 s + 1.94 * 10^{14}} \quad \dots(5.29) \\
&= \frac{-0.0663(s + 9.35 * 10^5)(s + 2.2 * 10^5)}{(s + 3.26 * 10^5)(s + 1.16 * 10^4 + 2.15 * 10^4 i)(s + 1.16 * 10^4 - 2.15 * 10^4 i)}
\end{aligned}$$

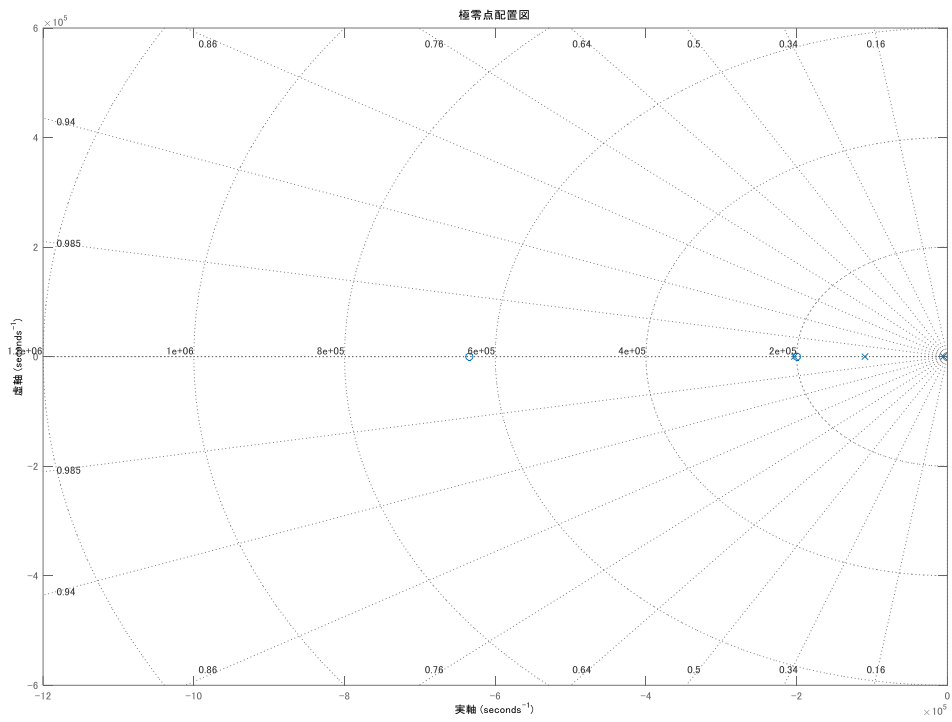
軽負荷時、つまり負荷抵抗の値が大きい場合はボード線図のゲインの折れ点周波数が低く、傾きが 1 次遅れ系になることが確認できる。また、重負荷時、つまり負荷抵抗の値が小さくなるにつれ折れ点周波数は高くなり、ゲインの傾きは 2 次遅れ系に近づくことが分かる。高周波では軽負荷時の場合も重負荷時の場合もゲインも 2 次遅れ系となっていることが読み取れるが、どこを境にその形になるかという判断はボード線図から読み取る事は難しい。

そこで、それぞれの場合について極点零点を表す。図 5.16 (a) ~ (d) に式 5.26 ~ 5.29 に対応する極点零点の複素平面表示を示す。LLC 電流共振形コンバータの伝達関数は式 5.12 に示したように、極点が 3 つ、零点が 2 つになることが分かっている。

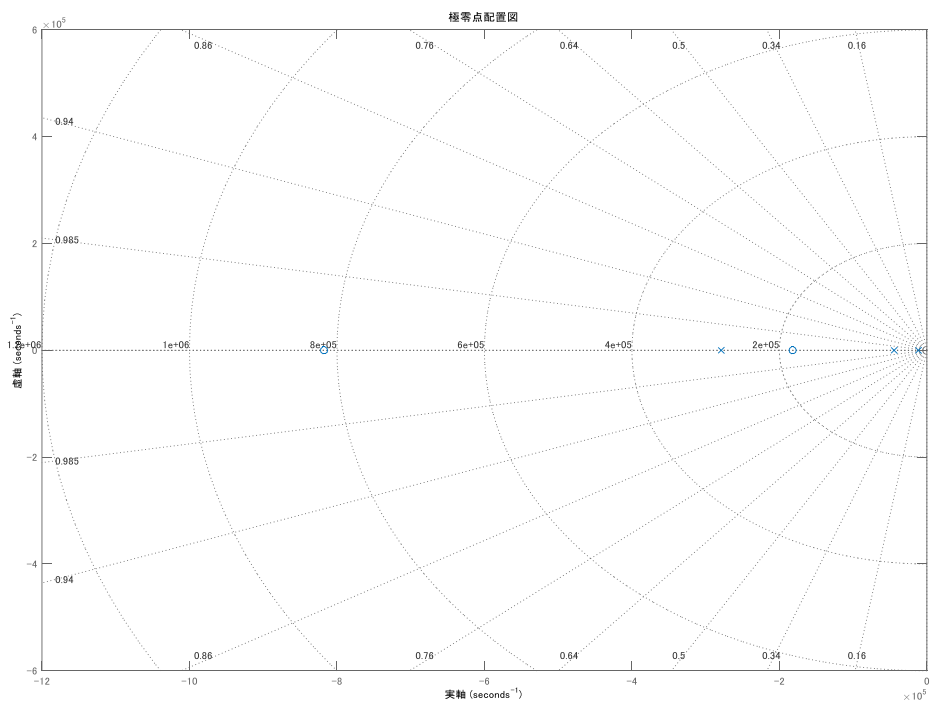
この複素平面図は、円状の補助線が原点からの等距離線としてひかれている。そのため、距離の近い零点と極点は打ち消しあうと判断できる。



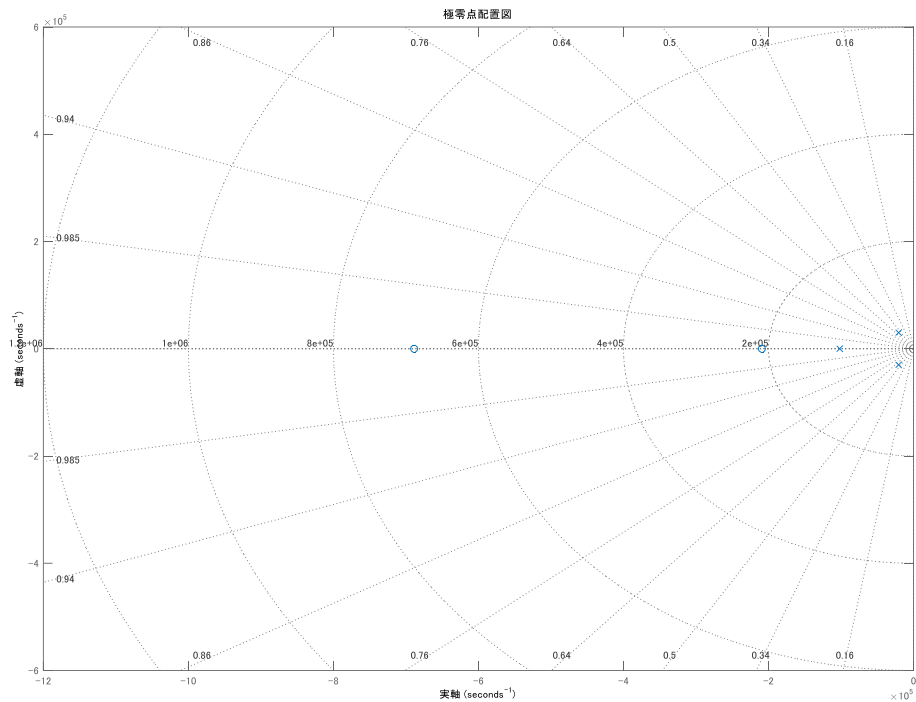
(a) 負荷抵抗 40Ω



(b) 負荷抵抗 20Ω



(c) 負荷抵抗 12Ω



(d) 負荷抵抗 3Ω

図 5.16 極点零点の位置の変化

図 5.16 (a) ~ (d)から見て分かるように一つの零点はどの負荷においてもかなり高周波にあるため、無視することができると考えられる。

5.16 (a) では原点付近に極点があるため、低い周波数からゲインが 1 次遅れの傾きで落ちることが分かる。その後、2 つの極があらわれるため、3 次遅れになるようにとらえられるが、その直後に零点がくることにより、1 つの極が相殺され結果として 2 次遅れ系の形になる。

また、負荷抵抗が小さくなるにつれ、極が原点に近づいていく事が分かる。そして(d)のケースでは極点が一致したのち複素共役の項に分裂しているため、最初の折れ点周波数に到達した時点で 2 次遅れ系になるこ

とが分かる。これにより、低い周波数から 2 次遅れ系の傾きでゲインが落ちていくボード線図に変わる事が説明できる。5.16 (a)に関しては極点が複素共役であるものがあり、(b),(c)は全て実軸上にあるため大きく形が異なるように見えるが、ボード線図のように対数表示した場合その差は小さく、形が変わる事自体の影響はさほどない。

このようにボード線図のみでは詳しく分からない負荷に応じた伝達関数の変化を、極点や零点が変化していく様子を複素平面上に表すことで説明が出来る。また、今回は負荷抵抗を変動させた場合の伝達関数の変化について考察したが、他の素子や出力電圧値など様々な要素によって変化する伝達関数の変化も同様の操作によって極点零点表示にて説明が可能となった。この極点零点がどのように移り変わるかという指標を作ることにより、より設計をしやすくと期待している。

第 6 章 総括

本稿では LLC 電流共振形コンバータの回路動作と設計及び回路の特徴である静特性と動特性について示し、提案した新しい伝達関数の導出方法について説明した。

まず、4 章では LLC 電流共振形コンバータにおいてスイッチやダイオードなどの素子の内部抵抗を考慮した詳細な定常特性の式を導出した。これにより、回路シミュレーションや実測回路の設計に近い値をとることができるようになった。次に、動特性として Vorperian によって推測された直列共振形コンバータの伝達関数が LLC 電流共振形コンバータにおいても適用することができるかを考察した。そのために、実測と一致するボード線図を測定することのできるシミュレーション回路を PSIM にて作成した。この回路は従来の制御部が複雑であったり、逆に単純なモジュール化されたりして内部が不明で特性が分からないという欠点を克服し、単純な特性で実現されているため、コンバータのみのボード線図の測定を容易にした。このシミュレーション回路の考案により、設計するたびに試作をする必要が無くなり作業効率を大幅に向上することができた。また、シミュレーションと実測において AC sweep 機能を用いて測定したボード線図は一致したが、Vorperian によって推測されていた伝達関数は一致しない条件があることを確認した。

5 章では、伝達関数の導出がされていないという現状を踏まえ、全てのコンバータにおいて伝達関数の導出可能な方法を提案した。例として、従来の解析法である状態平均化法を用いても伝達関数を求められるバックコンバータにおいてこの手法を試し、ボード線図が一致することを確認した。また、同様の方法で LLC 電流共振形コンバータにおいても伝達関数を数式によって表現し、提案手法と実測やシミュレーション回路で AC sweep 機能を用いて測定したボード線図が一致することを確認した。また、LLC 電流共振形コンバータが負荷やその他様々な条件によ

ってボード線図のゲインの折れ点周波数や傾きが変わる事を確認し、その変化が何によって起きるかについて極点
零点を用いた複素平面によって説明することが可能となった。

謝辞

本研究の機会を与えてくださり、また終始温かい御指導とご鞭撻を賜りました九州大学大学院システム情報科学府電気電子工学専攻電気システム工学コースの庄山正仁教授、今岡淳助教授に心から感謝と敬意を表し、厚く御礼申し上げます。

そして、本研究に日頃より数々の有益な御指導、御助言を頂きました、河野誠司テクニカルスタッフ、橋本孝義技術職員に謹んで感謝の意を表します。

最後に、本研究の遂行にあたって、終始御協力、励ましを頂いたグリーンエレクトロニクス回路研究室の先輩方に深く感謝致します。

参考文献

- [1] 原田耕介・二宮保・顧文建, “スイッチングコンバータの基礎”, コロナ社, 1992.

- [2] 安部征哉, 財津俊行: “スイッチング電源制御設計の基礎”, 日経BP社, 2015

- [3] Vatche Vorperian “Analysis of resonant converter” , In Partial Fullfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy , 1984

- [4] 米澤遊, 佐々木智丈, 細山尚登, 眞鍋厚, 中尾宏, 菅原貴彦, 中島善康, “デジタル制御電源向けモデルベース開発環境の構築” 信学技報EE2015-23, pp.85-90, Jan 2016

- [5] 金春峰, 二宮保, 富岡聡 “LLC 電流共振形 DC-DC コンバータの動特性について” 信学技報, pp. 1-7, 2008
- [6] 河津修平, 峰陽介, 石塚洋一, 二宮保, 安部征哉 “LLC 電流共振形 DC-DC コンバータの動特性解析について” 信学技報, pp. 17-21, 2013
- [7] 平地克也 “LLC 方式 DC/DC コンバータの回路構成と動作原理” 技術メモ 2014
- [8] 喜多村守, 「全波整流ハーフブリッジ LLC 共振コンバータの設計と試作」, グリーン・エレクトロニクス No.13
デジタル制御電源の実践研究, pp.17-39, CQ 出版社, 2013.
- [9] Jinhaeng Jang, Minjae Joung, Byungcho Choi, Heung-geun Kim “Dynamic Analysis and Control Design of Optocoupler-Isolated LLC Series Resonant Converters with Wide Input and Load Variations”
ECCE, pp. 758-766, 2009
- [10] Minjae Joung, Housung Kim, Joowon Beak “Dynamic Analysis and Optimal Design of High Efficiency Full Bridge LLC Resonant Converter for Server Power System”
APEC, pp.1292-1297, 2012
- [11] Oun Lee, Gun-Woo Moon “Analysis and Design of a Three-Level LLC Series Resonant Converter for High – and Wide-Input-Voltage Applications”
TPEL, pp. 2966-2979 2011
- [12] 山下裕介, 今岡淳, 庄山正仁, 米澤遊, 中島善康, “LLC電流共振形コンバータの周波数応答につ

いて” 通信講演論文集2, pp.283

[13] Zaka Ullah Zahid , Jih-Sheng (Jason) Lai “Damping Impact on Dynamic Analysis of LLC Resonant Converter” APEC , pp.2834-2841 ,2014

[14] 佐藤輝被 , 村上裕亮 , “等価回路モデルを用いた LLC 電流共振形コンバータの小信号解析”
信学技報, vol. 115, no. 429, EE2015-9, pp. 1-6

[15] Rahul Khandekar , Vasil Panov , William G. Dunford “A Novel Modeling Approach of LLC Resonant Converter for Embedded Controls” Telecommunications Energy Conference (INTELEC) pp. 1-6

[16] Chien-Hsuan Chang , Chun-An Cheng , Hung-Liang Cheng “Modeling and Design of the LLC Resonant Converter Used as a Solar-Array Simulator” Emerging and Selected Topics in Power Electronics pp.833-841

[17] 山下裕介, 今岡淳, 庄山正仁, 米澤遊, 中島善康, “数値計算を援用したLLC電流共振形コンバータの伝達関数の導出” 信学技報, vol. 116, no. 429, EE2016-79, pp. 163-168