九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

RPG荷重の自動同定手法に関する一検討

村上，幸治
九州大学工学部技術部

森下，瑞生
国立研究開発法人 海上技術安全研究所 産業システム系情報システム研究グループ

後藤，浩二
九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門

https://hdl.handle.net/2324/4794831

出版情報：Quarterly Journal of Welding Society. 39 (2), pp.125-131, 2021. Japan Welding Society
バージョン：
権利関係：(c) 2021 社団法人 溶接学会

KYUSHU UNIVERSITY

［溶接学会論文集　第 39 巻　第 2 号　p. 125-131（2021）　DOI: 10.2207/qjjws.39.125］

RPG 荷重の自動同定手法に関する一検討*

村上　幸治**，森下　瑞生***，後藤　浩二****

A Study of Automatic Measurement Method of RPG (Re-tensile Plastic zone's Generated) load*

by MURAKAMI Koji**, MORISHITA Mizuki*** and GOTOH Koji****

Identification of the relationship between fatigue crack propagation rate (da/dN) and stress intensity factor range (ΔK) is inevitable to apply the fracture mechanics approach to assess the growth of fatigue crack growth. The relationship between da/dN and ΔK is widely applied to evaluate fatigue crack propagation behavior. To evaluate the fatigue crack growth history under variable loading history, it is necessary to replace ΔK to the effective stress intensity factor range, which can quantitatively consider fatigue crack opening and closing behavior.

ΔK_{eff} proposed by Elber is well known as the effective stress intensity factor range, but even if ΔK_{eff} is applied to evaluate the fatigue crack propagation behavior, a threshold value ($(\Delta K_{\mathrm{eff}})_{\mathrm{th}}$)was occurred. On the other hand, it is known that fatigue cracks propagate even at ΔK_{eff} below $(\Delta K_{\mathrm{eff}})_{\mathrm{th}}$ under variable loading history. This implies that ΔK_{eff} is an insufficient parameter to describe fatigue crack propagation behavior.

ΔK_{RPG}, which has a close relationship with the cyclic plastic behavior in the vicinity of the crack tip proposed by Toyosada and Niwa, can give the solution of the problem of ΔK_{eff}, and even under complicated variable loading history including multiple frequency components.

To apply the fatigue crack propagation law with ΔK_{RPG} as a parameter, it is necessary to experimentally measure the RPG load and identify the propagation law constants ($\Delta K_{\mathrm{RPG}}=C(\Delta K_{\mathrm{RPG}})^m$) C and m.

A conventional method for identifying RPG loads requires the superposition of the hysteresis loop near the crack tip and its reversal loop as measured by the unloading elastic compliance method. However, advanced skills in this method, such as understanding the characteristics of measurement errors associated with loops, is required.

In this study, we propose a method to automatically measure the RPG load equivalent to that of an expert, and compare the automatic measurement results by this method with the past conventional measurement results under multiple materials and loading conditions, and validate the automatic measuring method.

Key Words: Fatigue crack propagation rate (da/dN), Stress intensity factor range (ΔK), Re-tensile Plastic zone's Generated load (RPG load), Effective stress intensity factor range based upon RPG load (ΔK_{RPG}), Turkey's Biweight estimation

1. 緒　　言

疲労亀裂伝播則は，Paris[1]により応力拡大係数範囲 ΔK と疲労亀裂伝播速度 da/dN（a：亀裂長さ，N：サイクル数）の関係式 $da/dN=C(\Delta K)^m$（C，m：材料定数）が提案されて以降，同様の形式で Elber[2]による疲労亀裂開閉口挙動を考慮した有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} をパラメータとする伝播則，更に Toyosada と Niwa[3]は亀裂開閉口挙動の影響も考慮しつつ，疲労亀裂先端近傍における繰返し塑性挙動も考慮した RPG 荷重（Re-tensile Plastic zone's Generated load）基準の有効応力拡大係数範囲 ΔK_{RPG} をパラメータとする伝播則を提案した．RPG 荷重基準の伝播則は，特に変動荷重履歴下における疲労亀裂成長履歴の推定に関しては優位性を有しており，従来の伝播則では亀裂成長履歴の推定が困難であった複数周波数成分が重畳しつつ平均応力も変動する複雑な荷重履歴下においても，同伝播則の適用により良好な疲労亀裂成長履歴の推定が可能である[4]．

ΔK_{RPG} をパラメータとする伝播則（$da/dN=C(\Delta K_{RPG})^m$）を適用するためには，疲労亀裂伝播試験を実施して RPG 荷重を計測し，この結果に基づいて伝播則の材料定数（C，m）を決定することが必要不可欠である．RPG 荷重の決定方法には，疲労亀裂伝播試験で測定した荷重と亀裂先端近傍のひずみの測定値から，除荷弾性コンプライアンス法[5]にて除荷弾性線の傾きを荷重軸と平行になるように弾性変形分をひずみ全体から引き去った引き算ひずみからなる，荷重－引き算ひずみによるヒステリシス曲線（本論文では，以下単に「ヒステリシス曲線」と称す）について，この曲線とこれら両座標の符号を反転描画させた反転ヒステリシス曲線を重ね合わせ，両者にずれが生じ始める点とする「反転法」[3]と，荷重－ひずみ履歴の二階微分値に基づく「微分法」[6]がある．反転法では，RPG 荷重に加えて，疲労亀裂開閉口荷重（Elber による Open 荷重[2]，西谷と陳による Close 荷重[7]）も同時に決定可能であるが，微分法では RPG 荷重のみ決定

*受付日　2020年11月24日　受理日　2021年5月12日
**　九州大学工学部技術部　Technical Division, School of Engineering, Kyushu University
***　国立研究開発法人 海上技術安全研究所 産業システム系情報システム研究グループ（研究当時，九州大学大学院工学府博士後期課程）　National Maritime Research Institute, Industrial System Engineering, Cyber System Research Group
****正　員　九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門 Member, Department of Marine Systems Engineering, Faculty of Engineering, Kyushu University

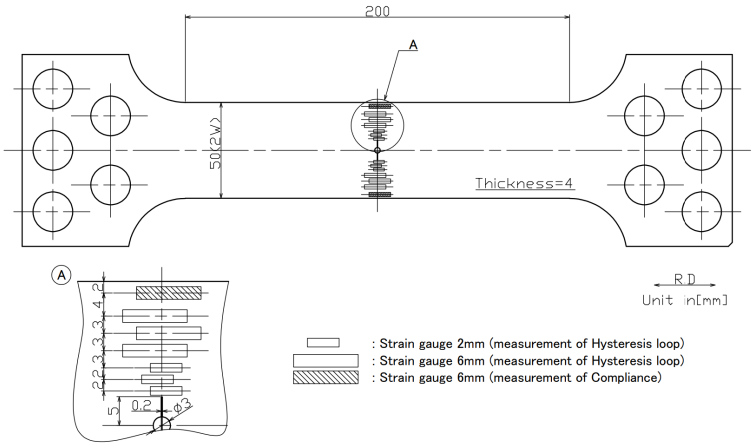


Fig. 1　Test specimen (CCT type).

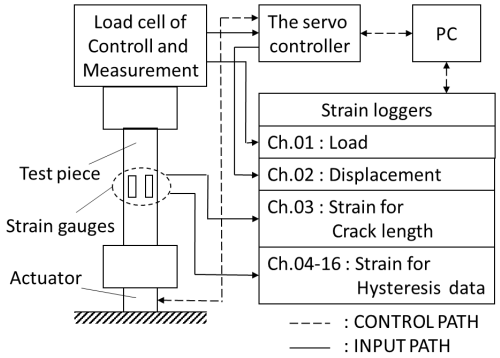


Fig. 2　Measurement of compliance system.

可能である．また，これらのデータ処理の特徴として，反転法では，一定負荷サイクル毎に得られたヒステリシス曲線を手動で重ね合わせ処理する必要があるため，その作業に多大な労力を有すると同時に，作業者の熟練度に処理結果が左右される．一方，微分法では二階微分を行うために，実験データの S/N 比に多大な影響を受けるという難点がある．

本研究では，データの処理結果が人的要員による影響を受けることなく，かつ作業労力を軽減することで，RPG 荷重基準の伝播則の適用を拡大することを目的に，実験データの S/N 比の影響が比較的少ない反転法を用いて RPG 荷重の同定作業を自動化する方法を提案する．

2.　RPG 荷重の計測方法

2.1　データ取得環境

試験片は疲労亀裂先端に CT 試験片のように亀裂進展に伴い誘起される回転曲げの影響がない CCT 試験片を用いた．試験片寸法は試験機の載荷能力 50 kN を考慮して，Fig. 1[8]に示すような全幅 50 mm，板厚 4 mm とし，スタートノッチは試験片幅中心から直径 0.2 mm，幅 10 mm のワイヤー放電加工を施している．ただし，幅中心部にはワイヤーを通すために直径 3 mm の穴を設けている．ヒステリシス曲線の計測には Fig. 1 に示すように，試験片表裏面の疲労亀裂伝播経路上の左右に貼付した 2 mm および 6 mm の接触式抵抗線ひずみゲージと，試験機に取り付けているロードセルを，Fig. 2 に示す試験中のデータ取得を自動化した高精度コンプライアンス計測システム[8]を用いて，一サイクル 200 点ほどのデータを数千サイクル毎に取得している．なお，ひずみ計測に関しては，疲労亀裂先端に最も近い表裏左右それぞれの伝播経路上にある同位置のゲージの平均ひずみ値を取得しているため，何れかのゲージが破断した場合，疲労亀裂先端から次に遠い同位置のゲージを用いた計測となる．そのため，ゲージと疲労亀裂先端との距離はゲージが切り替わるごとに 10 mm～0.1 mm 程度の範囲で変化するため，ひずみ振幅は 10^{-4}～10^{-3} のオーダで変化することを考慮し，ひずみ値は 10^{-7}～10^{-6} のオーダの分解能で計測している．今回は試験後に得られたヒステリシス曲線に基づき，反転法による自動化を検討した．

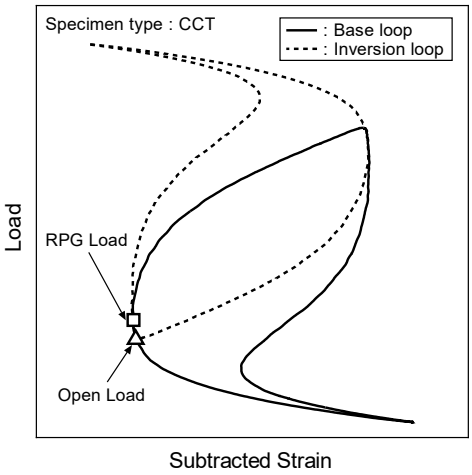


Fig. 3　Identification of RPG Load.

繰返し一定荷重振幅試験により取得した荷重－ひずみによるヒステリシスを除荷弾性コンプライアンス法[5]で処理することで，荷重－引き算ひずみからなるヒステリシス曲線を得る．その後，この曲線と符号反転ヒステリシス曲線を同時に描画して，両曲線に共通するコンプライアンス変化部分を重ね合わせることで，RPG 荷重等が決定される．Fig. 3 に反転法により RPG 荷重及び Open 荷重を決定する手法を模式的に示した．

2.2　重ね合せのアルゴリズム

Fig. 4 に RPG 荷重計測の自動処理フローを示す．自動計測処理システムは，将来，データ処理の経験を機械学習できるアルゴリズムを活用することで，複数の材料や試験片形状に依存しない定量的なデータ処理を実現することを念頭

に，Python ディストリビューションの Anaconda[9]を使用して構築した．

反転法を手動で行うと，正転，反転ヒステリシス曲線の重ね具合が作業者により異なり，計測結果にバラツキが生じることがある．これはヒステリシス曲線に含まれる誤差（ノイズ）や，評価素材ごとに疲労亀裂開閉口挙動に固有の特徴があるためにヒステリシス曲線の形状が異なることなどの問題があることに加え，データ処理の熟練具合にも影響を受ける．そこで，自動計測の開発にあたっては，データ処理の熟練度に直結するチューニングパラメータの使用を最小限に抑えつつ，使用するアルゴリズムは Python に提供されている関数の使用で実現することに注力した．Python に提供されている関数を用いることで，2 曲線の重ね合わせ作業が容易に自動化され，かつ 2 曲線の一致度が作業者に依存しない数値として得ることができる．

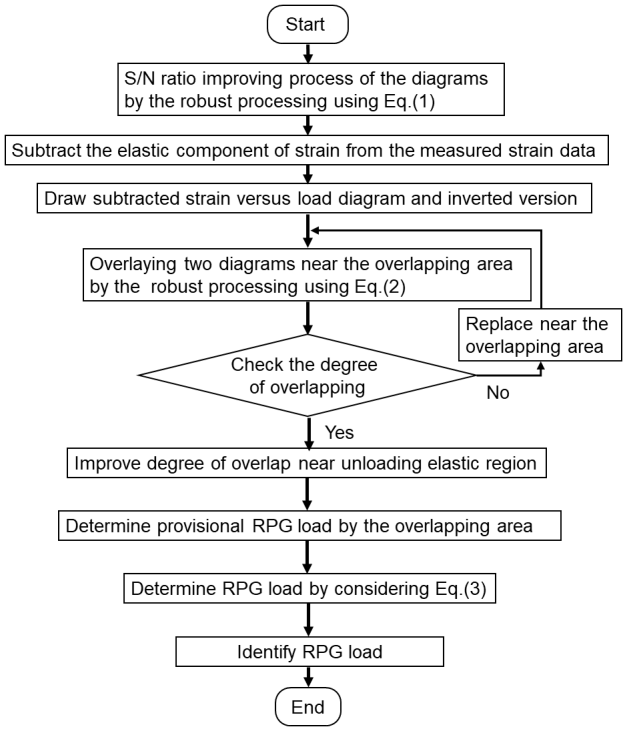


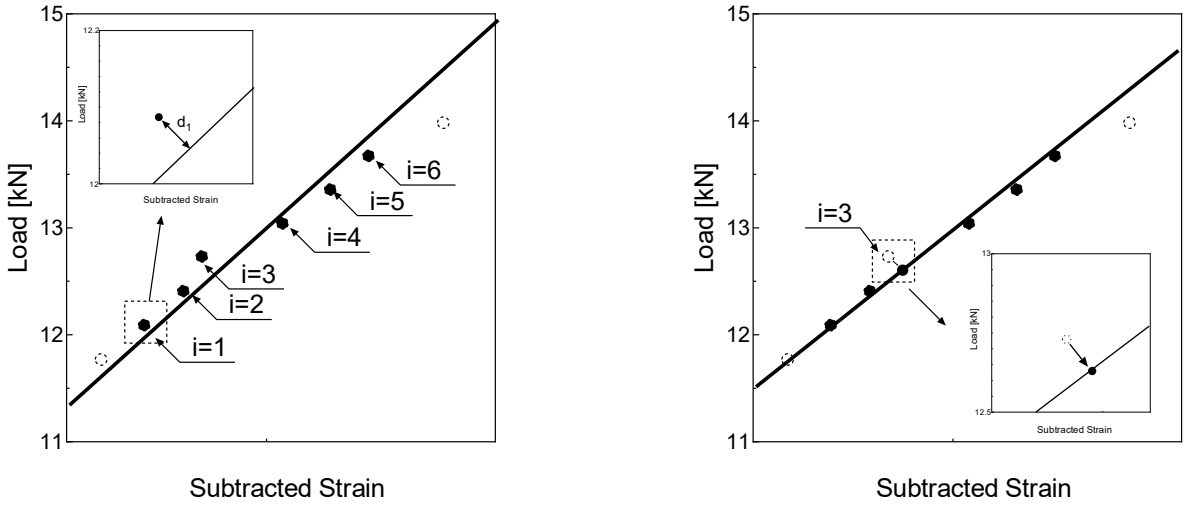
Fig. 4　The flow chart of Automatic measurement.

反転法による自動処理では，ヒステリシス曲線を最小二乗法等により関数近似し，これを反転させて元曲線（正転曲線）と自動で重ね合わせすることで，正転，反転ヒステリシス曲線における除荷弾性コンプライアンス変化が一致する領域を探し，この結果から RPG 荷重や Open 荷重を決定する．

しかし，測定されたヒステリシス曲線には誤差（ノイズ）が多く含まれる場合もあるため，後述する正転と反転のヒステリシス曲線の重ね合わせに支障をきたす場合がある．そこで，ヒステリシス曲線の関数近似に際して単なる最小二乗法ではなく，ロバスト推定手法の一種である Biweight 推定法[10]を適用することで近似の改善を試みた．Biweight 推定法は誤差が大きい場合には重みを小さくして例外値の影響を小さくする手法であり，この操作のために式 (1) に示す重み関数を考慮する．ここでは，Biweight 推定法に基づいた重みを付与したデータに最小二乗法を適用し，ヒステリシス曲線を構成するデータの連続した 6 点を一つのデータ群として取り扱い，そこから 1 点ずつ順次ずらしたデータ群に対して Fig. 5 に例示する処理を行った．具体的な処理手続きは以下の通りである．

(i)　Fig. 5 a) に例示するように，データ群を最小二乗法で近似し，式 (1) 中の d_i を決定する．ここで，一つのデータ群の中で最も大きな d_i を $d_{(j)max}$ とし，式 (1) 中の W_a としている．

(ii)　式 (1) により算出した重みを考慮し，各データ群の近



a) Before convergence　　b) After convergence

Fig. 5　Smoothing of hysteresis curve by the weighted least square approximation.

似直線の傾きと切片が収束するまで繰返し計算する．このとき，W_a は一つ前の収束計算で決定した $d_{(j-1)max}$ として更新する．

(iii) 収束後，Fig. 5 b) に示すように，データ群中の 3 番目の並びのデータを近似直線上に垂直距離移動させる．

(iv) 荷重基準に i を整理し直す．

最小二乗法に用いるデータ群を構成するデータ数の決定は，3～11 点を各単位とした収束結果と処理前のヒステリシス曲線を比較し，RPG 荷重および Open 荷重と想定される近傍の近似結果より判断している．今回は 10 Hz の繰返し試験に対し，100 Hz のローパスフィルターを用いた，1 サイクルあたり 200 点の取得データを一例としてデータ群の最適単位を決定しているが，(iii) の処理のままでは，荷重の極性が変わる付近で荷重値とデータの並びが入れ替わる場合がある．そこで，(iv) の処理を行っているが，後述のデータ処理に影響がないことを確認している．

$$w_a(d_i)=\begin{cases}0 & (d_i<-W_a, W_a<d_i)\\ \left\{1-(d_i/W_a)^2\right\}^2 & (-W_a\le d_i\le W_a)\end{cases} \tag{1}$$

$w_a(d_i)$：　重み関数，
d_i：　誤差，
i：　データ番号（i=1~6），
W_a：　$d_{(j)max}$，$d_{(j-1)max.}$
$d_{(j)max}$：　最小二乗近似を行うデータ群での最大誤差，
j：　収束計算回数．

正転及び反転ヒステリシス曲線のコンプライアンス変化が一致する領域の探索には，Anaconda に標準装備されている科学技術計算ライブラリ Scipy[11]の optimize.least_squares 関数を用いた．

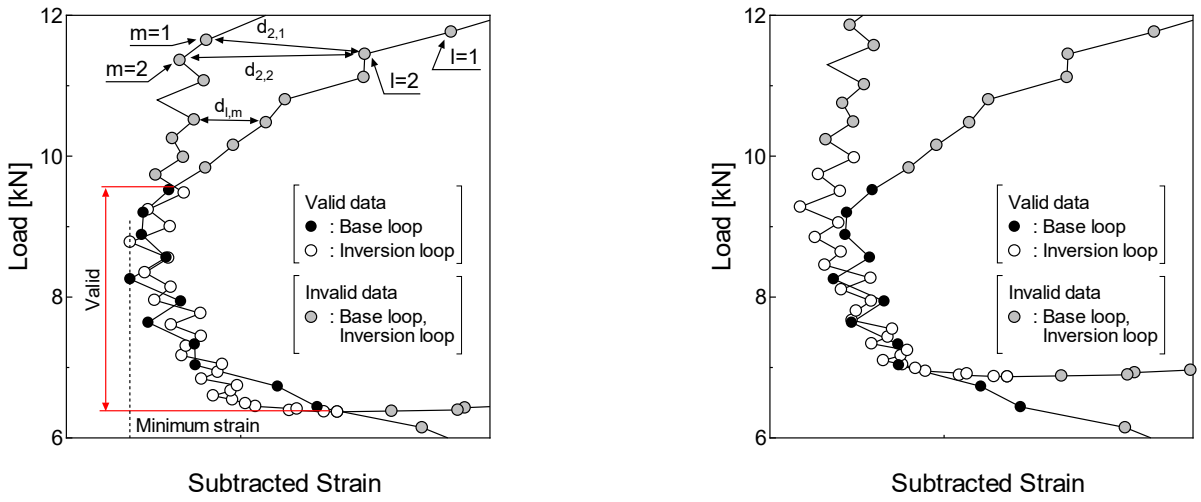
Fig. 6 は実際の疲労亀裂伝播試験[12]により測定されたヒステリシス曲線のうち，Fig. 3 で示す RPG 荷重，Open 荷重付近の拡大図であるが，これを用いて探索プロセスを説明する．Fig. 6 a) に探索状況の一例を示すが，正転ヒステリシス曲線の負荷側と反転ヒステリシス曲線の除荷弾性荷重付近のデータを式 (2) に示す Biweight 推定法で重みを付けた値とし，前述の関数にて非線形最小二乗最適化を行う．もしここで最適な一致状態とならない場合は，曲線それぞれを式 (2) の W_b 以下となるデータ範囲に引き算ひずみの範囲を減らしながら，正転ヒステリシス曲線に対する反転側の相対移動量が収束するまでフィッティング処理を繰返す．

その後，Fig. 6 a) に示すように一致探索完了後の 2 曲線の最小引き算ひずみ値の座標が揃うように反転ヒステリシスを移動させ，このときに生じる交点の上限値と下限値の間のデータのみで再度，前述の Biweight 推定法にて 2 曲線を重ね合わせることで，Fig. 6 b) に示すように，精度良く一致領域を特定することが可能である．

以上の手法により，従来，手作業で行う必要があった正転及び反転ヒステリシス曲線の重ね合せを，自動で行うことが可能となった．

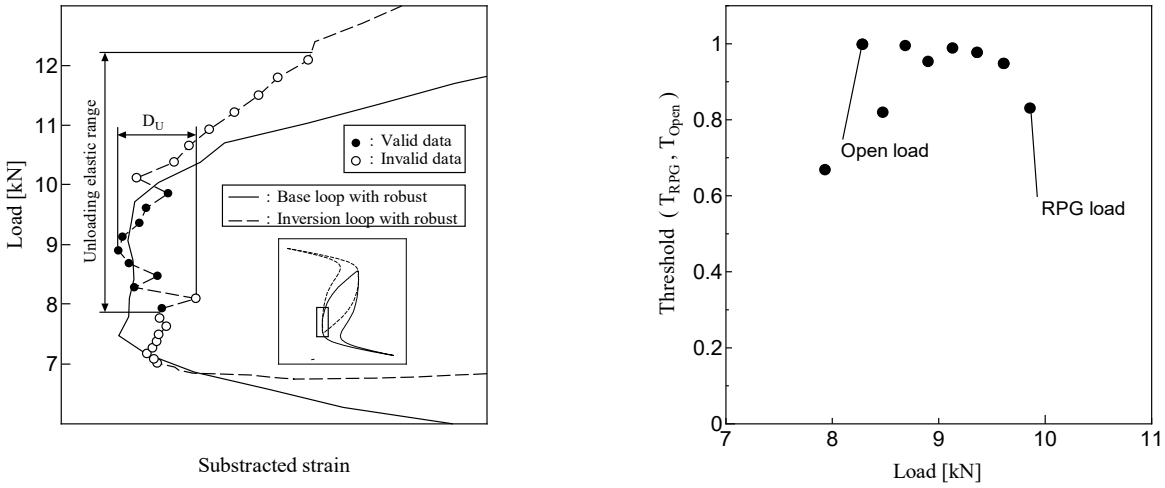
$$w_b(d_{l,m})=\begin{cases}0 & (d_{l,m}<-W_b, W_b<d_{l,m})\\ \left\{1-(d_{l,m}/W_b)^2\right\}^2 & (-W_b\le d_{l,m}\le W_b)\end{cases} \tag{2}$$

$w_b(d_{l,m})$：　重み関数，
$d_{l,m}$：　各点の距離，
l：　正転ヒステリシスのデータ番号，
m：　反転ヒステリシスのデータ番号，
W_b：　重みの設定範囲．全 $d_{l,m}$ の平均値．



a) Before convergence　　b) After convergence

Fig. 6　Schematic illustration of the base and inversion hysteresis loops matching procedure.



a) Schematic illustration of the overlapping aria

b) Determination of RPG and Open loads

Fig. 7　Determination of RPG Load by the threshold values.

2.3　RPG 荷重の決定方法

反転法において，正転及び反転ヒステリシス曲線の重なりにずれが生じ始める点として定義される RPG 荷重について，式 (3) に示す条件より両曲線の離反点を判定する．RPG 荷重の決定に際し，ヒステリシス曲線に重畳するノイズの影響により，局所的に正転と反転ヒステリシス曲線が判定条件を満たす範囲内に接近した場合，真の値に対して大きな誤差を含んでしまう可能性が生じる．そこで，反転ヒステリシス曲線の除荷弾性範囲相当内における正転ヒステリシスの荷重範囲のひずみ値に式 (3) の条件を考慮することで，RPG 荷重判定の誤差を抑制することを試みた．

Fig. 7 a) は RPG 荷重判定に関する一例であるが，ある条件の閾値を満たす最大荷重値を RPG としている．なお，式 (3) 中の D_U は，除荷弾性範囲における最大の引き算ひずみ幅であり，ノイズの大きさを表す指標である．ここで，式 (3) の閾値を満たす荷重内の最小値を Open 荷重として採用することとした．

$$T_{RPG},\ T_{Open} = \left\{1 - \left(\frac{D_f - D_{r(i)}}{D_U}\right)^2\right\}^2 \qquad (3)$$

T_{RPG}, T_{Open}：　RPG 荷重，Open 荷重決定のための閾値，

$D_{r(i)}$：　反転ヒステリシスの i 番目のコンプライアンス値，

D_f：　$D_{r(i)}$ と同じ荷重レベルでの正転ヒステリシスのコンプライアンス値，

D_U：　除荷弾性範囲の最大引き算ひずみ幅．

Fig. 7 b) は RPG 荷重決定に及ぼす閾値 T の条件を確認した一例である．著者らによる反転法を用いた RPG 荷重の手動計測の経験では，データに含まれるノイズ影響に対してはヒステリシス曲線全体を視認しつつ考慮して重なり判定を行っていたが，本研究で提案する自動処理では，ヒステリシス曲線毎に異なるノイズ影響の閾値 T を Table 1 のように，後述する過去の実験結果と比較して得られた値を設定することで，これまでの手動計測と同程度の判定結果が得られた．ここで，閾値 T は 1 に近いほどノイズを含む両曲線の離反距離に敏感で，数値が低いと寛容であることを意味しているが，RPG 荷重判定の際，反転ヒステリシスと正転の位置関係により，許容範囲が変わる結果となっている．

Table 1　The threshold values of RPG and Open Load.

	$D_f - D_{r(i)} < 0$	$D_f - D_{r(i)} > 0$
T_{RPG}	0.5	1.0
T_{Open}	0.9	0.95

閾値 T を提案することで，Biweight 推定法を適用しても十分に除去できなかったノイズ影響をできる限り排除した RPG 荷重の決定が可能であることを確認した．なお，本提案法は，反転法による亀裂開口荷重（Open 荷重）[3]の自動計測にも同様な適用が期待できる．

3.　自動計測手法の妥当性の検証

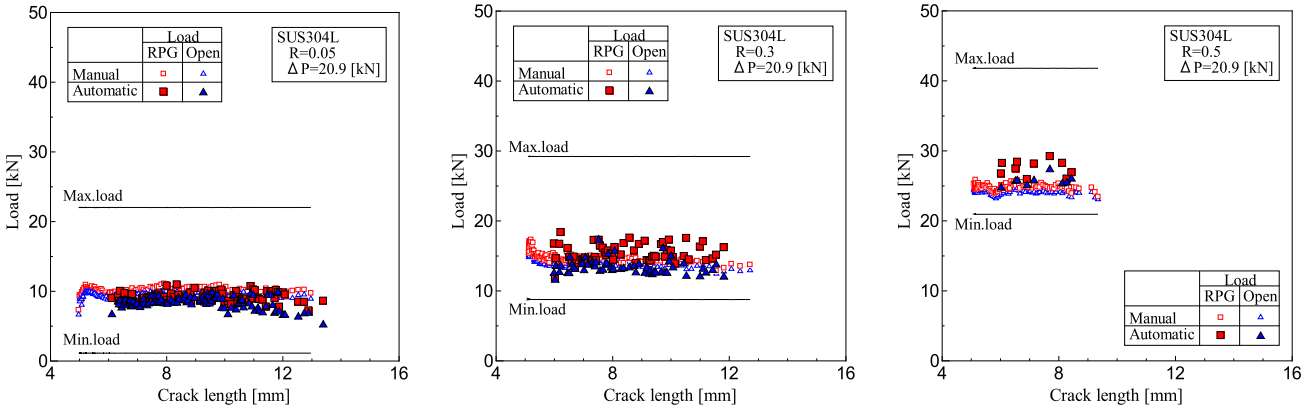
3.1　RPG 荷重と亀裂長さの関係

本研究で提案する自動計測手法の妥当性を検証するため，Table 2 に示すような過去に複数の材料及び複数の応力比条件下で実施された疲労亀裂伝播試験[12)–14)]において反転法（手動操作）により測定された RPG 荷重と Open 荷重に関して，再度，反転法自動処理により両荷重値を算定し，既報の手動操作による値との比較を行った結果を Fig. 8，9 に示す．

Fig. 9 は供試材料の代表的な応力比のみ掲載しているが，RPG 荷重は応力比の依存性がない[3]ため，他の応力比の掲載は省略している．今回確認した範囲では，材料や負荷応力

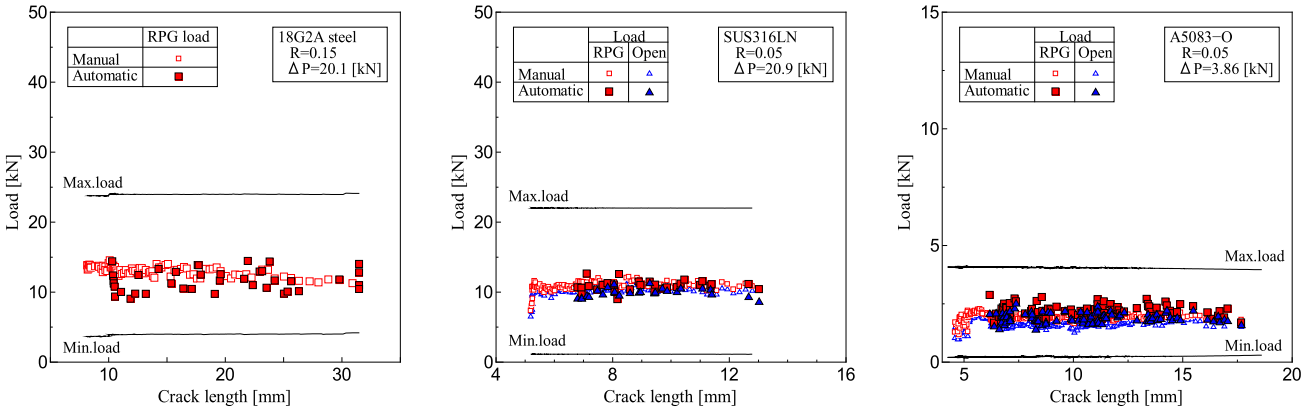
Table 2　Mechanical properties and Configuration of specimens of used.

	SUS304L	18G2A	SUS316LN	A5083-O
Mechanical properties				
Yield stress [MPa]	282	397	402	183
Tensile strength [MPa]	574	540	678	335
Configuration of specimens				
Specimen type	CCT			
Width(2w) [mm]	50	100	50	50
Thickness(t) [mm]	4			
Start notch(2a) [mm]	10	16	10	10
Frequency [Hz]	10			



a) Stress ratio: $R=0.05$　b) Stress ratio: $R=0.3$　c) Stress ratio: $R=0.5$

Fig. 8　Comparison of RPG load by automatic and manual measurements technique (Material: SUS304L).



a) Material: 18G2A (S355J0) Steel by Polish Standard　b) Material: SUS316LN　c) Material:A5083-O

Fig. 9　Comparison of RPG load by automatic and manual measurements technique (Various metal materials).

比に関わらず RPG 荷重と Open 荷重を良好に推定できることが確認できた．

Fig. 8，9 から判断する限りにおいて，RPG 荷重，Open 荷重ともに数 kN の差異が見られるが，手動計測が必ずしも真の値を与えているわけではないことも考慮すれば，この程度の値の相違は許容できるものと考えられる．

3.2　疲労亀裂伝播特性

Fig. 8 に示す自動計測により求めた RPG 荷重より，式 (4) で示す ΔK_{RPG} 基準による疲労亀裂伝播則の材料定数 C，m を求めた結果の一例を Fig. 10 に示す．

$$da/dN = C\left(\Delta K_{RPG}\right)^m \tag{4}$$

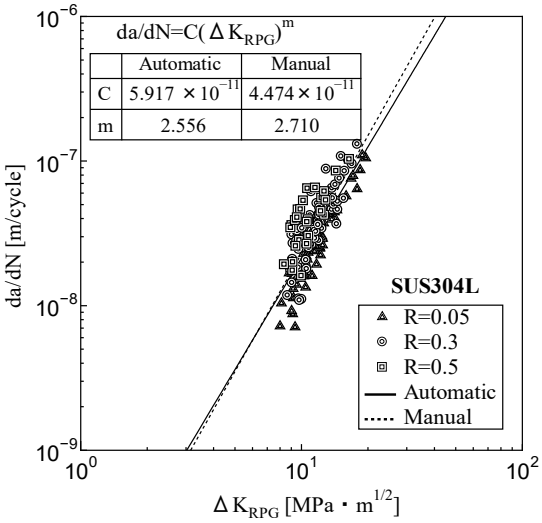


Fig. 10 Comparison of *da/dN-ΔK*$_{RPG}$ by the Automatic measurement at SUS304L.

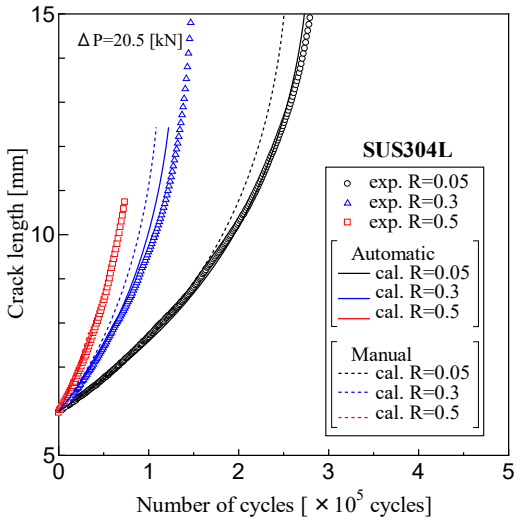


Fig. 11 Comparison between estimated fatigue crack propagation histories with measured value at SUS304L.

同図より，自動計測による RPG 荷重に基づき決定した材料定数 *C*，*m* は，過去に手動計測し RPG 荷重に基づき決定した結果と近い値を示していると判断できる．

そこで，自動計測による材料定数と過去に実施した手動計測による材料定数を用いて，疲労亀裂伝播成長シミュレーション[15]を行い，亀裂成長曲線を求めた結果を Fig. 11 に示すが，当然の結果ではあるが，疲労亀裂成長履歴の推定結果もほぼ同程度のものが得られた．以上の結果より，自動計測により得られた RPG 荷重はこれまでの手動処理による測定結果と同等のものが得られたと判断できる．

4. 結　　言

RPG 荷重基準に基づく疲労亀裂伝播則は，特に変動荷重履歴下における優位性を有しているため，大型溶接構造物の疲労亀裂伝播履歴推定に一層活用することが期待される．一方，供試材料に対してこの伝播則における材料定数を同定するには，同種材料により疲労亀裂伝播試験を実施し，亀裂伝播に応じた RPG 荷重の変化履歴の測定が必要不可欠である．加えて，RPG 荷重の同定にはかなりの熟練を要するという問題点が残されていた．

そこで本研究では，測定作業に対する熟練が無くとも RPG 荷重を自動的に同定する手法を提案し，複数の鋼材を対象に先行研究で実施された熟練者による測定結果と比較することで，提案手法の妥当性を示した．

参 考 文 献

1) Paris, P.C. and Erdogan, F.: A Critical Analysis of Crack Propagation Laws, Journal of Basic Engineering,Transactions of the ASME, Series D, Vol.85, (1963), 528-534.
2) Elber, W.: The Signicance of Fatigue Crack Closure, ASTM STP-486, (1971), 230-242.
3) Toyosada, M. and Niwa, T.: The significance of RPG load for fatigue crack propagation and the development of a compliance measuring system, International Journal of Fracture, Vol.67, (1994), Issue 3, 217-230.
4) For example, Matsuda, K. and Gotoh, K.: Numerical simulation of fatigue crack propagation under superposed stress histories containing different frequency components with several mean stress condition, Marine structures Vol.41, (2015), 77-95.
5) Kikukawa, M. Jono, M., Tanaka, K. and Takatani, M.: Measurement of Fatigue Crack Propagation and Crack Closure at Low Stress Intensity Level by Unloading Elastic Compliance Method, Journal of the Society of Materials Science Japan, Vol.25, (1976), Issue 276, 899-903. (in Japanese)
6) Machida, S., Yoshinari, H. and Makino, H.: Detailed Observation of Change in Strain near Fatigue Crack Tip, Journal of the Society of Materials Science Japan, Vol.46, (1997), Issue 496, 138-142. (in Japanese)
7) Nishitani, H., and Chen, Dai-heng: A Consideration on the Unloading Elastic Compliance Method, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series A, Vol.51, No.465, 1985, 1436-1441. (in Japanese)
8) Murakami, K. and Gotoh, K.: A Study of Measurement accuracy of RPG Load of the Fatigue crack propagation test, 溶接構造シンポジウム2017講演論文集, (2017), 253-256. (in Japanese)
9) https://www.anaconda.com/distribution/ (accessed on 27, September, 2019)
10) Beaton, A.E. Tukey, J.W.: The fitting of power series, meaning polynomials, illustrated on band-spectroscopic data, Technimetrics, Vol.16, 1974, 147-185.
11) https://www.scipy.org/ (accessed on 27, September, 2019)
12) Uchimura, H., Takuno, M., Murakami, K. and Gotoh, K.: Fatigue strength of austenitic stainless steels applied to chemical tankers, Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, Vol.16, (2012), 89-97. (in Japanese)
13) Toyosada, M., Niwa, T. and Murakami, K.: A Study on Determination for RPG load, Transactions of the West-Japan Society of Naval Architects, No.103, 2002, 167-172. (in Japanese)
14) Gotoh, K., Murakami, K., and Noda, Y.: Fatigue crack growth behaviour of A5083 series aluminum alloys and their welded joints, Journal of Marine Science and Technology, Vol.16, (2011), 343-353.
15) Toyosada, M., Gotoh, K. and Niwa, T.: Fatigue Crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, International Journal of Fatigue, Vol.26, Issue 9, (2004), 983-992.