

## 弾塑性応力場におけるJ 積分値簡易推定式の精度改善に向けた基礎検討

高木, 芳史  
九州大学大学院工学府建設システム工学専攻 : 博士後期課程

後藤, 浩二  
九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門

今井, 康仁  
東京ガス株式会社

小貫, 翔馬  
東京ガス株式会社

<https://hdl.handle.net/2324/4794747>

---

出版情報 : 溶接構造シンポジウム講演論文集, 2019-12. Japan Welding Society  
バージョン :  
権利関係 :



## 弾塑性応力場における J 積分値簡易推定式の精度改善に向けた基礎検討

九州大学 大学院工学府 建設システム工学専攻 博士後期課程 ○高木 芳史  
九州大学 大学院工学研究院 海洋システム工学部門 後藤 浩二  
東京ガス株式会社 今井 康仁  
東京ガス株式会社 小貫 翔馬

Improvement of simple estimation formula of J integral under elastic-plastic stress field

by Yoshifumi TAKAKI, Koji GOTOH, Yasuhito IMAI and Shoma ONUKI

### 1. 緒言

近年、わが国は 2007 年の新潟中越沖地震や 2011 年の東北地方太平洋沖地震等に代表されるような災害に見舞われることが多く、地震に対する機械や鋼構造物の健全性評価はますます重要となっている。また、高度に発達した都市にとってライフラインの一つである都市ガスは埋設管により構成され、広い地域にわたって張り巡らされた導管網を形成している<sup>1)</sup>。

日本ガス協会による「ガス導管円周溶接部の超音波自動探傷法」<sup>2)</sup>では、地震が生じた場合にガス導管が受ける繰返し強制変位に対して溶接部の許容きず寸法が規定されている。この許容きず寸法は、星出ら<sup>3)</sup>が提案した、表面亀裂からの亀裂成長を予測する手法に基づいている。星出らの提案したき裂成長予測手法では、表面亀裂を等価な板厚貫通亀裂(等価欠陥寸法： $a_{eq}$ )<sup>4)</sup>に置き換えると共に、式(1)に示す J 積分範囲 ( $\Delta J$ ) を計算し、Paris 則的に与えられている  $\Delta J$  と亀裂伝播速度 ( $da/dN$ ) の関係を適用することで欠陥成長を予測している(以下では、“JGA 評価手法”と表記する)。

$$\Delta J = \left\{ \left[ \pi \cdot \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_e \right] + \left[ f(n') \cdot \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_p \right] \right\} a_{eq} \quad (1)$$

ここで、

- $\Delta \sigma$ : 応力範囲,
- $\Delta \varepsilon_e$ : 弾性ひずみ範囲,
- $\Delta \varepsilon_p$ : 塑性ひずみ範囲,
- $n'$ : 繰返し载荷時の応力～ひずみ関係における加工硬化指数,
- $a_{eq}$ : 等価欠陥寸法 (WES2805 等<sup>4)</sup>で与えられる, 平面状欠陥を等価な板厚貫通亀裂に置き換えた際の亀裂半長)。

式(1)中の  $f(n')$  は次式で与えられる。

$$f(n') = 3.85(1-n')/\sqrt{n'} + \pi n' \quad (2)$$

式(1)に基づく亀裂成長予測は過度に安全側の予測を与える場合があることが知られており、この考え方に基づき導管円周溶接部に対する要求仕様を定めることは、建設コストの観点からは好ましくない。これを改善するためには、式(1)による弾塑性応力場に対する J 積分値の推定精度を改善する必要がある。

そこで本研究では、弾塑性 FE 解析に基づく J 積分値評価結果を参照し、その推定精度改善を検討した。なお、第一段階の検討という観点から、J 積分範囲 ( $\Delta J$ ) ではなく、単調負荷時の弾塑性応力場における J 積分値について、推定精度改善を検討した。

## 2. J積分簡易推定式の精度検討

### 2. 1 J積分簡易推定式

複数の表面亀裂形状を想定し、式 (1) を単調荷重に置き換えた場合の妥当性を検証する。変数の変動を無視した式を以下に示す。ここで式 (1) の  $n$  は単調荷重時の加工硬化指数  $n$  に置き換える。

$$J = (\pi \cdot \sigma \cdot \varepsilon_e + f(n) \cdot \sigma \cdot \varepsilon_p) a_{eq} \quad (3)$$

式 (3) は2つの項から成り立つが、第一項は弾性ひずみ振幅の J 積分振幅への寄与分であるため、理論的に適切な値を与えていと考えられる。一方、第二項は塑性ひずみ振幅の寄与分である。塑性影響であるため厳密な評価方法を定めることはできないため、式 (1) が検討された時点で公知の J 積分に関する簡易評価式が利用されたものと推察される。 $f(n)$  は式 (4) に示す Shih と Hutchinson<sup>5)</sup> による J 積分近似式に含まれる。

$$J = \alpha \sigma_Y \varepsilon_Y a \left[ 3.85(1-n)/\sqrt{n} + \pi n \right] (\sigma_\infty / \sigma_Y)^{n+1} \quad (4)$$

ここで、

- $\alpha$ : 繰返し荷重時の応力～ひずみ関係を  $n$  乗硬化則  $((\sigma / \sigma_{Y0}) = \alpha(\varepsilon / \varepsilon_{Y0})^n)$  で近似するときの係数,
- $n$ : 加工硬化指数,
- $\sigma_{Y0}$ : 降伏応力,
- $\varepsilon_{Y0}$ : 降伏ひずみ,
- $\sigma_\infty$ : 遠方での作用応力,
- $a$ : 亀裂半長.

Shih と Hutchinson による J 積分近似式は以下の特徴を有する。

- 平面応力状態の中央貫通亀裂材（無限板）でリガメント部が全面降伏した場合を想定。
- 全断面降伏状態でも周囲の弾性領域に変形が拘束されている微小ひずみ状態を想定。
- 上記状態のモードIII（面外せん断）荷重を受ける場合の解が与えられており、この結果から“（次元解析的に）推定”された表示式。

すなわち、式 (4) は弾塑性応力場に存在する表面亀裂が晒される応力～ひずみ場とは異なる状況において導出されたものであるため、この中に含まれる式 (2) に相当する項をそのまま使用することは、適切とは言い難いと考えられる。

### 2. 2 等価欠陥寸法

等価欠陥寸法  $a_{eq}$  とは、各種の表面・埋没亀裂を、K 値の等しい中央貫通亀裂試験片に存在する板厚貫通亀裂に置き換えた場合の亀裂の半長である。 $a/2c \leq 0.5$  ( $a$ : 亀裂深さ,  $c$ : 表面部亀裂半幅) を満たす表面亀裂が板厚  $t$  の板に存在する場合、次式<sup>4)</sup>で換算できる。

$$a_{eq} = a F_1^2 \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_0 / \phi \\ F_0 &= M_1 + M_2 (a/t)^2 + M_3 (a/t)^4 \\ M_1 &= 1.13 - 0.09(a/c) \\ M_2 &= -0.54 + 0.89/(0.2 + a/c) \\ M_3 &= 0.5 - 1/(0.65 + a/c) + 14(1.0 - a/c)^{24} \\ \phi &= (1 + 1.464(a/c)^{1.65})^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

### 2. 3 FE 解析条件

複数の寸法を有する有限板幅材に存在する表面亀裂について、式 (3) と 弾塑性 FE 解析による J 積分値を比較する。FE 解析は商用コード MSC Marc2018<sup>6)</sup>により実施し、J 積分値はコードに標準装備された経路積分

法を使用した。また、表面亀裂を起点とする破壊では、亀裂最深部を起点とすることが多いことを考慮し、J積分値を比較する参照点は亀裂最深部とした。パイプライン鋼を想定し、3材料（5576（API-X60）相当、EB（API 5L X60 相当）、A2（API 5L X65 相当））を参考文献<sup>7)</sup>より選定した。Table 1 に解析対象材料の機械的性質を示す。Table 2 に解析対象の亀裂形状を、Fig.1 に FE メッシュ分割の一例を示す。図中に記載の亀裂前縁最小メッシュ寸法は全解析で同じとした。

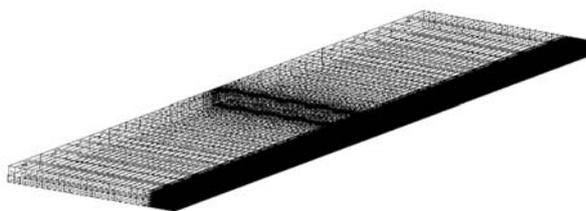
Table 1 Mechanical properties of applied materials.

Material ID	5576	EB	A2
Young's modulus [MPa]	216950	209100	207350
Yield stress ( $\sigma_{Y0}$ ) [MPa]	416.7	490.6	396.0
Tensile strength [MPa]	562.0	581.4	562.2
Uniform elongation	0.143	0.115	0.139
Stress at rupture [MPa]	342.6	305.1	353.5

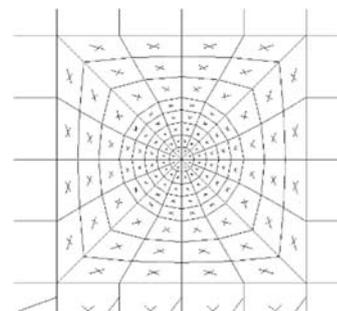
Table 2 Applied surface crack shapes.

Calculation ID	$a/c$	$a/t$	$a$ [mm]	$W$ [mm]	$a_{eq}$ [mm]
1-1	0.25	0.2	3	60	3.54
1-2		0.4			4.57
1-3		0.6			6.25
1-4		0.8			8.30
2-1	0.50	0.2			2.54
2-2		0.4			2.91
2-3		0.6			3.46
2-4		0.8			4.02
3-1	0.75	0.2			1.82
3-2		0.4			1.97
3-3		0.6			2.18
3-4		0.8			2.37
4-1	1.0	0.2			1.34
4-2		0.4			1.39
4-3		0.6			1.47
4-4		0.8			1.54

[Note] W: Half breadth of specimen.



(a) Overall view



Minimum mesh size [mm]: 0.0077 x 0.020 x 0.047

(b) Detail of the deepest point for a surface crack

Fig. 1 An example of finite element subdivision used ( $a/c = 0.75, a/t = 0.60$ ).

式 (3) により J 積分値を計算する場合、降伏以降の応力~ひずみ関係を n 乗硬化則 ( $\sigma = F\epsilon^n$ ) で与えることが必要である。そこで、実測結果（図中○記号）を最小二乗近似し、加工硬化指数  $n$  と  $F$  の値を求めた。これらの値と破線で示す近似結果を Fig. 2 に示す。一方、弾塑性 FE 解析では、できる限り実測データに忠実

な応力～ひずみ関係を設定する観点から、実測結果を直線で結んだ結果 (Fig. 2 中の実線) を入力した。

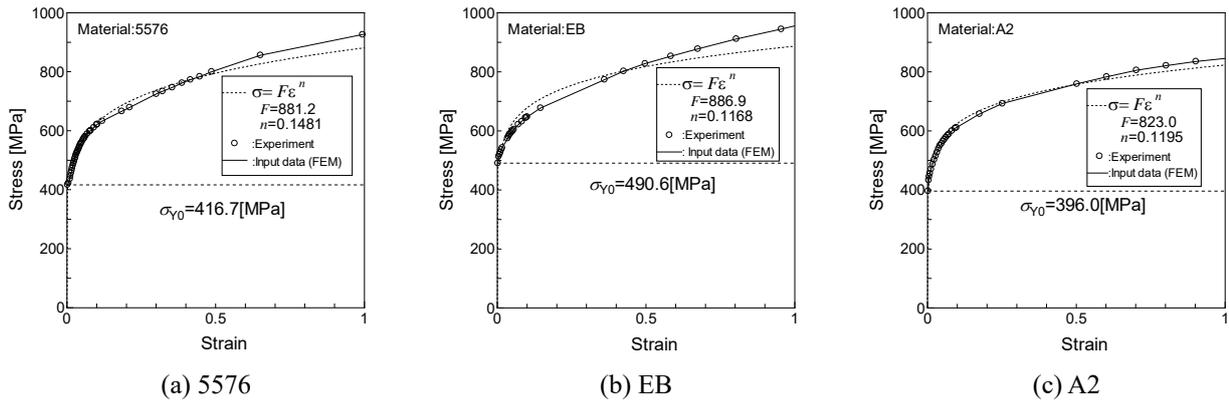


Fig. 2 Stress versus strain curves used.

## 2. 4 FE 解析結果と簡易推定式の比較

解析結果を以下に示す。これらの図の縦軸における  $J_{FEM}$  は弾塑性 FE 解析に基づく J 積分値であり、 $J_{Formula}$  は式 (3) による結果である。縦軸値の 1.0 からの逸脱度が大きいほど、式 (3) による推定精度が劣ることを意味する。また、本論文で紹介するのは Table 2 に示した亀裂寸法形状の内、下記に示す一例である。

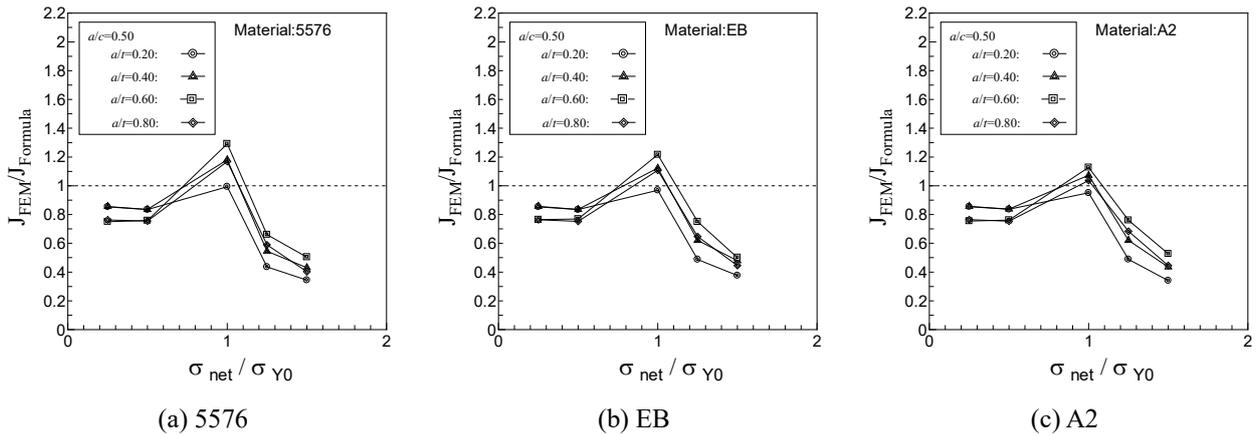


Fig. 3 Comparison J-integral values by elastic-plastic FE analysis with the path integration with by Equation (3) ( $a/c=0.50$ ).

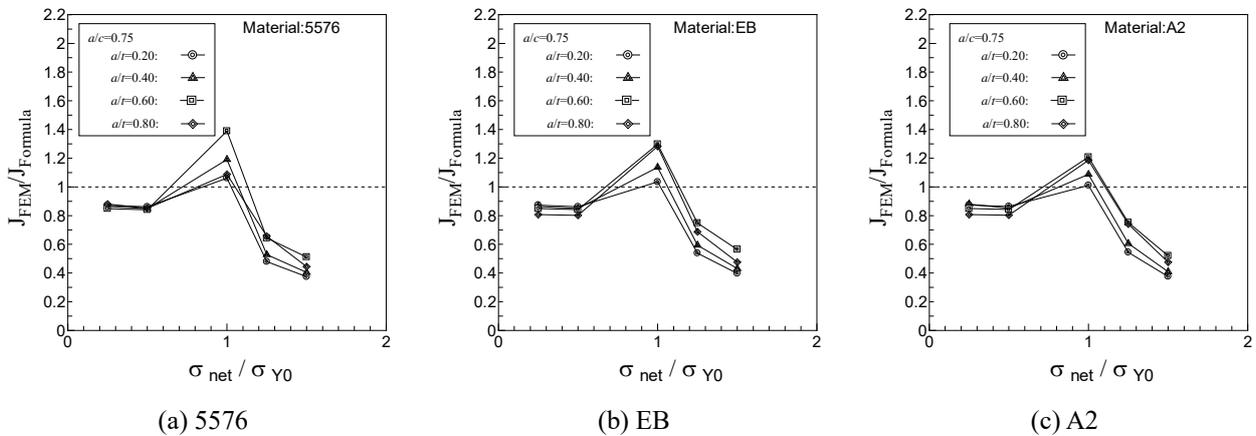


Fig. 4 Comparison J-integral values by elastic-plastic FE analysis with the path integration with by Equation (3) ( $a/c=0.75$ ).

$\sigma_{net}/\sigma_{Y0} \leq 0.5$  の場合、各亀裂形状 ( $a/c, a/t$ ) に対して  $J_{FEM}/J_{Formula}$  はほぼ一定の値であったが、作用応力が大きくなると FE 解析結果と式 (3) の結果の相違が大きくなる傾向を確認した。なお、 $\sigma_{net}/\sigma_{Y0} = 1.5$  の場合については、他の亀裂形状に対する解析結果で、経路ごとの J 積分値のばらつきが大きかったため、後述の補正式検討では採用していない。

### 3. J 積分簡易推定式に対する修正

#### 3.1 修正係数

前章に示した FE 解析結果と簡易推定式の相違を踏まえ、式 (3) を以下のように修正することを試みる。

$$J = \lambda_i \left\{ \left[ \pi \cdot \sigma \cdot \varepsilon_e \right] + \left[ f(n) \cdot \sigma \cdot \varepsilon_p \right] \right\} a_{eq} \quad (7)$$

$\lambda_i$  はここで導入する修正係数であり、以下のように与える。

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_1 & (\sigma_{net}/\sigma_{Y0} \leq 0.5) \\ \lambda_2 & (0.5 \leq \sigma_{net}/\sigma_{Y0} \leq 1.0) \\ \lambda_3 & (1.0 \leq \sigma_{net}/\sigma_{Y0} \leq 1.25) \end{cases} \quad (8)$$

係数  $\lambda_1 \sim \lambda_3$  は、以下の方針で同定した。

##### (1) $\lambda_1$

それぞれのアスペクト比 ( $a/c$ ) の亀裂に対する各  $a/t$  の  $J_{FEM}/J_{Formula}$  を平均し、これが 1.0 となるために必要な値を  $\lambda_1$  として与える。 $\lambda_1$  は変数  $a/c, a/t$  を変数として多項式近似した。

##### (a) 材料 5576

$$\begin{aligned} \lambda_e(a/c, a/t) &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 \\ B_1 &= A_{11} + A_{13}(a/t)^2 + A_{14}(a/t)^3 \\ B_2 &= A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3 \\ B_3 &= A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{41} + A_{42}(a/t) \end{aligned}, \quad A = \begin{bmatrix} 0.8664 & 0 & 4.098 & -4.362 \\ 0 & -3.430 & -7.037 & 8.607 \\ 0 & 8.540 & -3.227 & 0 \\ -0.2859 & -2.554 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

##### (b) 材料 EB

$$\begin{aligned} \lambda_e(a/c, a/t) &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 \\ B_1 &= A_{11} + A_{13}(a/t)^2 + A_{14}(a/t)^3 \\ B_2 &= A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3 \\ B_3 &= A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{41} + A_{42}(a/t) \end{aligned}, \quad A = \begin{bmatrix} 0.8675 & 0 & 3.793 & -4.058 \\ 0 & -3.216 & -6.195 & 7.678 \\ 0 & 7.750 & -2.886 & 0 \\ -0.2454 & -2.331 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

##### (c) 材料 A2

$$\begin{aligned} \lambda_e(a/c, a/t) &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 + B_5(a/c)^4 \\ B_1 &= A_{11} + A_{13}(a/t)^2 + A_{14}(a/t)^3 \\ B_2 &= A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3 \\ B_3 &= A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{42}(a/t) \\ B_5 &= A_{51} \end{aligned}, \quad A = \begin{bmatrix} 0.8585 & 0 & 3.943 & -4.269 & 0 \\ 0 & -3.214 & -6.332 & 8.199 & 0 \\ 0 & 7.452 & -3.323 & 0 & 0 \\ 0 & -1.870 & 0 & 0 & 0 \\ -0.2564 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

(2)  $\lambda_2$

$J_{\text{FEM}}/J_{\text{Formula}}$  の値を  $\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0}$  の関数として、式 (12) に示す線形近似した。式中の変数  $F_p$  は  $\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0}=1.0$  の場合の  $J_{\text{FEM}}/J_{\text{Formula}}$  の値とし、 $\lambda_2$  は変数  $a/c, a/t$  を変数として多項式近似した。

$$\lambda_2 = 2\{F_p(a/c, a/t) - \lambda_1\}_{\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0}=0.5}(\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0} - 0.5) + \lambda_1\}_{\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0}=0.5} \quad (12)$$

(a) 材料 5576

$$\begin{aligned} F_e &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 \\ B_1 &= A_{11} + A_{12}(a/t) + A_{13}(a/t)^2 \\ B_2 &= A_{21} + A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3, \\ B_3 &= A_{31} + A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{41} \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 0.5955 & 6.540 & -7.049 & 0 \\ -1.261 & -12.87 & 17.66 & -3.229 \\ 4.087 & 5.009 & -5.902 & 0 \\ -2.194 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

(b) 材料 EB

$$\begin{aligned} F_e &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 \\ B_1 &= A_{11} + A_{12}(a/t) + A_{13}(a/t)^2 \\ B_2 &= A_{21} + A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3, \\ B_3 &= A_{31} + A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{41} \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 0.5940 & 6.061 & -6.496 & 0 \\ -1.084 & -12.29 & 16.13 & -2.516 \\ 3.704 & 5.191 & -5.937 & 0 \\ -2.037 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

(c) 材料 A2

$$\begin{aligned} F_e &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 \\ B_1 &= A_{11} + A_{12}(a/t) + A_{13}(a/t)^2 + A_{14}(a/t)^3 \\ B_2 &= A_{21} + A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 \\ B_3 &= A_{31} + A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{41} \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} 0.6914 & 4.781 & -4.256 & -1.044 \\ -1.111 & -10.15 & 11.40 & 0 \\ 3.429 & 5.107 & -5.606 & 0 \\ -1.945 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

(3)  $\lambda_3$

$J_{\text{FEM}}/J_{\text{Formula}}$  の値を  $\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0}$  の関数として、式 (16) に示す線形近似した。式中の変数  $G_p$  は  $\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0}=1.25$  の場合の  $J_{\text{FEM}}/J_{\text{Formula}}$  の値とし、 $\lambda_3$  は変数  $a/c, a/t$  で多項式近似した。

$$\lambda_3 = F_p(a/c, a/t) - 4\{F_p(a/c, a/t) - G_p(a/c, a/t)\}(\sigma_{\text{net}}/\sigma_{Y0} - 1) \quad (16)$$

(a) 材料 5576

$$\begin{aligned} G_p &= B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3 \\ B_1 &= A_{11} + A_{12}(a/t) + A_{13}(a/t)^2 \\ B_2 &= A_{21} + A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3, \\ B_3 &= A_{31} + A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2 \\ B_4 &= A_{42}(a/t) \end{aligned} \quad A = \begin{bmatrix} -0.6654 & 6.628 & -4.826 & 0 \\ 2.547 & -18.36 & 14.74 & -3.201 \\ -1.213 & 13.69 & -5.356 & 0 \\ 0 & -3.598 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

(b) 材料 EB

$$G_p = B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3$$

$$B_1 = A_{11} + A_{12}(a/t) + A_{13}(a/t)^2$$

$$B_2 = A_{21} + A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3, \quad A = \begin{bmatrix} -0.9235 & 8.193 & -6.254 & 0 \\ 3.336 & -22.77 & 19.82 & -4.723 \\ -1.600 & 16.18 & -6.899 & 0 \\ 0 & -4.056 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$B_3 = A_{31} + A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2$$

$$B_4 = A_{42}(a/t)$$

(c) 材料 A2

$$G_p = B_1 + B_2(a/c) + B_3(a/c)^2 + B_4(a/c)^3$$

$$B_1 = A_{11} + A_{12}(a/t) + A_{13}(a/t)^2 + A_{14}(a/t)^3$$

$$B_2 = A_{21} + A_{22}(a/t) + A_{23}(a/t)^2 + A_{24}(a/t)^3, \quad A = \begin{bmatrix} -1.262 & 12.17 & -15.82 & 5.208 \\ 3.106 & -26.37 & 33.92 & -10.15 \\ 0 & 11.59 & -10.99 & 0 \\ -0.9937 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$B_3 = A_{32}(a/t) + A_{33}(a/t)^2$$

$$B_4 = A_{41}$$

### 3. 2 FE 解析結果と修正係数を導入した簡易推定式による結果比較

FE 解析による J 積分値と式 (7) ~ (19) による J 積分値を比較した一例を以下に示す。

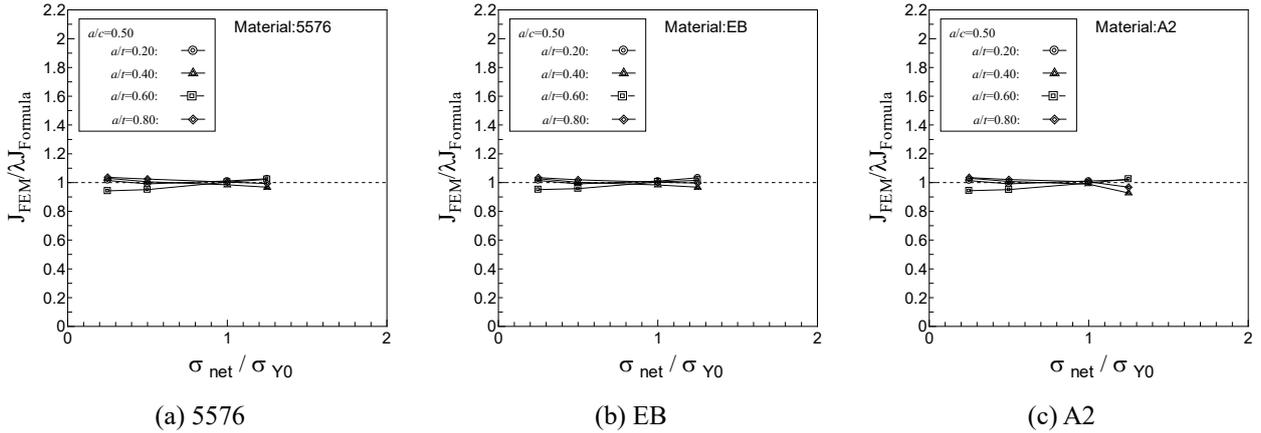


Fig. 5 Comparison J-integral values by elastic-plastic FE analysis with the path integration with by Equations (7) to (19) ( $a/c=0.50$ ).

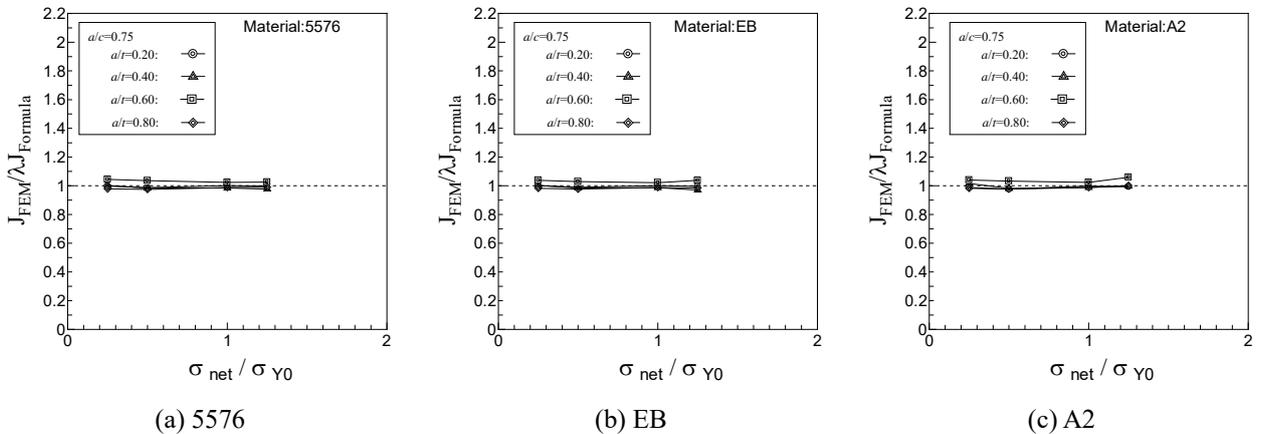


Fig. 6 Comparison J-integral values by elastic-plastic FE analysis with the path integration with by Equations (7) to (19) ( $a/c=0.75$ ).

式 (7) ~ (19) を用いることで、 $0.25 \leq \sigma_{net} / \sigma_{Y0} \leq 1.25$  の場合の  $J_{FEM} / J_{Formula}$  の値はほぼ 1 となることが確認できる。一方、より簡便性を高めるため、本研究で採用した 3 つの材料の同一亀裂形状に関する解析結果について  $J_{FEM} / J_{Formula}$  を平均して修正係数  $\lambda_1 \sim \lambda_3$  を統一することも試みたが、この場合、Fig.4 に示すような良好な結果は得られなかった。したがって、現状では材料ごとに修正係数  $\lambda_1 \sim \lambda_3$  を適用することが推奨される。

#### 4. 結論

弾塑性 J 積分値の簡易推定式について、FE 解析結果と JGA 評価式による結果を比較するとともに、簡易式の推定精度改善のための修正項導入について検討した。その比較、本論文で示した 3 材料ごとに J 積分評価式に付加するための修正項を提案し、J 積分値の推定精度を改善した。

今後の課題として、本研究で提案した修正項が広範囲の材料に対して適用するための他材料に対する検討および、許容できる精度に配慮しつつ、材料の相違の影響も包含する修正項表示式の検討すること（例えば、降伏応力、引張強さ、加工硬化係数を変数として導入）が挙げられる。

#### 参考文献

- 1) N. Nishio: A NEW METHOD OF ESTIMATING DAMAGE RATE OF PIPELINES DURING AN EARTHQUAKE, Journal of Japan Society of Civil Engineers, 316, (1981), 1-9. (in Japanese)
- 2) (一社) 日本ガス協会: ガス導管円周溶接部の超音波自動探傷方法 (JGA 指 210-04), (2004).
- 3) T. Hoshide and K. Tanaka: Analysis of Fatigue Crack Propagation from Surface Flaws by Elastic-Plastic Fracture Mechanics, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series A, 48, (1982), 433, 1102-1110. (in Japanese)
- 4) The Japan Welding Engineering Society: WES2805, Method of Assessment for Flaws in Fusion Welded Joints with Respect to Brittle Fracture and Fatigue Crack Growth, (2011).
- 5) C.F. Shih and J.W. Hutchinson: Fully Plastic Solutions and Large Scale Yielding Estimates for Plane Stress Crack Problems, J. Eng. Mater. Technol. 98 (4), (1976), 289-295.
- 6) <http://www.mscsoftware.com/ja/product/marc>, (accessed on September 20, 2019).
- 7) M. Mitsuya: True stress-strain curve of line pipe steels after uniform elongation, Journal of High Pressure Institute of Japan, 55, (2017), 12-21. (in Japanese)