九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

位相差を有する面内二軸繰返し応力を受ける疲労表面亀裂の伝播解析

森下, 瑞生
九州大学大学院工学府建設システム工学専攻 : 博士後期課程

穴井, 陽祐
国立研究開発法人 海上技術安全研究所

津村, 秀一
国立研究開発法人 海上技術安全研究所

後藤, 浩二
九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門

他

https://hdl.handle.net/2324/4794743

出版情報：日本船舶海洋工学会論文集. 30, pp.115-121, 2019. The Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

位相差を有する面内二軸繰返し応力を受ける疲労表面亀裂の伝播解析

学生会員　森　下　瑞　生*　　正会員　穴　井　陽　祐**
正会員　津　村　秀　一**　　正会員　後　藤　浩　二***
正会員　丹　羽　敏　男**

Numerical Simulation of Fatigue Surface Crack Propagation under In-plane Biaxial Cyclic Loading with Different Phases

by　Mizuki Morishita, *Student Member*　Yosuke Anai, *Member*
Shuichi Tsumura, *Member*　Koji Gotoh, *Member*
Toshio Niwa, *Member*

Summary

Most of in-service structures are subjected to many types of cyclic loading and these cyclic loadings have different axial components with different phase. In-addition, most of the fatigue cracks occurring in the structures are so-called surface cracks which can be approximate elliptical shape. However, the fatigue strength of structures is evaluated according to design standards established by theoretical and experimental investigations under uniaxial cyclic loading condition. On the other hand, authors proposed the numerical simulation procedure of through thickness fatigue crack propagation histories of a cracked plate subjected in-plane biaxial loadings with phase differences of each loading component from a viewpoint of fracture mechanics approach. In this study, fatigue surface crack growth behavior under in-plane biaxial loading with different phase conditions are investigated. The phase difference effect for fatigue surface crack shape evolution under in-plane biaxial loading is confirmed by measured ones. Besides, the numerical simulation method of fatigue crack growth is proposed and confirmed this method by comparisons of measured crack evolution with the numerical simulation.

1. 緒　　言

船舶や海洋構造物に代表される大型溶接鋼構造物では，構造的応力集中部に存在する溶接止端部から疲労亀裂が発生することが多い．一般的に溶接止端部から発生した疲労亀裂は表面亀裂状態で板厚を貫通するまで伝播し，その後は板厚貫通亀裂として成長するが，表面亀裂段階でも亀裂寸法の成長履歴を正確に予測し，脆性破壊発生以前の段階で適切な補修を行うことが，構造強度健全性評価の観点から極めて重要である．一方，構造物には種々の繰返し荷重が多軸かつ異なる位相で作用していることが一般的である．

そこで著者らは，これら位相差を有する多軸繰返し負荷条件下における疲労亀裂成長履歴推定を目指し，このような負荷の基本となる位相差を有する面内二軸繰返し負荷問題について，疲労亀裂成長履歴推定手法の構築に取り組み，面内二軸繰返し負荷履歴を等価な単軸の繰返し負荷履歴に変換する手法を提案した．そして同手法を板厚貫通亀裂 [1)~3)] および面外ガセット溶接継手部で発生・成長する表面亀裂，及び板厚貫通後継手部から伝播する貫通亀裂 [4),5)] に適用し，良好に疲労亀裂成長履歴を推定できることを示している．これら一連の研究では，Toyosada ら [6)] により提案された．亀裂先端の塑性ヒステリシス挙動を反映した有効応力拡大係数範囲 ΔK_{RPG} をパラメータとする疲労亀裂伝播則と亀裂結合力モデルに基づいて疲労亀裂開閉口挙動を考慮する疲労亀裂成長に関する数値シミュレーションを適用している．また，面外ガセット溶接継手部の表面亀裂，及び板厚貫通亀裂については，任意形状の溶接構造体の疲労寿命評価を実施できる等価分布応力法 [7)] を適用している．しかしながら，面外ガセット溶接継手中で成長する疲労亀裂については，亀裂成長試験を実施した 2 つの位相条件（0, π）で亀裂形状（アスペクト比）の成長が異なっていた上に，この推定手法については未確立であったため，形状成長履歴を入力情報として与える必要があった．そのため，表面亀裂の形状成長履歴推定手法の確立が将来課題として残された．

本論文では，著者らが先に実施した板厚貫通亀裂 [1)~3)] に対する検討で用いた十字型試験片と同じ外形の試験片に表面亀裂を模擬した初期欠陥を導入し，これを用いて，複数の位相差を有する二軸繰返し荷重下における亀裂伝播履歴を

*　九州大学 大学院工学府 建設システム工学専攻 博士後期課程
**　国立研究開発法人 海上技術安全研究所
***　九州大学 大学院工学研究院 海洋システム工学部門

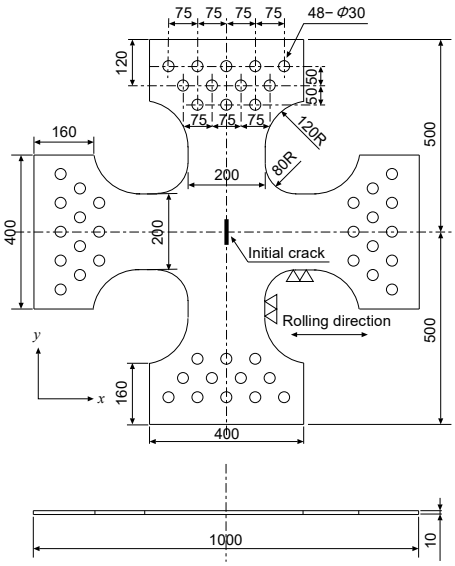
原稿受理 平成 xx 年 xx 月 xx 日

測定することで, 表面亀裂形状の伝播履歴に及ぼす二軸負荷影響について検証した.

2. 位相差を有する面内二軸繰返し荷重下の疲労表面亀裂伝播試験

2. 1 試験の概要

試験片の外形は Takahashi ら [8] による面内二軸繰返し疲労試験に倣った Fig. 1 に示す十字型試験片である. 試験片中央部に放電加工により平面状の初期欠陥を亀裂幅方向が x 軸に直交するように導入した. 初期欠陥寸法を Table 1 に示す. 試験片 S-5 以外の試験片は KA 鋼の同一鋼板から製作した. 試験片 S-5 は同種であるが別ロットの鋼板から製作した. 試験片 S-1 から試験片 S-4 の鋼材の化学的性質と機械的性質を Table 2 に, S-5 試験片を製作した鋼材について Table 3 にそれぞれ示す.



(Notes)
x: coordinate that normal to the crack line.
y: coordinate that parallel to the crack line.

Fig. 1 Configuration of the specimen used [8] (unit in mm).

Table 1 Initial crack geometries.

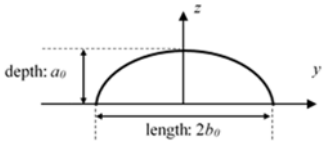
Specimen ID	Initial defect size [mm]		Plate thickness: t [mm]
	Depth: a_0	Length: $2b_0$	
S-1	2.0	4.0	10.0
S-2		20.0	
S-3			
S-4			
S-5			
[Note.] Defect shape			

Table 2 Mechanical properties and chemical composition of material applied to specimen S-1 to S-4 (ClassNK grade KA).

Mechanical properties				
Yield stress [MPa]		Tensile strength [MPa]		Elongation [%]
339		456		26
Chemical composition [wt%]				
C	Si	Mn	P	S
0.15	0.14	0.84	0.017	0.003

Table 3 Mechanical properties and chemical composition of material applied to specimen S-5 (ClassNK grade KA).

Mechanical properties				
Yield stress [MPa]		Tensile strength [MPa]		Elongation [%]
343		451		26
Chemical composition [wt%]				
C	Si	Mn	P	S
0.12	0.15	0.96	0.021	0.002

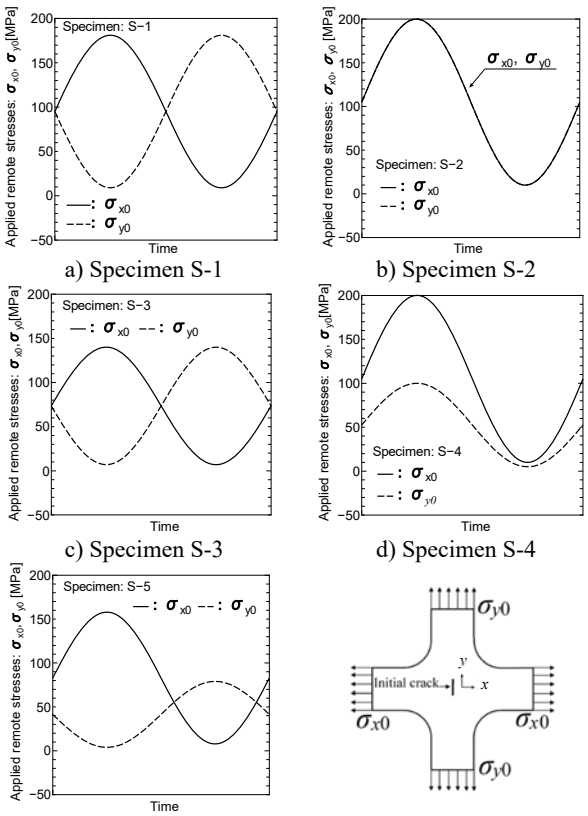
疲労亀裂伝播試験の様子を Fig. 2 に例示する. 疲労亀裂伝播試験においては, 可搬式±1,000kN 油圧サーボ式疲労試験機 4 基を直行する十字方向に設置することで, 試験片に対して十字方向に繰返し載荷を付与した. 本試験機の制御システムは各軸方向の繰返し載荷に任意の位相差を付与することが可能である. さらに, 本システムでは荷重を監視しつつ相対する試験機が同一の変位となるように制御しているため, 試験中は試験片中央の位置が保持される. 各試験片に作用する荷重条件を Table 4 に, 各荷重条件の応力波形を Fig. 3 に示す. 二軸の負荷位相差については, 面外ガセット溶接継手部の表面亀裂形状成長が位相条件（0, π）で異なる履歴を示したことから, この 2 つの位相条件を採用し, 表面亀裂形状成長履歴に及ぼす位相差影響を検証した.

Fig. 2 Set-up of fatigue crack propagation test under biaxial loading.

Table 4 Biaxial loading conditions.

Specimen ID	Stress ratio: R	$\Delta\sigma_{x0}$ [MPa]	$\Delta\sigma_{y0}$ [MPa]	Phase difference: Φ[rad]
S-1	0.05	172		π
S-2		190		0
S-3		133		π
S-4		190	95	0
S-5		150	75	π

(Notes)
R means applied stress ratio defined by $\sigma_{x0}^{min}/\sigma_{x0}^{max}$ or $\sigma_{y0}^{min}/\sigma_{y0}^{max}$.
$\Delta\sigma_{x0}$ and $\Delta\sigma_{y0}$ are the applied stress range of x and y component, respectively.



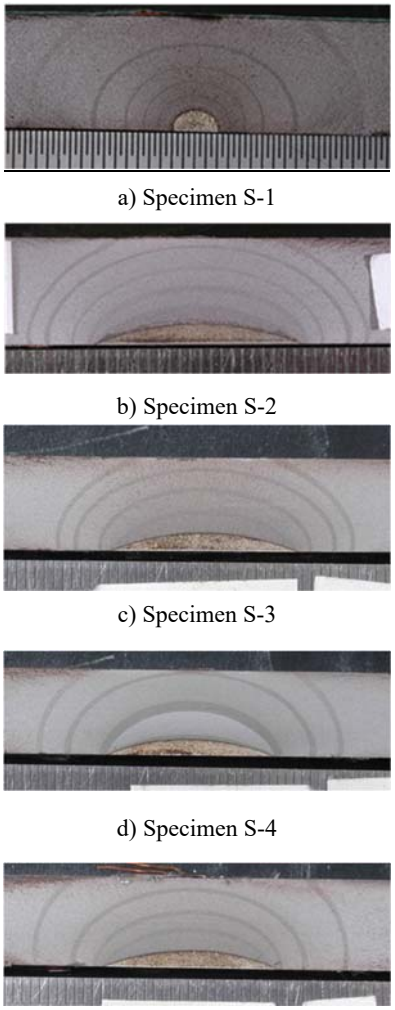
a) Specimen S-1 b) Specimen S-2 c) Specimen S-3 d) Specimen S-4 e) Specimen S-5

(Notes)
σ_{x0}: applied remote stress normal to the crack line.
σ_{y0}: applied remote stress parallel to the crack line.

Fig. 3 Applied biaxial loading waveform.

2. 2 表面亀裂形状の成長履歴

疲労表面亀裂の形状成長履歴はビーチマーク法により測定した．ビーチマーク導入時の荷重条件は，亀裂面垂直方向及び亀裂幅方向ともに通常負荷条件の最大荷重を保持しつつ，最小荷重を通常負荷条件の平均荷重とし，位相差は通常負荷時と同一とした．Fig. 4 に破面を示す．



a) Specimen S-1 b) Specimen S-2 c) Specimen S-3 d) Specimen S-4 e) Specimen S-5

Fig. 4 Observed shape evolutions of surface cracks.

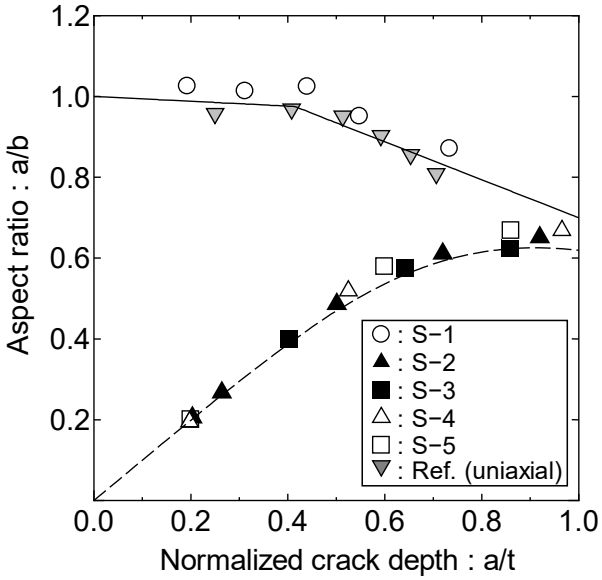


Fig. 5 Evolution of the aspect ratio (a/b) of a surface crack under biaxial loading conditions.

Fig. 5 には，測定された亀裂のアスペクト比 a/b（ただし，a：表面亀裂深さ，$2b$：表面亀裂長さ）を示す．図中には比較のため, 同程度の強度レベルの鋼材を供試材とした単軸繰返し荷重下における疲労試験によって得られた表面亀裂のアスペクト比[9] を灰色逆三角形記号で示した．図中の実線と破線は, 川原と栗原により与えられた初期欠陥形状が点状あるいは扁平状の表面亀裂のアスペクト比変化推定式[10] による推定結果である．実線は点状の初期欠陥を起点とする均衡成長状態におけるアスペクト比変化であり，式（1）により与えられる．また，破線は扁平状の初期欠陥を起点とする非均衡成長状態におけるアスペクト比変化であり，式（2）により与えられる．

$$a/b = A - B(a/t) \tag{1}$$

$$(b/a)^n = (b_0/a)^n + \left\{1/\left(A - B(a/t)\right)\right\}^n \tag{2}$$

(Notes)

$2b_0$: Initial surface crack length,

n $= 2m_p+1$,

m_p: Constant of Paris' law (m_p=3.346[11]) ,

A $= 0.05\ (0 \le a/t \le 0.5),\ 1.17\ (0.5 \le a/t \le 1.0)$,

B $= 0.06\ (0 \le a/t \le 0.5),\ 0.47\ (0.5 \le a/t \le 1.0)$.

Fig. 5 より面内二軸繰返し荷重下の表面亀裂のアスペクト比変化は, 負荷位相差に関わらず単軸繰返し荷重下のアスペクト比変化と等しいことが確認された．一方，先行研究の面外ガセット溶接継手部の表面亀裂[5] では位相差によりアスペクト比変化が異なる結果が得られたが, ここで示した実験と比べると, 溶接残留応力場の有無という相違があることに加え, 角回し溶接部の複数箇所から発生した亀裂が亀裂面外方向合体して段差を有するような破面を形成しつつ成長したなど, 本実験と比較して複数の考慮するべき因子があったことから, 単一表面亀裂の成長についてはここで得られた結論が妥当であると考えられる. 面外ガセット溶接継手を用いた疲労試験については実験数も少なかったこともあり, 実験数を増やして再検証が必要であろう．

3. 位相差を有する二軸繰返し荷重下の疲労亀裂伝播シミュレーション

3. 1 二軸の作用応力から等価な単軸の作用応力への変換

著者ら[1)~5)]は位相差を有する面内二軸繰返し負荷を受ける場合の疲労亀裂伝播履歴を, 単軸繰返し負荷条件下における疲労亀裂伝播シミュレーションを用いて推定するために, 面内二軸繰返し負荷を等価な単軸繰返し負荷に換算する方法を提案し，これにより，面内二軸繰返し負荷を受ける板厚貫通亀裂及び面外ガセット溶接継手部の表面亀裂, 及び板厚貫通亀裂における疲労亀裂伝播履歴を比較的良好に推定できることを示している. 面内二軸負荷を等価な単軸負荷に換算する手法について複数の方法を検討したが, 結果的にどの手法も等価なものであったことから，最も簡便な手法[5)]である式（3）を適用することで，亀裂面垂直方向の等価な単軸負荷に換算する．

$$\sigma_x^{equni} = \sigma_{x0} - \sigma_x^{\sigma_{y0}} = \sigma_{x0} - E\varepsilon_x^{\sigma_{y0}} = \sigma_{x0} - \nu\sigma_{y0} \tag{3}$$

ここで,

σ_x^{equni} ： 面内二軸負荷を等価な単軸負荷（亀裂面垂直方向）に置き換えた応力,

σ_{x0} ： 面内二軸負荷応力の亀裂面垂直方向成分,

σ_{y0} ： 面内二軸負荷応力の亀裂幅方向成分,

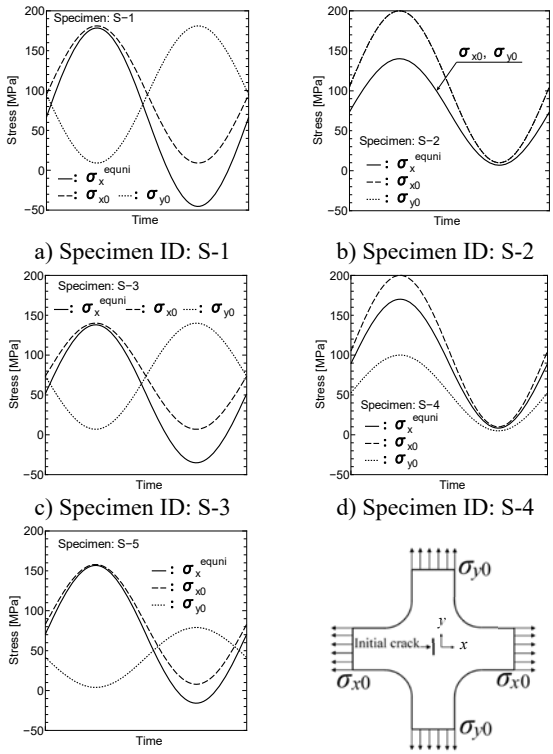
$\sigma_x^{\sigma_{y0}}$ ： 亀裂幅方向の応力の影響を亀裂面垂直方向応力として換算する際に付与するべき応力,

E ： ヤング率,

ν ： ポアソン比,

$\varepsilon_x^{\sigma_{y0}}$ ： 面内二軸負荷応力の亀裂幅方向成分により生じる亀裂面垂直方向の付加的なひずみ.

等価な単軸負荷応力履歴への換算を行った結果を, 換算前の面内二軸負荷履歴と一緒に，Fig. 6 に示す.



a) Specimen ID: S-1 b) Specimen ID: S-2

c) Specimen ID: S-3 d) Specimen ID: S-4

e) Specimen ID: S-5

(Notes)

σ_{x0}: applied remote stress normal to the crack line.

σ_{y0}: applied remote stress parallel to the crack line.

Fig. 6 Applied biaxial stress and equivalent uniaxial stress waveform.

3.2　疲労亀裂伝播解析手法

単軸繰返し負荷条件下における疲労亀裂伝播シミュレーションには著者らによる先行研究と同様に，Toyosada ら [6] による RPG 荷重基準の疲労亀裂伝播則を実装した，亀裂結合力モデルに基づき疲労亀裂開閉口挙動を考慮できるシミュレーションを用いる．

RPG 荷重基準の疲労亀裂伝播則は式（4）で与えられる．

$$da/dN = C(\Delta K_{\mathrm{RPG}})^m \tag{4}$$

ここで，

a：　亀裂長さ，
N：　繰返し数，
da/dN：　疲労亀裂伝播速度，
ΔK_{RPG}：　RPG 荷重基準の有効応力拡大係数範囲，
C：　材料定数（=4.888 x 10^{-11}），
m：　材料定数（=2.824），
（注）　材料定数 C，m の数値は，応力拡大係数の単位は MPa $m^{0.5}$，亀裂長さの単位は m の場合．

3.3　等価分布応力法

上述の数値シミュレーション手法は, 板厚貫通亀裂材を対象としており，かつ, 評価対象物の応力拡大係数重み関数が陽な関数として予め与えられていることが必要である. 一方, 今回の評価対象は表面亀裂であるため, 上述の数値シミュレーションを直接適用できない. このような問題に対する有効な手法として，等価分布応力法 [7] が提案されており，種々の問題に対してその有用性が示されている. 等価分布応力法の流れを以下に示す.

(1)　物体に内在する表面亀裂最深部の応力拡大係数 K と亀裂深さ a の関係を取得.
(2)　表面亀裂の a-K 関係を，無限板中の板厚貫通亀裂に再現可能な応力分布（等価分布応力）を与える.
(3)　無限板中の板厚貫通亀裂に等価分布応力を作用させ，疲労亀裂伝播解析を行う．等価分布応力には式（5）[13] を用いて換算した.

$$\frac{2\sigma_{EDS}(z)}{\sqrt{\pi a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(z/a)^2}} = K_{\mathrm{object}}(a) \tag{5}$$

ここで，

$\sigma_{\mathrm{EDS}}(z)$：　亀裂深さ方向の座標 z における等価分布応力の値,
$K_{\mathrm{object}}(a)$：　亀裂深さ a の時の亀裂最深部における，評価対象亀裂材の応力拡大係数の値.

3.4　FE 解析による応力拡大係数の算出

本研究で用いる等価分布応力を与えるためには亀裂深さに対する応力拡大係数を与える必要がある．一方，本研究で採用した試験片中に表面亀裂が存在する場合の応力拡大係数についてはハンドブック等による計算式が与えられていないため，汎用 FE 解析コード MSC Marc[12] 2017 で J 積分法を適用して算出した．なお，先行研究 [1)~3)] と同様に，二軸負荷問題ではあるが, 等価分布応力への換算に用いる応力拡大係数は, 亀裂面垂直方向のみに単位負荷外力を作用させて計算した．また，2.2 節に示した結果より，疲労表面亀裂のアスペクト比変化履歴は二軸の作用応力の荷重比, 位相差に関わらず, 川原と栗原により単軸負荷時に対して与えられた変化履歴推定式（1），（2）により与えられるため，Fig.5 中の実線（均衡成長）と破線（非均衡成長）のアスペクト比変化に基づき，a/t の値で，おおよそ 0.2 刻みで各々数体ずつ FE モデルを作成した．Fig. 7 にメッシュ分割の一例を示す．いずれの解析でも亀裂先端近傍のメッシュサイズは一辺 0.02mm 程度の 8 節点アイソパラメトリック六面体要素を用いてメッシュ分割した．

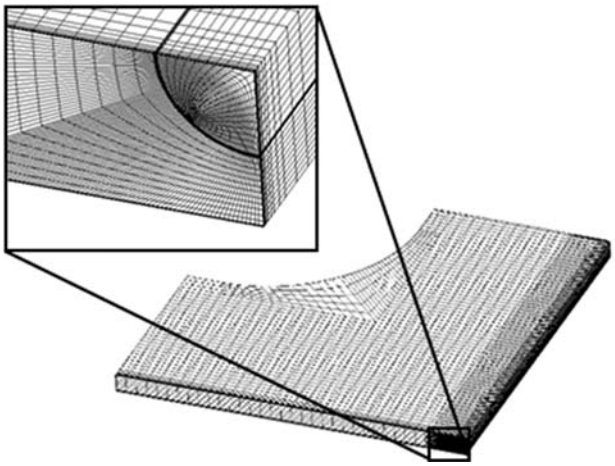


Fig. 7　An example of FE subdivision of a surface crack (Equilibrated growth: a=5.475mm, b=5.754mm).

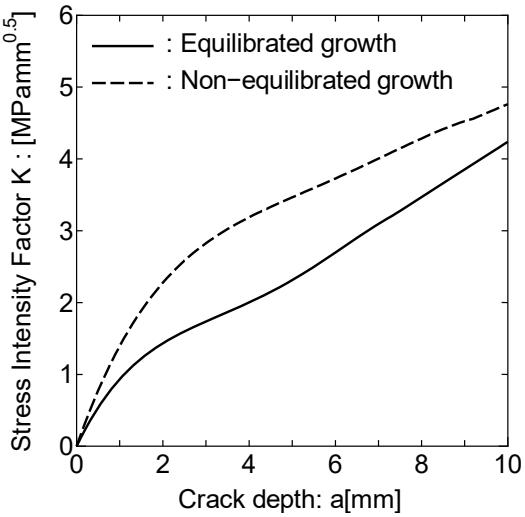


Fig. 8　Stress intensity factors as a function of crack depth.

Fig. 8 には亀裂面垂直方向（x 方向）に単位応力を作用させた FE 解析と J 積分法により得られた応力拡大係数を最小二乗近似した結果を示す．実線は均衡成長状態（試験片 S-1 に相当），破線は非均衡成長状態（試験片 S-2 から S-5 に相当）に対する亀裂深さと応力拡大係数の関係である．また，これらの曲線の表示式を式（6）に示す．なお，式（6）において応力拡大係数及び亀裂深さの単位はそれぞれ MPa mm$^{0.5}$, mm である．

$$K=\begin{cases}-2.94\times10^{-3}a^4+5.60\times10^{-2}a^3-0.363a^2+1.24a \\ \qquad :\left[\text{Equilibrated growth}\right] \\ -1.59\times10^{-3}a^4+3.98\times10^{-2}a^3-0.365a^2+1.72a \\ \qquad :\left[\text{Non-equilibrated growth}\right]\end{cases} \tag{6}$$

Fig. 8 に示した応力拡大係数履歴を考慮して等価分布応力に換算した結果を Fig. 9 に示す．実線と破線の区別は Fig. 8 と同様である．

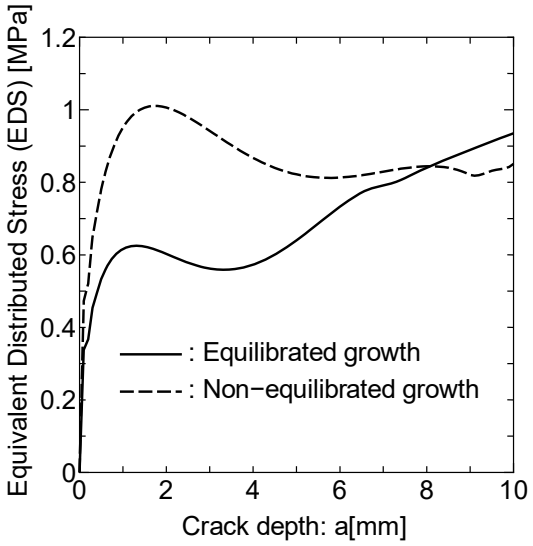


Fig. 9 Equivalent distributed stresses (EDS) under equilibrated growth and non-equilibrated growth.

3. 5 疲労亀裂伝播解析の結果

面内二軸繰返し負荷問題を, 無限板中の板厚貫通亀裂に等価な単軸繰返し負荷が作用する問題に置き換え, 疲労亀裂伝播シミュレーションを実施して亀裂深さの伝播履歴を推定し，実測結果と比較した．結果を Fig. 10 に示す.

亀裂伝播解析では, 観測できた最小のビーチマークを初期亀裂とみなして以降の伝播量を比較したが, 試験片 S−2 は最小のビーチマークが板表面に到達していなかったため, 板表面までビーチマークが到達していた二番目に小さいビーチマークを初期亀裂に設定した. 著者らの知見の範囲では二軸荷重条件下における表面亀裂成長履歴をビーチマーク法で測定した事例は皆無であり, 測定点は十分とは言い難い面もあるが, 伝播解析により比較的良好に亀裂伝播履歴を推定できていると判断できる.

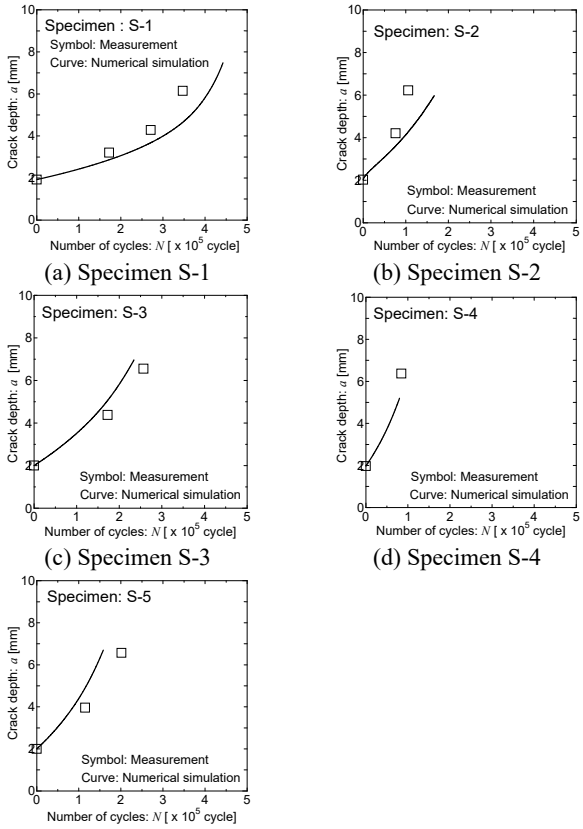


Fig. 10 Numerical simulation results of a surface fatigue crack growth under biaxial loadings with phase difference.

一方，試験片 S-2（負荷条件：$\Delta\sigma_{x0}=\Delta\sigma_{y0}$=190MPa, 位相差 0）については，実測値が推定値よりも早く伝播している．この原因について現時点では明確な結論は得られていないが, 特に欠陥が小さい段階では亀裂伝播試験でもバラツキが生じることから，試験片 S-2 と負荷条件で再実験を行い，実験結果の妥当性について再検証が必要と考えられる．

4. 結　言

位相差を有する面内二軸繰返し荷重下における疲労表面亀裂の伝播挙動を疲労亀裂伝播試験により取得した. その結果, 亀裂形状の伝播履歴は単軸負荷条件下のそれと同じであることを確認した.

引き続き, 著者らがこれまでに提案している面内二軸負荷問題を等価な単軸負荷問題に置き換えて疲労亀裂伝播解析する手法を用いて，疲労表面亀裂伝播履歴を推定した．その結果, 実測値と数値解析結果は比較的良好に一致したことから, 適用手法により面内二軸負荷を受ける表面亀裂伝播の推定が可能であるとの結論を得た．なお，前章でも述べたように，試験片 S-2 の実測値に問題がある可能性もあるため，同

一負荷条件下で再実験を行い, 実験結果の妥当性について再検証を行う必要があると考えられる.

今後の課題としては, 二軸負荷条件下における表面亀裂成長アスペクト比履歴に及ぼす溶接残留応力の影響の検討, 二軸負荷の各方向成分が複数周波数成分を含む重畳応力条件の場合に対して, 著者らがこれまでに提案してきた二軸負荷を等価な単軸負荷に置き換えて疲労亀裂伝播挙動を評価する手法の妥当性検証, 荷重方向に対して傾斜した亀裂に位相差を有する二軸の繰返し負荷が作用する問題の検討, 面外方向負荷も含む一般的な多軸繰返し負荷問題に対する検討などが挙げられる.

謝　辞

本研究は，JSPS 科学研究費基盤研究 A（26249136）の助成を受けて実施したものである．また，供試材は JFE スチール株式会社のご厚意によりご提供いただきました. 関係各位に厚く御礼申し上げます.

参 考 文 献

1) Gotoh, K., Niwa, T. and Anai, Y., Omori, T., Tanaka, Y. and Murakami, K.: Fatigue Crack Propagation under Biaxial Tensile Loading, - Effect of the Phase Difference on Biaxial Loading -, Proceedings of OMAE 2013, 2013, OMAE2013-10980.

2) 後藤浩二，丹羽敏男，穴井陽祐，大森徹也，田中義久：位相差を有する二軸繰返し載荷条件下における疲労亀裂伝播挙動，日本船舶海洋工学会論文集, Vol.18, 2013, 101-108.

3) Gotoh, K., Niwa, T. and Anai, Y., : Numerical simulation of fatigue crack propagation under biaxial tensile loadings with phase differences, *Marine Structures*, Vol.42, 2015, 53-70.

4) Gotoh, K., Niwa, T. and Anai, Y., : Fatigue crack growth behaviour of an out-of-plane gusset welded joints under biaxial loadings with different phases, Fatigue crack growth behaviour of an out-of-plane gusset welded joints under biaxial loadings with different phases, Procedia Materials Science, Vol.3, 2014, 1536-1541.

5) 後藤浩二，清水啓司，穴井陽祐，丹羽敏男：位相差を有する面内二軸繰返し荷重下における面外ガセット溶接継手の疲労亀裂成長挙動,日本船舶海洋工学会論文集, Vol.26, 2017, 157-164.

6) Toyosada, M., Gotoh, K., Niwa, T. : Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip, *International Journal of Fatigue*, Vol.26, No.9, 2004, 983-992.

7) Toyosada, M., Gotoh, K., Niwa, T.: Fatigue life assessment for welded structures without initial defects: an algorism for predicting fatigue crack growth from a sound site, *International Journal of Fatigue*, Vol.26, No.9, 2004, 993-1002.

8) Takahashi, I., Ushijima, M., Takada, A., Akiyama, S., Maenaka, H.: Fatigue behavior of a box-welded joint under biaxial cyclic loads", Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol.22, No.10, 1999, 869-877.

9) Y. Anai, T. Niwa and K. Gotoh.: Practical formula of the shape evolution of a surface crack under fatigue loading, Proceeding of the 34th International Conference on Ocean and Arctic Engineering (OMAE2015), 2015.

10) 川原正言，栗原正好：表面き裂の疲労による伝播成長過程に関する予備的考察,日本造船学会論文集, Vol.137, 1975, 297-305,

11) 社団法人日本造船研究会：第 219 研究部会，亀裂伝播解析手法の実用化に関する研究, 平成 7 年度報告書（総合報告書），1996.

12) http://www.mscsoftware.com/ja/product/marc, (accessed on February 28, 2019)

13) Tada H, Paris PC, and Irwin GR.: The Stress Analysis of Crack Handbook 3rd Edition, The American Society of Mechanical Engineers. 2000.