

## 表面亀裂に対する応力拡大係数重み関数の拡張と Parisの相反定理に基づく亀裂開口変位の推定

高木, 芳史  
九州大学大学院工学府建設システム工学専攻 : 博士後期課程

後藤, 浩二  
九州大学大学院工学研究院海洋システム工学部門

<https://hdl.handle.net/2324/4794493>

---

出版情報 : 溶接構造シンポジウム講演論文集, pp.265-268, 2017-12. Japan Welding Society  
バージョン :  
権利関係 :



## 表面亀裂に対する応力拡大係数重み関数の拡張と Paris の相反定理に基づく亀裂開口変位の推定

九州大学 大学院工学府 建設システム工学専攻 博士後期課程 ○高木 芳史  
九州大学 大学院工学研究院 海洋システム工学部門 後藤 浩二

Extension of the stress intensity factor weight function for a surface crack and estimation of crack opening displacement based on Paris' reciprocity theorem.

by Yoshifumi TAKAKI, Koji GOTOH

### 1. 緒言

疲労亀裂の多くは、構造的不連続部に存在する溶接止端等の高応力集中箇所から発生し、一般に複数の微小亀裂が発生する。その後、合体と成長を繰り返して単独の大きな表面亀裂に成長する。その後さらに成長して板厚貫通亀裂に至る。表面亀裂が疲労寿命全体を占める割合は板厚貫通亀裂と比較して相対的に長いので、表面亀裂の成長履歴予測精度の向上は構造健全性の観点から極めて重要である。また、疲労亀裂の成長挙動や成長した亀裂を起点とする不安定破壊の発生限界を評価するには破壊力学の知見を活用することが有用であり、このためには亀裂に作用する応力場に対応する応力拡大係数 (K 値) を精度良く与える必要がある。表面亀裂の応力拡大係数に関しては多くの式が提案されているが、それらの多くは一様または亀裂深さ方向に直線的に分布する応力場に対する解である。よく知られた応力拡大係数の式である Newman と Raju<sup>1)</sup>による式も、一様及び線形な応力分布条件下のみで適用可能である。

任意応力場における K 値を推定する方法として、K 値に対する重み関数 (亀裂面任意位置に単位集中荷重が作用する時の K 値) を亀裂面に作用する応力場に応じて積分する手法がある。この方法は二次元問題である直線状亀裂に対して有効であることは広く知られている。そこで、表面亀裂や埋没亀裂のような三次元物体中に存在する平面状亀裂に対して同手法を拡張することが試みられている。その中でも、Wang と Glinka<sup>2)</sup>により提案された有限板厚を有する物体中に存在する半楕円表面亀裂と楕円埋没亀裂の K 値重み関数は、数値データでなく陽な関数として与えられていることもあり、利便性に優れたものと考えられる。しかしながら亀裂形状次第では与えられる K 値の精度が劣ることを著者の一人らは確認し、Wang と Glinka の K 値重み関数式を拡張するとともに、適用可能な応力場の拡張を行った<sup>3)</sup>。しかしながら、これらの K 値重み関数式はアスペクト比が 1 以上の深い表面亀裂は適用対象外である。一方、原子力発電プラントのニッケル基合金溶接部に発生する応力腐食割れの多くはアスペクト比が 1 以上の深い表面亀裂であることや、深い表面亀裂の K 値重み関数式は Paris の相反定理<sup>4)</sup>を用いて表面亀裂の亀裂開口変位を計算するために必要である<sup>5)</sup>ことを勘案すれば、アスペクト比が 1 より大きい深い亀裂に対する K 値重み関数の導出が期待される。本研究では、Wang と Glinka の式を修正することで、深い表面亀裂に適用可能な重み関数の表示式の導出を試みた。

### 2. K 値重み関数

#### 2.1 Wang と Glinka による重み関数

過去の研究と同様に、表面亀裂の形状は半楕円亀裂と近似し、Fig. 1 に示す座標系を設定する。ここで、楕円中心に原点を設定し、長軸 (板幅方向) は x 軸、短軸 (板厚方向) は y 軸とする。なお、表面亀裂の自由表面は x 軸と一致する。K 値重み関数を用いると表面亀裂の応力拡大係数は式 (1) で与えることができる。

$$K = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \sigma(x_0, y_0) m(x_0, y_0; a, b) dx_0 dy_0, \quad (1)$$

ただし、

$\sigma(x_0, y_0)$ : 亀裂面に作用させる応力分布,  
 $m(x_0, y_0; a, b)$ : 応力拡大係数の重み関数,  
 $2a, 2b$ : 楕円亀裂の長軸と短軸.

Wang と Glinka は Rice<sup>6)</sup> が提案した平面状亀裂問題に対して一般化した K 値重み関数を参照し、式 (1)

中の重み関数  $m(x_0, y_0; a, b)$  を式 (2) で与えることを提案した.

$$m(x_0, y_0; a, b) = \frac{\sqrt{2\xi}}{\pi^{3/2}\rho^2} [1 + M(\theta, \alpha)\{1 - r(\varphi)/R(\varphi)\}], \quad (2)$$

ただし,

- $\xi$ : 荷重点  $F_0$  から亀裂前縁までの最短距離,
- $\rho$ : 荷重点  $F_0$  から点  $P$  までの距離,
- $\alpha$ : 楕円のアスペクト比,  $\alpha = a/b$ ,
- $\theta$ : 点  $P$  と  $x$  軸とのなす角度,
- $\varphi$ : 荷重点  $F_0$  と  $x$  軸とのなす角度,
- $r(\varphi), R(\varphi)$ : Fig. 1 に示す半径,
- $M(\theta, \alpha)$ : 亀裂形状と K 値評価位置の関数.

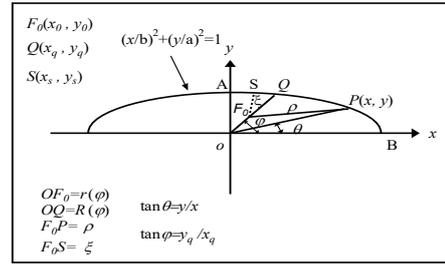


Fig. 1 Coordinate system for the weight function.

本研究では, 式 (3) と式 (4) で定義される亀裂形状に関するパラメータ  $Q$  を用いて K 値を無次元化表記する. ここで, 式 (3) はアスペクト比が 1 以下の場合であり, 式 (4) はアスペクト比が 1 以上の場合に適用した.

$$Q^2 = [1 + 1.464(a/b)] \quad (3)$$

$$Q^2 = [1 + 1.464(b/a)](a/b)^2 \quad (4)$$

## 2. 2 表面亀裂に対する K 値重み関数

アスペクト比が 1, 2, 4, 8 の表面亀裂の K 値重み関数について検討するため, これらのアスペクト比を有する表面亀裂について, 式 (2) 中の係数  $M(\theta, \alpha)$  を先行研究と同様の手法<sup>3)</sup>で同定した. 重み関数に及ぼす板厚影響を確認するため, 無次元亀裂深さ ( $a/t$ ) を 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 と設定した. 一方で全試験片の板幅による無次元化亀裂半長は Newman と Raju の研究<sup>1)</sup>を参照し 0.2 と一定にした. また, K 値重み関数は著者の一人らによる先行研究<sup>3)</sup>と同様に,  $\theta = \pi/2$  (亀裂最深部) と 0 (表面部) について与えることとしたため, 式 (2) 中の関数  $M(\theta, \alpha)$  も  $\theta = \pi/2$  (亀裂最深部) と 0 (表面部) についてのみ与えた.

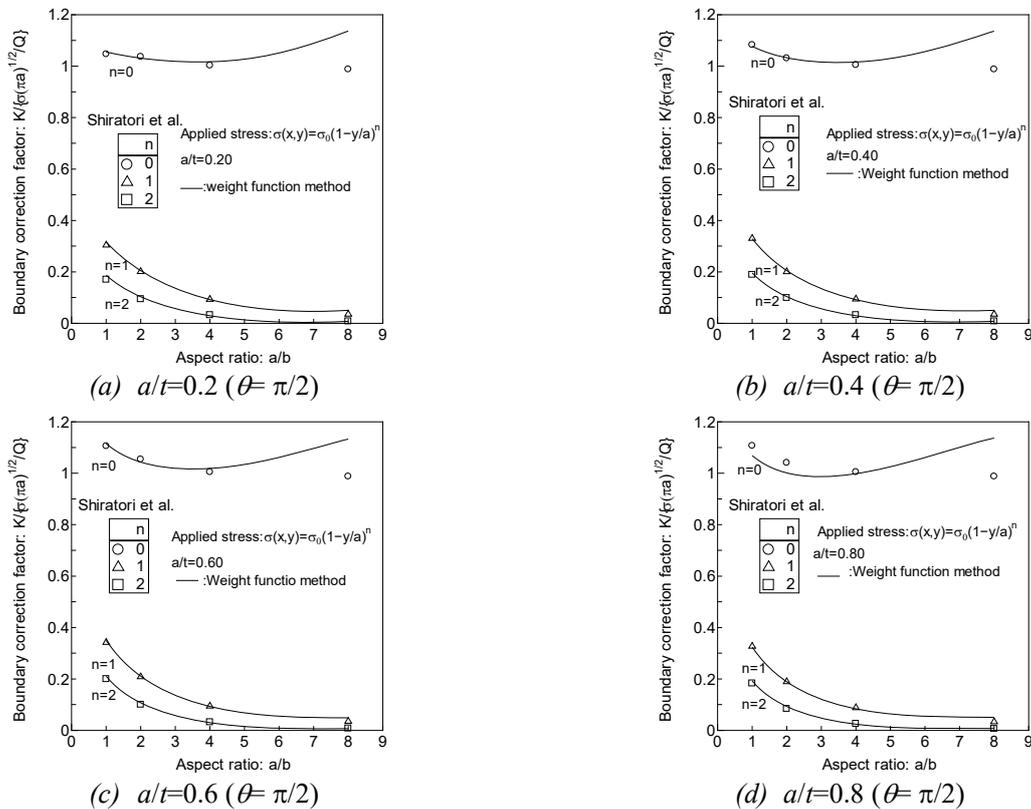


Fig. 2 Dimensionless stress intensity factor (Point A)

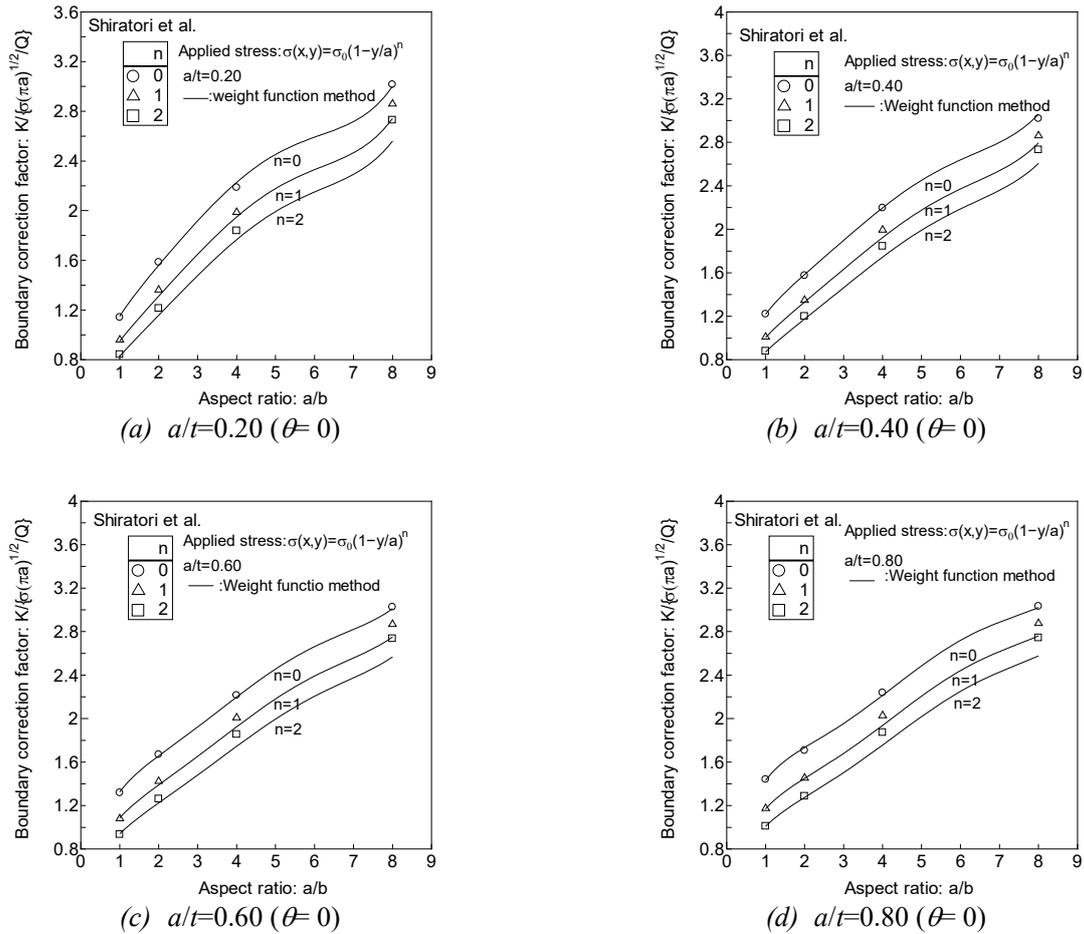
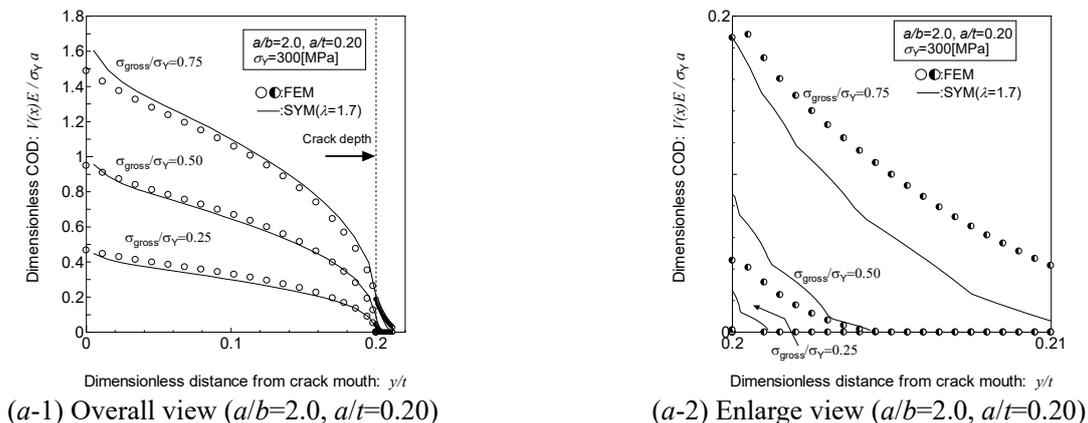


Fig. 3 Dimensionless stress intensity factor (Point B)

0~2次関数の応力分布を亀裂面に作用させたときの表面部 (Point B) と最深部 (Point A) での K 値重み関数による応力拡大係数と参照解<sup>7)</sup>の比較を Fig. 2 と Fig. 3 に示す. アスペクト比が 8 の場合, 本研究で提案した重み関数による最深部での応力拡大係数の参照解との最大誤差は 53.9%であった. 著者の一人らによる先行研究<sup>3)</sup>と同様に許容誤差を 10%とすると, ここで導出した K 値重み関数が適用可能な表面亀裂形状はアスペクト比が 4 以下の場合にとどまる. 一方, K 値重み関数による表面部での応力拡大係数は参照解との最大誤差が 6.24%となり, 全ての場合で許容誤差以下であった.

### 2. 3 Paris の相反定理に基づく亀裂開口変位の推定

平面中に存在する直線状亀裂の開口変位算定に用いられる Paris の相反定理<sup>4)</sup>を, 上述の K 値重み関数に用いてアスペクト比が 1 以上の表面亀裂問題に対して適用した. 対象としたアスペクト比 ( $a/b$ ) は 2.0, 無次元化した亀裂深さ ( $a/t$ ) は 0.2, 0.4 である. 表面亀裂最深部を含む断面の亀裂開口変位を推定した結果と弾塑性 FE 解析による亀裂開口変位を比較した図を Fig. 4 に示す.



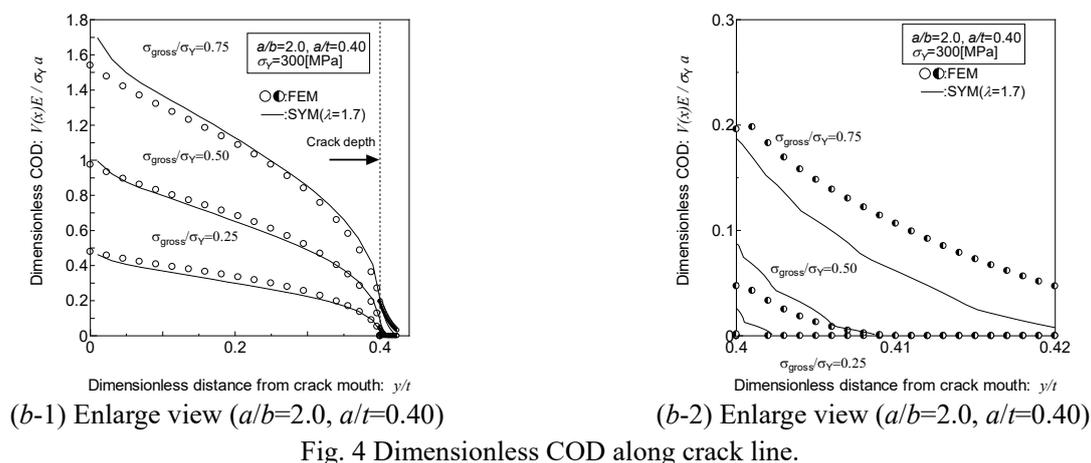


Fig. 4 から実亀裂面の亀裂開口変位に関して、Paris の相反定理と K 値重み関数を用いた数値解析結果と弾塑性 FE 解析結果は良好な一致を示している。仮想亀裂面付近の拡大図では数値解析結果は滑らかな曲線が得られなかったが、これは以下の理由に述べる理由によるものと考えられる。

数値解析による亀裂開口変位は、(1) 無亀裂状態を想定した亀裂面に作用する応力分布による亀裂開口変位と (2) 仮想亀裂面に作用させる結合力による亀裂開口変位の重ね合わせにより表現されるが、結合力による亀裂開口変位を計算する際に、仮想亀裂先端位置を固定して亀裂深さ方向に積分した結果、一部の仮想亀裂領域で積分されない領域が生じたため、(2) の計算精度が劣ったことに起因すると考えられる。また、仮想亀裂面の亀裂開口変位に関して、作用応力が  $\sigma_{gross} / \sigma_Y = 0.25$  の場合に弾塑性 FE 解析結果と数値解析結果との誤差が大きくなった。弾塑性 FE 解析における仮想亀裂面の亀裂開口変位に相当する値は亀裂面に垂直な方向の塑性歪を積分して得られる<sup>8)</sup>が、作用応力が  $\sigma_{gross} / \sigma_Y = 0.25$  の場合には弾塑性 FE 解析により算出される塑性歪が小さいため本研究で採用した FE メッシュサイズでは算出できなかったと推察される。同様の観点からメッシュサイズを小さくすれば作用応力  $\sigma_{gross} / \sigma_Y = 0.25$  の場合の弾塑性 FE 解析結果と数値解析結果との誤差は小さくになると考えられる。

数値シミュレーションによる塑性域は表面部の K 値と最深部の K 値の重ね合わせが 0 となる位置を探索して与えられるため塑性域は半楕円形となるが、作用応力が  $\sigma_{gross} / \sigma_Y = 0.75$  の場合は弾塑性 FE 解析による塑性域形状が半楕円形状ではなくなったため、解析精度の低下が生じたと考えられる。

## 2. 4 結論

アスペクト比が 1 以上の深い亀裂にも適用可能なように表面亀裂の K 値重み関数を拡張した。K 値の許容誤差を 10%以内とすると、本研究で提案された重み関数の適用範囲は以下ようになる。

$$\text{最深部: } 1 \leq a/b \leq 4, 0 < a/t < 1, b/W \leq 0.2$$

$$\text{表面部: } 1 \leq a/b \leq 8, 0 < a/t < 1, b/W \leq 0.2$$

また、Paris の相反定理と K 値重み関数を適用することで、適用可能な亀裂形状や荷重レベルに制限は残されたものの、深い亀裂を有する表面亀裂の深さ方向の亀裂開口変位を推定可能となった。

## 参考文献

- 1) Newman, J.C. Jr. and Raju, I.S.: An Empirical Stress Intensity Factor Equation for The Surface Crack, Engineering Fracture Mechanics, 15, 1-2, (1981), 185-192
- 2) Wang, X. and Glinka, G.: Determination of approximate point load weight functions for embedded elliptical crack, International Journal of Fatigue, 31, 11-12, (2009), 1816-1827.
- 3) Gotoh, K. and Otaguro, T. : Improved Point Load Weight Function for Stress Intensity Factor of a Surface and an Embedded Crack, Journal of the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, 17 ,(2013), 65-73, (in Japanese).
- 4) Paris, P.C.: The Mechanics of Fracture Propagation and Solution to Fracture Arrestor Problem, Document D2-2195, The Boeing Company, 1957.
- 5) Yamashita, K. and Gotoh, K.: A Study on the Strip Yield Model for a Surface Crack, Proceedings of annual conference of JASNAOE, 22, (2016), 433-438, 2016S-GS5-2, (in Japanese).
- 6) Rice, J.R.: Weight function theory for three-dimensional elastic crack analysis, ASTM STP-1020, (1989), pp.29-57.
- 7) Nagai, C., Miura, C and Shiratori, Y.: Development of Stress Intensity Factor Solution for Surface Cracks with High Aspect Ratio Using Influence Function Method, 79, 802, (2013), 721-725, (in Japanese).