

境界のあるプラズマにおける低周波不安定

河野, 光雄

<https://doi.org/10.15017/4785245>

出版情報：應用力學研究所所報. 66, pp.379-383, 1988-10. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：



境界のあるプラズマにおける低周波不安定

河 野 光 雄

要 旨

プラズマに電極をいれ、電場をかけた系での不安定振動を調べ、電子のドリフト速度が電子の熱速度より小さい場合に、電流不安定が起ることを明らかにした。この振動の周波数はイオン・プラズマ周波数近傍にあり、実験で観測されている不安定を説明すると考えられる。

Key words: Current Instability, Critical Velocity, Chaos

§1 は じ め に

最近実験室プラズマでカオスが観測された報告があいついでいる。R. Boswell¹⁾ はプラズマにガンで電子ビームをうちこんだ際に、ビーム電流値がある値をこすとイオンプラズマ振動数をもつ振動が励起され、ビーム電流値の増大と共に順次周期倍化、3倍化、6倍化をおこしカオスに遷移することを見出した。しかしこの実験は大変再現性が悪くただの一例しか観測していないと述べている。初期値に敏感であるのがカオスだとはいえ、カオスへ至る道すじはよく制御されたものであるはずなので、にわかに信じ難いが、実験室でみつけたカオスの最初の報告であった。その後 Braun, Lisboa, Francke と Ballas²⁾ は放電管の電極間に電圧をかけ、回路に流れる電流を測って、イオンプラズマ振動の励起、周期倍化の系列をへたカオスへの遷移そして、周期振動と非周期振動とが交互にあらわれる領域を観測している。また電流を大きくしていくときと、小さくしていくときでは、分岐の系列のあらわれ方に違いのでるヒステリシスの現象もみい出している。これらの実験では電流を流すと、イオンプラズマ振動数近傍の振動数をもつ振動が励起されることが共通の特徴となっており、このこと自身は放電現象において古くから観測されていながら解明されずに放置されていたものである。

ここではカオス発生の前駆現象としての低周波振動（イオンプラズマ振動数近傍）の励起機構について考察する。

§2 線形固有値問題

プラズマに電極を挿入し、電場をかけて電流を流すことを考えよう。電場は電極近傍にできるシースに食われるので、プラズマ内部では電場は零で、かわりに電子とイオンのドリフトがある。しかし電子とイオンの質量化は大きいので、電流は電子のドリフトで担われているとしてよく、以下ではイオンの

ドリフトを無視する。電極の大きさは、極間の距離 L に比べて十分小さいとして、一次元の流体方程式

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_a v_a) = 0, \quad (\alpha = e, i) \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_a}{\partial t} + v_a \frac{\partial}{\partial x} v_a = -\frac{e_a}{m_a} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{T_e}{mn_0} \delta_{a,e} \frac{\partial n_e}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\sum 4\pi e_a n_a, \quad (3)$$

から出発する。ただしイオン温度は零とした。(1) と (2) を線形化し、(3) を使うと

$$\left\{ \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \eta_e \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 - \eta_e^2 \left(\frac{V_{Te}}{V_{e0}} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{m}{M} \right) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = 0, \quad (4)$$

を得る。ただし

$$\eta_e = \frac{V_{e0}}{\omega_{pe} L}, \quad (5)$$

と定義し、以下の規格化を行った。

$$\omega_{pe} t = \tau, \quad x/L = \xi, \quad e\phi/mv_{e0}^2 = \phi. \quad (6)$$

(4) 式から集団運動の励起に対応するポテンシャル ϕ_w は

$$\left\{ \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \eta_e \frac{\partial}{\partial \xi} \right)^2 - \eta_e^2 \left(\frac{V_{Te}}{V_{e0}} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right] \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{m}{M} \right) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} \phi_w = 0, \quad (7)$$

で、振動電流の励起に対応するポテンシャル ϕ_I は

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \phi_I = 0, \quad (8)$$

で決まる。そして全ポテンシャル ϕ は

$$\phi = \phi_w + \phi_I \quad (9)$$

となる。(7) 式から

$$\phi_w = \sum_{j=1}^2 A_j e^{i(k_j \xi - \omega \tau)}, \quad (10)$$

ただし

$$k_{1,2} = \frac{\omega}{\eta_e} \frac{1}{1 - \left(\frac{V_{Te}}{V_{e0}} \right)^2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{\omega^2 - \frac{m}{M}} \right) \left[1 - \left(\frac{V_{Te}}{V_{e0}} \right)^2 \right]} \right\}, \quad (11)$$

このとき

$$n_{ew} = -\sum_{j=1}^2 \frac{k_j^2 \eta_e^2}{(\omega - k_j \eta_e)^2 - \left(\frac{V_{Te}}{V_{e0}} \right)^2 k_j^2 \eta_e^2} A_j e^{i(k_j \xi - \omega \tau)}, \quad (12)$$

$$v_{ew} = -\sum_{j=1}^2 \frac{k_j \eta_e (\omega - k_j \eta_e)}{(\omega - k_j \eta_e)^2 - \left(\frac{V_{Te}}{V_{e0}} \right)^2 k_j^2 \eta_e^2} A_j e^{i(k_j \xi - \omega \tau)}, \quad (13)$$

$$n_{iw} = \frac{m}{M} \sum_j \frac{k_j^2 \eta_e^2}{\omega^2} A_j e^{i(k_j \xi - \omega \tau)}, \quad (14)$$

$$v_{iw} = \frac{m}{M} \sum_j \frac{k_j \eta_e}{\omega} A_j e^{i(k_j \xi - \omega \tau)}, \quad (15)$$

を得る。一方 (8) から

$$\phi_I = (B_0 + B_1 \xi) e^{-i\omega\tau}, \quad (16)$$

$$v_{eI} = -\frac{\eta_e}{i\omega} B_1 e^{-i\omega\tau}, \quad (17)$$

$$v_{iI} = \frac{m}{M} \frac{\eta_e}{i\omega} B_1 e^{-i\omega\tau}, \quad (18)$$

を得る。これには密度の振動は伴わない。電流に対して

$$\begin{aligned} I &= n_0 e v_{e0} (v_{iI} - v_{eI}) + \frac{1}{4\pi e} \frac{\omega_{pe}}{L} m v_{e0}^2 \frac{\partial}{\partial \tau} \left(-\frac{\partial \phi_I}{\partial \xi} \right) \\ &= \frac{n_0 e v_{e0}}{i\omega} \eta_e \left[1 + \frac{m}{M} - \omega^2 \right] B_1 e^{-i\omega\tau}. \end{aligned} \quad (19)$$

波動解は伝導電流と変位電流がうけしあう条件からきまるので、(11)～(15)に付随する電流は 0 である。したがって (19) がこの系に流れる全振動電流である。

固有値 ω を決めるための境界条件には次の 2 つのとり方がある：

$$(I) \quad \phi(0) = n_e(0) = v_e(0) = 0, \quad \phi(1) = 0. \quad (20)$$

$$(II) \quad \phi(0) = n_e(0) = v_i(0) = 0, \quad \phi(1) = 0. \quad (21)$$

(I) は電子の担う伝導電流のゆらぎが $\xi = 0$ でゼロとなること、即ち電流のゆらぎがほとんどない場合に対応し、従って境界の存在で影響をうけた波、今の場合はブネマン不安定性による波の励起に関係した境界条件である。一方 (II) は、イオンの担う伝導電流のゆらぎを $\xi = 0$ でゼロとするもので、電流はほとんど電子によって担われているから、外部回路との結合による振動電流の励起を与えるものと考えることができる。(I)、(II) の境界条件に対して、固有値 ω を決める方程式はそれぞれ

$$k_1^2 - k_2^2 + i \left(\omega^2 - \frac{m}{M} \right) k_1 k_2 (k_1 - k_2) + k_2^2 e^{ik_1} - k_1^2 e^{ik_2} = 0, \quad (22)$$

$$k_1^2 - k_2^2 + i k_1 k_2 (k_1 - k_2) + k_2^2 e^{ik_1} - k_1^2 e^{ik_2} = 0, \quad (23)$$

で与えられる。固有値 ω_j に属する固有関数 ϕ_j は、(22)、(23) に対応して

$$\phi_j(\xi) = k_{1j}^2 - k_{2j}^2 + i \left(\omega_j^2 - \frac{m}{M} \right) k_{1j} k_{2j} (k_{1j} - k_{2j}) \xi + k_{2j}^2 e^{ik_{1j}\xi} - k_{1j}^2 e^{ik_{2j}\xi}, \quad (24)$$

$$\phi_j(\xi) = k_{1j}^2 - k_{2j}^2 + i k_{1j} k_{2j} (k_{1j} - k_{2j}) \xi + k_{2j}^2 e^{ik_{1j}\xi} - k_{1j}^2 e^{ik_{2j}\xi}, \quad (25)$$

となる。

§3 低周波不安定

ブネマン不安定はすでによく知られているので、ここでは、電流不安定について調べよう。図 1 は (23) 式をアルゴン ($m/M = 1/73440$) について $\lambda_0/L = 1/50$ のときに解いて、 $\text{Re}\omega/\omega_{pi}$ と $\text{Im}\omega/\omega_{pi}$ を V_{e0}/V_{Te} に対してプロットしたものである。振動は電子のドリフト速度が電子の熱速度より小さいときに励起され、実振動数は $\omega_{pi}/10 \sim \omega_{pi}$ の領域にある。振動数の増加は、固有関数のノードの数の増加に対応していることが図 2 からわかる。ノードの数の増加とともに振動数の間隔がせまくなり、一方で成長率が小さくなる。

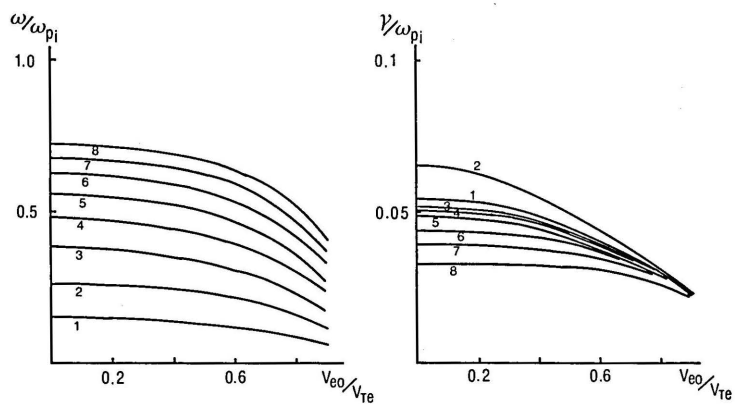


図1 振動数（左）と成長率（右）の電子ドリフト速度に対する依存性。ただしアルゴンで系のサイズ $L = 50\lambda_D$ と選んである。振動数と成長率是对應する数をもつものが対になっている。

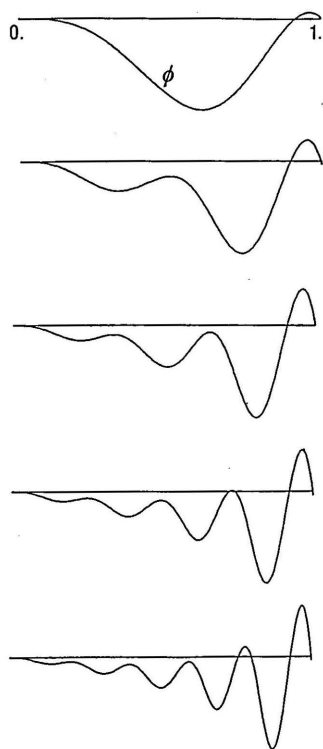


図2 図1のパラメーターに対して、 $V_{eo}/V_{Te} = 0.02$ のときの固有関数の空間構造。

分散関係式 (23) は 3 つのパラメーター V_{e0}/V_{Te} , m/M , λ_0/L を含んでいる。規格化された固有値 ω/ω_{pi} はこれらの 3 つのパラメーターに対して弱い依存性しか示さず、最大成長率をもつ振動の振動数は $\omega_{pi}/5 \sim \omega_{pi}/2$ の領域に含まれている。このことは、実験で観測されている基本振動が、ここで議論した電流振動のうち最大成長率をもつものと考えられそうであるが、その同定のためには、パラメーター依存性のクロスチェックや、固有振動の空間的形状の比較などが残されている。加えて、不安定振動の非線形相互作用とカオスへの遷移過程の解明が、実験を理解する上で重要である。

§ 4 終 り に

放電現象で古くから知られていたイオンプラズマ周波数近傍の振動の励起が、カオスとの関連で再びとりあげられるようになってきた。この論文では、外部回路につながれたプラズマの電流の不安定性が、線形境界値問題を解くことによって、 ω_{pi} 近傍で起ることが示された。この振動系は、境界の存在のためスペクトルは離散的であり、したがって少数自由度の力学系を構成しうる。

無衝突で緩和過程をもたないプラズマで、カオスを制御しうる実験ができたというのは極めて挑戦的である。しかし、プラズマの集団運動としての波動系のカオスやプラズマを構成している粒子と波動の結合系のカオスではなく、ここで示したように外部回路との結合による振動電流の不安定性に起因するものであれば、プラズマは電流を通す媒質として機能しているにすぎない。プラズマのような連続体における波動乱流の本性を、少数自由度の力学系のカオスの研究で発展してきた諸概念で理解できるかという問いに答えるのには、まだまだ理論・実験両面からの研究が必要である。

参 考 文 献

- 1) R. W. Boswell: Experimental measurements of bifurcations, chaos and three cycle behavior on a neutralized electron beam, *Plasma Phys. and Controlled Fusion* **27**, 405 (1985).
- 2) T. Braun, J. A. Lisboa, R. E. Francke and J. A. Gallas: Observation of Deterministic Chaos in Electrical Discharges in Gases, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 613 (1987).

(昭和 63 年 5 月 31 日 受理)