

低レイノルズ数領域における剥離せん断層に対する 圧縮性効果

向原, 大貴
九州大学大学院総合理工学府環境エネルギー工学専攻

<https://hdl.handle.net/2324/4785171>

出版情報 : 九州大学, 2021, 修士, 修士
バージョン :
権利関係 :



令和3年度

修士論文

低レイノルズ数領域における
剥離せん断層に対する圧縮性効果

九州大学大学院総合理工学府

環境エネルギー工学専攻

エネルギー流体科学研究室

向原大貴

指導教員 安養寺正之

提出年月日 令和4年02月04日

目次

第1章 研究背景及び目的	1
1.1 火星探査航空機	1
1.2 低レイノルズ数領域での空力及び流体特性	4
1.2.1 最大揚抗比	4
1.2.2 層流剥離と剥離泡の形成	6
1.2.3 剥離泡形成時の表面圧力分布	8
1.3 低レイノルズ数・高マッハ数領域での空力及び流体特性	11
1.4 研究目的	14
第2章 数値計算手法及び条件	15
2.1 基礎方程式	15
2.2 数値計算手法	17
2.2.1 計算アルゴリズム	17
2.2.2 空間離散化手法	21
2.2.3 時間積分法	22
2.2.4 勾配及び微分の評価	23
2.3 数値計算条件	24
2.3.1 LES	25
2.3.2 2次元層流計算	26
2.4 計算格子及び境界条件	26
第3章 妥当性の検証	28
第4章 数値計算結果及び考察	30
4.1 流れ場に対する圧縮性効果	30
4.2 圧力分布に対する圧縮性効果	32
4.3 剥離せん断層の不安定性に対する圧縮性効果	34
4.4 揚力及び抗力特性に対する圧縮性効果	35
4.4.1 非定常特性	35
4.4.2 時間平均抗力係数への影響	38
第5章 結論	41
参考文献	43
謝辞	46

第 1 章 研究背景及び目的

1.1 火星探査航空機

現在，火星の希薄大気中を飛行探査することを目的とした火星探査航空機の研究開発が進められている．火星での飛行探査は非常に挑戦的なアイデアであるが，将来的に火星の大気や地表などの科学的測定を行うには非常に有望である．現在までに提案されている火星探査航空機としては，固定翼を用いたアメリカ航空宇宙局（NASA : National Aeronautics and Space Administration）の Aerial Regional-Scale Environmental Survey (ARES)^[1,2]（図 1.1）や Maryland 大学によるヘリコプター型の探査機の Martian Autonomous Rotary-Wing Vehicle (MARV)^[3]（図 1.2）などがある．NASA のジェット推進研究所（JPL : Jet Propulsion Laboratory）では火星ヘリコプター Ingenuity（図 1.3）の開発を進め^[4,5]，Mars2020 では火星にて実飛行を成功させた^[6]．彼らは進化的アルゴリズムによる最適化設計法を用いて，火星ヘリコプターの回転翼の空力設計を行った^[7]．宇宙航空研究開発機構（JAXA : Japan Aerospace Exploration Agency）を中心とした日本の研究グループでは 2010 年より火星探査航空機の研究を立ち上げている．初期設計では，固定翼とプロペラによる推進システムを搭載した航空機を想定していた．彼らは石井翼と名付けられた高性能な低レイノルズ数の翼型を開発し^[8]，石井翼を主翼の翼とした最初の試作機を製作した（図 1.4）．2016 年には地球上で火星大気中の飛行を模擬した大型気球による高度 36 km での高高度飛行試験（MABE-1）を実施し，飛行中の空力データ取得に至るまで研究を進めている^[9]．



図 1.1: ARES^[1]

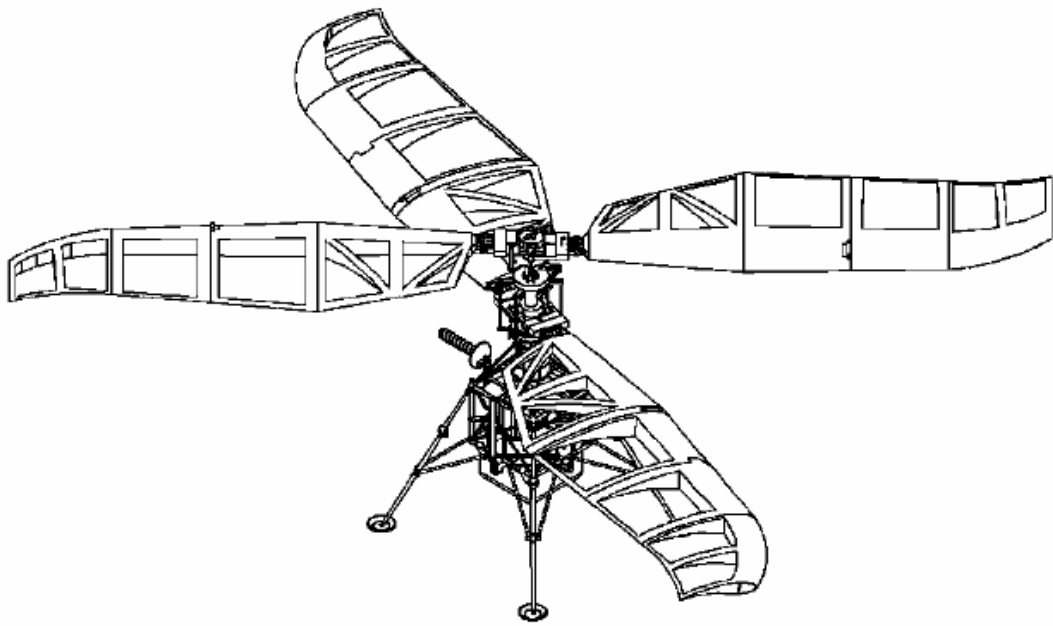


图 1.2: MARV^[3]



图 1.3: Ingenuity^[5]



図 1.4: 第一回高高度飛行試験で使用された機体 (MABE-1) [9]

火星の大気密度は地球の約 1/100 であることや、ロケットに搭載して火星に輸送する際の機体サイズの制限などにより、式(1.1)で示す慣性力と粘性力の比であるレイノルズ数が非常に小さくなる.

$$Re \equiv \frac{\rho V L}{\mu} \quad (1.1)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 V は代表流速、 L は代表長さ、 μ は流体の粘性係数である. 一般的な地球上の航空機の巡航レイノルズ数は $Re = O(10^7 - 10^8)$ であるのに対し、火星探査航空機の巡航レイノルズ数は $Re = O(10^3 - 10^4)$ での低レイノルズ数領域での飛行となる. さらに、火星の平均大気気温は摂氏マイナス 55 度程度であり、地球と比べて非常に低い. このため、音速が低く速度の上昇とともに式(1.2)で示すマッハ数が上がりやすい.

$$M \equiv \frac{V}{a} \quad (1.2)$$

ここで、 a は音速である. この流れの圧縮性効果の影響は火星ヘリコプターのローターや、固定翼航空機のプロペラ推進器など、高速で回転するブレードまわりで顕著となり、低レイノルズ数領域でありながらマッハ数が高いという非常に特殊な気流領域となる. 実際に NASA の火星ヘリコプターでのブレードまわりの流れでは、レイノルズ数とマッハ数がそれぞれ最大で $Re = 21,889$, $M = 0.90$ となることが示されている^[7]. このような高速で回転するブレードの空力設計においては、低レイノルズ数の影響だけではなく圧縮性効果も考慮しなくてはならず、翼まわりの流れ場は低レイノルズ数領域での粘性効果と圧縮性効果が相互に作用して複雑になることが予測される. しかし、図 1.5 に示す低レイノルズ数かつ高マッハ数を再現できる風洞はほとんどなく、低レイノルズ数かつ高マッハ数の翼まわりの実験データは非常に限られている. そのため、低レイノルズ数領域での圧縮性に関する流れ場の詳細なメカニズムの解明には課題が残っている.

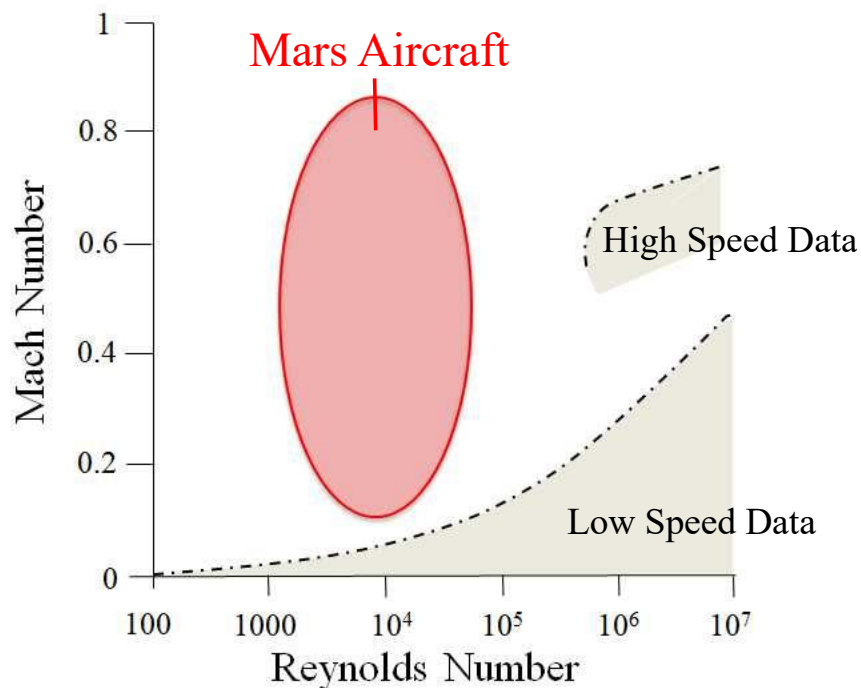


図 1.5: 火星探査航空機の飛行条件（文献^[10]を基に作成）

1.2 低レイノルズ数領域での空力及び流体特性

ここではまず、低レイノルズ数領域における基礎的な空力特性および流体特性について整理する。低レイノルズ数領域での翼の空力特性の重要な要素として、最大揚抗比の減少、低迎角時の揚力傾斜が緩やかであること、迎角変化に伴う揚力の非線形性が挙げられる。一方、低レイノルズ数領域での翼まわりの特徴的な流体現象としては、層流剥離の発生、剥離泡の形成・崩壊がある。それぞれについて以下に詳細を纏める。

1.2.1 最大揚抗比

低レイノルズ数での翼の空力特性の特徴として、高レイノルズ数と比較して揚抗比 L/D が急激に悪化する低レイノルズ数効果が挙げられる。図 1.6 に最大揚抗比とレイノルズ数の関係を示す^[11]。この図より、 $Re = \mathcal{O}(10^5)$ 以下では最大揚抗比が急激に低下していることがわかる。これは、低レイノルズ数領域では高レイノルズ数領域よりも粘性抵抗が大きくなることや翼上面で流れが層流剥離しやすいことなどが原因と考えられている。先行研究では $Re = 7.0 \times 10^4$ が臨界レイノルズ数の一つであることが指摘されている^[11,12,13]。

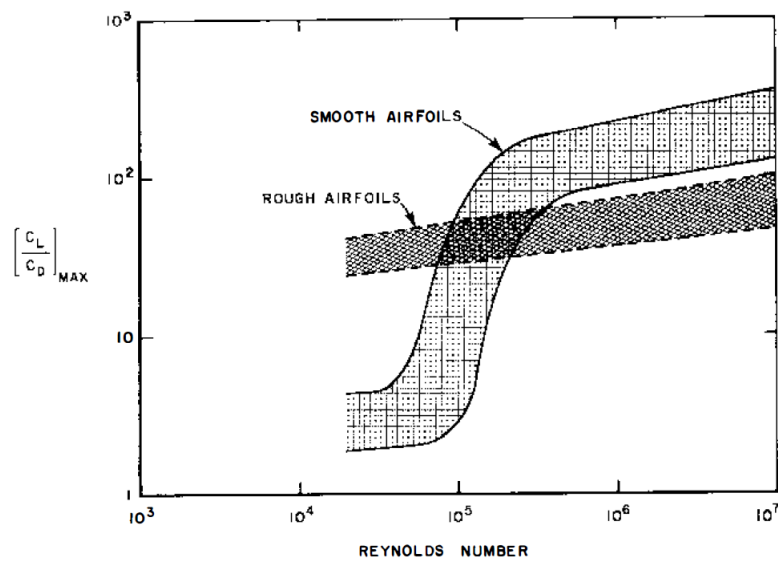


図 1.6: 最大揚抗比に対するレイノルズ数効果^[11]

低レイノルズ数領域において、最大揚抗比は翼の最大厚さや最大キャンバーの位置、前縁形状など翼の幾何学形状によって大きく変化することが明らかとなっている。Laitone^[12]は $Re = 2.07 \times 10^3$ にて、NACA0012 翼、前縁と後縁を反転させた NACA0012 翼、楔型翼、5%キャンバー翼の各翼の抗力・揚力を風洞実験にて評価している。図 1.7 に各翼での迎角変化に対する揚力係数と揚抗比を示す^[12]。揚力係数に関しては、NACA0012 翼よりも楔型翼と 5%キャンバー翼の方が優れた性能を示している。さらに楔型翼と 5%キャンバー翼は全ての迎角で高い揚抗比を示している。これらの結果は、低レイノルズ数領域では厚い対象翼よりも、薄くてキャンバーのついた翼の方が、より優れた空力性能が得られることを示している。また、Laitone^[14]は、翼の前縁が鋭い翼の方が、前縁が鈍い翼型よりも高い揚抗比を得ることを明らかにしている。Abdo and Mateescu^[15]は $Re = 400 \sim 6,000$ での翼の空力特性を評価している。その結果、最大翼厚が増加すると、揚力傾斜が減少し抗力が増加することが示されている。また、最大キャンバーの増加に伴い、揚力と抗力がともに増加するものの、揚抗比は高くなることを示している。以上の結果から、翼の前縁が鋭く、翼厚が薄く、キャンバーを持つ翼型は、低レイノルズ数領域で良好な空力特性を発揮する。日本の火星探査航空機用の空力設計に関する研究でも、同様の結果が得られている^[8,16]。

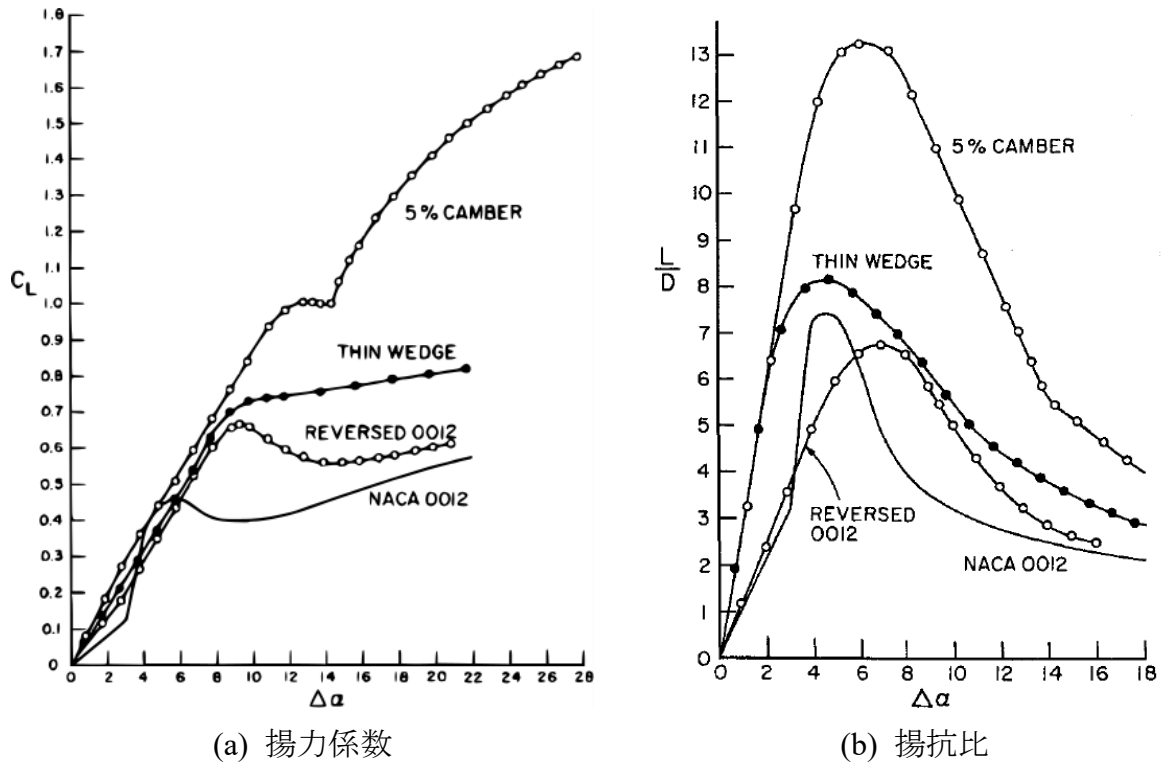


図 1.7: 各翼型での迎角変化に対する空力特性^[12]

1.2.2 層流剥離と剥離泡の形成

低レイノルズ数での流体特性として早期の層流剥離と剥離泡の形成が挙げられる．低レイノルズ数における翼上面で形成される剥離泡の模式図を図 1.8 に示す^[17]．一様流中の翼型が低迎角の場合は層流が保たれるが，迎角を上げていくと層流剥離が生じ剥離せん断層が形成される．低レイノルズ数領域では高レイノルズ数領域と比較して早期に層流剥離が生じやすい．また，層流剥離した後の剥離せん断層は $Re = O(10^4-10^5)$ では剥離せん断層で Kelvin-Helmholtz (KH) 不安定性が生じ^[18]，剥離せん断層が層流から乱流に遷移する．この乱流遷移によって，層流剥離した流れが翼面に再付着する場合がある．この層流剥離点と再付着点の間の領域は剥離泡と呼ばれる．この剥離泡の挙動は翼型形状だけではなく，迎角変化やレイノルズ数変化に大きく影響する．

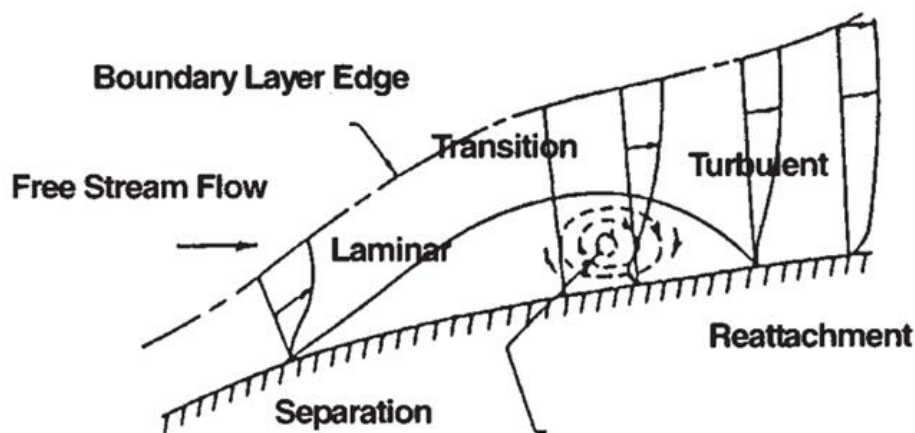
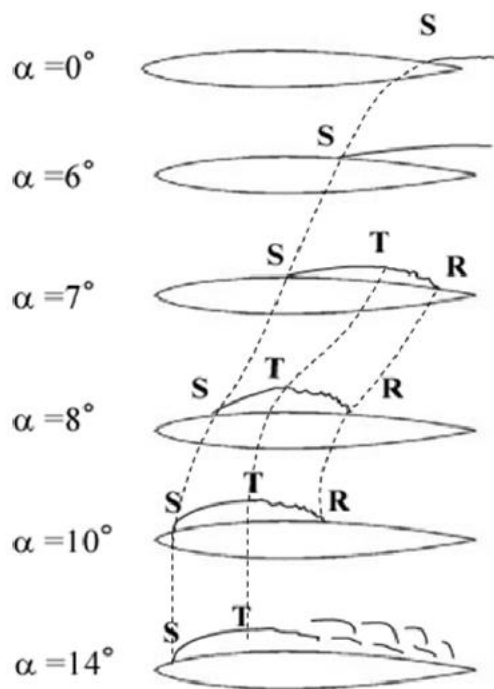
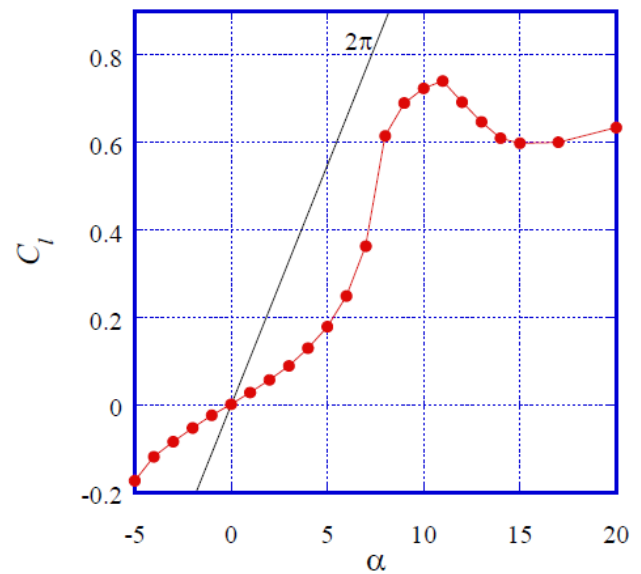


図 1.8 剥離泡内部の流れの模式図^[17]

剥離泡形成時の大きな特徴として、翼の空力特性の非線形性が挙げられる．図 1.9 に NACA0012-34 翼での迎角に対する流れ場と揚力係数の変化を示す^[19]．低迎角 ($\alpha < 7 \text{ deg}$) では、後縁付近で層流剥離が生じ、揚力傾斜が理論的な非粘性揚力傾斜 (2π) よりも明らかに小さくなっていることがわかる．また、剥離点は迎角増加に伴い前縁側に移動している．剥離泡が形成された迎角 ($\alpha = 7 - 10 \text{ deg}$) では、揚力係数が急激に増加し、揚力傾斜は低迎角の時よりも明らかに急となっている．剥離泡が崩壊し、前縁剥離流れとなった $\alpha = 14 \text{ deg}$ では、剥離泡形成時の迎角よりも揚力係数が低くなっている．このように、剥離泡の形成・崩壊は揚力係数と密接に関係しており、揚力の非線形性を引き起こす場合がある．揚力係数は翼表面の圧力分布の積分値から算出することができるため、揚力の非線形上昇は、剥離泡形成に伴う翼表面の圧力分布の変化に関連している．剥離泡形成時の圧力分布の特徴は次節で詳細に述べる．



(a) 流れ場の模式図



(b) 揚力係数

図 1.9: NACA 0012-34 翼における (a) 流れ場の模式図 (S: 剥離点; T: 遷移点; R: 再付着点) と (b) 揚力係数 ($Re = 11,000$) ^[19]

1.2.3 剥離泡形成時の表面圧力分布

図 1.10 に剥離泡形成時の圧力分布の特徴を示す^[20]。翼面上で剥離泡が形成されると層流剥離を生じた後、圧力一定の領域が形成される。この圧力一定領域では主流に対して流れが非常に小さい領域（死水域）であり、流れが定常状態であると考えることができる。そのため、圧力分布は一定となる。このとき、剥離泡を形成しない流れ場に対して、翼面上で負圧を高く保つため、揚力の急激な非線形上昇の原因となっている。その後、剥離せん断層が層流から乱流へと遷移する際に再付着点まで急激な圧力回復を示す。この領域では乱流遷移が主流からせん断層内に運動エネルギーが供給される^[21]。これにより圧力は急激に回復する。この圧力分布は先行研究により、剥離泡形成時の典型的な特徴とされており、多くの翼面上の剥離泡形成時の流れに対して同様に確認されている^[8,16,22]。

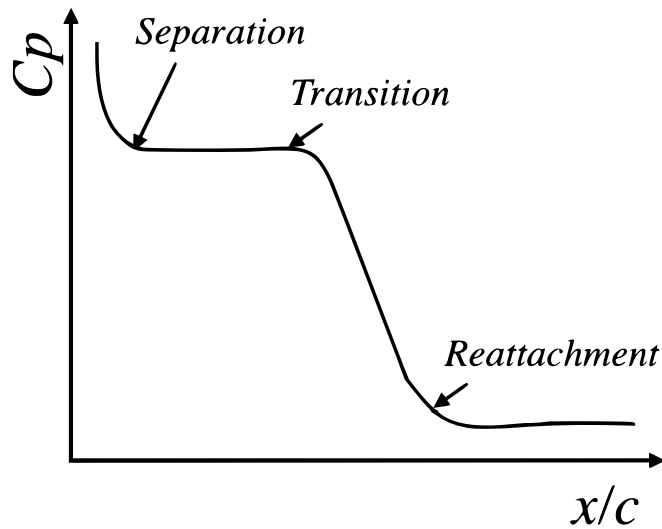


図 1.10: 剥離泡形成時の圧力分布^[20]

しかしながら，前述した圧力分布の特徴は剥離泡を形成する全ての流れ場に対しては適用できないことが明らかとなっている．Lee ら^[23]は厚さ 5% の前縁を切り落とした形状の矩形平板翼を使用し，Large Eddy Simulation (LES) を用いて，レイノルズ数を変化させた時の流れ場及び圧力分布を検討している．その結果，全てのレイノルズ数領域にて剥離泡が形成されたが，流れ場の特徴と圧力分布の形状はレイノルズ数によって異なる．図 1.11, 1.12 に各レイノルズ数条件下での渦構造と圧力分布を示す．レイノルズ数が $Re = 11,000$ より大きい場合は，前縁で剥離したせん断層からスパンワイズの 2 次元的な渦が放出されるが，剥離せん断層の不安定性により，下流側で 2 次元性が崩れ 3 次元的に複雑な渦構造へと変化する．この時の圧力分布は一定の圧力領域を伴った後，急激に圧力回復するという，前述した典型的な圧力分布となる．しかし， $Re = 6,100$ より小さい場合，剥離せん断層から放出されたスパンワイズの 2 次元の渦は 3 次元構造へ変化することではなく，下流まで 2 次元性を維持する．この時の圧力分布は圧力の一定領域は示さず緩やかに圧力回復していることが確認できる．このレイノルズ数によって異なる圧力分布の形状は，感圧塗料を用いた風洞実験でも同様に確認されている^[19]．つまり， $Re = 6,100$ と $Re = 11,000$ は剥離泡の形成過程や圧力分布の形状が大きく異なる閾値となることがわかる．

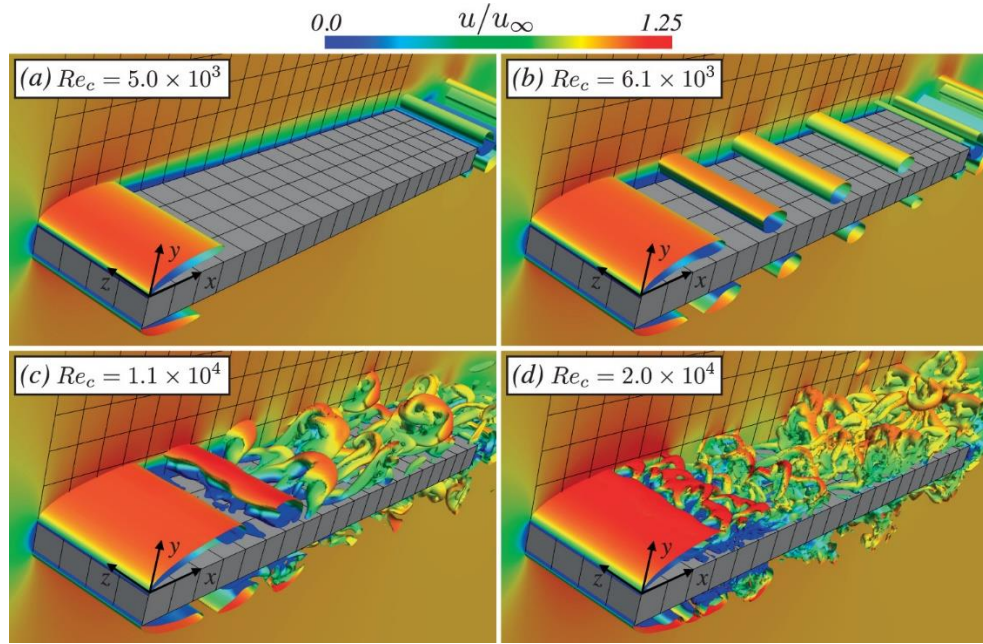


図 1.11: 矩形平板翼における渦構造^[23]

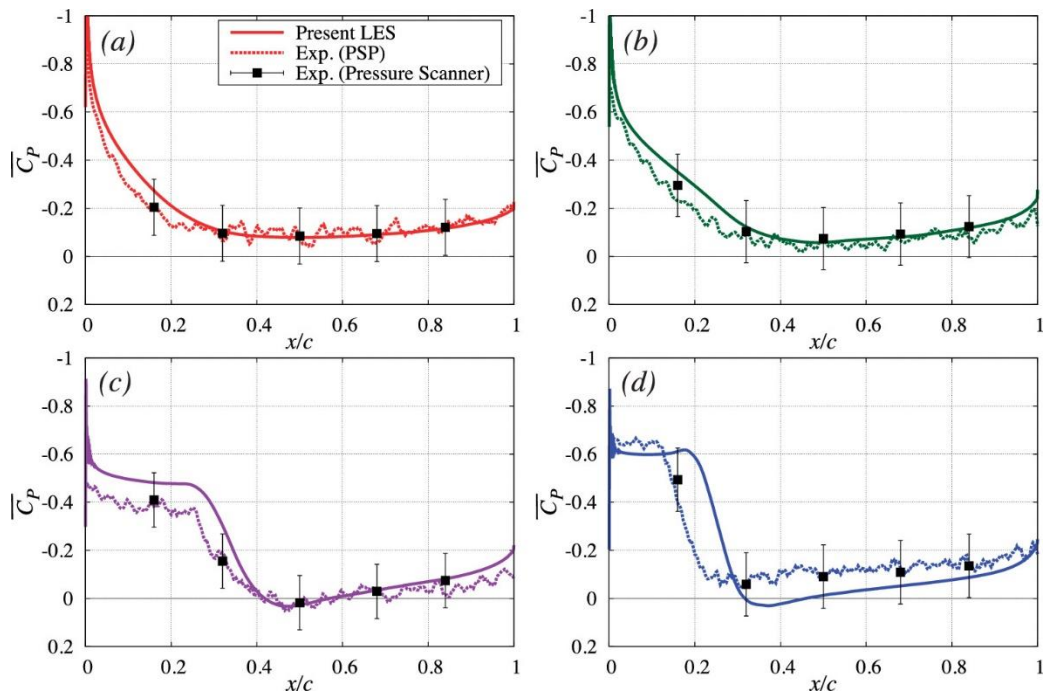
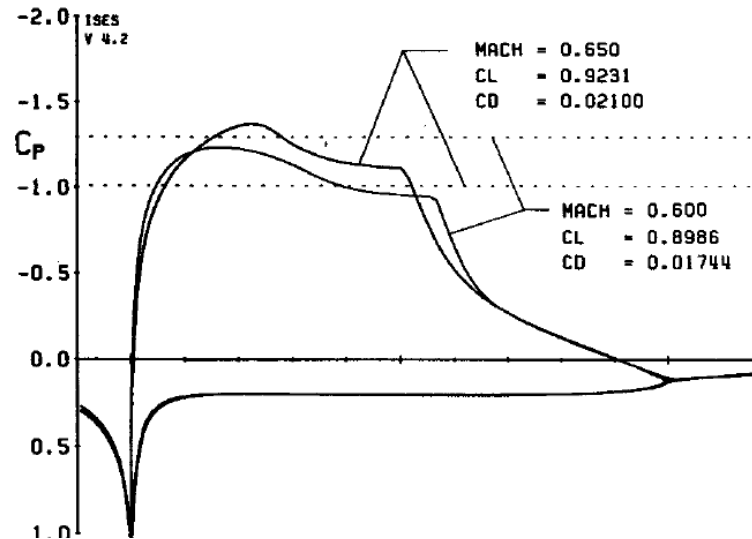


図 1.12: 矩形平板翼における圧力分布 ((a) : $Re = 5,000$, (b) : $Re = 6,100$, (c) : $Re = 11,000$, (d) : $Re = 20,000$) ^[23]

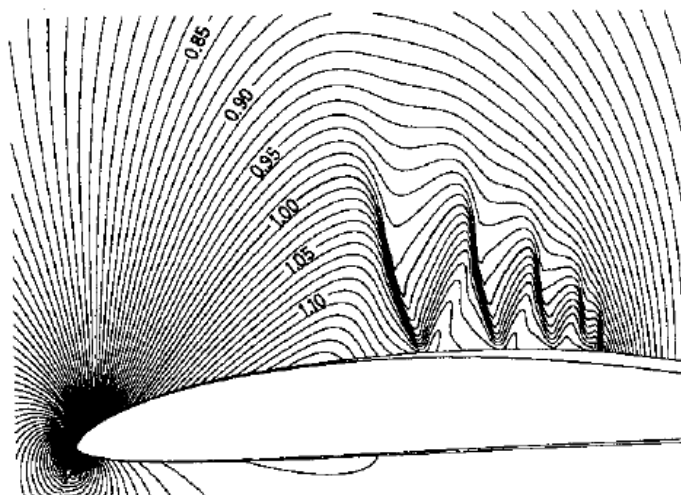
1.3 低レイノルズ数・高マッハ数領域での空力及び流体特性

低レイノルズ数領域にて特徴的な流れである剥離泡の挙動は、レイノルズ数変化や迎角変化だけではなく、マッハ数にも影響する。また、それに伴った揚力の非線形上昇や空力特性にも影響を与える。高木^[24]は NACA4402 翼の $Re = 1,000$ の条件下で、圧縮性領域 ($M = 0.7$) の最大揚抗比が非圧縮領域 ($M = 0.1$) よりも 10% 程度減少することを示している。このことから、低レイノルズ数かつ高マッハ数領域の空力特性や流体特性を詳細に調査することは、火星探査航空機の空力設計に非常に重要な要素であると言える。

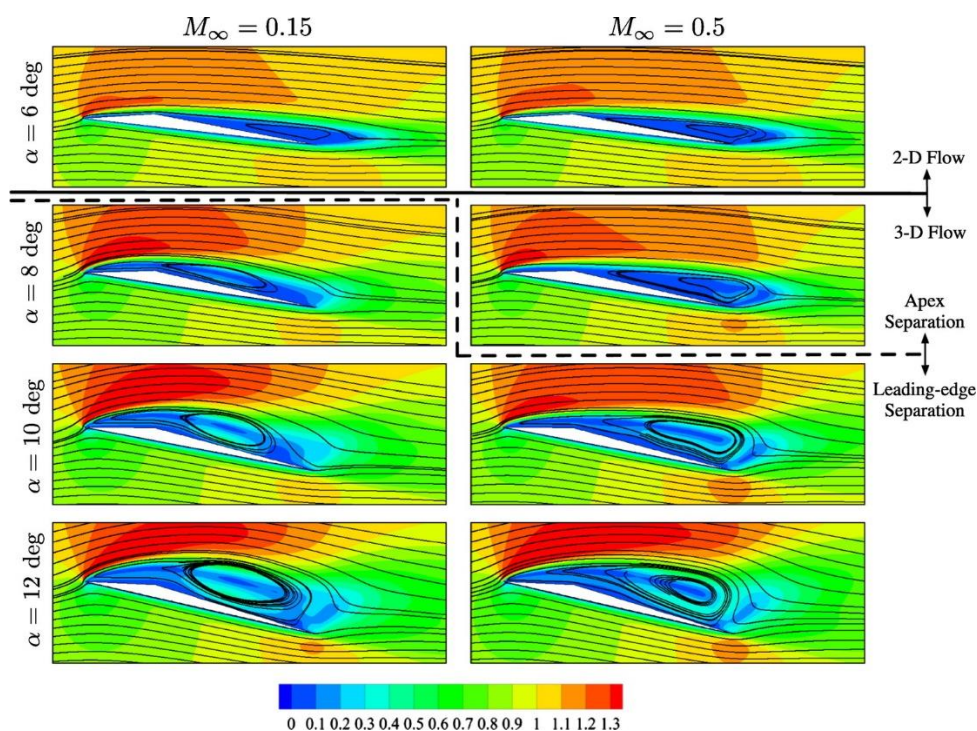
剥離泡に対する圧縮性の影響は、完全乱流領域である $Re = O(10^5)$ や完全層流領域である $Re = O(10^3)$ ではいくつか報告されている^[10,25]。Drela^[10]は Eppler 387 翼の $Re = 200,000$ の条件下で、圧力分布と流れ場に対するマッハ数変化の影響を評価している。図 1.13 に翼面の圧力分布と $M = 0.65$ でのマッハ数のコンター図をそれぞれ示す。図 1.13(a) より、 $M = 0.60$ と 0.65 での圧力分布の形状は定性的には一致している。しかし、流れ場は大きく異なり、 $M = 0.65$ の場合は圧縮波が剥離したせん断層に衝突し、膨張波として反射する。そして、剥離泡の上面に λ 型の衝撃波が発生する。この λ 型の衝撃波はマッハ数とレイノルズ数に依存すると述べられている。



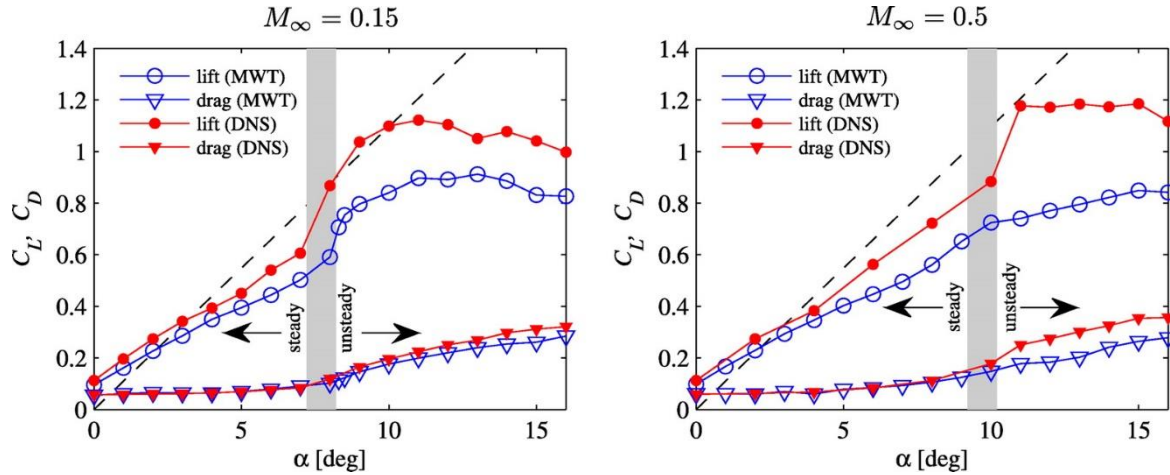
(a) 圧力分布 ($M = 0.60, 0.65$)

(b) マッハ数コンター図 ($M=0.65$)図 1.13: NACA0012-34 翼における (a) 圧力分布及び (b) マッハ数等値面 ($Re = 200,000$) [10]

Munday ら^[25]は火星大気風洞 (Mars Wind Tunnel : MWT) による実験と Direct Numerical Simulation (DNS)を用いて $Re = 3,000$ での三角翼の空力特性に対する圧縮性効果を評価している。図 1.14 に各迎角における流れ場と空力特性を示す。図 1.14(a)より, $M = 0.15$ では $\alpha = 8$ deg で, $M = 0.50$ では $\alpha = 10$ deg で剥離点が三角翼の頂点から前縁に移動していることがわかる。図 1.14(b)と対応すると, 剥離点が前縁に移動する迎角で, 揚力が非線形的に上昇している。また, マッハ数の増加に伴って非線形揚力上昇する迎角が高くなっていることがわかる。



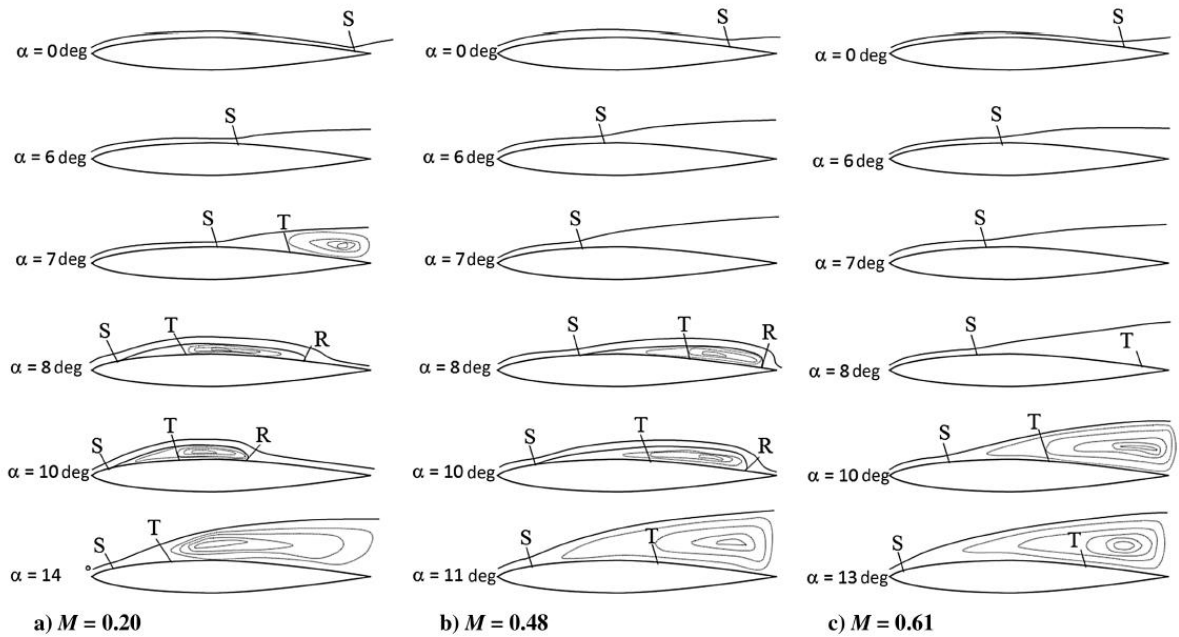
(a) 各マッハ数における流れ場



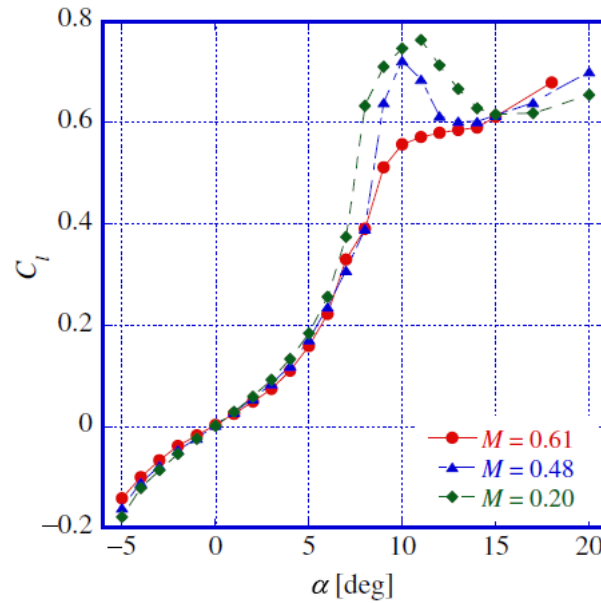
(b)各マッハ数における空力特性

図 1.14: 三角翼における (a) 流れ場及び (b) 空力特性 ($Re = 3,000$) [25]

火星探査航空機に対応するレイノルズ数領域である $Re = \mathcal{O}(10^4)$ での報告例として、Anyoji ら^[26]は、MWT を用いて $Re = 11,000$ での低レイノルズ数領域での圧縮性効果を明らかにしている。図 1.15 に $Re = 11,000$ での NACA0012-34 翼におけるマッハ数増加に伴う揚力係数と流れ場の変化を示す。低迎角 ($\alpha < 7 \text{ deg}$) では揚力係数の差はほとんど確認できず、流れ場を確認すると全ての条件下で後縁剥離流れであることがわかる。高迎角 ($\alpha \geq 7 \text{ deg}$) にて揚力係数の差が生じており、マッハ数の増加に伴って揚力係数が減少している。流れ場と対応して比較すると、マッハ数の増加に伴って剥離、乱流遷移が遅れ、再付着点が後方に移動したことが示されており、 $M = 0.61$ では $\alpha = 10 \text{ deg}$ の場合、翼面に再付着せず剥離泡が形成されないことによって、 $M = 0.20, 0.48$ と比較して揚力係数が減少している。



(a) 流れ場の模式図 (S: 剥離点; T: 遷移点; R: 再付着点)



(b) 揚力係数

図 1.15: NACA0012-34 翼における (a) 流れ場及び (b) 揚力係数 ($Re = 11,000$) [26]

以上の先行研究より、低レイノルズ数領域での圧縮性流れでは、圧縮性効果が流れの剥離及び乱流遷移に作用し、揚力係数などの空力特性に影響を及ぼしていることがわかる。しかし、NACA0012-34 翼のような前縁半径の大きな翼型では、圧縮性の影響が剥離と乱流遷移の両方に影響を与えるため、それぞれの影響の切り分けが困難である。また、風洞実験では空力特性と感圧塗料による翼表面の圧力分布のデータが取得されているものの、翼まわりの流れ場などの詳細な物理特性の解明にはより多くの物理情報の取得が要求される。

そのため、本研究では流れの現象をより単純化するために、矩形平板翼を対象翼型とする。矩形平板翼は前縁が矩形であるため、強制的に剥離点を前縁に固定することができる。そのため、剥離せん断層に対する圧縮性の影響に焦点を当てることができ、剥離泡に対する圧縮性効果の基礎的な物理特性の解明に期待ができる。研究手法としては、多くの物理情報を取得することができ、低レイノルズ数領域での流れ場及び空力特性の解明に数多く使用されている 2 次元非定常層流計算、並びに LES を用いて評価を行う。

1.4 研究目的

以上の研究背景から、本研究では矩形平板翼を用いて、低レイノルズ数領域においてマッハ数を変化させ、剥離泡の挙動、並びに空力特性に対する圧縮性効果を評価することを目的とする。

本章では研究背景及び研究目的について述べた。本論文の構成は以下の通りである。

第 2 章では、数値計算手法及び数値計算条件について述べる。

第 3 章では、数値計算の妥当性検証について述べる。

第 4 章では、数値計算結果及び考察について述べる。

第 5 章では、結論を述べる。

第2章 数値計算手法及び条件

本研究では ANSYS Fluent を用いて数値計算を行った．以下に基礎方程式，数値計算手法，数値計算条件，計算格子及び境界条件を記述する．

2.1 基礎方程式

支配方程式は，2次元計算の場合は2次元圧縮性 Navier–Stokes 方程式，3次元計算の場合は3次元圧縮性 Navier–Stokes 方程式である．直交座標系における質量，運動量，エネルギーの保存式は以下のように表す．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j (\rho E + p)) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} u_i) - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (2.3)$$

ここで， ρ は流体の密度， t は時間， p は静圧， E は全エネルギー， u_j は x_j ($\equiv x, y, z$) 方向の速度 ($j = 1, 2, 3$)， σ_{ij} は応力テンソル， q_j は熱流束である．応力テンソル σ_{ij} は以下の式で表される．

$$\sigma_{ij} = 2\mu s_{ij} - \frac{2}{3}\mu \delta_{ij} s_{kk} \quad (2.4)$$

ここで， μ は流体の粘性係数， s_{ij} はひずみテンソルである． δ_{ij} はクロネッカーのデルタで $i = j$ のとき， $\delta_{ij} = 1$ であり， $i \neq j$ のとき， $\delta_{ij} = 0$ である．

流体の粘性係数 μ は Sutherland の法則により，以下の式で求められる．

$$\mu = \mu_\infty \left(\frac{T+C}{T_0+C} \right) \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.5)$$

空気の場合， μ_∞, T_0 の値はそれぞれ 18.2×10^{-6} [Pa·s] 298 [K]である． C は Sutherland の定数であり，空気の場合 117 である．ひずみテンソル s_{ij} は以下の式で表される．

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.6)$$

理想気体の場合，静圧 p は理想気体の状態方程式から算出できる．

$$p = \rho RT \quad (2.7)$$

ここで、 R は気体定数であり、空気の場合 $287.038 \text{ [J / Kg}\cdot\text{K]}$ である。 T は静温度である。

熱流束 q_j は以下の式で表される。

$$q_j = \gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

ここで、 γ は比熱比であり、空気の場合 1.4 である。音速 a は以下の式で表される。

$$a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \quad (2.9)$$

LES で用いる基礎方程式は、時間依存性のある Navier–Stokes 方程式に対し、フーリエ空間、または実空間のいずれかにフィルタをかけ、計算に用いる格子間隔よりも小さなスケールの渦を除外することによって得られる。これにより 3 次元非定常流れの Navier–Stokes 方程式を直接解く DNS (Direct Numerical Simulation) と比較して格段に小さな計算負荷で計算することができる。フィルタをかけた変数は、以下の式によって定義される。

$$\bar{f}(x) = \int_{\mathcal{D}} f(x') G(x, x') dx' \quad (2.10)$$

ここで、 f は流れ場の変数であり、 $\mathcal{D}$ は流体領域、 G は解像する渦スケールを決定するフィルタであり、その特性長さには格子幅が使用される。したがって $\bar{f}$ は f に対して G による重み付き平均をかけたものである。

フィルタをかけて得られたサブグリッドスケール (SGS) 応力 τ_{ij} は未知量であるため、モデル化が必要である。ANSYS Fluent では、サブグリッド乱流モデルはブジネスクの仮説^[27]を採用し、SGS の乱流応力を次式から計算している。

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (2.11)$$

ここで、 μ_t は SGS の乱流粘性係数である。本研究では μ_t に対して WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) モデルを使用した。詳細は 2.3.1 節で後述する。SGS 応力の等方性部分 τ_{kk} は、フィルタリングされた後の静圧項に加えられる。 $\bar{S}_{ij}$ は解像スケールにおけるひずみ速度テンソルであり、次の式によって定義される。

$$\bar{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.12)$$

ここで、 $\bar{\quad}$ はグリッドスケールの成分を表す。

圧縮性流れの場合、密度に重みをつけた密度加重平均（Favre 平均）したフィルタリング演算子を導入しており、以下の式で定義される^[28]。

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}} \quad (2.13)$$

ここで、 $\tilde{f}$ はグリッドスケールの成分を密度に重みをつけて平均した変数である。圧縮性流れにおける SGS 応力テンソル τ_{ij} は以下の式で定義される。

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i u_j} - \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.14)$$

式(2.1), (2.2), (2.3)にフィルタをかけると、次式を得る^[29]。

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\sigma}_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tau_{ij}) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_j (\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p})) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\gamma} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) + \theta_{sgs} \quad (2.17)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 t は時間、 p は静圧、 E は全エネルギー、 u_j は $x_j (\equiv x, y, z)$ 方向の速度 ($j = 1, 2, 3$)、 σ_{ij} は応力テンソル、 τ_{ij} は SGS 応力、 γ は比熱比、 T は温度である。 θ_{sgs} は、フィルタリングされたエネルギー方程式のサブグリッド項で、以下のように表す。

$$\begin{aligned} \theta_{sgs} = & \tilde{u}_i \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tau_{ij}) + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{p u_j} - \bar{p} \tilde{u}_j) \\ & + \overline{p \frac{\partial}{\partial x_j} u_j} - \bar{p} \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{u}_j + \overline{\sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} u_i} - \bar{\sigma}_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \tilde{u}_i \end{aligned} \quad (2.18)$$

2.2 数値計算手法

2.2.1 計算アルゴリズム

ANSYS Fluent は、コントロールボリュームに基づく手法によって、輸送方程式を数値的に解くことのできる代数方程式に変換する。コントロールボリュームに基づく手法では、輸送

方程式を各コントロールボリュームにおいて積分し、離散化方程式を求めコントロールボリューム単位で保存則を表現している^[30].

流れの圧力勾配が既知であれば、運動量保存式から速度の離散化方程式を求める方法は、他のスカラー変数の離散化方程式を求める方法と同じである．しかし、一般的な流れの計算では、圧力勾配は通常未知である．圧力と速度の連成は連続の式を再編することで圧力の追加条件が導かれる．

圧力速度の連成アルゴリズムの一つに SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) 法が挙げられる^[31]. この手法は反復計算であり、他のスカラーが運動量の保存式に結び付く場合、計算を連続して行う必要がある．非定常計算時の SIMPLE 法の計算手順を図 2.1 に示す^[32].

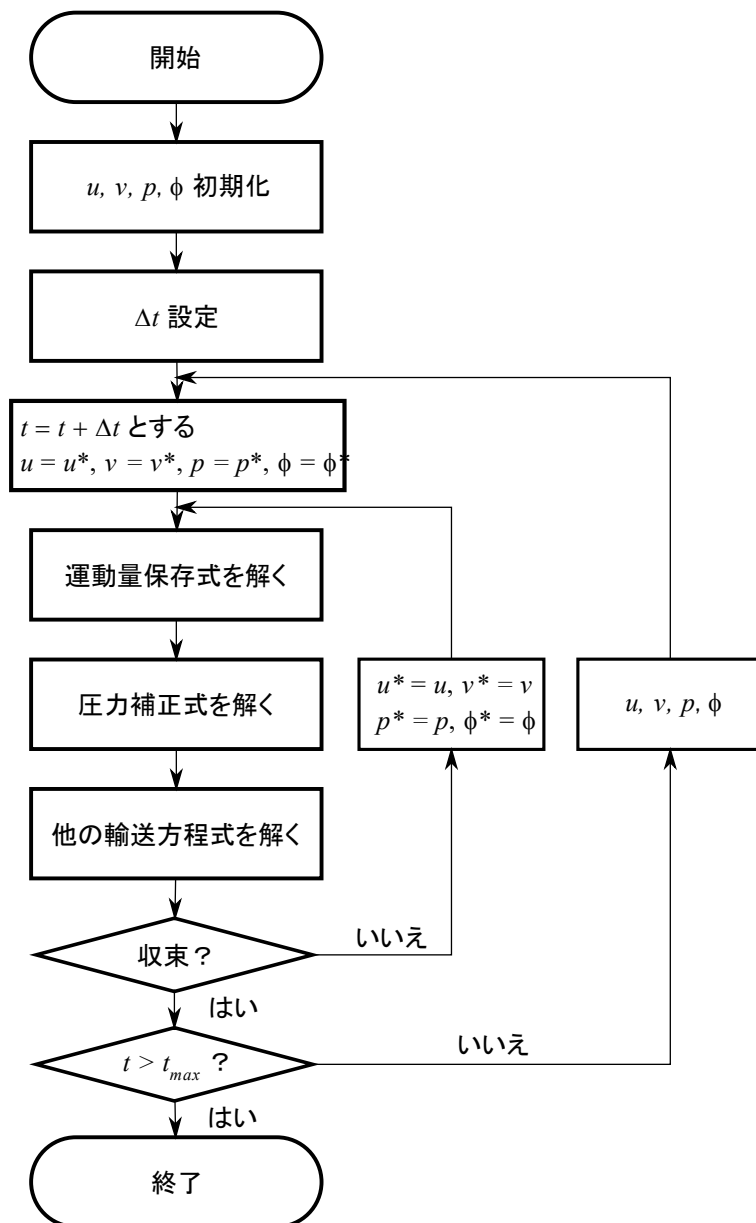


図 2.1: 非定常計算時の SIMPLE 法の計算手順^[32]

ここでは直交座標系の 2 次元層流流れを仮定する．離散化された運動量保存式は以下の式で表される．

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{l-1,j} - p_{l,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.19)$$

$$a_{i,j}v_{i,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{l,j-1} - p_{l,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.20)$$

ここで、 a は係数、 u, v はそれぞれ x, y 方向の速度成分、 A はコントロールボリュームのセル界面の面積、 $b_{i,j}$ は運動量の生成項である． l, j は x, y 方向の格子線、 i, j は x, y 方向のスタガード格子の格子線を表す．

SIMPLE 法では、まず圧力場 p^* を予測する．次式に示す速度成分 u^* と v^* を求めるために推測した圧力場を用い、離散化した運動方程式を次のように解く．

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{l-1,j}^* - p_{l,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.21)$$

$$a_{i,j}v_{i,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{l,j-1}^* - p_{l,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.22)$$

ここで、真の圧力場 p と推測した圧力場 p^* の差として補正值 p' を定義する．

$$p = p^* + p' \quad (2.23)$$

上式と同様にして、真の速度 u, v と推測した速度 u^*, v^* を結びつけるための速度の補正值 u', v' を定義する．

$$u = u^* + u' \quad (2.24)$$

$$v = v^* + v' \quad (2.25)$$

真の圧力場を運動量保存式に代入することにより、真の速度 u, v を求める．式(2.19), (2.20), 及び式(2.21), (2.22)の差をそれぞれとると、次式を得る．

$$a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(p_{l-1,j}^* - p_{l-1,j}^*) - (p_{l,j}^* - p_{l,j}^*)]A_{i,j} \quad (2.26)$$

$$a_{i,j}(v_{i,j} - v_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(p_{l,j-1}^* - p_{l,j-1}^*) - (p_{l,j}^* - p_{l,j}^*)]A_{i,j} \quad (2.27)$$

補正式(2.23)~(2.25)を用いて、式(2.26), (2.27)を次式のように書き換える．

$$a_{i,j}u_{i,j}' = \sum a_{nb}u_{nb}' + (p_{l-1,j}' - p_{l,j}')A_{i,j} \quad (2.28)$$

$$a_{l,j}v'_{l,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{l,j-1} - p'_{l,j})A_{l,j} \quad (2.29)$$

ここで、近似を一つ代入する．速度の補正式に対する式(2.28), (2.29)を簡略化するため、 $\sum a_{nb}u'_{nb}$, $\sum a_{nb}v'_{nb}$ を省略する．これらの項を省略するのが SIMPLE 法の重要な近似となる．以上より、次式が得られる．

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (2.30)$$

$$v'_{l,j} = d_{l,j}(p'_{l,j-1} - p'_{l,j}) \quad (2.31)$$

$$d_{i,j} = A_{i,j}/a_{i,j}, d_{l,j} = A_{l,j}/a_{l,j} \quad (2.32)$$

式(2.30), (2.31)は式(2.24), (2.25)により速度に適用される補正を意味する．これらは次式のように書くことができる．

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (2.33)$$

$$v_{l,j} = v_{l,j}^* + d_{l,j}(p'_{l,j-1} - p'_{l,j}) \quad (2.34)$$

同様に、 $u_{i+1,j}, v_{l,j+1}$ に対して適用すると、次式を得る．

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(p'_{i,j} - p'_{i+1,j}) \quad (2.35)$$

$$v_{l,j+1} = v_{l,j+1}^* + d_{l,j+1}(p'_{l,j} - p'_{l,j+1}) \quad (2.36)$$

$$d_{i+1,j} = A_{i+1,j}/a_{i+1,j}, d_{l,j+1} = A_{l,j+1}/a_{l,j+1} \quad (2.37)$$

ここまでは、運動量保存式のみを考慮したが、速度場は連続の式も満たす必要がある．この連続の式はコントロールボリュームに対する離散化の形で満たされる．

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] - [(\rho u A)_{l,j+1} - (\rho u A)_{l,j}] = 0 \quad (2.38)$$

式(2.33)～(2.36)で示す補正した速度を式(2.38)に代入すると、次式を得る．

$$\begin{aligned} & [\rho_{i+1,j} A_{i+1,j} (u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j} (p'_{i,j} - p'_{i+1,j})) - \rho_{i,j} A_{i,j} (u_{i,j}^* + d_{i,j} (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}))] \\ & + [\rho_{l,j+1} A_{l,j+1} (v_{l,j+1}^* + d_{l,j+1} (p'_{l,j} - p'_{l,j+1})) - \rho_{l,j} A_{l,j} (v_{l,j}^* + d_{l,j} (p'_{l,j-1} - p'_{l,j}))] = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

上式を整理し、圧力の補正值 p' に関する形に変換すると次式を得る．

$$a_{I,J}p'_{I,J} = a_{I+1,J}p'_{I+1,J} + a_{I-1,J}p'_{I-1,J} + a_{I,J+1}p'_{I,J+1} + a_{I,J-1}p'_{I,J-1} + b'_{I,J} \quad (2.40)$$

ただし, $a_{I,J} = a_{I+1,J} + a_{I-1,J} + a_{I,J+1} + a_{I,J-1}$ である. それぞれの係数は以下の通りである.

$$a_{I+1,J} = (\rho dA)_{i+1,J} \quad (2.41)$$

$$a_{I-1,J} = (\rho dA)_{i,J} \quad (2.42)$$

$$a_{I,J+1} = (\rho dA)_{I,j+1} \quad (2.43)$$

$$a_{I,J-1} = (\rho dA)_{I,j} \quad (2.44)$$

$$b'_{I,J} = (\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1} \quad (2.45)$$

式(2.40)は, 圧力の補正值 p' に対する式として離散化した連続の式を意味する.

先行研究では, 基本的な SIMPLE 法を変形したアルゴリズムがある. その一つに SIMPLEC (SIMPLE-consistent) が挙げられる^[33]. ANSYS Fluent User's Guide^[34]によると, SIMPLE 法と SIMPLEC 法を用いたそれぞれの計算を比較しており, SIMPLEC 法を採用した場合に速やかに収束解を得られる場合が多いと述べている. SIMPLEC 法の計算手順は, SIMPLE 法の計算手順と同様である. SIMPLEC 法の速度の補正式は次式で与えられる.

$$u'_{i,J} = d_{i,J}(p'_{I-1,J} - p'_{I,J}) \quad (2.46)$$

$$v'_{I,j} = d_{I,j}(p'_{I,J-1} - p'_{I,J}) \quad (2.47)$$

$$d_{i,J} = A_{i,J}/(a_{i,J} - \sum a_{nb}), d_{I,j} = A_{I,j}/(a_{I,j} - \sum a_{nb}) \quad (2.48)$$

離散化した圧力の補正式は, d の項を式(2.48)から計算すること以外は, SIMPLE 法と同様である. また, SIMPLEC 法の計算手順は SIMPLE 法と同様である.

2.2.2 空間離散化手法

二次精度風上差分法

二次精度風上差分法では, セル中心における値をセル重心まわりでテイラー展開することによって, フェース f における高次精度の値を得る. 二次精度風上差分法のフェース値 $\phi_{f,sou}$ は次式で算出される.

$$\varphi_{f,sou} = \varphi + \nabla\varphi \cdot \vec{r} \quad (2.49)$$

ここで、 φ , $\nabla\varphi$ はそれぞれ上流セルにおけるセル中心値と勾配である。 $\vec{r}$ は上流セルの重心からフェース重心への変位ベクトルである。

有界中心差分法

有界中心差分法は、LES で使用する高次の空間の離散化手法である。まず、単純な中心差分法のフェース値 $\varphi_{f,CD}$ は次式によって決定する。

$$\varphi_{f,CD} = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_0 \cdot \vec{r}_0 + \nabla\varphi_1 \cdot \vec{r}_1) \quad (2.50)$$

ここで、添え字の 0 と 1 はフェース f を共有するセルを意味する。 $\varphi_{r,0}$, $\varphi_{r,1}$ はそれぞれセル 0 とセル 1 において、再構成された勾配、 $\vec{r}$ はセル重心からフェース重心に向かうベクトルである。

中心差分法の数値拡散は非常に小さい。しかし、非物理的な振動が流れ場によく発生し、LES では SGS の乱流拡散率が極めて小さいため、この非物理振動の影響が深刻になる場合がある。有界中心差分法では、正規化変数ダイアグラムのアプローチを対流有界判定基準と組み合わせた、複合正規化変数ダイアグラム法の一つであり、単純な中心差分法、中心差分法と二次精度風上差分の混合スキーム、および一次精度風上差分で構成されている。

三次精度 MUSCL 法

三次精度 MUSCL (Monotone Upstream-Centered Schemes for Conservation Laws) 法は、2 次元計算で使用する高次空間の離散化手法である。対流項の三次精度スキームであり、中心差分法と二次精度風上差分法を次式のように組み合わせている。

$$\varphi_f = \theta\varphi_{f,CD} + (1 - \theta)\varphi_{f,sou} \quad (2.51)$$

ここで、 $\varphi_{f,CD}$ は中心差分法の計算値、 $\varphi_{f,sou}$ は二次精度風上差分法の計算値である。

2.2.3 時間積分法

時間の離散化は微分方程式の各項について、時間ステップ Δt で積分を行う。非定常項の積分は直接行うことができ、変数 φ の時間発展は次式で表すことができる。

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = F(\varphi) \quad (2.52)$$

ここで、関数 F は空間の離散化を含んでいる．例えば、時間微分を後退差分を用いて二次精度で離散化すると、次式を得る．

$$\frac{3\varphi^{n+1}-4\varphi^n+\varphi^{n-1}}{\Delta t} = F(\varphi) \quad (2.53)$$

ここで、 φ はスカラー量である．上付きの $n+1$ は、次の時間レベル $t+\Delta t$ における φ の値、上付きの n は現在の時間レベル t における φ の値、上付きの $n-1$ は前の時間レベル $t-\Delta t$ における φ の値を示している．

時間積分の手法として陰的時間積分がある．陰的時間積分は時間ステップ幅の大きさに関わらず、無条件に安定しているのが利点として挙げられる．この手法は、 $F(\varphi)$ を未来の時間レベルで評価する．

$$\frac{\varphi^{n+1}-\varphi^n}{\Delta t} = F(\varphi^{n+1}) \quad (2.54)$$

あるセルにおける φ^{n+1} は、関数 $F(\varphi^{n+1})$ によって、隣接するセルの φ^{n+1} と関連付けられる．この陰的方程式は次の時間ステップに移行するまで各時間ステップにおいて反復法で計算される．

本研究では陰的時間積分のうち、有界二次精度陰解法を使用した．有界二次精度陰解法では、どの独立変数も、以下の式のように時間について離散化される．

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\varphi^{n+1/2}-\varphi^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (2.55)$$

$$\varphi^{n+1/2} = \varphi^n + \beta^{n+1/2}(\varphi^n - \varphi^{n-1}) \quad (2.56)$$

$$\varphi^{n-1/2} = \varphi^{n-1} + \beta^{n-1/2}(\varphi^{n-1} - \varphi^{n-2}) \quad (2.57)$$

ここで、上付きの $n, n-1, n-2, n+1/2, n-1/2$ はそれぞれ異なる時間レベルを示している．また、 $\beta^{n+1/2}, \beta^{n-1/2}$ は、それぞれ時間レベルが $n+1/2$ と $n-1/2$ における各変数の有界係数である．

2.2.4 勾配及び微分の評価

勾配と微分の計算手法は、離散化された空間微分を評価するだけでなく、二次の拡散項や速度微分を計算する際にも必要である．保存式の対流項と拡散項は、変数 φ の勾配 $\nabla \varphi$ で離散

化している.

本研究では, 最小二乗セルベース法を用いて勾配の評価を行った^[30]. この手法は解の線形変化を仮定しており, セル C_0 からセル C_i に至るセルの値の変化は, セル C_0 の中心からセル C_i の中心に向いたベクトル $\Delta \mathbf{r}_i$ に沿って, 以下のように表せる.

$$(\nabla \varphi)_{C_0} \cdot \Delta \mathbf{r}_i = (\varphi_{C_i} - \varphi_{C_0}) \quad (2.58)$$

セル C_0 を囲むセルごとに式を書くと, 以下の形で書かれた方程式系が得られる.

$$[J](\nabla \varphi)_{C_0} = \Delta \varphi \quad (2.59)$$

ここで, $[J]$ は係数行列である. この手法は最小二乗法を利用して, 非平方行列の方程式についての最小化問題を解き, セル勾配 $\nabla \varphi_0 = \varphi_x \hat{i} + \varphi_y \hat{j} + \varphi_z \hat{k}$ を決定する. 上記の方程式の係数行列を分解することによって, 重み行列がセル C_0 のフェースごとに生成される. 最小二乗セルベース法では, 3成分の重み $(W_{i_0}^x, W_{i_0}^y, W_{i_0}^z)$ がセル C_0 のフェース毎に生成されるため, セル中心における勾配は, 重み係数に差分ベクトル $\Delta \varphi = (\varphi_{C_1} - \varphi_{C_0})$ をかけた次式で算出できる.

$$(\varphi_x)_{C_0} = \sum_{i=1}^n W_{i_0}^x \cdot (\varphi_{C_i} - \varphi_{C_0}) \quad (2.60)$$

$$(\varphi_y)_{C_0} = \sum_{i=1}^n W_{i_0}^y \cdot (\varphi_{C_i} - \varphi_{C_0}) \quad (2.61)$$

$$(\varphi_z)_{C_0} = \sum_{i=1}^n W_{i_0}^z \cdot (\varphi_{C_i} - \varphi_{C_0}) \quad (2.62)$$

2.3 数値計算条件

本研究では, Lee ら^[23]と同様の形状のコード長に対して厚さ 5%の矩形平板翼を使用した. ANSYS Fluent を用いて 3 次元 LES と 2 次元の非定常計算を行った. 3 次元 LES と 2 次元非定常計算の計算条件を表 2.1 に示す. レイノルズ数 Re は 6,100 と 11,000 の 2 条件とし, それぞれマッハ数 M を 0.10 から 0.80 まで変化させた. また, 迎角 α は $\alpha = 0 \text{ deg}$ に固定した.

表 2.1: 各レイノルズ数での計算条件

	$M = 0.10$	$M = 0.20$	$M = 0.47$	$M = 0.60$	$M = 0.80$
$Re = 6,100$	2D	2D	2D	2D	2D & 3D
$Re = 11,000$	2D	2D & 3D	2D	2D & 3D	2D & 3D

表 2.2 に本研究で用いた空気の大気条件を, 表 2.3 に各計算条件における物性値をそれぞれ示す. 流体の密度 ρ は式(2.7)から, 音速 a は式(2.9)から, 流体の粘性係数 μ は式(2.5)からそれぞれ

導出した．

表 2.2: 大気条件

比熱比 γ	1.4
気体定数 R [J/kg · K]	287.038
気体分子量 M	28.966

表 2.3: 各計算条件における物性値

M	静圧 p [Pa]	静温度 T [K]	密度 ρ [kg/m ³]	音速 a [m/s]	流速 u_∞ [m/s]	粘性係数 μ [Pa·s]	コード長 c [m]	Re
0.10	3249.20	285.714	0.03962	338.84	33.88	1.761×10^{-5}	0.08	6,100
0.20	1624.85	285.714	0.01981	338.84	67.77	1.761×10^{-5}	0.08	6,100
0.47	691.446	285.714	0.00843	338.84	159.26	1.761×10^{-5}	0.08	6,100
0.60	541.590	285.714	0.00660	338.84	203.31	1.761×10^{-5}	0.08	6,100
0.80	406.209	285.714	0.00495	338.84	271.04	1.761×10^{-5}	0.08	6,100
0.10	5858.89	285.714	0.07144	338.84	33.88	1.761×10^{-5}	0.08	11,000
0.20	2930.13	285.714	0.03573	338.84	67.77	1.761×10^{-5}	0.08	11,000
0.47	1247.25	285.714	0.01521	338.84	159.26	1.761×10^{-5}	0.08	11,000
0.60	976.869	285.714	0.01191	338.84	203.31	1.761×10^{-5}	0.08	11,000
0.80	732.120	285.714	0.00893	338.84	271.04	1.761×10^{-5}	0.08	11,000

2.3.1 LES

LES の SGS モデルは，WALE (Wall-Adapting Local Eddy-viscosity)^[35]を使用した．WALE モデルでは，乱流粘性係数 μ_t が次式でモデル化される．

$$\mu_t = \rho L_s^2 \frac{(s_{ij}^d s_{ij}^d)^{3/2}}{(\bar{s}_{ij} \bar{s}_{ij})^{5/2} + (s_{ij}^d s_{ij}^d)^{5/4}} \quad (2.63)$$

ここで， $\bar{s}_{ij}$ は式(2.12)のひずみ速度テンソル， L_s はサブグリッドスケールの混合長， s_{ij}^d は二乗速度勾配テンソルである． L_s, s_{ij}^d はそれぞれ次のように定義される．

$$L_s = \min(\kappa d, C_w V^{1/3}) \quad (2.64)$$

$$s_{ij}^d = \frac{1}{2}(\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\bar{g}_{kk}^2 \quad (2.65)$$

$$\bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}, \quad \bar{g}_{kk} = \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \quad (2.66)$$

ここで C_w は WALE 定数であり，その値は 0.325 である． κ はカルマン定数， d は最近接壁までの距離， $V^{1/3}$ はセル体積に基づく局所的グリッドスケールである．

圧力-速度連成を解くための計算アルゴリズムは SIMPLEC とした．離散化された空間勾配の評価手法は，最小二乗セルベース法，圧力補間スキームは中心差分法，密度補間スキームと空間の離散化手法は有界中心差分法を使用した．また，時間積分法には有界二次精度陰解法を使用した．時間ステップ幅は $0.001c/u_\infty$ とし，この時の最大局所クーラン数は約 1.3 である．計算解の収束性は，連続量， x ， y ， z 方向速度，およびエネルギーの残差に基づいて判断した．各時間ステップにおける収束条件は，連続量， x ， y ， z 方向速度の残差が 10^{-4} 以下，エネルギーの残差が 10^{-6} 以下とした．

2.3.2 2次元層流計算

本研究では，2次元計算では乱流モデルを用いずに全域層流を仮定して非定常計算を行った．Kojima ら^[36]と Lee ら^[37,38]の結果によると， $Re = 30,000$ 以下の非定常層流条件での2次元計算による時間平均空力性能は，実験及び LES の結果の両方と比較してよく一致しているため，層流仮定を選択した．圧力-速度連成を解くための計算アルゴリズムは SIMPLEC，離散化された空間勾配の評価手法は，最小二乗セルベース法，圧力補間スキームは中心差分法，密度補間スキームと空間の離散化手法は3次精度 MUSCL 法を使用した．また，時間積分法には有界二次精度陰解法を使用した．時間ステップ幅は $0.001c/u_\infty$ とした．計算解の収束性は，連続量， x ， y 方向速度，およびエネルギーの残差に基づいて判断した．各時間ステップにおける収束条件は，連続量， x ， y 方向速度の残差が 10^{-4} 以下，エネルギーの残差が 10^{-6} 以下とした．

2.4 計算格子及び境界条件

本研究では ICEM CFD を使用して2次元及び3次元の計算格子を作成した．図 2.2 に示すような矩形平板翼のまわりに直交格子を配置した計算格子を3次元 LES で使用した．また，2次元計算では，図 2.2 で示す x - y 平面の格子を使用した．外側境界は図 2.3 に示すように，翼の上下方向にコード長の 25 倍の大きさを取っている．スパン方向の長さはコード長の 20% である．外側境界の境界条件は圧力無限境界とし，翼面はすべりなしとした．また，3次元 LES で使用する側面の境界は周期境界条件とした．

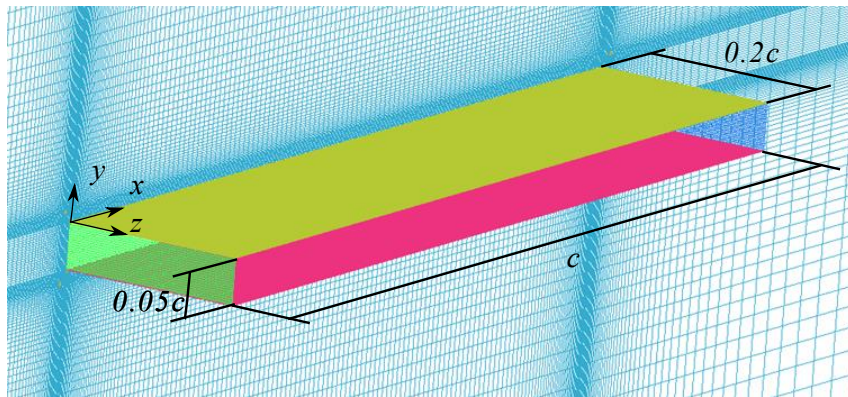


図 2.2: 計算格子 (翼近傍)

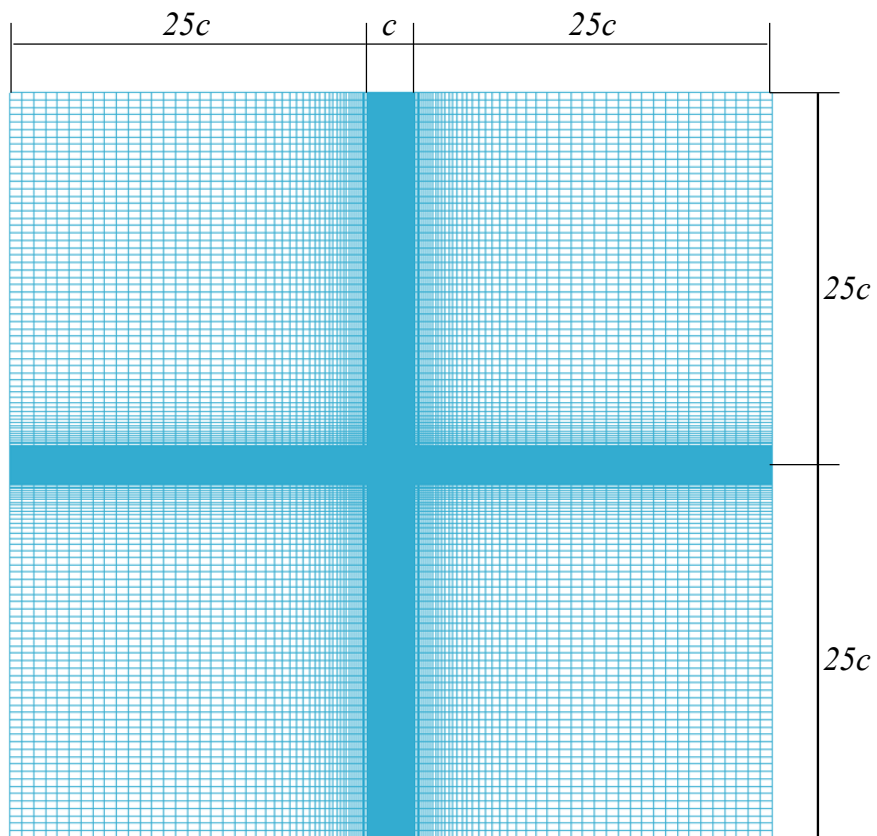


図 2.3: 計算格子 (全体図, x - y 平面)

第3章 妥当性の検証

計算結果の格子依存性及び収束性を評価するために、3次元LESの $Re = 11,000, M = 0.20$ の条件で、3段階の格子（Mesh A, B, C）を用いて比較評価を行った。Mesh A, B, Cの格子セル数はそれぞれ、 14.6×10^6 セル、 9.8×10^6 セル、 6.1×10^6 セルとした。

図3.1は各格子の各方向における格子間隔の分布を示したものである。ここで、 $\Delta x^+, \Delta y^+, \Delta z^+$ は、それぞれ主流方向、壁法線方向、スパン方向の格子間隔を示している。ANSYS Fluent User's Guide^[34]によると、壁境界を解像したLESでは、格子間隔が $\Delta x^+ \simeq 20, \Delta y^+ \simeq 1, \Delta z^+ \simeq 20$ で乱流チャネル流れを解析することができると述べている。また、Kimら^[39]はWALEモデルを用いて遷移過程を解析するためには、 $\Delta x^+ \simeq 28, \Delta y^+ \simeq 1.3, \Delta z^+ \simeq 30$ の格子間隔が必要であると述べている。これらを基準とすると、図3.1から全ての格子が格子解像度の基準を満たしていることがわかる。

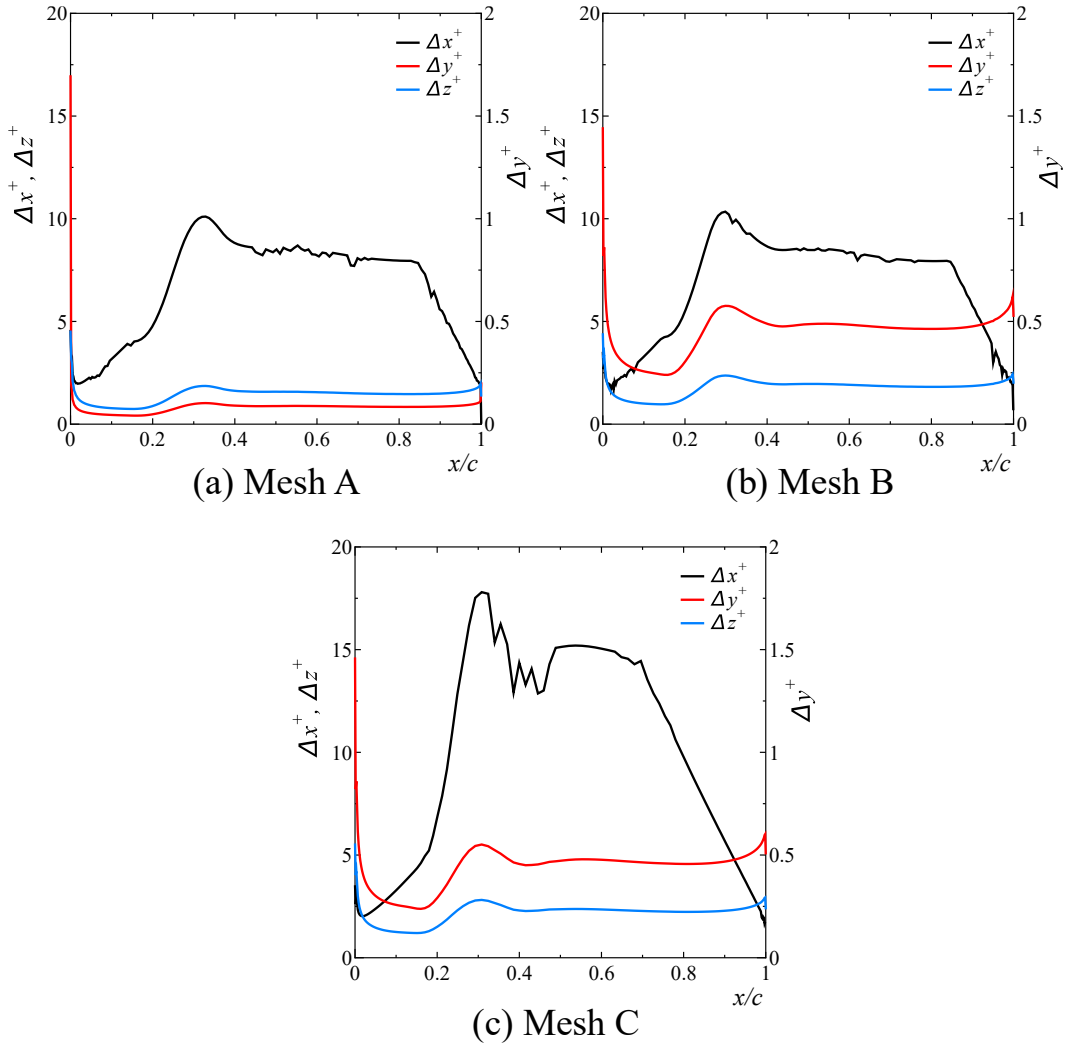


図 3.1: 各格子の格子間隔分布

図 3.2 は数値計算の収束性を評価するために、3 つの格子の抗力係数 C_D の時間履歴を比較したものである。各格子の抗力係数の変動は、 $tu_\infty/c = 12$ 以降、平均値の $\pm 5\%$ 程度であることがわかる。この結果から、3 つの格子で十分に収束したと判断した。なお、本研究では全ての平均化された物性値は $12 < tu_\infty/c < 24$ の範囲で時間平均している。

図 3.3 は、3 つの格子の平均圧力分布 $\bar{C}_p$ を示しており、比較のために、Lee ら^[23]による MWT の実験結果を記載している。MWT の実験では、圧力分布は感圧塗料 (Pressure-Sensitive Paint : PSP) と静圧タップによって測定された。圧力タップから検出した圧力のエラーバーは、圧力スキャナーの計測精度をベースとした誤差解析に基づく標準偏差 (2σ) を示している。数値計算で得られた圧力分布を MWT の実験値と比較すると、 $x/c = 0$ から 0.30 まで $\bar{C}_p$ がおよそ 0.10 の差があるが、実験結果のエラーバー内に収まっていることがわかる。さらに、3 つの格子間には大きな差がみられないため、今回の計算ではどの格子を用いても合理的な解が得られる。そこで、本研究では Mesh B を選択して計算を行った。

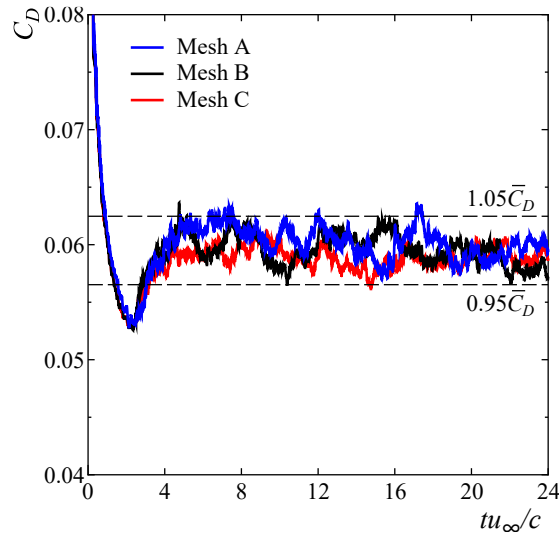


図 3.2: 各格子の抗力時間履歴

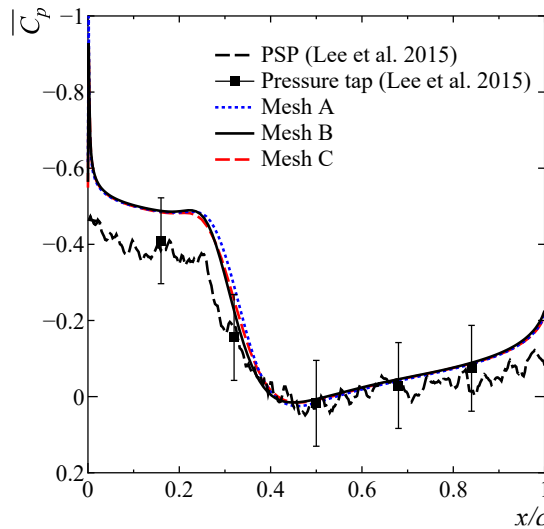


図 3.3: 各格子の平均圧力分布と火星大気風洞の実験結果^[23]

第4章 数値計算結果及び考察

4.1 流れ場に対する圧縮性効果

図 4.1 に LES によって計算された速度テンソルの第二不変量 (Q 値等値面) Q を示す. Q の値は異なるレイノルズ数, マッハ数での剥離泡の構造を比較するために $Qc^2/u_\infty^2 = 1$ とした. 側面には主流方向速度の速度場を示し, 等値面にも主流方向速度で色付けしている.

図 4.1(a) に示すように, $Re = 11,000$ での $M = 0.20$ と 0.60 では剥離せん断層からのスパンワイズの 2 次元性の渦が 3 次元的な乱流構造へと変化する. しかし, $M = 0.80$ ではスパンワイズの渦が乱流化して崩壊せず下流まで維持される. さらにマッハ数の増加に伴い, 前縁からの剥離せん断層が伸びており, 明らかに乱流遷移が遅れている. これは圧縮性効果によって剥離せん断層が安定化した影響と考えられる. 一方, $Re = 6,100$ の場合は $M = 0.80$ のみで LES の計算を行い, Lee らによる $M = 0.20$ の結果と比較した (図 4.1(b-1)) [23]. $Re = 11,000$ の流れ場とは異なり, 層流条件であるために乱流化は見られず, マッハ数の増加に伴う大きな渦構造の変化は生じない. また, 両マッハ数に共通して, 2 次元的なスパンワイズの渦が後流まで維持されている. 本研究では $Re = 6,100$ において $M = 0.20$ 及び 0.80 のみを評価したが, $M = 0.20 \sim 0.80$ の間においても同様の流れ場であると推測される. このような 2 次元的な渦放出に対しては, 2 次元非定常層流計算で十分に流れ場を評価できると考えられる. そのため, 剥離せん断層が乱流遷移を伴う流れ場である $Re = 11,000$ では, 3 次元 LES の結果を, 剥離せん断層が乱流遷移を伴わない流れ場である $Re = 6,100$ では, 2 次元層流計算の結果を用いて議論を行う. 2 次元非定常層流計算と 3 次元 LES の定量的な比較については後述する.

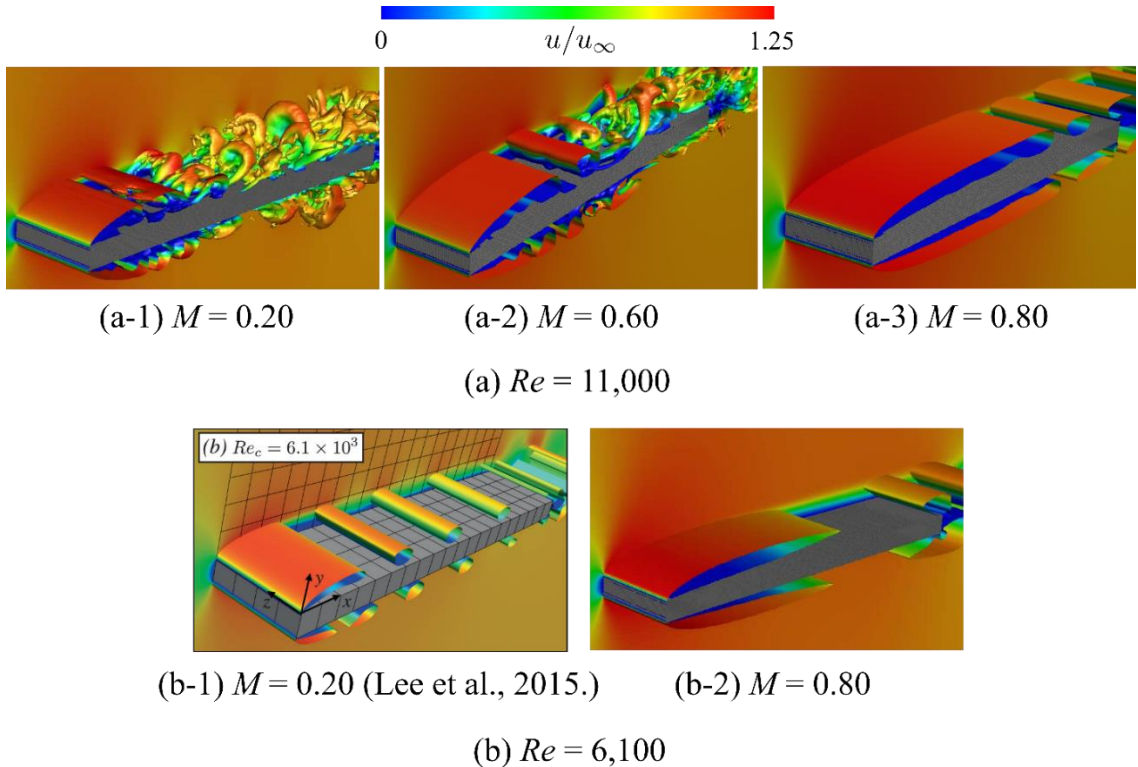


図 4.1: 各レイノルズ数での渦構造

図 4.2 に Q 値等値面の $z/c = 0.20$ における図 4.1(a-2)の側面図を示す．また，流れ場に対応してコード長方向の瞬間場の摩擦応力分布と平均摩擦応力分布を比較する．瞬間場の摩擦応力分布は図 4.1(a-2)に示した Q 値と同時刻である．前縁からの剥離せん断層の内部に相当する $x/c = 0.20$ までは，瞬間場の摩擦応力分布は平均摩擦応力分布とよく一致している．また，ほとんど変動のない平均摩擦応力分布から， C_f の正負が入れ替わる $x/c = 0.65$ 付近を再付着点と定義することができる．一方，瞬間場の摩擦応力分布は渦放出やスパンワイズな渦の 3 次元的な崩壊によって，複数の剥離・再付着点が局所的に観測される．このように瞬間的に C_f が変動しているにも関わらず，平均摩擦応力分布から定義される $x/c = 0.65$ 付近の再付着点は変動が小さいことに注目されたい．この再付着点よりわずかに上流側は 2 次元の渦が 3 次元構造に崩壊した後，ヘアピン形状の渦が形成され始める乱流遷移位置に相当する．この層流から乱流への遷移は図 4.2 上図の $x/c = 0.40$ から 0.60 までの間に見られる．なお，本研究における乱流遷移とは層流剥離した流れの構造の 2 次元性が 3 次元的な乱れた流れに崩れることと定義しており，これは，一般的な境界層の遷移とは異なると言える．また， $x/c = 0$ から 0.38 付近の剥離泡内部の流れに着目すると， $x/c = 0.38$ 付近では局所的に剥離と再付着が観測され，せん断層内部に微小な剥離泡（二次剥離泡）が形成されていることを示唆している．これは剥離せん断層内部で，上流に向かう逆流が剥離する二次剥離，さらにその二次剥離流れが再付着することによって生じる二次再付着によって剥離泡内部に二次的な剥離泡が形成されたと考えられる．

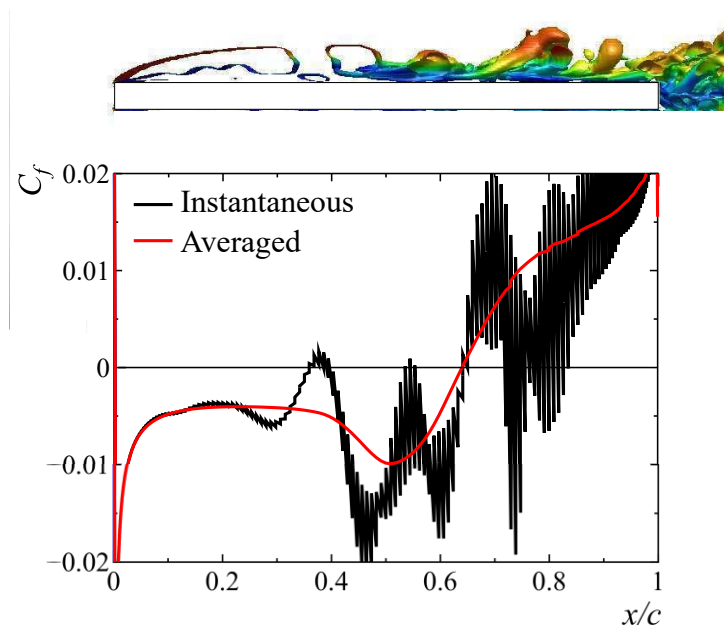


図 4.2: $Re = 11,000$, $M = 0.60$ での流れ場の側面図と摩擦応力分布

2次元非定常層流計算と3次元LESによる各レイノルズ数での再付着点の比較を図4.3に示す。前縁を垂直に切り落とした形状の平板翼の場合、剥離点は前縁に固定されるため、再付着点位置は剥離泡の長さに対応する。各レイノルズ数に共通して、再付着点はマッハ数の増加によって徐々に下流側に移動するが、特に $Re = 11,000$ におけるマッハ数の増加に伴う再付着点の変化は大きくなっており、再付着点に対する圧縮性効果が顕著に表れている。これは特に $Re = 11,000$ の非圧縮領域では剥離せん断層が不安定であるため、層流領域の $Re = 6,100$ と比較して相対的に影響は大きく表れたと考えられる。この剥離せん断層の不安定性に対する圧縮性効果の詳細は4.3節にて後述する。2次元非定常層流計算と3次元LESを比較すると、 $Re = 11,000$ における再付着点位置に関して最大で約8.51%の差があるものの、マッハ数変化に対する傾向は議論に差し支えないほどによく捉えられており、両レイノルズ数ともに妥当な結果が得られている。先行研究では、非圧縮領域における2次元非定常層流計算の再付着点の予測は、LESや実験値とよく一致することが確認されている^[36,37,38]。以上の計算結果より、2次元非定常層流計算は圧縮性領域の流れでも再付着点を比較的良好に予測されることが明らかとなった。

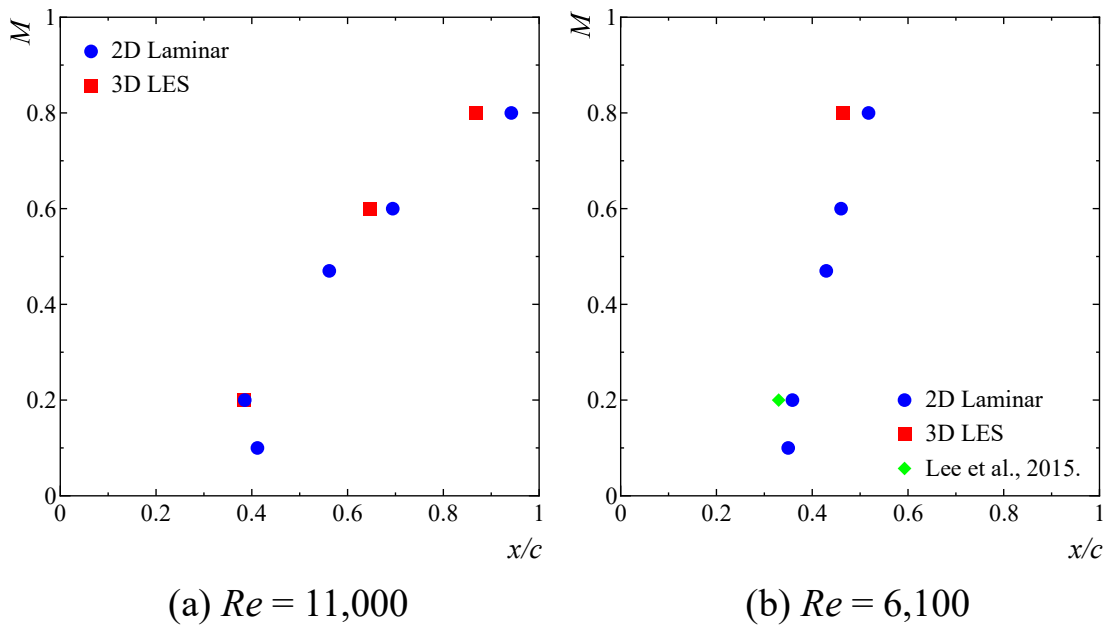


図 4.3: マッハ数変化による再付着点の変化

4.2 圧力分布に対する圧縮性効果

図4.4に平板翼面上の平均化された圧力分布を示す。再付着点と遷移点はそれぞれRとTで示している。それぞれの位置はGerakopulosら^[40]によって提案された翼型モデルの圧力分布に基づく遷移点及び再付着点の推定手法を適用し、数学的に定義している。

図4.4(a)のように $Re = 11,000$, $M = 0.20$ では、前縁から遷移点まで圧力が一定となる領域の後、再付着点まで急激な圧力回復が確認でき、これは前縁剥離泡の典型的な圧力分布である^[17,22,41,42]。この圧力分布を基準として比較しても、マッハ数の増加に伴って再付着点が後方に

移動していることは明らかである． $M=0.60$ では，遷移位置も下流に移動するが， $M=0.80$ では，圧力一定領域や急激な圧力回復もなく，圧力は後縁に向かって再付着点まで緩やかに回復する傾向となり，ポテンシャルフローを仮定した圧力分布と類似する．このような緩やかな圧力回復では，Gerakopulos らの手法を適用して遷移位置を数学的に定義することは困難である．さらに，前述の流れ場と対応させて乱流遷移が確認されないことから， $M=0.80$ の圧力分布において遷移点が存在しないと判断することが合理的と考えられる．

図 4.4(b)では， $Re=11,000$ の圧力分布とは対照的に， $M=0.20$ 以下の非圧縮性領域の流れであっても，乱流遷移を伴わない緩やかな圧力回復が確認できる．なお，遷移点は $M=0.20$ 以下の領域では圧力分布から数学的に定義できるが，図 4.1(b)のように $Re=6,100$ の流れ場では，どのマッハ数においても剥離せん断層の乱流遷移は確認できない．このように，数学的に遷移点は定義できるものの， $Re=6,100$ では物理的な意味を持たないと考えることが合理的と言えるため，図 4.4(b)では遷移点を示していない．これらの圧力分布の傾向は $Re=11,000$ ， $M=0.80$ での傾向に類似している． $Re=11,000$ と共通してマッハ数の増加に伴い再付着点が後方に移動するが，大きな変化は見られない．また，マッハ数の増加に伴い，負圧側に圧力が徐々に増加するが， $Re=11,000$ のように，圧力分布の傾向が大きく変化することはない．このことから，レイノルズ数が小さいほど，圧力分布に対する圧縮性効果が小さいことがわかる．

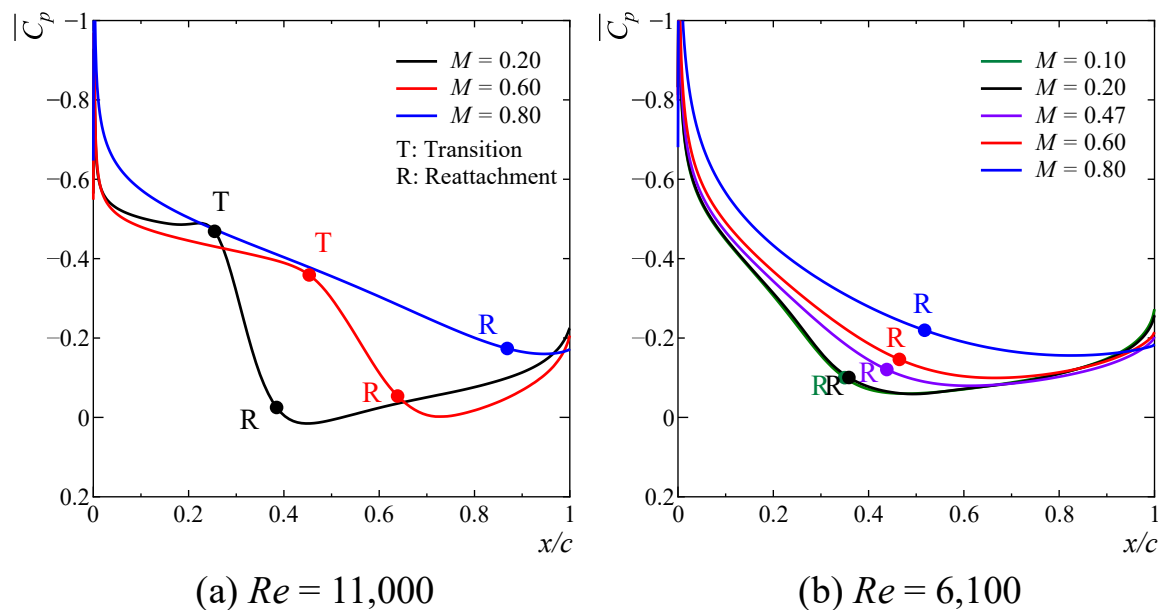


図 4.4: 平板翼上面の平均圧力分布

4.3 剥離せん断層の不安定性に対する圧縮性効果

図 4.5, 4.6 に各レイノルズ数における平均速度分布とレイノルズ応力を示す. 非圧縮性領域に相当する $M=0.20$ のレイノルズ数効果による境界層の厚さを比較すると, $Re=11,000$ よりも $Re=6,100$ の方が明らかに境界層が薄くなっている. また, 両レイノルズ数に共通して, マッハ数の増加に伴って境界層の厚さが徐々に減少しており, $M=0.80$ が最も顕著に傾向が現れている. また, 再付着点の上流側に位置する再循環領域の速度勾配は, $Re=11,000$ の場合, $M=0.20$ では $x/c=0.30$ で, $M=0.60$ では $x/c=0.50$ でそれぞれ速度勾配が大きくなる. これらの場所は, 図 4.4(a)に示すようにそれぞれの遷移点に対応している. また, 図 4.6(a)によると, それぞれ速度勾配が急激になる領域はレイノルズ応力が急激に増加しており, 剥離せん断層が不安定になって強い非定常性が生じていることを示している. $Re=11,000$ の $M=0.20, 0.60$ の流れとは対照的に, それ以外の条件ではレイノルズ応力が相対的に小さくなっており, 剥離せん断層の非定常性がかなり小さくなっていることがわかる.

以上の結果から, $Re=11,000$ では, 非圧縮領域の剥離せん断層は不安定であり, 乱流遷移しやすい. マッハ数増加によって剥離せん断層が薄く, 引き伸ばされる形態となることから剥離せん断層の不安定性は圧縮性効果によって徐々に緩和され, 安定化することが明らかとなった. これに伴い, 乱流遷移の遅れや消失, さらに再付着点の遅れによる剥離泡の拡張が生じる. レイノルズ数が低い $Re=6,100$ の非圧縮性領域では, 元々, 乱流遷移を伴わない安定した剥離せん断層である. このような安定した剥離せん断層に圧縮性効果が作用しても, その効果は再付着点が多少遅れる程度であり, 限定的である.

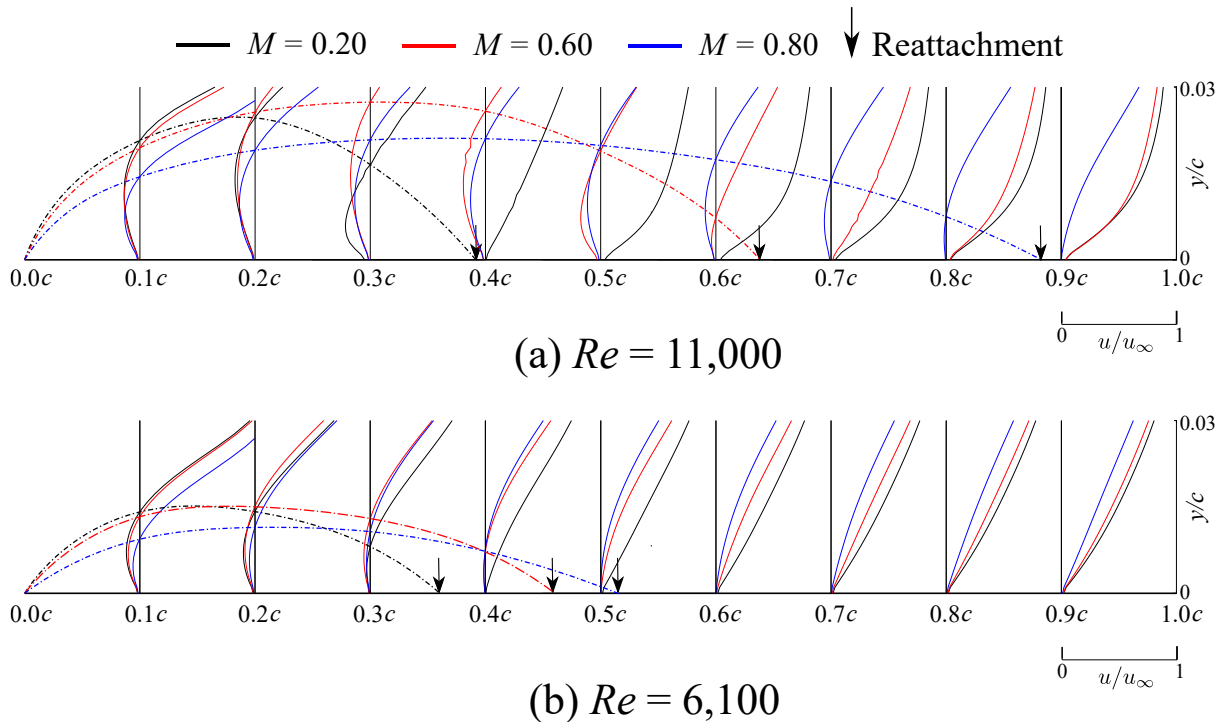


図 4.5: 平均速度分布 (実線) と剥離泡の模式図 (一点破線)

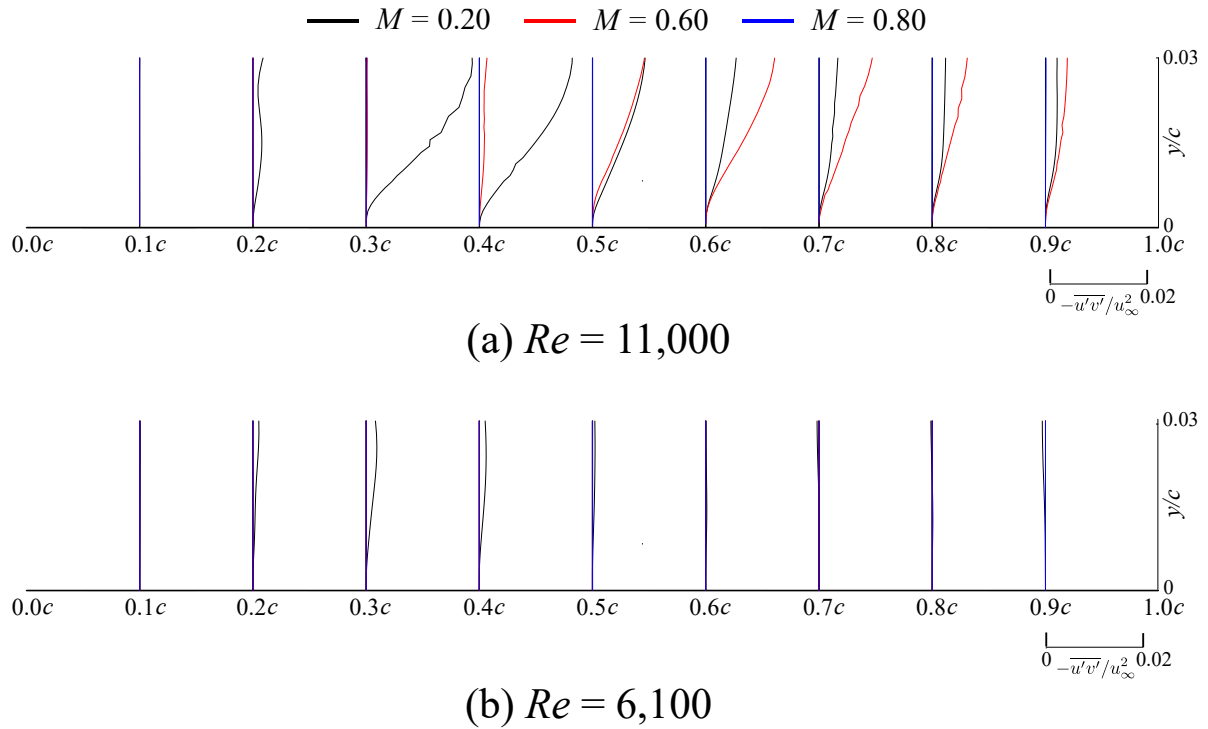


図 4.6: 平均レイノルズ応力分布

4.4 揚力及び抗力特性に対する圧縮性効果

4.4.1 非定常特性

図 4.7 は、各レイノルズ数における抗力係数と揚力係数の変動の時刻履歴を示したものである。どちらのレイノルズ数にも共通して揚力係数の変動に比べて、抗力係数の変動は非常に小さい。また、どちらのレイノルズ数においても、マッハ数の増加に伴って変動は小さくなる傾向にあるが、 $Re = 6,100$ における揚力係数の変動は $Re = 11,000$ における揚力係数の変動よりも明らかに大きいことがわかる。このような空力的な変動は、翼表面の圧力変動に起因している。平板翼上面の非定常圧力分布を図 4.8 に示し、圧力の時間変化の標準偏差をエラーバーとして挿入した。 $Re = 11,000, M = 0.20$ の場合、圧力変動は $x/c = 0.30$ 付近で局所的に大きくなる。これは剥離せん断層の層流から乱流への遷移に相当する。しかし、その効果は表面全体に対して限定的である。また、マッハ数の増加に伴い、圧力変動は非常に小さくなる。一方、 $Re = 6,100$ では、スパン方向の 2 次元渦が放出される $x/c = 0.20$ 付近から後縁にかけて、大きな圧力変動が見られる。さらに、 $M = 0.80$ になると、圧縮性の影響により、この圧力変動は非常に小さくなる。これらの結果から、非圧縮性の流れでは乱流遷移を伴う流れよりも、スパン方向の 2 次元渦が圧力変動を促進することが示唆される。しかし、剥離せん断層は圧縮性効果により安定しているため、マッハ数の増加に伴い圧力変動は緩やかになる。

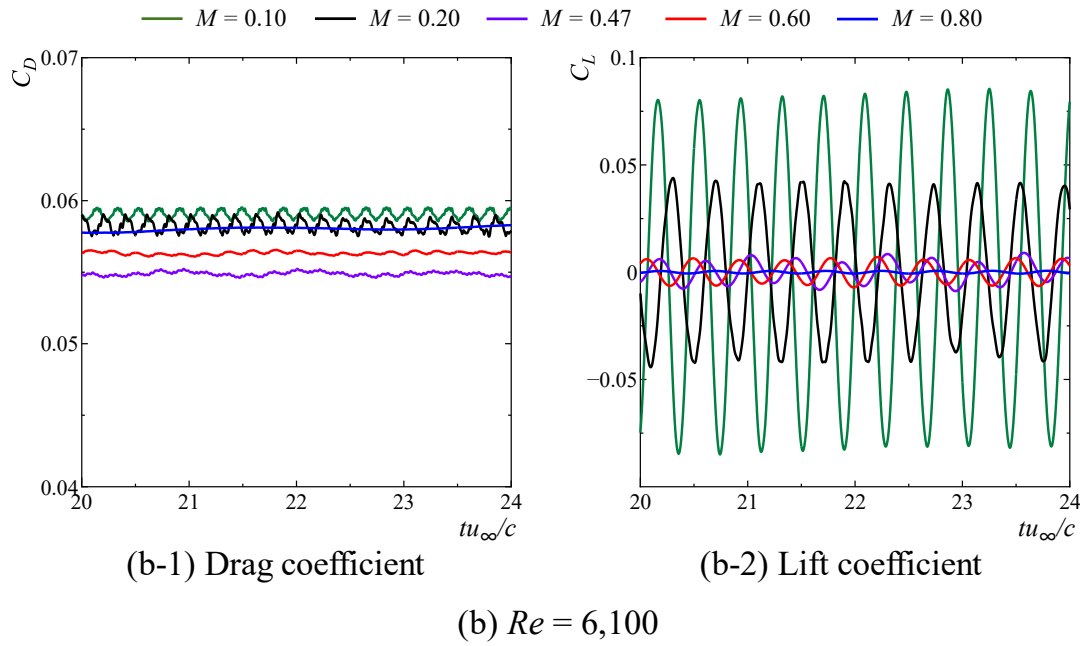
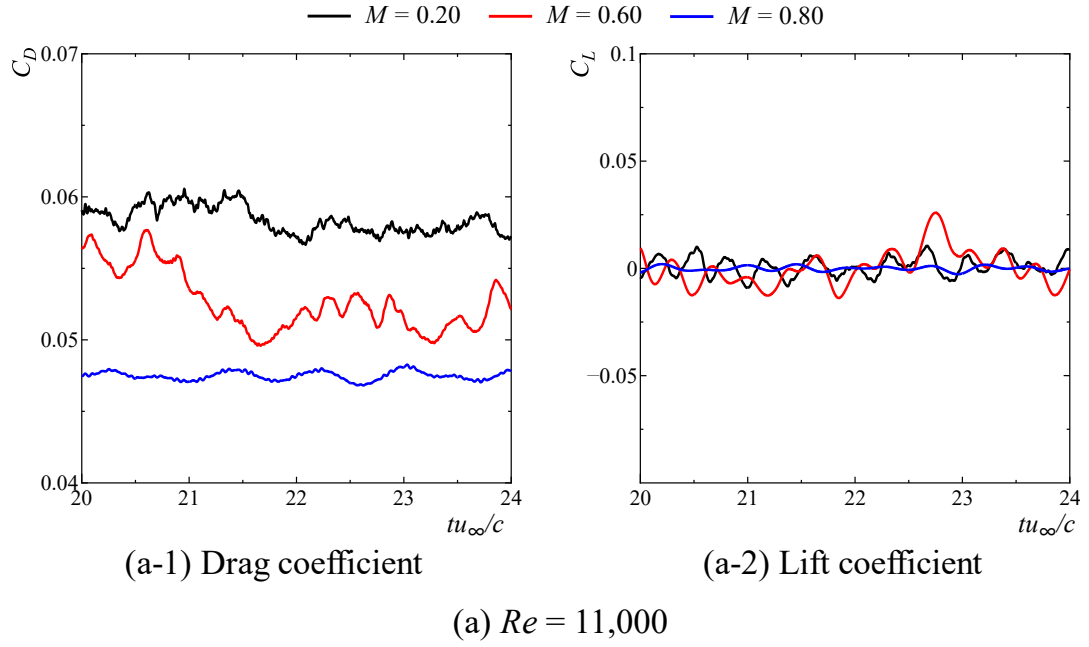


図 4.7: 抗力係数および揚力係数の時間履歴

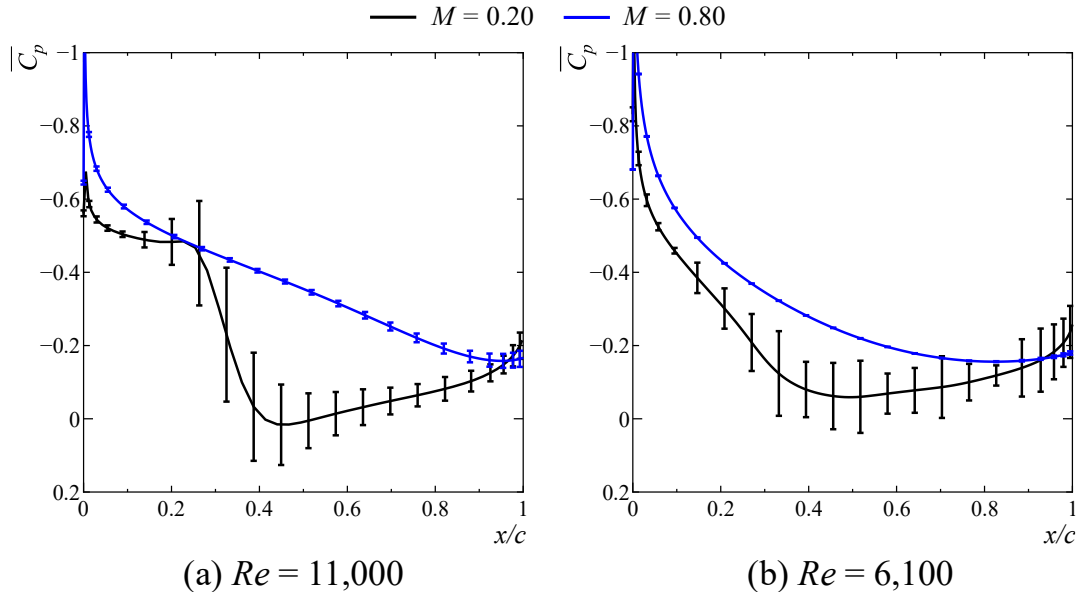


図 4.8: 平板翼表面の圧力分布の非定常性

図 4.9 は、 $Re = 6,100$ におけるスパンワイズの 2 次元渦の周期性に着目し、 $x/c = 1.00$, $y/c = 0.02$ における速度と揚力係数のパワースペクトル密度 (Power Spectral Density : PSD) を示したものである。さらに、速度と揚力係数の相関係数 R を表 4.1 に示す。ここで、ストローハル数 St は、周波数 f を平板厚さ h と流速 u_∞ で無次元化したものである。図 4.9 は、同じマッハ数の場合速度と揚力係数の間に 0.10 から 0.13 の共通したストローハル数のピークがあることを示しており、表 4.1 は両者が強い正の相関関係を持っていることを示している。これらの結果から、 $Re = 6,100$ における大きな揚力変動は、2 次元かつ周期的な渦の脱落によるものであると考えられる。以上の一連の結果から、2 つのレイノルズ数での揚力変動の違いは、渦の発生・放出の違いによる表面の圧力変動に起因すると結論付けられる。

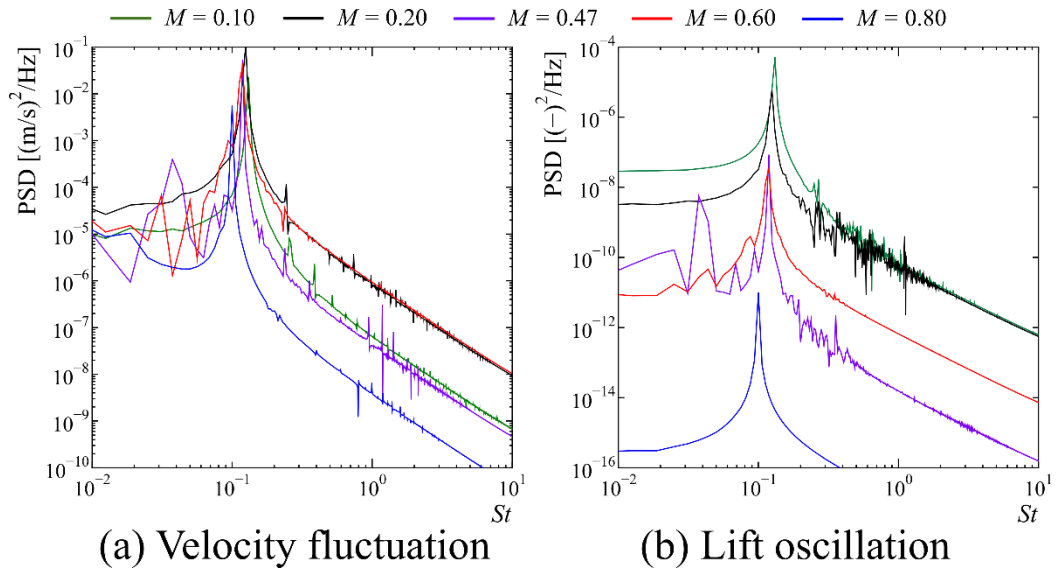


図 4.9: $Re = 6,100$ のパワースペクトル密度

表 4.1: 速度と揚力係数の相関係数 R

Mach number	R
0.10	0.999
0.20	0.999
0.47	0.998
0.60	0.999
0.80	0.999

4.4.2 時間平均抗力係数への影響

図 4.10 は, 合計の抗力係数 C_D を圧力抗力係数 C_{Dp} と粘性抗力係数 C_{Df} に分解したものである. $Re=11,000$ では合計の抗力係数が単調に減少していくことが確認できる. 一方, $Re=6,100$ では, $M=0.47$ までは単調に減少するものの, さらにマッハ数を増加させると, 増加に転じていることが確認できる. いずれのレイノルズ数においても, マッハ数の増加に伴い, 圧力抗力係数が増加し, 粘性抗力係数は減少する. また, 圧力抗力は全抗力の中で支配的な要因となっている.

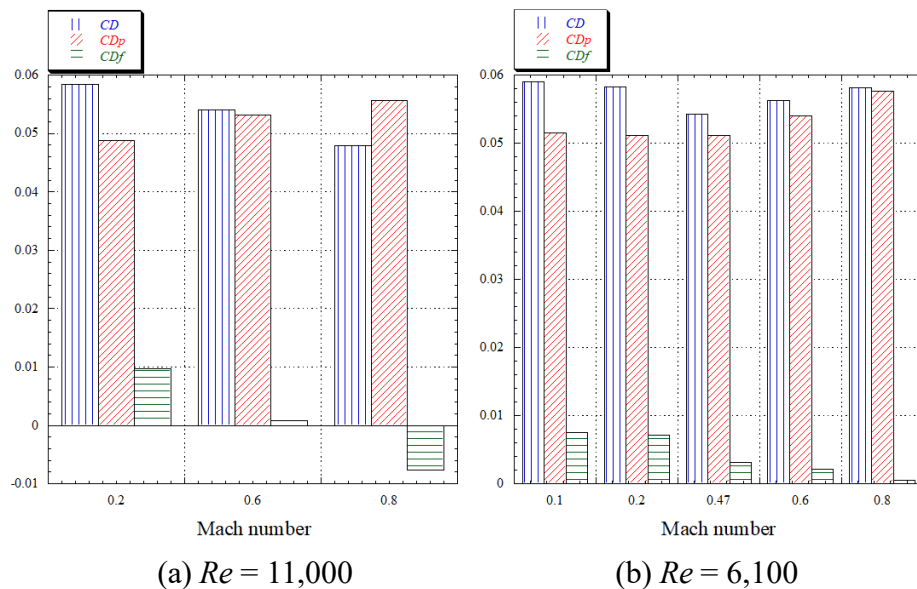


図 4.10: 圧力抗力係数と粘性抗力係数 (C_D : 合計の抗力係数, C_{Dp} : 圧力抗力係数, C_{Df} : 粘性抗力係数)

$\alpha = 0 \text{ deg}$ の平板の場合，この圧力抗力は，前縁と後縁の厚み部分における前後方向の圧力から求められ，圧力抗力係数 C_{Dp} は， $C_{Dp} = C_{DpL} + C_{DpT}$ で表される．ここで， C_{DpL} と C_{DpT} は，それぞれ前縁と後縁の厚み部分における圧力抗力係数である．なお，後縁部の厚さにおける圧力（所謂，バックプレッシャーに相当）は負である．その内訳を図 4.11 に示す．圧力抗力係数では，淀み圧力に対応する C_{DpL} が圧倒的に優位で，マッハ数とともに徐々に増加していくのに対し， C_{DpT} は若干小さくなる傾向があるが，大きな変化はない．その結果， C_{Dp} はマッハ数とともに徐々に大きくなっていく．

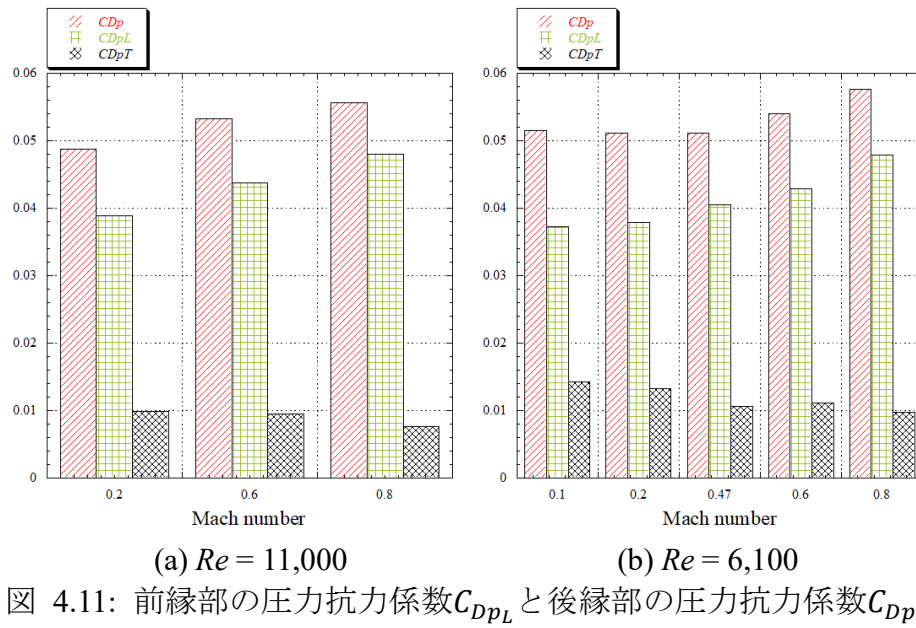


図 4.11: 前縁部の圧力抗力係数 C_{DpL} と後縁部の圧力抗力係数 C_{DpT}

一方，図 4.10 では，粘性抗力が全抗力に占める割合は小さいものの， $Re = 11,000$ の場合， $M = 0.80$ でのみ粘性抗力係数が負になっているのが特徴的である． $Re = 6,100$ での 2 次元の渦放出を伴う流れとほぼ同じ流れ場であるにもかかわらず，この流れの条件下でのみ，粘性圧力抗力の正負が入れ替わるのは興味深い現象である．図 4.12 は， $Re = 11,000$, $M = 0.80$ の平均摩擦応力分布である．剥離せん断層の再付着点の上流では，逆流が発生している．その結果，負の方向に作用する摩擦せん断応力が支配的になる．このように，図 4.10 の負の粘性抗力は，圧縮性効果による再付着の遅れによって負の方向に作用する逆流が翼面の大部分を覆っていることによる． $Re = 6,100$ の場合，渦構造は似ているものの，図 4.3 に示すように再付着点はより上流側にあり，マッハ数に応じてあまり変化していない．そのため，粘性抗力を負にするような影響はないと考えられる．以上のことから，再付着点の位置は粘性抗力係数の正負を決める重要な要素であると言える．なお，再付着点がより下流に存在する場合には，迎角を大きくすると失速しやすくなることには注意が必要である．

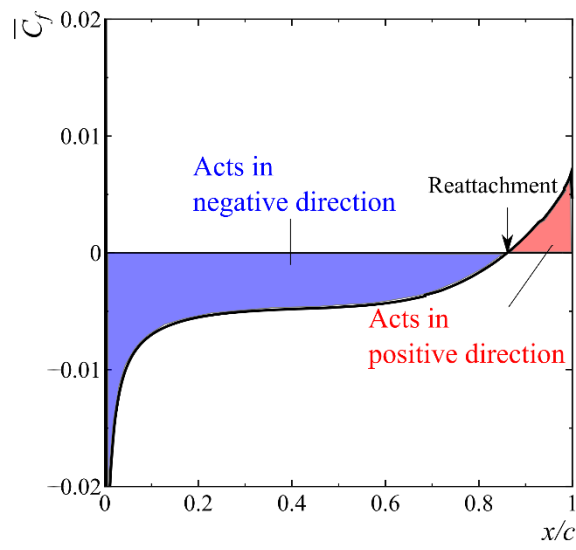


図 4.12: $Re = 11,000$, $M = 0.80$ での平均摩擦応力分布

第5章 結論

本研究では、矩形平板翼を用いて、低レイノルズ数領域においてマッハ数を変化させた際の流れ場及び空力特性に対する圧縮性効果を評価した。得られた知見は以下の通りである。

- 流れ場に関して

各レイノルズ数に共通して、圧縮性効果が剥離せん断層を安定化させ、層流から乱流への遷移を遅らせることが明らかとなった。しかし、その影響の大きさはレイノルズ数によって異なる。 $Re=11,000$ では、非圧縮性領域にて乱流遷移を伴う3次元の渦構造に崩壊するため、マッハ数の増加に伴い、剥離せん断層を安定化させる効果が大きくなり、平均化した際の乱流遷移の消失や遅れ、再付着点の移動量が大きくなる。一方、 $Re=6,100$ では、非圧縮性領域にて乱流遷移を伴わず、2次元のスパンワイズの渦構造を保ったまま、渦が放出されるため、剥離せん断層は非圧縮性領域で既に安定している。そのような流れ場では、剥離せん断層の安定化に対する圧縮性効果は小さくなり、再付着点が少し下流に移動する程度である。

- 空力特性に関して

各レイノルズ数に共通して、マッハ数の増加に伴い翼表面の圧力変動と揚力係数の変動が小さくなる。特に2次元の渦放出を伴う $Re=6,100$ では、圧縮性効果による非定常性の抑制効果が大きいことが明らかとなった。時間平均の抗力係数に対する影響はレイノルズ数によって異なる。 $Re=11,000$ では、マッハ数の増加に伴って単調に抗力係数が減少する。一方、 $Re=6,100$ では、 $M=0.47$ までは同様に単調に減少するが、さらにマッハ数を増加させると、抗力係数が増加に転じることが明らかとなった。これは、全抗力に支配的な圧力抗力ではなく、粘性抗力に対する圧縮性効果が、レイノルズ数によって異なるためである。そのため、 $Re=11,000$, $M=0.80$ のように、剥離泡が翼面の大部分を覆うと、剥離泡内の逆流領域によって粘性抵抗が負となり、合計の抗力係数を減少する。また、 $Re=11,000$ は $Re=6,100$ と比較して、圧縮性効果によって再付着点の後方への移動量が大きいため、剥離泡が長くなり、粘性抗力の減少が相対的に大きくなる。

以上の結果から、流れ場及び空力特性に対する圧縮性効果は、乱流遷移を伴う3次元の渦構造が発生する $Re=11,000$ でより顕著となり、周期的なスパンワイズに軸を持った2次元の渦放出を伴う $Re=6,100$ 以下では限定的であることが明らかとなった。日本の火星探査航空機の主翼候補である石井翼まわりの流れ場や、NASAのIngenuityのブレードまわりの流れ場は、前者の流れに近い値となっている。そのため、火星探査航空機の固定翼や、火星ヘリコプターのブレードなど、低レイノルズ数かつ圧縮性流れにおける実用的な翼型設計が必要となる。特に $Re=\mathcal{O}(10^4)$ での圧縮性の影響として注意すべき点は、剥離せん断層が安定し、再付着点が翼の後方に大きく移動することである。この影響により、非圧縮性領域にて剥離泡が形成される迎角でも、圧縮性の影響によって翼面に再付着せず失速する可能性が考えられる。また、今回使用した翼型は矩形平板翼であり、剥離点が前縁に固定されているが、実際の翼型

では圧縮性の影響による剥離点の移動も考慮する必要がある。

そのため、今後の研究の展望としては、低レイノルズ数領域にて流れ場や空力特性が良く知られている石井翼や NACA 翼を用いて、非圧縮性領域にて剥離泡が形成される迎角、並びに失速する迎角に着目してマッハ数を変化させ、剥離泡の挙動や揚力の失速特性に対する圧縮性効果を検討することが望まれる。また、空力特性だけではなく、流れ場などの詳細な物理特性を取得するために、シュリーレン法による翼まわりの流れ場の可視化実験や、LES を用いた数値計算を行うことが望まれる。

参考文献

- [1] C. A. Kuhl, “Design of a Mars Airplane Propulsion System for the Aerial Regional-Scale Environmental Survey (ARES) Mission Concept”, *44th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Hartford, CT, (2008).
- [2] R. D. Braun, et al., “Design of the ARES Mars Airplane and Mission Architecture”, *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 5, (2006), pp. 1206–1034.
- [3] A. Datta, et al., “Design of a Martian Autonomous Rotary-Wing Vehicle”, *Journal of Aircraft*, Vol. 40, No. 3, (2008), pp. 461–472.
- [4] W. J. F. Koning, et al., “Improved Mars Helicopter Aerodynamic Rotor Model for Comprehensive Analyses”, *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 9, (2019), pp. 3969–3979.
- [5] S. W. Maser, et al., “Mars Science Helicopter: Conceptual Design of the Next Generation of Mars Rotorcraft”, *ASCEND 2020*, Virtual Event, (2020).
- [6] NASA’s Jet Propulsion Laboratory, “NASA’s Ingenuity Mars Helicopter Succeeds in Historic First Flight”, (2021), <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-s-ingenuity-mars-helicopter-succeeds-in-historic-first-flight> (accessed 14 January 2022).
- [7] W. J. F. Koning, et al., “Optimization of Low Reynolds Number Airfoils for Martian Rotor Applications Using an Evolutionary Algorithm”, *AIAA Scitech 2020 Forum*, Orlando, FL, (2020).
- [8] M. Anyoji, et al., “Computational and Experimental Analysis of a High-Performance Airfoil Under Low-Reynolds-Number Flow Condition”, *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 6, (2014), pp. 1864–1872.
- [9] M. Anyoji, et al., “Evaluation of Aerodynamic Performance of Mars Airplane in Scientific Balloon Experiment”, *Fluid Mechanics Research International Journal*, Vol. 1, No. 3, (2017), 00012.
- [10] M. Drela, “Transonic Low-Reynolds Number Airfoils”, *Journal of Aircraft*, Vol. 29, No. 6, (1992), pp. 1106–1113.
- [11] P. B. S. Lissaman, “Low-Reynolds-Number Airfoil”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 15, (1983), pp. 223–239.
- [12] E. V. Laitone, “Aerodynamics Lift at Reynolds Numbers Below 7×10^4 ”, *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 9, (1996), pp. 1941–1942.
- [13] T. J. Mueller, and J. D. DeLaurier, “Aerodynamics of Small Vehicles”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 35, (2003), pp. 89–111.
- [14] E. V. Laitone, “Wind Tunnel Tests of Wings at Reynolds Numbers Below 70 000”, *Experiments in Fluids*, Vol. 23, No. 5, (1997), pp. 405–409.
- [15] M. Abdo, and D. Mateescu, “Low-Reynolds Number Aerodynamics of Airfoils at Incidence”, *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, (2005).
- [16] K. Kondo, et al., “Analysis of Owl-Like Airfoil Aerodynamics at Low Reynolds Number Flow”, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 12, No. ists29, (2014),

pp. Tk₃₅–Tk₄₀.

- [17] 李家賢一, “翼型上に生ずる剥離泡”, 日本流体力学会誌, 第 22 卷, (2003), pp.15–22.
- [18] I. E. Abdalla, and Z. Yang, “Numerical Study of the Instability Mechanism in Transitional Separating–Reattaching Flow”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 25, No. 4, (2004), pp. 593–605.
- [19] M. Anyoji, et al., “Aerodynamic Measurements in the Mars Wind Tunnel at Tohoku University”, *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, Florida, (2011).
- [20] W. B. Roberts, “Calculation of Laminar Separation Bubble and Their Effect on Airfoil Performance”, *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 1, (1980), pp. 25–31.
- [21] M. D. Ripley, and L. L. Pauley, “The Unsteady Structure of Two-Dimensional Steady Laminar Separation”, *Physics of Fluids*, Vol. 5, (1993), pp. 3099–3106.
- [22] L. E. Jones, et al., “Direct Numerical Simulations of Forced and Unforced Separation Bubbles on an Airfoil at Incidence”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 602, (2008), pp. 175–207.
- [23] D. Lee, et al., “Mechanisms of Surface Pressure Distribution within a Laminar Separation Bubble at Different Reynolds Numbers”, *Physics of Fluids*, Vol. 27, (2015), 023602.
- [24] 高木亮治, “低レイノルズ数流れにおける NACA4402 翼の空力特性解析”, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 54, No. 631, (2006), pp. 367–373.
- [25] P. M. Munday, et al., “Nonlinear Lift on a Triangular Airfoil in Low-Reynolds-Number Compressible Flow”, *Journal of Aircraft*, Vol. 52, No. 3, (2015), pp. 924–931.
- [26] M. Anyoji, et al., “Effect of Mach Number and Specific Heat Ratio on Low-Reynolds-Number Airfoil Flows”, *AIAA Journal*, Vol. 53, No. 6, (2015), pp. 1640–1654.
- [27] J. O. Hinze, “Turbulence, 2nd edition”, McGraw-Hill, (1975).
- [28] A. Favre, “Turbulence: Space-Time Statistical Properties and Behavior in Supersonic Flows”, *Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 10, (1983), pp. 2851–2863.
- [29] B. Vreman, et al., “Subgrid-Model in LES of Compressible Flow”, *Applied Scientific Research*, Vol. 54, (1995), pp. 191–203.
- [30] ANSYS Fluent Theory Guide, Release 19.0, ANSYS Inc., (2018).
- [31] S. V. Patanker, and D. B. Spalding, “A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, (1972), pp. 1787–1806.
- [32] H. K. Versteeg, and W. Malalasekera, “数値流体力学 第 2 版”, (松下洋介, 他訳) 森北出版, (2011).
- [33] J. P. Vandoormaal, and G. D. Raithby, “Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows”, *Numerical Heat Transfer*, Vol. 7, (1984), pp. 147–163.
- [34] ANSYS Fluent User’s Guide, Release 18.0, ANSYS Inc., (2017).
- [35] F. Nicoud, and F. Ducros, “Subgrid-Scale Stress Modeling Based on the Square of the Velocity Gradient Tensor”, *Flow, Turbulence and Combustion*, Vol. 62, (1999), pp. 183–200.

- [36]R. Kojima, et al., “Large-Eddy Simulation of Low-Reynolds-Number Flow Over Thick and Thin NACA Airfoils”, *Journal of Aircraft*, Vol. 50, No. 1, (2013), pp. 187–196.
- [37]D. Lee, et al., “Comparison of Numerical Methods Evaluating Airfoil Aerodynamic Characteristics at Low Reynolds Number”, *Journal of Aircraft*, Vol. 52, No. 1, (2015), pp. 296–306.
- [38]D. Lee, et al., “Comparative Studies of Numerical Methods for Evaluating Aerodynamic Characteristics of Two-Dimensional Airfoil at Low Reynolds Numbers”, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 31, No. 1, (2017), pp. 57–67.
- [39]M. Kim, et al., “Assessment of the Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity Model in Transitional Boundary Layer”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 371, No. 1, (2020), 113287.
- [40]R. Gerakopulos, et al., “Aerodynamics Characterization of a NACA 0018 Airfoil at Low Reynolds Number”, *40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, Chicago, Illinois, (2010).
- [41]I. Tani, “Low-Speed Flows Involving Bubble Separations”, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 5, (1964), pp. 70–103.
- [42]H. Hu, and Z. Yang, “An Experimental Study of the Laminar Flow Separation on a Low-Reynolds-Number Airfoil”, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 130, No. 5, (2008), 51101.

謝辞

大学院に入学し研究を行い、多くの方々のお力添えにより、本論文を完成させることができました。この場をお借りして御礼申し上げます。

指導教員である安養寺正之准教授には、多大なご指導を受け、データ整理の仕方、論文の書き方など多くのことをご指導いただきました。また、研究に行き詰った際には適切な助言を頂き、未熟な私のために多くの時間を割いていただきました。2年間誠にありがとうございました。

大和裕里秘書には、本研究室での事務関連など、陰ながら様々な便宜を図って頂きました。ここに心から感謝申し上げます。

JSPS 外国人特別研究員の Tran The Hung 講師には、研究分野が違うものの、私の拙い英語を聞き取って理解していただき、そして様々なアドバイスを頂きました。約3か月という短い間でしたが、誠にありがとうございました。

研究室の先輩である博士後期課程1年の土黒聖斗さんには、研究結果に対して様々な意見やアドバイスを頂きました。また、研究室全体の運営を支えていただき、私達に満足のいく研究ができる環境を整えていただきました。心から感謝申し上げます。

研究室の同期である青木拓未君、宇佐見一輝君には、数値計算の手法に関する議論や計算結果の考察に関して様々なアドバイスを頂きました。お二人のおかげで研究を円滑に進めることができました。また、他大学から入学したにも関わらず、大学院での2年間を公私共に有意義に過ごすことができたのはお二人のおかげです。ここに感謝の意を表します。

同じ研究室で過ごしてきた山元龍君、宮武京右君、山口拓真君、谷晃徳君、虎尾祐介君、竹下昭彦君、隅田龍太君にも心から感謝いたします。研究活動に就職活動等忙しいと思いますが頑張ってください。

最後に、大学院卒業まで十分に学業や研究活動に打ち込める環境を与えて下さった両親、家族に感謝の意を表して、謝辞とさせていただきます。

令和4年2月4日
向原大貴