

ピン継手による複合材料積層板接合部の2次元接触応力解析について

肖, 毅

九州大学大学院総合理工学研究科 : 修士課程

汪, 文学

九州大学応用力学研究所 : 助教授

高雄, 善裕

九州大学応用力学研究所 : 教授

<https://doi.org/10.15017/4744021>

出版情報 : 応用力学研究所所報. 81, pp.1-13, 1997-02. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :

ピン継手による複合材料積層板接合部の 2次元接触応力解析について

肖 毅* 汪 文 学**
高 雄 善 裕***

概 要

ピン継手による複合材料の接合部の設計には、あらゆる構造上の設計と同じように、応力分布を確定する方法と適切な破壊基準が必要となる。本研究では、有限要素法と積層理論を用い、ピン継手による CFRP 積層板の接合部における 2 次元接触応力の解析を行った。摩擦力を含めた接触問題の解析には、各繊維強化層の繊維配向角による接触面の摩擦係数の変化を取り入れた。また、接触界面の摩擦と滑りに注目し、摩擦係数及び積層構成が接触応力分布に及ぼす影響を報告する。

Key words: CFRP, Pinned-Joint, Contact Stress, Frictional Coefficient, Fiber Orientation

1. 緒 言

複合材料の利点の一つは一体成形性であるが、実際の構造部材として用いる場合、完全な一体構造にすることは不可能で、他の複合材料あるいは他の材料との結合が必要となる。継手様式のなかで、ピンあるいはボルトのような機械的継手はその簡便さや機能性の点からよく用いられている。このため、複合材料の主要構造要素である積層板のピン継手接合部における応力状態・破壊様式・強度予測に関する多くの研究が行われてきた^{1)~10)}。

ピン継手による複合材料積層板の接合部の設計には、あらゆる構造上の設計と同じように、正確な応力分布を求める方法^{1)~3)}と適切な破壊基準⁴⁾が必要となる。しかし、ピン継手には接触現象の占める割合が大きいと予想され、ピン穴周りの応力分布の解析はより一層困難なものとなっている。

従来多くの研究は応力関数を用いた解析と有限要素法を用いた数値解析に大別される。De Jong⁵⁾

*九州大学大学院、工学研究科応用力学専攻博士課程

**九州大学助教授、応用力学研究所

***九州大学教授、応用力学研究所

は直交異方性の無限弾性板中の円孔に剛体ピンを挿入し、剛体ピンに加わる負荷方向を変えたときの応力分布を複素応力関数を用いて計算した。また、同様な手法で Hyer と Klang⁶⁾ は円孔部とピンとの間の摩擦力の影響を解析した。しかし、上述の方法では負荷条件や幾何条件などのパラメータが複雑な問題や摩擦係数が場所により変化する問題を解析するのは難しい。そこで、この欠点を補う意味で有限要素法による応力解析の研究が活発に行われている。

これまでの有限要素法による接合部の多くの応力解析では、負荷穴の周辺にコサイン形の接触圧力分布を仮定したり¹⁾、接触面法線方向の変位を拘束したりなど²⁾、円孔周辺での境界条件に多くの試みが行われてきた。そして、これらの研究では、応力分布とこれに及ぼす諸パラメータの影響、さらに破壊現象との関連が詳細に議論されている。しかし、接触領域、接触応力あるいは変位を与えられた条件と考えており、接触の取り扱いに疑問があり、ピンと円孔間の現実的な応答が十分に再現されているとは言えない。

Wilkinson と Eriksson^{7),8)} らはこれを摩擦力を含む 2 次元有限要素法の非線形接触問題として取り扱い、直交異方性積層板の接触応力に対する摩擦係数の影響を調べている。Yogeswaren⁹⁾ らは、動的及び静的な摩擦係数を用い、接触応力分布への影響を検討した。最近、Chen¹⁰⁾ らは 3 次元有限要素法による非線形接触問題の解析結果を示している。しかし、これらの研究⁷⁾⁻¹⁰⁾ においては、異方性体あるいは積層板における摩擦係数を一定値として取り扱っており、複合材料における摩擦の基本的な性質である摩擦係数の方向依存性が反映されていない。また、単に摩擦作用下での応力分布のみが示されているだけで、破壊問題との関連についての議論が行われていない。

そこで、本研究では、積層板の各繊維強化層の繊維配向角によって接触面の摩擦係数が異なる現象¹¹⁾ を取り入れた CFRP (Carbon Fiber Reinforced Plastics) 積層板ピン接合部の解析方法を提案する。ピンと円孔の接触界面に着目し、摩擦係数及び積層構成が円孔付近の 2 次元接触応力分布に与える影響を積層理論を用いて検討した。なお、接触問題の解析には、有限要素法汎用コード MARC を使い、増分型の解析を行った。

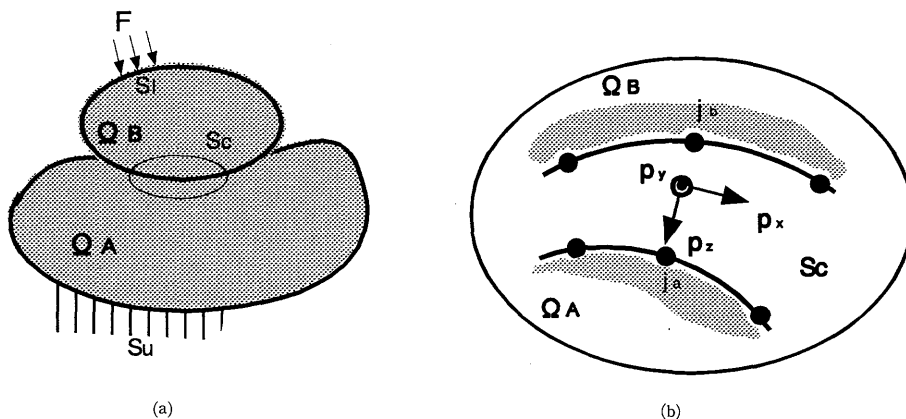


図1 接触問題のモデル

2. 接触問題の解析

2.1 仮想仕事の原理の適用による有限要素法の平衡方程式導入

図1に二つの物体の接触問題を概念的に示す。物体AとBはある外力条件のもとで互いに接しておりかつ平衡状態にある。 Ω_A と Ω_B は物体AとBの領域、 S_c は接触境界、 S_u は変位拘束境界、 S_f は外力作用境界である。図1(b)は図1(a)に示す接触境界面 S_c の拡大図である。物体AとBが接触するときの接触対応接点を j_a, j_b とする。 p_x, p_y, p_z は接触力の局部座標成分、 $i=x, y$ は接触面内のすべりの2方向、 $i=z$ は接触面の法線方向である。接触力 p_i にかかわる増分型の仮想仕事は次の式で与えられる。

$$\int_{\Omega} \sigma \delta \Delta \varepsilon d\Omega = \int_V T \delta \Delta u dV + \int_{S_f} F \delta \Delta u ds + \int_{S_c} p \delta \Delta u ds \quad (1)$$

ここで、 $\sigma, \varepsilon, u, T, F, p$ は応力、ひずみ、変位、物体力、表面力、接触力のテンソル及びベクトルである。以降、太字表示はベクトル、テンソル、あるいはマトリックスを表すものとする。また、 Δ は増分量を表す。

上式の右辺第一項の物体力を省けば、有限要素法による剛性マトリックス方程式は、

$$[K]\{\Delta q\} = \{\Delta F\} + \{\Delta p\} \quad (2)$$

となる。ここで K は物体の剛性マトリックス、 Δq は節点変位増分ベクトル、 ΔF は節点外力増分ベクトルである。右辺第2項 Δp は接触面に対応する節点接触力ベクトルを表す未知量である。このため接触面の境界条件を追加することが必要である。

上式(2)を解く方法として、本研究は次のような部分マトリックスの形式で書き換える。すなわち

$$[K]\{\Delta q\} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ic} \\ K_{ic}^T & K_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta q_i \\ \Delta q_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta F_i \\ \Delta p_c \end{Bmatrix} \quad (3)$$

下添字 c は接触境界面上に節点に関する量で、 i はそれ以外の節点に関する量である。上式により、次のような接触剛性を表すマトリックス方程式

$$[K^*]\{\Delta q_c\} = \{\Delta F_i^*\} + \{\Delta p_c\} \quad (4)$$

得られる。ここで、 $[K^*]$ は接触境界等価剛性マトリックス、 $\{\Delta F_i^*\}$ は節点の等価節点外力ベクトルであり、それぞれ次のように表せる。

$$[K^*] = [K_{cc}] - [K_{ic}]^T [K_{ii}]^{-1} [K_{ic}] \quad (5)$$

$$\{\Delta F_i^*\} = -[K_{ic}]^T [K_{ii}]^{-1} \{\Delta F_i\} \quad (6)$$

$$\{\Delta q_i\} = [K_{ii}]^{-1} (\{\Delta F_i\} - [K_{ic}]\{\Delta q_c\}) \quad (7)$$

2.2 接触面の境界条件

接触する面の境界条件は3つに分けられる。それぞれについての節点力増分 Δp と節点変位増分 Δq に関する条件は次のように与えられる。

(a) 開口状態 接触面が自由境界となると、両面の表面力はすべて零、すなわち

$$\Delta p_{ai} = 0, \Delta p_{bi} = 0 \quad (i=x, y, z) \quad (8)$$

ここで、添字 a, b は物体A, Bを表し、 $i=x, y, z$ は局部座標系である。

(b) 一体接触 この場合、表面力及び変位がともに接触面で連続しているので、

$$\Delta p_{ai} + \Delta p_{bi} = 0 \quad (i=x, y, z) \quad (9)$$

$$\Delta q_{ai} = \Delta q_{bi} + \Lambda_i \quad (i=x, y, z) \quad (10)$$

となる。ここで Λ_i は両面間の初期ギャップである。

(c) すべり接触 この場合表面力は接触面で連続しているので、

$$\Delta p_{ai} + \Delta p_{bi} = 0 \quad (i=x, y, z) \quad (11)$$

であるが、変位は面の法線方向でしか連続していないので、

$$\Delta q_{ai} = \Delta q_{bi} + \Lambda_i \quad (i=z) \quad (12)$$

すべり面 ($i=x, y$) の変位の連続条件の代わりに、摩擦力と法線力の関係

$$-\mu \Delta p_{az} + \Delta p_{ai} = 0 \quad (i=x, y) \quad (13)$$

を使用する。ここで μ は摩擦係数である。

これら(a)-(c)の境界条件を接触面の対応する接点ごとの状態に応じて使い分け、前項の増分型仮想仕事原理より導出された接触剛性方程式(4)に代入する。なお、接触状態は当初(a)開口状態であると仮定し、物体のオーバーラップが起きたときに、(b)一体接触状態とし、すべり方向の摩擦力が(13)式の限界を超えたときに(c)すべり接触状態にする。その後、接触面の垂直圧縮応力が負、あるいは、すべり方向摩擦力が(13)式の限界より減少したときは、それぞれ(a)あるいは(b)の状態に戻して解析を行う。

2.3 剛性方程式への境界条件の導入

有限要素法に接触面の境界条件を組み入れる方法についてはすでにいくつかの報告がある^{12),13)}。ここでは接合要素という仮想要素を用いる方法について述べる¹⁴⁾。

上述の接触境界条件式(8)~(13)を次のように、接触面上で対応する節点間（ここでは簡単のために1組の節点の接触を考える）の接合要素の剛性マトリックス方程式として表す。

表1 式(15)の係数の詳細

接触条件	e_x^n					e_y^n					e_z^n					e_{zx}	e_{zy}			
	$n=$	1	2	3	4	5	$n=$	1	2	3	4	5	$n=$	1	2			3	4	5
開口		0	0	1	1	-1		0	0	1	1	-1		0	0	1	1	-1	0	0
一体		-1	1	0	1	-1		-1	1	0	1	-1		-1	1	0	1	-1	0	0
すべり		0	0	1	1	-1		0	0	1	1	-1		-1	1	0	1	-1	$+\mu$	$+\mu$
接触条件	Λ_i			ΔR_i			ΔR_x			ΔR_y			ΔR_z							
開口				Λ_x	Λ_y	Λ_z	Δr_x	Δr_y	Δr_z	Δp_x	Δp_y	Δp_z	Δr_x	Δr_y	Δr_z					
一体				Λ_x	Λ_y	Λ_z	Δr_x	Δr_y	Δr_z	Δp_x	Δp_y	Δp_z	Δr_x	Δr_y	Δr_z					
すべり				Λ_x	Λ_y	Λ_z	Δr_x	Δr_y	Δr_z	Δp_x	Δp_y	Δp_z	Δr_x	Δr_y	Δr_z					

ここで、 $\sum_{\nu}[\]$ は対角方向に 3×3 の部分マトリックスを並べた $3N \times 3N$ のマトリックスである。よって、最終の各接触体の節点変位は式(7)によって得られる。

3. 接触面摩擦係数の評価

接触面摩擦係数を評価するためには、幾つかの問題を解決する必要がある。積層板の表面では通常最大負荷方向に繊維が並べられている。後述の図3の円孔を接触点から周方向にたどるとき、円孔端面の繊維形状は円から楕円になり、90度進んだ位置では繊維を側面から眺める状態になる。積層板であるので、この変化は層ごとに変わる。最初の問題は、一方向強化材単層板の摩擦係数が繊維方向と面のなす角度の関数としてどう表わされるのかということである。さらに、単層板の摩擦係数が求められたとき、これを積層板にどのように適用するのかという問題がある。前者については、筆者ら¹¹⁾の結果について簡単に触れ、後者について詳述する。

3.1 繊維配向と摩擦係数との関係¹¹⁾

CFRP 一方向強化材試験片と相手ピン炭素鋼の乾燥すべり摩擦実験を行い、図2に示す繊維方向と摩擦係数の関係を求めている。

ここで90度は繊維形状が円に見える端面で、0度は繊維が面に平行に並ぶ面である。いずれの角度においても、粗い仕上げ面で摩擦係数は大きくなっている。角度が増すにつれて、摩擦係数はやや下に凸になりながら増加する。摩擦係数の増加する量は滑らかな#2400仕上げ面では小さくなる。

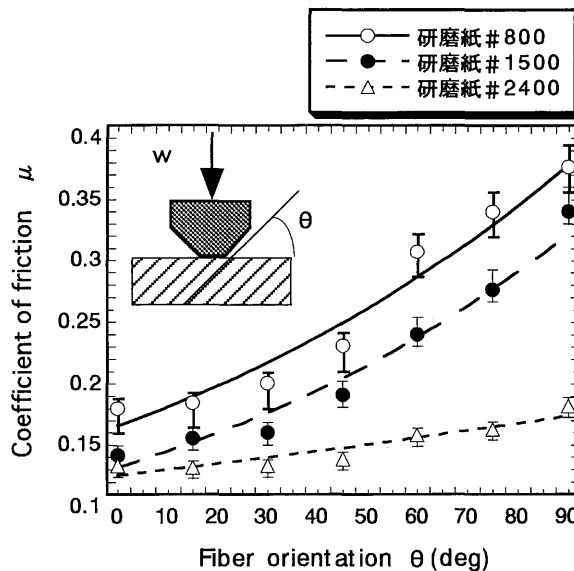


図2 繊維方向と摩擦係数との関係

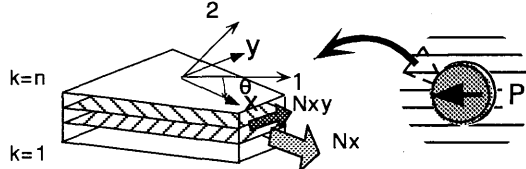


図3 有孔積層板

3.2 積層板端面の摩擦係数

前項より、摩擦係数に繊維方向による異方性があることが示された。ここでは、積層板穴周りの接触面の摩擦係数を求める方法を提案する。まず図3のように各層の繊維方向が任意のn層からなる積層板（ただし上下対称で、接触面の法線方向をxとする）を考える。積層板全体の摩擦係数 μ_c はクーロン摩擦の定義により次のように表せる。

$$\mu_c = \frac{N_{xy}}{N_x} = \frac{\sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) \tau_{xy}^{(k)}}{\sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) \sigma_x^{(k)}} \quad (19)$$

ここで、 N_x と N_{xy} は応力 σ_x と τ_{xy} を板厚にわたって積分した合力である。肩カッコの(k)の厚さ方向の z_{k-1} から z_k に位置するk番目の層を示し、k番目の層が滑っている時、そのせん断応力はクーロン摩擦係数 $\mu^{(k)}$ を使い次のように表せる。

$$\tau_{xy}^{(k)} = \mu^{(k)} \sigma_x^{(k)} \quad (20)$$

また、k番目の層の垂直応力を

$$\sigma_x^{(k)} \cong E_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} \quad (21)$$

と近似する。ここで、 $E_x^{(k)}$ はk番目の層の繊維方向から θ 傾いたxy座標系におけるx方向の縦弾性率で、

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{E_1} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_2} \sin^4 \theta \quad (22)$$

ただし、 $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$ は一方向材の主軸方向での材料定数である。積層理論により各層のひずみ $\varepsilon_x^{(k)}$ は等しいと仮定する。式(19)は式(20), (21)より

$$\mu_c = \frac{\sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) \mu^{(k)} E_x^{(k)}}{\sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) E_x^{(k)}} \quad (23)$$

となる。ここで、 μ_c には単純な加算則が成り立たないことに注意されたい。

積層板の円孔の加工表面仕上げは、研磨紙#800による表面仕上げの状態に近いと考えられる¹¹⁾。図2の研磨紙#800による実験データをもとに積層板 $[0/90]_{2s}$ 及び擬似等方性積層板 $[0/\pm 45/90]_s$ の摩擦係数 $\mu_c(\theta)$ を求め、図4に示している。横座標の角度は最外層の繊維方向と摩擦面のなす角度を意味してい

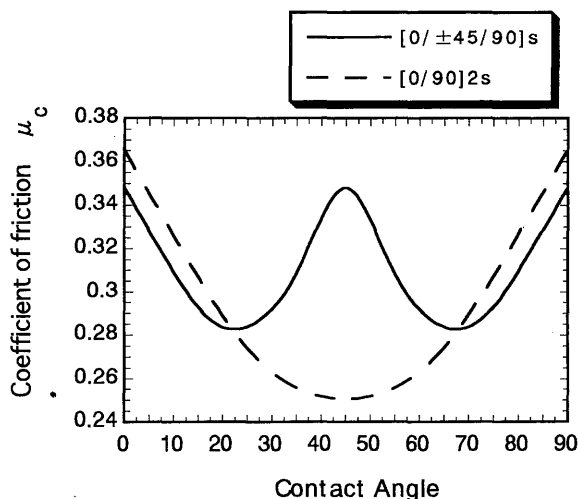


図4 円孔周辺の積層板端面の摩擦係数分布

る。45度を挟み対称になる。積層構成により摩擦係数の違いが見られる。擬似等方性積層板 $[0/\pm 45/90]_s$ では0, 45, 90度の位置で高い摩擦係数が得られる。 $[0/90]_{2s}$ のクロスプライでは0, 90度で高い値が得られる。いずれも、繊維方向の高い剛性とその端面の高い摩擦係数が式(23)から理解できるように相乗的に働いたためである。

4. 有限要素法解析

本研究では、ピンと円孔の間の接触力を考え、CFRP積層板接合部の2次元有限要素法による解析を行う。

4.1 解析モデル

図5は、ダブルラップ接合方式の中間ラップのみを取り出したもので、これを解析モデルとする。表面層の繊維方向は長手方向であり、図中の0°あるいはX方向に対応する。ピンの中心のXY両方向を拘束し、右端にX方向引張等分布負荷 $\sigma_0 = P/Wt$ を加えている。なお、解析対象物の対称性を考慮し、その半分を図6のように分割し、4節点アイソパラメトリック要素を使用した。異方性の材料定数と積層理論を使い、8層の積層板の材料定数を計算する。この結果、 $[0/\pm 45/90]_s$ の場合は等方性のアイソパラメトリック要素による解析となる。ピンの中心節点のOのXY両方向を拘束し、その他、AB上すべての節点はY方向の変位のみ拘束、X方向は自由、境界BCにはX方向に等分布負荷 $\sigma_x = \sigma_0$ を加え、B点を除くY方向は自由、境界CDとDAのCとAを除く節点は両方向とも自由とした。半径OEの円弧EFには2重節点を設けているが、円弧EGのみに接合要素を挿入しており、2.2項の接触条件を適用した。解析に使用したCFRP一方向材(カーボン/エポキシ樹脂系)とピンの材料を表2に示す。

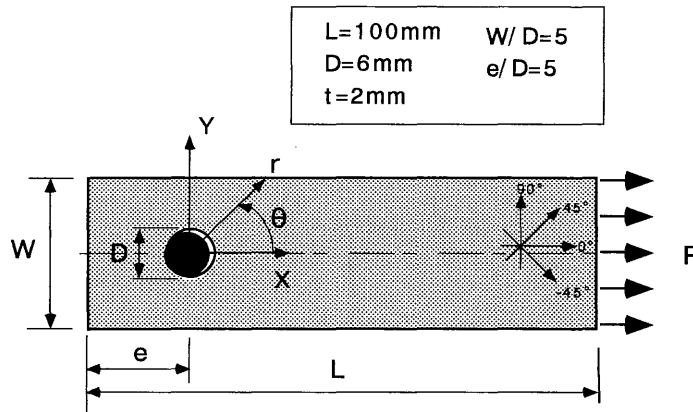


図5 ダブルラップ接合部の諸パラメータ

表2 解析に用いた材料定数

Material	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	E_{12} (GPa)	ν_{12}
CFRP Lamina	142.5	10.5	5.2	0.32
Steel Pin	206	206	-	0.31

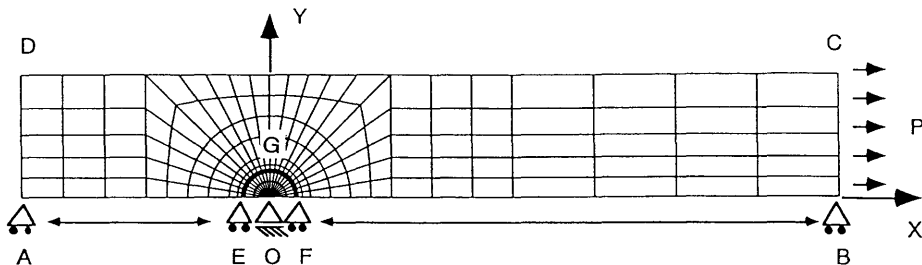


図6 メッシュの分割

4.2 解析結果と検討

摩擦係数及び積層構成が接触応力分布に及ぼす影響を評価するため、積層方向に平均した円孔周りの接触応力、つまり半径方向応力 σ_r 、円周方向応力 σ_θ 及びせん断応力 $\tau_{r\theta}$ を求めた。特に、断らない限り、初期すき間はゼロのものである。なお、応力値は $\sigma_b(\sigma_b = P/Dt)$ で無次元化している。[0/±45/90]_s の接合部の変形の様子を図7に示す。図に示す変形は実際変形量の25倍に拡大している。この結果は $\sigma_b = 50\text{MPa}$ によるもので、図8、9の[0/±45/90]_s の応力状態に対応している。積層板の円孔部分には接合要素が11個、9°間隔に配置されている。最初の接触点Eを1番目とすると、11番目が90度Gの位置になる。1-3番目は一体接触状態、4-8番目はすべり接触状態、9-11番目は開口状態にある。

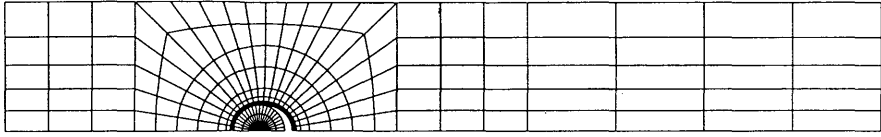


図7 解析結果の一例

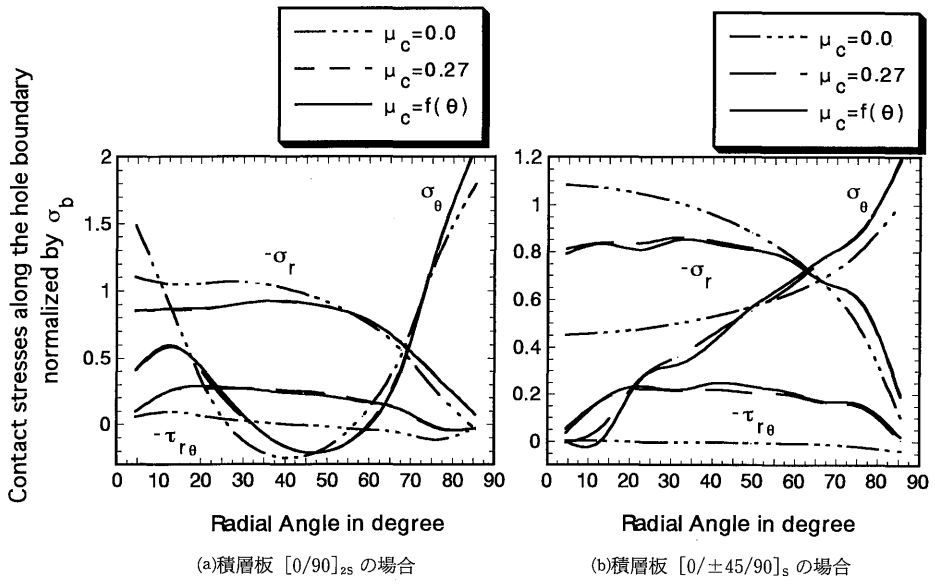


図8 摩擦係数の影響(1)

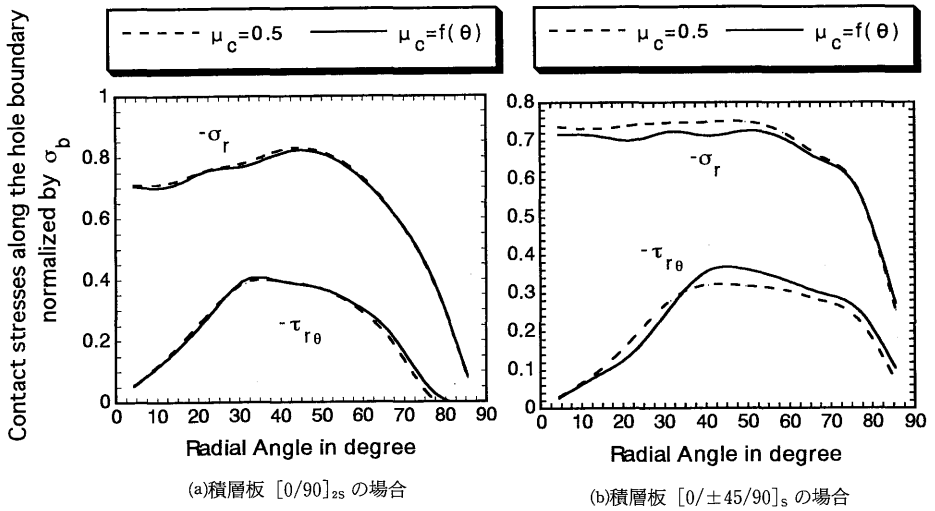


図9 摩擦係数の影響(2)

4.2.1 摩擦の影響

図8に積層板 $[0/90]_{2s}$ 及び $[0/\pm 45/90]_s$ の穴周りの接触応力分布を示す。横軸の角度 θ はピンと積層板の接触中心をゼロにとったものである。摩擦係数 $\mu_c=0$ と $\mu_c=0.27$ の結果を、今回の図4に示した $\mu_c=f(\theta)$ による結果とともに示している。 μ を一定とする方法は従来よく使われてきた。なお、 $\mu_c=0.27$ は図2に示す#800の $\mu(\theta)$ の単純平均にほぼ対応する。まず、 $\mu_c=0$ と他の結果との比較より、摩擦が積層板円孔の接触応力に強い影響を与えることがわかる。特に、 $\theta=20\sim 80^\circ$ の τ_{θ} と $\theta=0\sim 45^\circ$ の σ_θ および σ_r に顕著である。摩擦により、せん断力が発生し、0度位置での周方向応力 σ_θ が著しく緩和される。垂直応力 σ_r の0度位置での緩和は σ_θ の減少に対応したボアソン効果によると説明できる。図8(a)の $[0/90]_{2s}$ の場合、平均的な摩擦係数を一定値として与えても、よい近似の接触応力分布が求められた。これに対し、図8(b)の $[0/\pm 45/90]_s$ の場合、 $\mu_c=0.27$ と $\mu_c=f(\theta)$ の違いによる影響が見られた。

$\mu_c=0.27$ と $\mu_c=f(\theta)$ に対する $[0/90]_{2s}$ と $[0/\pm 45/90]_s$ の結果の違いについては以下のように考えている。ピン継手の円弧部分は、接触の中心部分(今回の円弧の0度位置)、すべりの大きい部分(90度位置)、その中間(45度位置)に大別される。接触中心では、接触面に対する垂直応力は大きい、すべりが少なく、一体接触状態である。つまり、摩擦係数はその限度まで働いてはいない。一方、90度位置では垂直応力がかなり小さく、摩擦係数は限度まで働くが摩擦力自体が小さい。この概念は図8の結果にも現われており、せん断力は0度と90度位置で小さくなり、垂直応力は90度で小さくなっている。これに比べ、45度位置はその中間にあり、垂直応力も小さくはなくすべり量もあり、摩擦によるせん断力が有効に働く領域と期待される。このような変形上の特徴が指摘できる。そこで、45度層がある積層構成、つまり剛性が大きくその端面の摩擦係数が大きい0度層を45度位置に配した $[0/\pm 45/90]_s$ では、摩擦の効果が強調される可能性がある。これが図8(b)に現われるかと思われる。 $[0/90]_{2s}$ では45度位置の剛性が小さく摩擦係数もさほどではないため、45度位置が持っている変形上の特徴があまり顕在化しなかったと思われる。

また、摩擦構造では接触面に比較的滑らかに応力集中を避けてせん断力が分布し、摩擦係数の局所的变化は応力分布にあまり対応せず、全体的な摩擦、つまり平均的な摩擦係数の果たす役割が比較的大きいと予想される。このことは $[0/90]_{2s}$ で $\mu_c=0.27$ と $\mu_c=f(\theta)$ の結果がほぼ等しいこと、 $[0/\pm 45/90]_s$ で差が余り大きくないことを説明していると思われる。

図9はHounbogenらの研究¹⁵⁾データを使用した場合の結果である。ここでは摩擦係数は繊維方向により図2とほぼ同様に線形に変化するが、 $\theta=0^\circ$ で $\mu_c=0.35$ 、 $\theta=90^\circ$ で $\mu_c=0.64$ 、とかなり大きな値となっている。単純平均と今回の式(22)による違いが顕著になってくる。特に、 $[0/\pm 45/90]_s$ の τ_{θ} は $\theta=45^\circ$ 位置で15%ほど違っている。

4.2.2 積層構成の影響

積層構成の影響を比較するため、 $[0/90]_{2s}$ と $[0/\pm 45/90]_s$ の接触応力の分布を図10に示した。摩擦係数は本研究で提案した方法により定義している。 $[0/\pm 45/90]_s$ が全体として荷重を支える傾向を持つものに対し、 $[0/90]_{2s}$ は接触点に近い方で荷重を支える傾向にある。このため $[0/90]_{2s}$ の45度以下の σ_r と

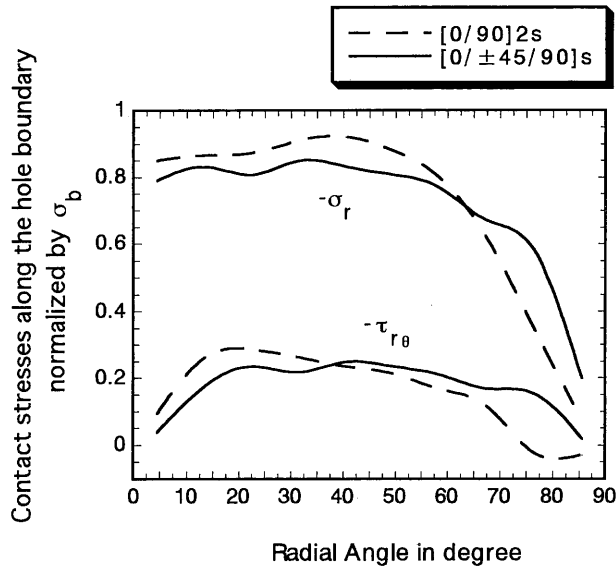


図10 2種積層構成の比較

これに対応する $\tau_{r\theta}$ が $[0/\pm 45/90]_s$ より大きくなっている。さらに $[0/90]_{2s}$ の 45 度以上での σ_r と $\tau_{r\theta}$ が小さいため、荷重は主に σ_θ で支えられ σ_θ が大きな値を示していることが図 8 よりわかる。

5. 結 論

有限要素法と積層理論を用い、CFRP 積層板ピン継手による接合部における 2 次元接触応力の解析を行った。複合材料の摩擦係数の異方性を取り入れた接触解析方法を提案し、摩擦係数及び積層構成が円孔付近の接触応力分布に与える影響を調べた。その結果以下のような知見が得られた。

1. 積層板の摩擦係数は各層の単純平均ではなく、接触面に垂直な方向の縦弾性率の重みを付けた平均値で表せる。
2. この結果、摩擦係数は、ピン継手問題の場合、積層板円孔における位置の関数として定義され、積層構成により摩擦係数分布は異なる。
3. 擬似等方性 $[0/\pm 45/90]_s$ 積層板では、従来の単純和の結果と大差ない 2 次元応力分布が得られる。摩擦係数のレベルが大きい問題では差が顕著になってくる。

参 考 文 献

- 1) Chang, F. K., Scott, R. A. and Springer, G. S., Strength of mechanically fastened composite joint, *J. Comp. Mat.*, 16 (1982), 470-494.
- 2) 吉野利男, 松浦 理, FRP 斜交積層ピン締結部の応力および破壊に関する研究, 機論 A, 54-504 (昭 63-8), 1603~1609.

- 3) 濱田泰以, 前川善一郎, 田村徹也, FRP 機能継手の強度予測, 機論 A, 56-523(1990-3), 446-452.
- 4) Yamada, S. H. and Sun, C. T., Analysis of laminate strength and its distribution, *J/Comp. Mat.*, 12 (1978), 275-284.
- 5) de Jong, Th., Stresses Around Pin-Loaded Holes in Elastically Orthotropic or Isotropic Plates, *J. Comp. Mat.*, 11 (1977), 313-331.
- 6) Hyer, M. W., Klang, E. C. and Cooper, D. E., The effects of pin elasticity, clearance and friction on the stresses in a pin-loaded orthotropic plate, *J. Comp. Mat.*, 21 (1987), 190-206.
- 7) Wilkinson, T. L., Rowlands, R. E. and Cook, R. D., An incremental finite element determination of stresses around a loaded hole in wood plate, *Comput. Struct.*, 14 (1981), 123-128.
- 8) Eriksson, L. I., Contact stresses in bolted joints of composite laminates, *Comp. Struct.*, 6 (1986), 57-75.
- 9) Yogeswaren, E. K. and Reddy, J. N., A study of contact stresses in pin-loaded orthotropic plates, *Comput. Struct.*, 30 (1988), 1067-77.
- 10) Chen, W. H., Lee, S. S. and Yeh, J. T., Three-dimensional contact stress analysis of a composite laminate with bolted joint, *Comp. Struct.*, 30 (1995), 287-297.
- 11) 肖毅, 松原監壯, 汪文学, 高雄善裕, CFRP 積層板端面の摩擦係数について (投稿中)
- 12) 山田嘉昭, 江沢良孝, 接合要素とその有限要素解析における応用, 生産研究, 31-6 (1979-6), 519-524.
- 13) 鳥 紀夫, 山地成一. 接触問題の有限要素解析法に関する研究, 機論, 76-651(1973-3), 348-358.
- 14) Okamoto, N. and Nakazawa, M., Finite element incremental contact analysis with various frictional conditions, *Int. J. Numer. Methods. Eng.*, 21 (1979), 337-357.
- 15) Hornbogen, E., Friction and wear of polymer composites (ed. by Friedrich, K.), *Composite Materials Series Vol. 1*, Elsevier, pp61-88.

(平成8年10月30日受理)