

複数浮体に働く波浪による定常流体力の高精度数値 計算法

柏木, 正
九州大学応用力学研究所 : 助教授

<https://doi.org/10.15017/4743996>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 78, pp.83-98, 1995-10. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



複数浮体に働く波浪による定常流体力の高精度数値計算法

柏 木 正*

概 要

大型浮体式構造物を浮力で支持している多数の三次元任意形状物体に働く相互干渉流体力を高精度に計算できる方法について述べている。計算法の特徴は、Lagrange 要素を用いた高次境界要素法の採用と、流場全体を表す diffraction ポテンシャルに関する積分方程式の導入にある。物体表面上の速度ポテンシャルの微分値や波面変位が簡便にかつ精度良く求まるので、波浪による2次の定常流体力も各要素浮体ごとに正確に計算することができる。適用例として、20個の要素浮体から成る構造物に働く流体力を計算し、その流体力学的相互干渉の特徴などについて考察している。

Key words: Wave drift force, Multiple bodies, Hydrodynamic interaction

1. 緒 言

多数の要素支持浮体から構成される大型の浮体式構造物は、海上空港や洋上都市構想を実現するためのアイデアの一つである。しかし要素浮体数が多くなればなるほど浮体間の流体力学的相互干渉は複雑となるため、大型浮体構造物に対する信頼性を高めるには、要素浮体間の相互干渉による波浪中での局所強度や弾性応答の推定に十分な精度を確保することが必要である。例えば浮体構造物全体に働く流体力は小さい場合でも、相互干渉による同調によって各要素浮体には非常に大きな流体力が働いていることもあり得る。

このような流体力学的相互干渉は、三次元境界要素法などの直接解法を浮体全体に対して適用すれば求められるが、それは浮体の数が少ない場合に限られる。そこで、要素浮体の流体力特性だけを用いて複数浮体の相互干渉問題を解く方法がいろいろと研究されてきた。Multiple scattering の考え方による大楠の方法¹⁾、大楠の方法にマトリックス法を組み合わせた影本&Yueの方法²⁾、さらに影本らの考え方を三次元特異点分布法に適用した具&吉田の方法³⁾などが代表例として挙げられる。現在、三次元任意形状物体に対しては具らの方法が最も一般的な計算プログラムとして使用されている⁴⁾⁵⁾と思われる。しかし具らの特異点分布法では、積分方程式を解いて特異点強さを決定した後、物体表面での圧力（等価的に速度ポテンシャル）を計算するために、もう一度グリーン関数を含んだ物体表面上での積分が必要で

*九州大学助教授 応用力学研究所

ある。また線形の波強制力だけでなく、2次の定常流体力である波漂流力を各要素浮体に対して計算するためには、物体表面上での速度ポテンシャルの微分値と波面変位を精度良く計算する必要があるが、分割された物体表面上の平面パネル内で特異点強さが一定であると仮定する方法では十分な精度の確保は難しいと思われる。

複数浮体に働く波漂流力の研究は、最近高木ら⁶⁾⁷⁾によって行われているが、運動量保存則に基づく丸尾の公式⁸⁾によって計算されているため、個々の要素浮体に働く波漂流力は求められていない。

そこで本研究では、要素浮体の流体力特性を求める方法として、物体表面上での速度ポテンシャルを未知数とする境界要素法（直接法）を用いている。この方法で波の散乱問題を解く場合には、入射波の速度ポテンシャルと散乱波の速度ポテンシャルの和である流場全体の速度ポテンシャル（これを本論文では diffraction ポテンシャルと呼ぶ）を未知数とすることができ、しかも積分方程式の右辺は入射波の速度ポテンシャルそのものとなるので、特異点分布のように法線微分を計算する必要がない。すなわち積分方程式の離散化、流体力の計算における手順が簡単となり、精度の向上も期待できる。

また本研究では境界要素法の解法として、物体表面上の分割パネルおよびそのパネル上での速度ポテンシャルの分布を厳密な2次関数で近似する Lagrange 要素を用いた高次境界要素法を採用している。この方法では、物体表面上での速度ポテンシャルの分布やその微分値が精度良く容易に求められるので、2次の流体力である波漂流力も各要素浮体ごとに精度良く計算することができる。

以上のような解法上の利点を数値的に示すために、本論文では波の散乱問題に限定していくつかの計算例を示している。また計算例に基づき浮体間の流体力学的相互干渉についても考察を行っているので、それらを以下に報告する。

2. 理論計算法

流体は非圧縮性、非粘性とし、流体の運動は非回転であると仮定する。静止水面上に座標系 $O-xyz$ の x 軸と y 軸を取り、 z 軸は鉛直下向きを正、水深は $z=h$ で一定であるとする。また構造物を構成する要素浮体は全て空間的に固定されているとして波の散乱 (diffraction) 問題のみを考え、入射波の振幅は微小であると仮定する。

2.1 要素浮体の流体力特性の計算法

上記の仮定のもとに速度ポテンシャルを次のように表す。

$$\Phi(x, y, z; t) = \text{Re} \left[\frac{ga}{i\omega} (\phi_I + \phi_S) e^{i\omega t} \right] \equiv \text{Re} \left[\frac{ga}{i\omega} \phi_D e^{i\omega t} \right] \quad (1)$$

ただし

$$\phi_I = \frac{\cosh k_0(z-h)}{\cosh k_0 h} \exp \left\{ -ik_0(x \cos \beta + y \sin \beta) \right\} \quad (2)$$

$$k_0 \tanh k_0 h = \frac{\omega^2}{g} \equiv K \quad (3)$$

ここで ϕ_I は入射波の速度ポテンシャルであり、 g , a , ω はそれぞれ重力加速度、入射波振幅、円周波数

を表す。また β は 0 deg. が x 軸の正方向に伝播する場合と定義した入射角, k_0 は(3)式を満たす波数である。一方, ϕ_s は scattering ポテンシャル, $\phi_D = \phi_I + \phi_s$ は diffraction ポテンシャルである。これらは三次元ラプラス方程式を満たし, また境界面上では以下のように自由表面条件式 $[F]$, 水底条件式 $[B]$, 物体表面条件式 $[H]$ を満足する。

$$[F] \quad \frac{\partial \phi_D}{\partial z} + K \phi_D = 0 \quad \text{on } z=0 \quad (4)$$

$$[B] \quad \frac{\partial \phi_D}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z=h \quad (5)$$

$$[H] \quad \frac{\partial \phi_D}{\partial n} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (6)$$

ただし ϕ_D は ϕ_I を含んでいるので, 遠方場でのいわゆる放射条件 $[R]$ は満足していない。

ϕ_I は $[F]$, $[B]$ を満足しており, また ϕ_s はさらに $[R]$ を満足しているということに注意すれば, グリーンの公式によって次式を得ることができる。

$$C \phi_D(P) + \iint_{S_H} \phi_D(Q) \frac{\partial}{\partial n_Q} G(P; Q) dS = \phi_I(P) \quad (7)$$

ここで $P=(x, y, z)$ は流体内の点, $Q=(x', y', z')$ は物体表面 (S_H) 上の積分点を表す。 C は solid angle と呼ばれるもので, P 点が流体内にある時は 1.0, 境界面上にある時は境界面形状だけによって決まる値を取る。また $\partial/\partial n_Q$ は法線微分を表し, 法線は物体表面から流体方向を正としている。

(7)式の $G(P; Q)$ は $[F]$, $[B]$, $[R]$ を満足するグリーン関数である。これについてはいろいろな表示式が知られているが, ここでは次式を示しておく。

$$G(P; Q) = \frac{i}{2} C_0 Z_0(z) Z_0(z') H_0^{(2)}(k_0 R) - \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} C_m Z_m(z) Z_m(z') K_0(k_m R) \quad (8)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} C_0 &= \frac{k_0^2}{h(k_0^2 - K^2) + K}, \quad C_m = \frac{k_m^2}{h(k_m^2 + K^2) - K} \\ Z_0(z) &= \frac{\cosh k_0(z-h)}{\cosh k_0 h}, \quad Z_m(z) = \frac{\cos k_m(z-h)}{\cos k_m h} \\ k_m \tan k_m h &= -K \quad (m=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(8)式の $H^{(2)}(k_0 R)$, $K_0(k_m R)$ はそれぞれ第 2 種のハンケル関数, 変形ベッセル関数であり, R は $x+iy = r \exp(i\theta)$, $x'+iy' = r' \exp(i\theta')$ の記号を用いると

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta')} \quad (10)$$

として与えられる。

(7)式は右辺が既知であるから物体表面上の diffraction ポテンシャル ϕ_D に関する積分方程式である。これを解く方法としては, 物体表面をいくつかの平面パネルに分割し, そのパネル上で未知数を一定値と仮定する 0 次元要素の手法がよく用いられるが, 本論文ではより高い精度が期待できる高次境界要素法を採用する。

まず物体表面をいくつかの湾曲したパネルに分割し, Fig. 1 に示すように形状関数 $N_k(\xi, \eta)$ を使って

実空間座標を (ξ, η) 座標系に写像する。すなわち

$$\{x, y, z\}^T = \sum_{k=1}^M N_k(\xi, \eta) \{x_k, y_k, z_k\}^T \quad (11)$$

ここで $\{\dots\}^T$ は転置行列を表し, (x_k, y_k, z_k) はパネル内の k 番節点の実空間座標である。 M の値は厳密な 2 次関数で近似する Lagrange 要素⁹⁾ の場合, 四角形要素では 9, 三角形要素では 7 である。形状関数の具体的な形は, 例えば四角形要素では次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} N_k &= \frac{1}{4} \xi(\xi + \xi_k) \eta(\eta + \eta_k) & \text{for } k=1 \sim 4 \\ N_5 &= \frac{1}{2} \eta(\eta - 1)(1 - \xi^2) & N_6 = \frac{1}{2} \xi(\xi + 1)(1 - \eta^2) \\ N_7 &= \frac{1}{2} \eta(\eta + 1)(1 - \xi^2) & N_8 = \frac{1}{2} \xi(\xi - 1)(1 - \eta^2) \\ N_9 &= (1 - \xi^2)(1 - \eta^2) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

未知関数である速度ポテンシャルも同じ形状関数を使って j 番目のパネル上で

$$\phi_j(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^M N_k(\xi, \eta) \phi_{jk} \quad (13)$$

と近似する。すなわち $\phi_{jk} (k=1 \sim M)$ が j 番目パネルを構成する k 番節点での未知数である。これらを(7)式に代入して離散化すると次式のように表すことができる。

$$C_i \phi_i + \sum_{\ell=1}^{NT} [D_{i\ell}] \phi_\ell = \phi_i(P_i) \quad (i=1 \sim NT) \quad (14)$$

ただし

$$D_{i\ell} = \iint_{-1}^1 N_k(\xi, \eta) \frac{\partial G(P_i; Q)}{\partial n_Q} |J(\xi, \eta)| d\xi d\eta \quad (15)$$

ここで NT は物体表面上の節点の総数であり, ℓ はパネル番号 j とパネル内節点番号 k から生成される全体節点番号 $\ell(j, k)$ である。したがって(14)式は $NT \times NT$ の大きさをもった連立方程式であるから, 適当な数値解法を用いれば $\phi_\ell (\ell=1 \sim NT)$ が求められる。

影響関数 $D_{i\ell}$ の計算に現れている $|J(\xi, \eta)|$ は座標変換に伴うヤコビアンである。 P 点と Q 点が近い場合の $D_{i\ell}$ の計算には特異積分が含まれるので注意が必要である。本論文では, 考えているパネル内の節点に P 点がある場合, (ξ, η) 直交座標系を P 点に原点をもつ極座標系に変換した後, 16 点以上の選点をもつ二次元ガウス積分法による数値積分によって処理している。

Solid angle C_i の値は通常は $1/2$ としてよいが, 高次境界要素法では境界面上での法線速度が全て 0

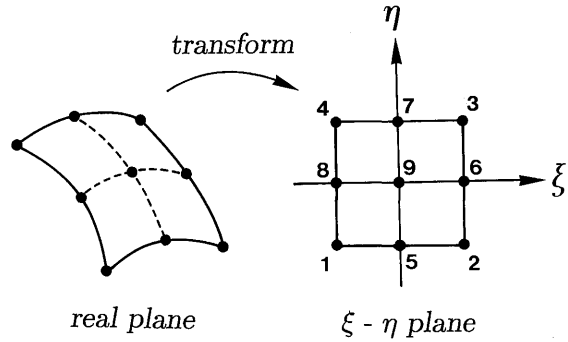


Fig. 1 9-point Lagrangian element

の時の等ポテンシャル条件から求めることが一般的である⁹⁾ので、本論文でも物体表面上の等ポテンシャル条件によって数値的に求めている。

(15)式の計算を高速に行うためには有限水深でのグリーン関数の法線微分が精度良く高速に行われることが必要である。これについては、既に計算法の確立されている無限水深でのグリーン関数¹⁰⁾¹¹⁾とそれほど大差ない計算時間で計算可能な方法が瀬戸¹²⁾¹³⁾によって示されている。本論文の計算でも瀬戸の方法を具体的にプログラミングし、精度良く高速に計算できることを確認した後、サブルーチンとして用いている。

2.2 流体力の計算法

(14)式を解くことによって各節点での速度ポテンシャルの値が確定すれば、それは流場全体を表す diffraction ポテンシャルそのものであるから、 i 方向に働く波強制力 E_i は次式によって直ちに計算することができる。

$$\begin{aligned} E_i &= \rho g a \iint_{S_H} \phi_D n_i dS \\ &= \rho g a \sum_{j=1}^{NP} \sum_{k=1}^M \left[\iint_{-1}^1 N_k(\xi, \eta) n_i |J(\xi, \eta)| d\xi d\eta \right] \phi_{D, \ell(j, k)} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで法線ベクトル n_i は(11)式から求めることができ、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{A \times B}{|J(\xi, \eta)|}, \quad |J(\xi, \eta)| = |A \times B| \\ A &= \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}, \frac{\partial y}{\partial \xi}, \frac{\partial z}{\partial \xi} \right), \quad B = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}, \frac{\partial y}{\partial \eta}, \frac{\partial z}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

次に波振幅 a に関して 2 次の流体力である波漂流力およびモーメントについて考えよう。これについては運動量保存則、エネルギー保存則を適用することによって導かれる丸尾の公式⁹⁾ (z 軸まわりのモーメントに関しては Newman¹⁴⁾ によって示された公式) による計算法が知られている。最近行われた高木ら⁶⁾⁷⁾ による複数浮体に働く波漂流力の計算も丸尾の公式に基づいている。丸尾, Newman によって示された計算式は無限水深の場合に対するものであるが、それを有限水深の場合に拡張することは比較的容易であり、結果は次のように表すことができる。

$$\overline{F}_x = \frac{\rho g a^2}{8\pi} C_h \int_0^{2\pi} |H(k_0, \theta)|^2 (\cos \beta - \cos \theta) d\theta \quad (18)$$

$$\overline{F}_y = \frac{\rho g a^2}{8\pi} C_h \int_0^{2\pi} |H(k_0, \theta)|^2 (\sin \beta - \sin \theta) d\theta \quad (19)$$

$$\overline{M}_z = \frac{\rho g a^2}{2} \left\{ \frac{1}{4\pi} C_h \text{Im} \int_0^{2\pi} H'(k_0, \theta) H^*(k_0, \theta) d\theta + \frac{1}{K} \text{Re}[H'(k_0, \beta)] \right\} \quad (20)$$

ただし

$$C_h = \frac{k_0}{K} \frac{k_0^2}{h(k_0^2 - K^2) + K} \quad (21)$$

ここで $H(k_0, \theta)$ は有限水深の場合のコチン関数である。これは(7)式において scattering ポテンシャル ϕ_s の無限遠での漸近形を考えることによって定義され、次式で与えられる。

$$H(k_0, \theta) = - \iint_{S_H} \phi_D \frac{\partial}{\partial n} Z_0(z) e^{ik_0(x \cos \theta + y \sin \theta)} dS \quad (22)$$

また(20)式の $H'(k_0, \theta)$ は(22)式の θ に関する微分値, $H^*(k_0, \theta)$ は(22)式の複素共役を表しており, Re, Im はそれぞれ表示式の実数部, 虚数部を取ることを意味する。

(22)式の数値計算はLagrange要素を用いれば(16)式と同様な形で行うことができるので, 線形流体力と同程度の精度が期待できる。しかしながら(18)~(20)式の計算では構造物全体に働く波漂流力が求まるだけであり, 構造物を構成する各要素浮体に働く力を別々に計算することはできない。それを可能にするためには物体表面上での圧力積分を行えばよく, 波振幅に関して2次の定常成分を抽出すると次式が得られる。

$$\overline{F} = \frac{\rho g a^2}{4} \left\{ \frac{1}{K} \iint_{S_H} |\nabla \phi_D|^2 n dS - \int_{C_H} |\phi_D|^2 N d\ell \right\} \quad (23)$$

ただし C_H は物体表面と自由表面との交線に沿った線積分路を表し, $N = n / \sqrt{1 - n_3^2}$ である。

(23)式の右辺第2項は物体表面上での波の盛上がり (run-up) による寄与を表しており, 水平面内の流体力成分では支配的な項である。一方, 右辺第1項は流速の2乗に比例しており, 第2項とは符号が反対である。(23)式を用いれば(18)~(20)式の3成分だけでなく, z 軸方向の定常流体力 $\overline{F}_z$ や x 軸および y 軸まわりの定常モーメントも計算することができる。

(23)式の計算を多数の浮体に対して行うためには, S_H 上での速度ポテンシャルの微分値, 並びに C_H 上での速度ポテンシャルの値が簡便に精度良く計算できることが要求される。これは高次境界要素法を用いるならば簡単である。例えば, 速度ポテンシャルの微分値は(6)式の $[H]$ を考慮すれば,

$$\nabla \phi_D = \frac{1}{|J(\xi, \eta)|} \left(\frac{\partial \phi_D}{\partial \xi} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi_D}{\partial \eta} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \xi} \right) \times \mathbf{n} \quad (24)$$

で計算できる。ただし $\mathbf{r}$ は(11)式で与えられる実空間での座標ベクトルであり, ヤコビアン $|J(\xi, \eta)|$ および $\mathbf{n}$ は(17)式で計算される。すなわち(24)式に含まれている ξ, η に関する微分は全て形状関数 $N_k(\xi, \eta)$ に対して行われるが, それは(12)式から解析的に求めることができる。

2.3 浮体間の流体力学的相互干渉の計算法

要素浮体の流体力特性が求まれば, それを基にして浮体間の相互干渉影響を考慮する方法は, 影本&Yueの方法²⁾と基本的に同じである。しかしながら本論文では(7)式を基本の積分方程式として用いているので, それに関連した相違点を中心に概略を以下に示す。

N 個の浮体群を考えることにし, Fig. 2 に示すように, 各浮体に固定した座標系 (x_j, y_j, z_j) ($j=1 \sim N$) を考える。浮体 j の散乱特性を求めるには浮体 j に入射してくる波として(2)式で表される外方からの入射波だけでなく, 他の浮体からの反射波も考える必要がある。それらを浮体 j に固定した円筒座標系で表せば

$$\phi_j = \left(\{a_j\}^T + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N \{A_i\}^T [T_{ij}] \right) \left\{ \phi_i(r_j, \theta_j, z_j) \right\} \quad (25)$$

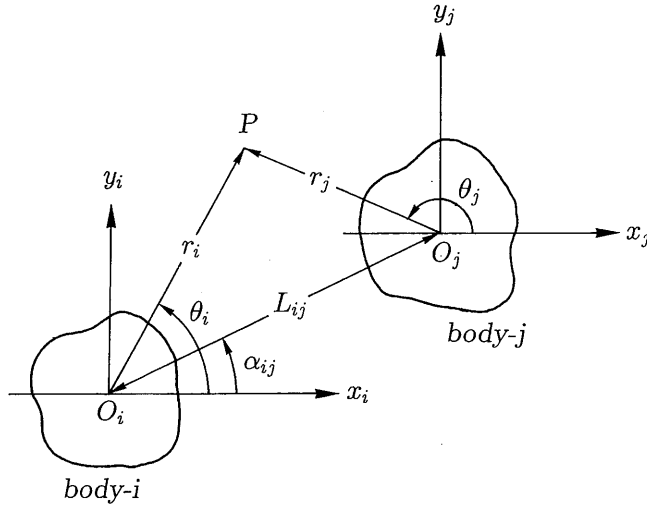


Fig. 2 Definition of symbols and coordinate system in the multiple scattering problem

となる。ここで $\{\phi(r_j, \theta_j, z)\}$ は進行波および局所波の級数表示式における成分波

$$\left. \begin{aligned} & Z_0(z) J_\ell(k_0 r_j) \exp(i\ell\theta_j) \quad (\ell=0, \pm 1, \dots) \\ & Z_m(z) I_\ell(k_m r_j) \exp(i\ell\theta_j) \quad (m=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

を要素とするベクトルである。 J_ℓ , I_ℓ はそれぞれ第1種のベッセル関数, 変形ベッセル関数を表す。

(26)式の各成分波は自由表面条件 $[F]$, 水底条件 $[B]$ を満足しているので“一般化された”入射波と考えることができ, 全て積分方程式(7)の右辺として代入することができる。すなわち“一般化された”入射波成分に対する diffraction ポテンシャルは, (26)式の各項を連立方程式(14)の右辺に必要な数だけ並べておいて解けば直ちに求められることになり, 具ら³⁾の特異点分布法のように法線微分を計算する必要がない。また連立方程式の解が各入射波成分を含んだ diffraction ポテンシャルそのものであるから, 特異点分布法のように scattering ポテンシャルを求めるために物体表面上での積分を行ったり, 入射波成分を加え合わせたりする必要もない。

(25)式の $\{a_j\}^T$ は(2)式を円筒座標系で表した時の係数で既知, また $[T_{ij}]$ は浮体 i による散乱波を浮体 j の座標系で表した時の座標変換マトリックスであり, これも既知である。一方, $\{A_j\}^T$ は, 浮体 j による scattering ポテンシャルを

$$\begin{aligned} \phi_s^j &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_{0n}^j \{Z_0(z) H_n^{(2)}(k_0 r_j) e^{-in\theta_j}\} + \sum_{m=1}^{\infty} A_{mn}^j \{Z_m(z) K_n(k_m r_j) e^{-in\theta_j}\}] \\ &\equiv \{A_j\}^T \{\phi_s(r_j, \theta_j, z)\} \end{aligned} \quad (27)$$

と表した時の未知数 A_{0n}^j , A_{mn}^j を要素とする未定係数ベクトルである。

(26)式の“一般化された”入射波の各成分に対応する diffraction ポテンシャルを ϕ_b^j , scattering ポテンシャルを ϕ_s^j と表すことにすると, (7)式で $C=1$ とおいた式から ϕ_s^j は

$$\begin{aligned}\phi_s^j(P) &= - \iint_{S_H} \phi_b^j(Q) \frac{\partial}{\partial n_Q} G(P; Q) dS \\ &= [B_j]^T \{ \phi_s^j(r_j, \theta_j, z) \}\end{aligned}\quad (28)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} B_{0n}^j &= -\frac{i}{2} C_0 \iint_{S_H} \phi_b^j \frac{\partial}{\partial n} Z_0(z) J_n(k_0 r_j) e^{in\theta_j} dS \\ B_{mn}^j &= \frac{1}{\pi} C_m \iint_{S_H} \phi_b^j \frac{\partial}{\partial n} Z_m(z) I_n(k_m r_j) e^{in\theta_j} dS \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

と計算することができる。これを全ての入射波成分に対して求めていけば浮体 j の散乱特性を表す転置マトリックス $[B_j]^T$ が得られ、(25)式から全体の scattering ポテンシャルは

$$\phi_s^j = \left(\{a_j\}^T + \sum_{i=1, i \neq j}^N \{A_i\}^T [T_{ij}] \right) [B_j]^T \{ \phi_s^j(r_j, \theta_j, z) \} \quad (30)$$

となる。これは実は(27)式に等しくなければならないから、結局 $\{A_j\}$ に関する方程式として次式が得られることになる。

$$\{A_j\} - [B_j] \sum_{i=1, i \neq j}^N [T_{ij}]^T \{A_i\} = [B_j] \{a_j\} \quad j=1 \sim N \quad (31)$$

(31)式によって係数ベクトル $\{A_j\}$ が決定されると、“一般化された”入射波成分 $\{\phi_b^j(r_j, \theta_j, z)\}$ に対する diffraction ポテンシャルの各成分 $\{\phi_b^j(r_j, \theta_j, z)\}$ は連立方程式(14)式の解として既に求まっているので、(25)式から

$$\phi_b^j = \left(\{a_j\}^T + \sum_{i=1, i \neq j}^N \{A_i\}^T [T_{ij}] \right) \{ \phi_b^j(r_j, \theta_j, z) \} \quad (32)$$

として求められる。これを(16)式に代入することによって波強制力が、また(23)式に代入することによって2次の定常流体力が計算できることになる。

3. 計算結果と考察

3.1 波漂流力の計算における精度

Lagrange 要素を用いた高次境界要素法による計算精度の高さを確認するために、2次の定常流体力である波漂流力、モーメントを圧力積分による(23)式と、運動量保存則に基づく(18)～(20)式の両方によって計算し、結果を比較した。計算は、長さとの比 (L/B) が4.0の単一の半没回転楕円体に対し、水深と喫水の比 (h/d) が3.0の場合について実施した。

計算結果のうち、値が比較的小さく精度の保持が難しいと思われる x 軸方向の漂流力 $(\bar{F}_x)$ 、 z 軸まわりの漂流モーメント $(\bar{M}_z)$ をそれぞれ Fig. 3, Fig. 4 に示している。

これらは半没回転楕円体の1/4部分を6パネル(x 軸方向に3× z 軸方向に2)で近似した時の結果であるが、圧力積分による(23)式の結果と運動量保存則に基づく(18)、(20)式の結果はほぼ完全に一致している。具体的には $KL/2=2.0$ での両者の誤差は、 $\bar{F}_x$ で0.3%以下、 $\bar{M}_z$ でも0.5%以下に収まっていた。パネル数を増やせばもちろん精度はさらに良くなるが、実際には Fig. 3, 4 に示した6パネルの結果で十分で

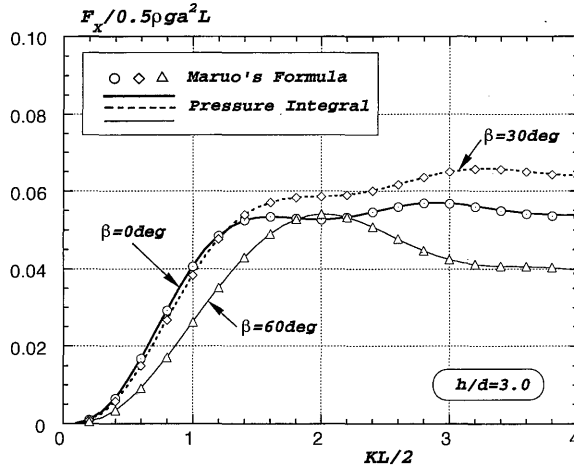


Fig. 3 Drift force in the x -axis of a half-immersed prolate spheroid of $L/B = 4$. Six panels over a quadrant are used.

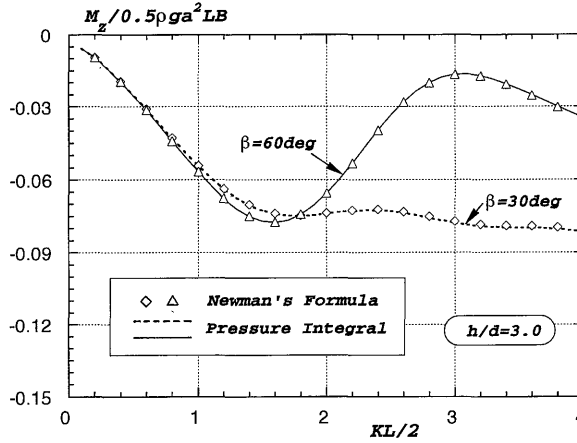


Fig. 4 Drift moment about the z -axis of a half-immersed prolate spheroid of $L/B = 4$. Six panels over a quadrant are used.

あると言えよう。

3.2 4個の半没球に働く流体力

以上のように高次境界要素法を用いれば、圧力積分による2次の定常流体力でさえも比較的小さいパネル数で十分な精度が得られることがわかった。

そこで次に浮体間の相互干渉影響を見るために、Fig. 5 に示すような配置の 4 個の半没球に対して圧力積分による流体力の計算を行った。4 個の浮体群については浮体全体に境界要素法を直接適用することも可能であるので、その結果と 2.3 節で示した相互干渉理論による結果を比較することによって計算プログラムのチェックを行った。

Fig. 6, Fig. 7 はそれぞれ x 軸の正方向への入射波 ($\beta=0^\circ$) がある場合の surge, heave の波強制力の振幅を無次元値で示している。水深と喫水の比は $h/d=3.0$ であり、無次元化に用いている A_w は単体の水線面積 ($=\pi D^2/4$)、 N は “Total Force” を計算する時の浮体の個数 (ここでは $N=4$) である。

まず、4 個の半没球全体に働く力の計算値である太い実線が境界要素法を浮体全体に適用した結果とほぼ完璧に一致していることから計算プログラムの妥当性が確認できる。また波上側の浮体 (No. 2)、波下側の浮体 (No. 1) に働く流体力を単一の半没球の結果 (点線) と比較してみると、波上側の浮体の方が周波数に対する変動が大きく、波下側浮体に働く波強制力は単体の場合よりも全般的に小さくなっていることがわかる。これは波上側浮体によって入射波が反射されるために、波下側では波振幅が減衰しているためであろう。

Fig. 8, Fig. 9 は同じ計算条件下での x 軸方向への波漂流力 $\bar{F}_x$ 、 z 軸方向 (鉛直下向き) への定常流体力 $\bar{F}_z$ を示している。 $\bar{F}_z$ は wall-sided の場合には (23) 式の右辺第 2 項が 0 となるので必ず正の値 (定常沈下力) である。相互干渉理論と圧力積分によって計算した浮体全体に働く漂流力 $\bar{F}_x$ の値は、境界要素法による直接計算からコチン関数を求め、(18) 式に代入して計算した値とほぼ完全に一致している。このことから、複数浮体に働く 2 次の定常流体力の場合にも本論文の計算法によって高い計

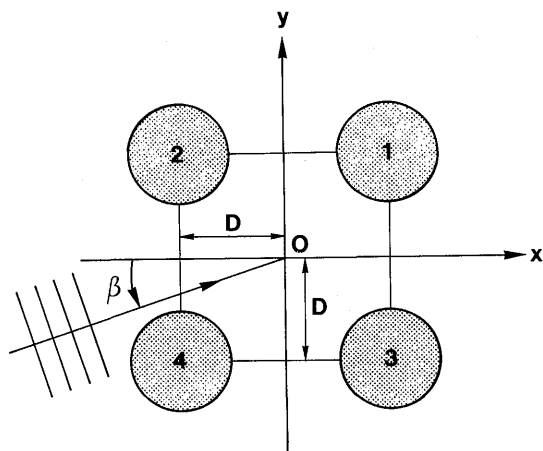


Fig. 5 Arrangement of 4 half-immersed spheroids

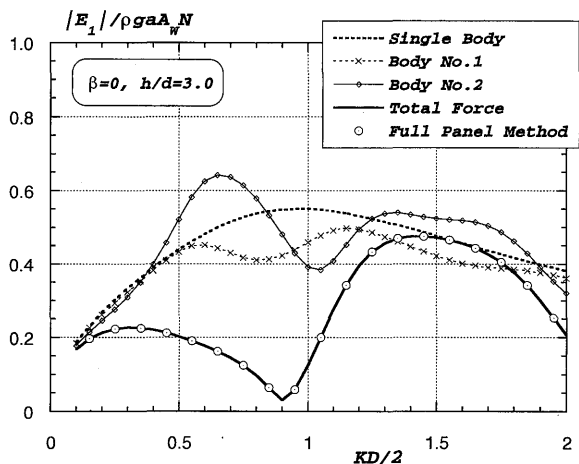


Fig. 6 Surge exciting force on a structure supported by 4 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

算精度が達成されていることがわかる。

各浮体に働く定常流体力について見ると、 $\bar{F}_x$ については波上側浮体 (No. 2) の方が相互干渉によって変動が大きい。一方 $\bar{F}_z$ については、攪乱流れによる流速が波上側浮体近傍の方が大きいためそこで圧力が下がり、波上側浮体に働く定常沈下力は常に波下側浮体よりも大きくなっている。これは定常トリムモーメントの原因となるので注意が必要である。

定常流体力に対する入射角の影響を見るために、 $\beta=45^\circ$ の時の $\bar{F}_x$ 、 $\bar{F}_z$ をそれぞれ Fig. 10, Fig. 11 に示す。まず Fig. 10 を見ると、浮体全体に働く x 軸方向の漂流力は、無次元値で単一浮体に働く漂流力とそれほど変わらないことがわかる。(もちろん $\beta=45^\circ$ の場合にも “Total Force” は運動量保存則に基づく (18) 式によって計算した値と完全に一致している。) しかしながら、個々の浮体に働く漂流力は $KD/2=1.75$ 付近で大きくなっており、波上側浮体と波下側浮体では力の働く方向が反対である。すなわち、この付近では “足開き” の力が大きくなっていると考えられる。

Fig. 11 の定常沈下力 $\bar{F}_z$ においても $KD/2=1.75$ 付近で大きな値となっている。各要素浮体に働く F_z は全て正の値であるから、浮体全体に働く定常沈下力を考えても $\bar{F}_x$ のように打ち消し合うことなく、 $KD/2=1.75$ 付近でやはり大きな値となっている。これは複数浮体の安定性を考える上で注意すべき現象である。

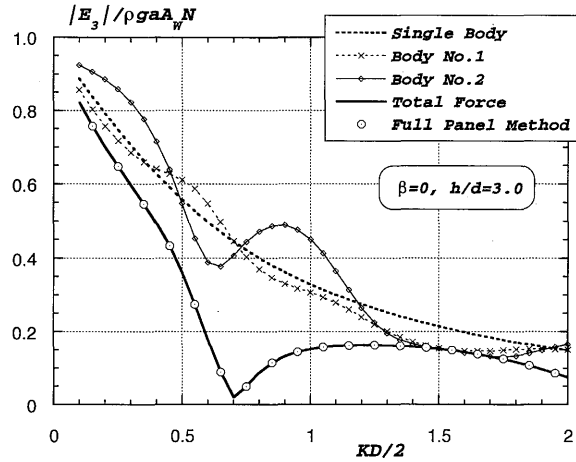


Fig. 7 Heave exciting force on a structure supported by 4 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

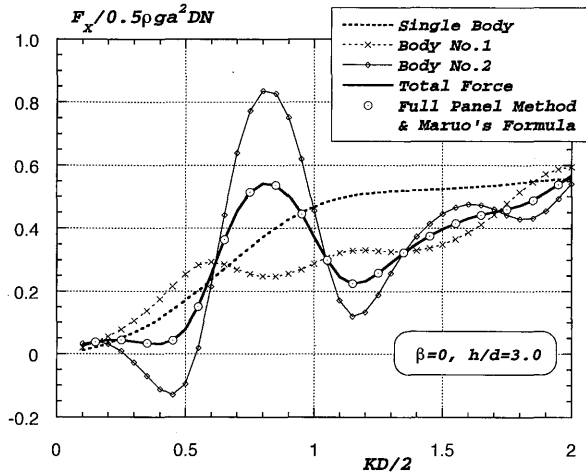


Fig. 8 Drift force in the x -axis on a structure supported by 4 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

3.3 20個の半没球に働く流体力

以上の比較によって本論文で示した計算法の有効性が確かめられたと思われるが、相互干渉理論の真価は浮体数が多い場合に発揮されるので、その計算例として Fig. 12 に示すような配置の20個の半没球から成る浮体群について計算を行ってみた。

計算条件は浮体数が4個の場合の Fig. 6~Fig. 9 と同じであり、規則波の入射角は $\beta=0^\circ$ 、水深・喫水比は $h/d=3.0$ である。Fig. 13 は surge 方向の波強制力の振幅 $|E_z|$ であり、浮体全体に働く“Total Force”だけでなく、20個の浮体のうちの代表的な3個の浮体 (No. 6, No. 8, No. 10) についてもプロットしている。

Fig. 12 からわかるように、浮体群全体を一つの大型浮体と見ると、その長さは各要素浮体の9倍である。したがって単一の要素浮体には大きな力が働く波長域でも浮体群全体で見れば相対的に短波長であるため、浮体全体に働く波強制力としてはそれほど大きくはない。しかし Fig. 13 に示しているように、各要素浮体には単一浮体と同じオーダーの比較的大きな力が働いており、しかも流体力学的相互干渉によって大きく変動しているのが特徴である。また入射波振幅は浮体を通ずるにつれて減衰していくので、波下側の浮体 (No. 6) に働く流体力は波上側 (No. 10) や中央付近 (No. 8) の浮体よりも小

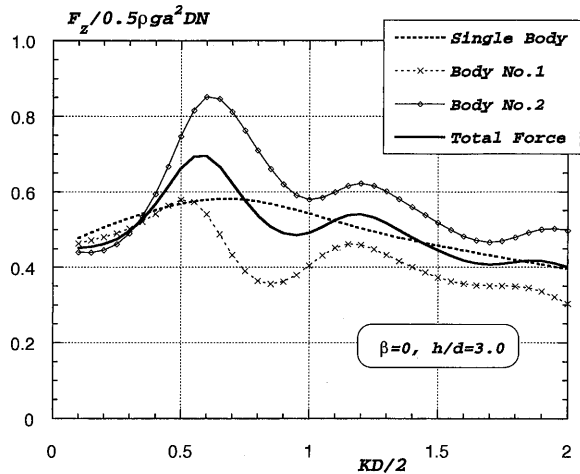


Fig. 9 Steady force in the z -axis on a structure supported by 4 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

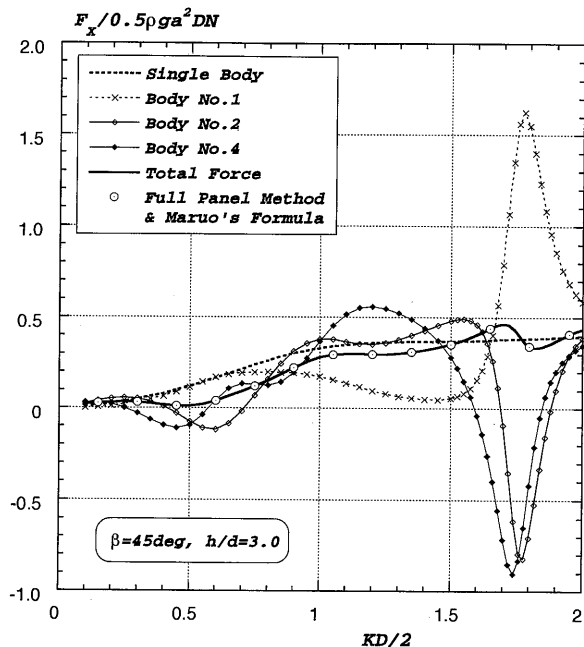


Fig. 10 Drift force in the x -axis on a structure supported by 4 half-immersed spheroids ($\beta=45^\circ$)

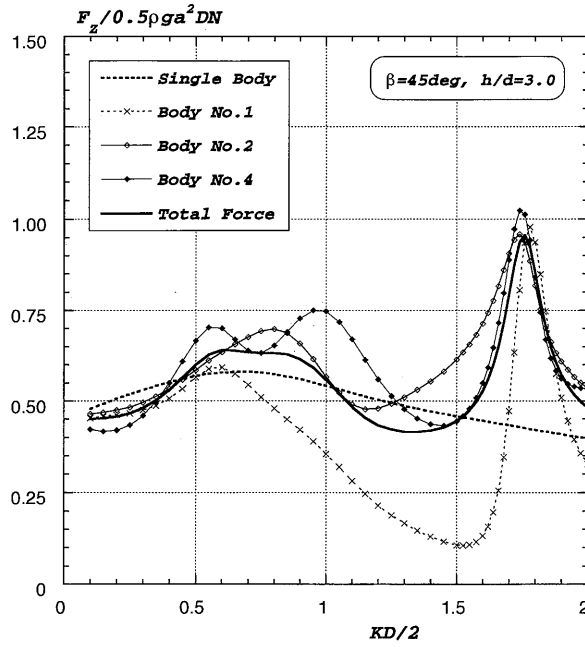


Fig. 11 Steady force in the z -axis on a structure supported by 4 half-immersed spheroids ($\beta = 45^\circ$)

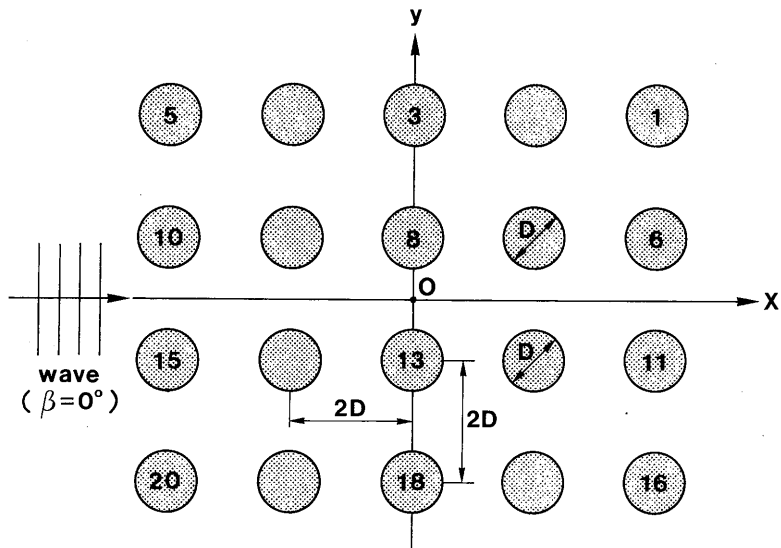


Fig. 12 Arrangement of 20 half-immersed spheroids

さくなっていることもわかる。

浮体全体に働く surge の波強制力は $KD/2=1.57$ 付近で大きくなっているが、これは波長を λ とすると、ほぼ $\lambda=2D$ のところであり、浮体数が多くなれば浮体間に standing wave の発生する波長である。すなわち $KD/2=1.57$ 付近では流体力学的な同調によって波強制力が大きくなっていると考えられる。

Fig. 14 は heave 方向の波強制力の結果である。Surge の波強制力と同様に、浮体全体に働く力としては大きくないが、各要素浮体に働く力を見ると単一浮体の場合よりも相互干渉によって大きくなる場合がある。このことは構造物の局所強度や弾性応答を検討する際に重要となるであろう。

Fig. 15 には同じ計算条件の下での x 軸方向に働く波漂流力 $\bar{F}_x$ 、Fig. 16 には z 軸方向に働く定常沈下力 $\bar{F}_z$ の結果を示している。波長に対する定常流体力の変化は複雑であるが、相互干渉理論における級数展開式においては必要以上の項数 ((27)式において $n=-6\sim 6, m=2$) を取っているので計算精度には全く問題がないと考えられる。

Fig. 15 を見ると、単一浮体に働く波漂流力に比べてそれほど大きくはなっていないが、 $KD/2=0.8$ 付近を中心とした波長領域では波上側の浮体 (No. 10) に働く波漂流力が相互干渉の影響によって大きく変動してい

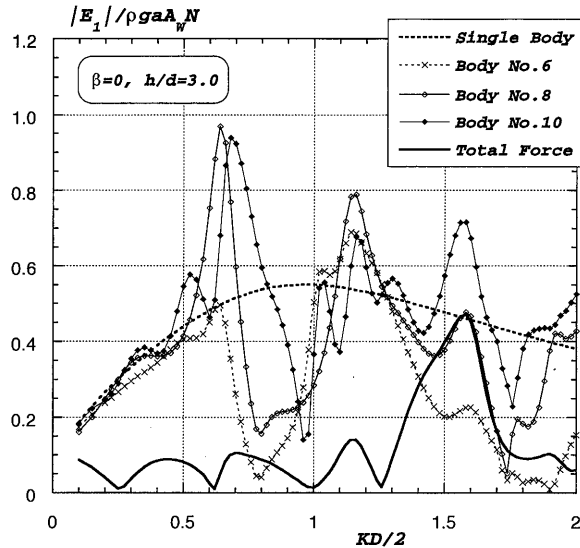


Fig. 13 Surge exciting force on a structure supported by 20 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

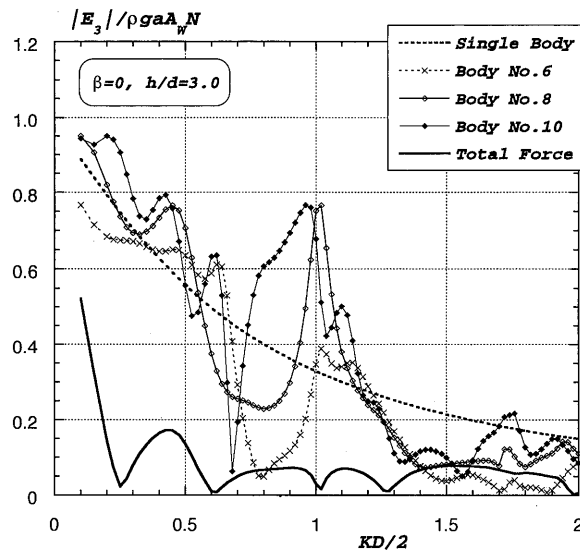


Fig. 14 Heave exciting force on a structure supported by 20 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

ることがわかる。

一方 Fig. 16 の定常沈下力を見ると $KD/2=0.7$ 近傍で大きく変化しており、単一浮体の定常沈下力よりも大きくなる場合がある。またこの領域では波上側浮体 (No. 10) に働く定常力と波下側浮体 (No. 6) に働く定常力との差も大きい。これらは浮体全体の姿勢 (sinkage, trim) を検討する上で重要な項目となるであろう。

4. 結 言

本研究の内容をまとめると次のようになる。

- 1) 多数の三次元任意形状浮体に働く流体力が従来よりも少ないパネル数で、しかも高精度に計算できる手法を示した。その内容の特徴は、流場全体を表す diffraction ポテンシャルに関する積分方程式の導入と Lagrange 要素を用いた高次境界要素法の採用にある。
- 2) 波漂流力、モーメントを圧力積分によって計算し、運動量保存則に基づく丸尾の公式 (を有限水深の場合へ拡張した式) によって計算した値とほぼ完全に一致していることを示した。この高い計算精度は、物体表面上での速度ポテンシャルの微分、波面変位が高次境界要素法の採用によって精度良く簡便に計算できることに起因している。また

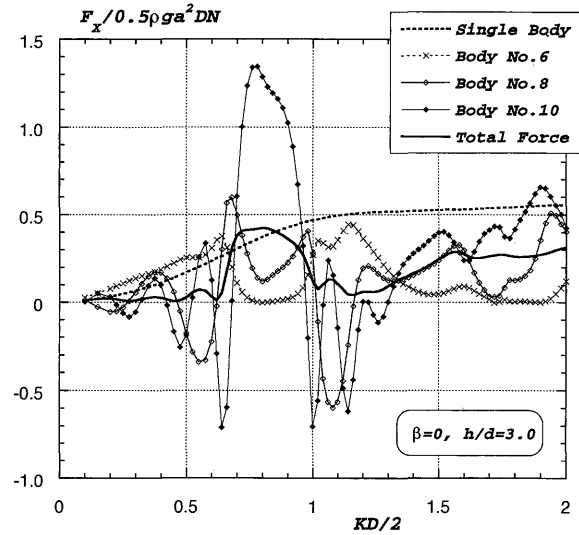


Fig. 15 Drift force in the x -axis on a structure supported by 20 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

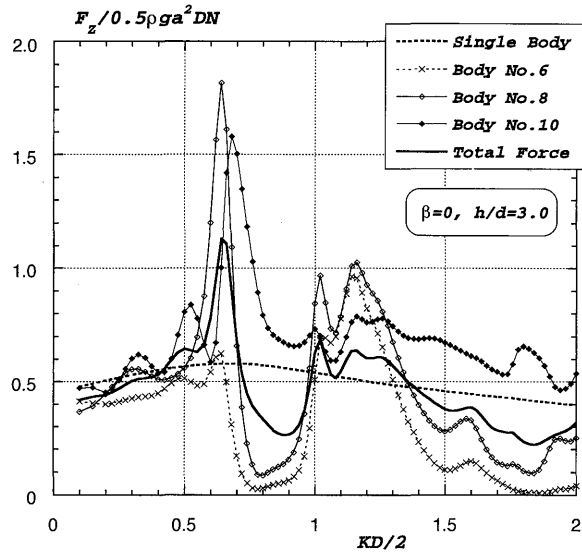


Fig. 16 Steady force in the z -axis on a structure supported by 20 half-immersed spheroids ($\beta=0^\circ$)

浮体全体だけでなく、個々の要素浮体に働く定常流体力も計算できるので、構造物の局所強度の検討において有益な情報を与えられると思われる。

- 3) 適用例として、有限水深における 20 個の半没球に働く波強制力、2 次の定常流体力を計算し、その流体力学的相互干渉の特徴などについて考察した。

参 考 文 献

- [1] Ohkusu, M.: Hydrodynamic Forces on Multiple Cylinders in Waves, Int. Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, pp.107-112, 1974
- [2] Kagemoto, H. and Yue, D. K. P.: Interactions among Multiple Three-Dimensional Bodies in Water Waves: an Exact Algebraic Method, J. Fluid Mech., Vol.166, pp.189-209, 1986
- [3] 具 滋三, 吉田宏一郎: 多数の三次元任意形状物体間の相互干渉, 日本造船学会論文集, 第165号, pp.193-202, 1989
- [4] 吉田宏一郎, 具 滋三, 小林頭太郎, 鈴木裕子: 複数浮体からなる構造物に働く波強制力および波浪応答に関する研究, 日本造船学会論文集, 第172号, pp.69-80, 1992
- [5] 吉田宏一郎, 飯島一博, 鈴木英之, 岡 徳昭: 大規模浮体における波強制力の相互干渉効果 (その2), 日本造船学会論文集, 第176号, pp.185-192, 1995
- [6] 高木幹雄, 丹後義彦: 多重連結浮体に働く波漂流力, 第12回海洋工学シンポジウムテキスト, pp.129-136, 1994
- [7] Takaki, M. and Tango, Y.: Wave Drifting Forces on Multiple Connected Floating Structures, Proc. Hydroelasticity in Marine Technology, pp.403-415, 1994
- [8] Maruo, H.: The Drift on a Body Floating in Waves, J. Ship Res., Vol.4, No.3, pp.1-10, 1960
- [9] 村田健郎, 小国 力, 三好俊郎, 小柳義夫編著: 工学における数値シミュレーション, 丸善, pp.93-102, 1988
- [10] Noblesse, F.: The Green Function in the Theory of Radiation and Diffraction of Regular Water Waves by a Body, J. Eng. Math., Vol.16, pp.137-169, 1982
- [11] Newman, J. N.: Algorithms for the Free-Surface Green Function, J. Eng. Math., Vol.19, pp.57-67, 1985
- [12] Seto, H.: Efficient Evaluation of Some Singular Integrals Appearing in Multipole Expansions in Water of Finite Depth, 西部造船会々報, 第83号, pp.103-113, 1991
- [13] Seto, H.: Some Expressions of Pulsating Source Potentials in Shallow Water and Their Efficient Algorithms, 西部造船会々報, 第85号, pp.25-36, 1992
- [14] Newman, J. N.: The Drift Force and Moment on Ships in Waves, J. Ship Res., Vol.11, No.1, pp.51-60, 1967