

潮流と波が共存するArticulated Towerの運動について

荒川, 広行
九州大学応用力学研究所 : 助手

<https://doi.org/10.15017/4743925>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 71, pp.19-34, 1991-02. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



寄 書

潮流と波が共存する Articulated Tower の
運動について

荒 川 廣 行*

概 要

円柱状の浮力体を有する Articulated Tower が、規則波中で波と同一方向に一樣流の潮流がある場合の運動性能を調べた。波と潮流による定常傾斜角を考慮した近似計算を用いて、運動を推定することができた。

Key words : Articulated Tower, Wave and Current, Tower Motion

1. 緒 言

航路標識灯¹⁾ 或は波浪観測塔²⁾ は、海底に固定されたシンカー上にユニバーサルジョイントで結合され、そのまわりに動揺を許す柱状の構造物である。これら Tower は柱状体そのものと、浮力体として予備の浮体を設けたものが考えられる。いずれにせよ浮力により垂直に自立する Tower (塔) である。田才³⁾ は、予備の浮力体を有する塔が風、潮流及び波浪中にある場合の運動性能について計算方法を示している。

風、潮流がない場合で浮力体を有するものとして椎貝⁴⁾、著者⁵⁾ がある。椎貝は球の浮力体と円柱の組み合わせを用いて理論と実験が良く一致することを示している。著者は前報において円柱状の浮力体を用いて、定常傾斜を無視した近似計算と実験の比較をした。

最近、藤野他⁶⁾ は、一樣断面を有する柱状体の塔について、規則波中での理論計算を行い実験結果との比較をしている。その結果は理論と実験が良く一致することが確かめられた。

本論では 3), 6) の理論を応用して、一樣潮流と波が共存する場合の塔の運動特性を調べたものである。波と流れが共存する場合の実験はないので計算だけとした。しかし波のみの実験は行った。ここで使用した塔は、円柱状の浮力体を有するものである。計算および実験は塔の固有周期近くまで行った。

*九州大学助手，応用力学研究所

2. 運動方程式

図1において水深を H とする。 O_1-XZ は空間座標、 O_1-xz は塔の固定座標とする。塔の回転Pointを O_1 とし、海底との距離を z_0 とする。規則波の進行方向は X の正方向とする。塔の重心及び浮力の位置

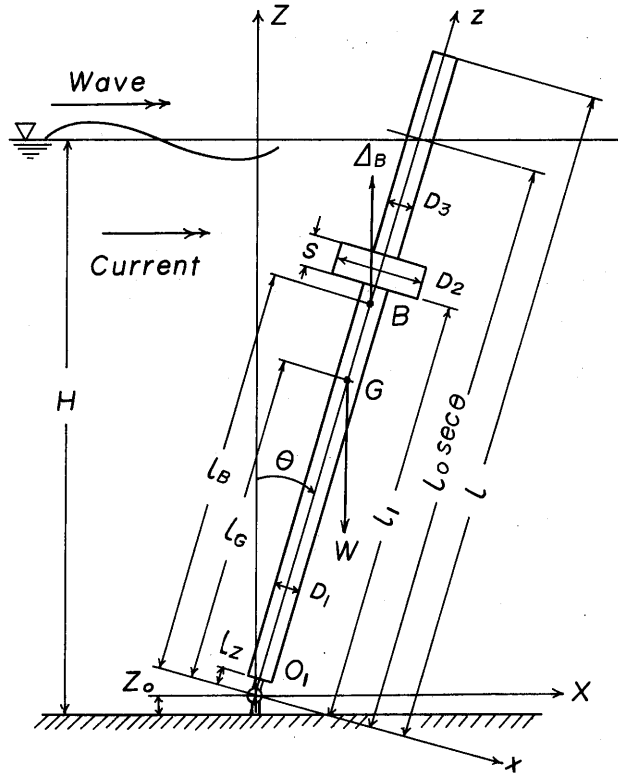


図1 座標軸と記号

を夫々 G, B とし、塔の重量を W 、浮力を Δ とする。

X の正方向に進む規則波の速度ポテンシャル ϕ は微小振幅波理論によれば次式で与えられる。

$$\phi = \zeta_a \frac{g}{\omega} \frac{\cosh K(Z+z_0)}{\cosh KH} \cdot \sin(KX - \omega t) \quad (2.1)$$

但し、 ζ_a = 波振幅、 ω = 円振動数、 $K \tanh KH = \omega^2/g$ 、 T_w = 波周期である。

(2.1) から副波 ζ_w は

$$\zeta_w = \zeta_a \frac{\cosh K(Z+z_0)}{\cosh KH} \cdot \cos(KX - \omega t) \quad (2.2)$$

となる。又波粒子速度と加速度の Z 成分を $\dot{\zeta}_w$ 、 $\ddot{\zeta}_w$ 、 X 成分を $\dot{\xi}_w$ 、 $\ddot{\xi}_w$ とすれば、夫々次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \dot{\xi}_w &= \omega \zeta_a \frac{\sinh K(Z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \sin(KX - \omega t) \\
 \dot{\xi}_w &= -\omega^2 \zeta_a \frac{\sinh K(Z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \cos(KX - \omega t) \\
 \dot{\xi}_w &= \omega \zeta_a \frac{\cosh K(Z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \cos(KX - \omega t) \\
 \dot{\xi}_w &= \omega^2 \zeta_a \frac{\cosh K(Z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \sin(KX - \omega t)
 \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで、塔の O_1 点周りの質量慣性能率を J 、塔に働く重力及び流体力による O_1 点周りのモーメントを M_T とすれば、 θ に関する塔の運動方程式は次式で与えられる。

$$J\ddot{\theta} = M_T \quad (2.4)$$

M_T としては次の各項が考えられる。

$$M_T = M_R + M_W + M_B + M_{WI} + M_{WN} + M_{DC} \quad (2.5)$$

但し

M_R = 周期運動するときの Radiation moment

M_W = 塔の重心 G の位置における Capsizing moment

M_B = 塔の浮心 B の位置における Restoring moment

M_{WI}, M_{WN} = 波浪強制モーメントで慣性力成分、減衰力成分

M_{DC} = 潮流及び塔の動揺による抗力モーメント。

さて、塔の傾斜角 θ は、一様流としての潮流速による傾斜角 θ_o 、波による漂流モーメントに対応する傾斜角 θ_o と、その θ_o の周りに周期的に変動する傾斜角 φ に分けると次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 \theta &= \theta_o + \theta_o + \varphi \\
 \varphi &= \varphi_a \cos(\omega t - \varepsilon_\varphi)
 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$\bar{\theta}_o = \theta_o + \theta_o$ は定常傾斜角、 φ_a は動揺振幅である。塔の傾斜角 θ の $\cos$ 成分及び $\sin$ 成分は、 φ を微小と仮定しているので高次の項を省略すると次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &\simeq \cos \bar{\theta}_o \\
 \sin \theta &\simeq \sin \bar{\theta}_o + \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi
 \end{aligned} \quad (2.7)$$

2.1 M_R, M_W, M_B のモーメント

M_R, M_W, M_B の各モーメントは次式で与えられる。³⁾

$$M_R = -I\ddot{\theta} - N\dot{\theta} \quad (2.8)$$

$$M_W = W \cdot \ell_G \sin \bar{\theta}_o + W \cdot \ell_G \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi \quad (2.9)$$

$$M_B = -(M_{Bo} + \delta M_{Bo}) \sin \bar{\theta}_o - (M_{Bo} + \delta M_{B\varphi}) \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi \quad (2.10)$$

但し、 I は付加慣性モーメントである。 I については、塔長($\ell_o - \ell_z$)が直径に比べて十分大きいので、各断面の2次元付加質量は $\rho(\pi D_z^2/4)$ に等しいとして次式を得る。

$$I = \rho \int_{\ell_z}^{\ell_o \sec \bar{\theta}_o} \frac{\pi}{4} D_z^2 z^2 dz \quad (2.11)$$

N は減衰係数であり、粘性減衰を含んだものとして、 $\theta = 0$ における静水中自由動揺試験結果を代用しても大差ないと思われるのでその結果を用いた。

(2.10)式中の M_{Bo} , δM_{Bo} , $\delta M_{B\varphi}$ は、夫々次式で与えられる。

$$M_{Bo} = \rho g \int_{l_z}^{l_o} a_z z dz \quad (2.12)$$

$$\delta M_{Bo} = \rho g \int_{l_o}^{l_o \sec \bar{\theta}_o} a_z z dz \quad (2.13)$$

$$\delta M_{B\varphi} = \rho g \left(\int_{l_o}^{l_o \sec \bar{\theta}_o} a_z z dz + \int_{l_o \sec \bar{\theta}_o}^{l_o \sec \theta} a_z z dz \right) \quad (2.14)$$

但し、 a_z は塔の断面積 $\pi D_z^2/4 = a_z$ である。

以上は潮流がある場合である。潮流がない場合については、 $\theta_o = 0$ であるから

$$\cos \theta \simeq 1, \sin \theta \simeq \theta \quad (2.15)$$

を用いると、 M_R , M_W , M_B は次式で与えられる。

$$M_R = -\rho \int_{l_z}^{l_o} a_z z^2 dz \cdot \ddot{\theta} - N \dot{\theta} \quad (2.16)$$

$$M_W = W \cdot \ell_C \theta_o + W \cdot \ell_C \cdot \varphi \quad (2.17)$$

$$M_B = -M_{Bo} \cdot \theta_o - M_{Bo} \cdot \varphi \quad (2.18)$$

(2.17), (2.18)の夫々右辺第1項が定常成分であり、第2項は変動成分として表現できる。

2.2 波浪強制モーメント

次に $M_{WI} + M_{WN}$ は塔が θ だけ傾斜したときに、塔に働く波浪強制モーメントである。 M_{WI} は慣性力成分、 M_{WN} は M_{WI} と 90° だけ位相の異なる所謂減衰力成分である。 M_{WI} は波粒子の加速度に比例する成分、 M_{WN} は波粒子速度に比例する成分として表わすことができる。通常の場合については $M_{WN} \simeq 0^{(3)}$ とおくことができる。

塔が O_1 点周りに θ だけ傾斜した位置で、 O_1 から z の位置の横断面内の円柱中心における x 方向の波粒子速度 $\dot{x}_w$ および加速度 $\ddot{x}_w$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_w &= \dot{\xi}_w \cos \theta - \dot{\zeta}_w \sin \theta \\ \ddot{x}_w &= \ddot{\xi}_w \cos \theta - \ddot{\zeta}_w \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

(2.3)式の XZ 座標を xz 座標に変換すると次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X &= x \cos \theta + z \sin \theta \\ Z &= -x \sin \theta + z \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

ゆえに塔の軸心上の $\dot{\xi}_w$, $\dot{\zeta}_w$ および $\ddot{\xi}_w$, $\ddot{\zeta}_w$ は次式となる。

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\xi}_w &= \omega \zeta_a \frac{\cosh K(z \cos \bar{\theta}_o - z \sin \bar{\theta}_o \cdot \varphi + z_o)}{\sinh KH} \cdot \cos \{K(z \sin \bar{\theta}_o + z \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi) - \omega t\} \\
 \dot{\zeta}_w &= \omega \zeta_a \frac{\sinh K(z \cos \bar{\theta}_o - z \sin \bar{\theta}_o \cdot \varphi + z_o)}{\sinh KH} \cdot \sin \{K(z \sin \bar{\theta}_o + z \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi) - \omega t\} \\
 \ddot{\xi}_w &= \omega^2 \zeta_a \frac{\cosh K(z \cos \bar{\theta}_o - z \sin \bar{\theta}_o \cdot \varphi + z_o)}{\sinh KH} \cdot \sin \{K(z \sin \bar{\theta}_o + z \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi) - \omega t\} \\
 \ddot{\zeta}_w &= -\omega^2 \zeta_a \frac{\sinh K(z \cos \bar{\theta}_o - z \sin \bar{\theta}_o \cdot \varphi + z_o)}{\sinh KH} \cdot \cos \{K(z \sin \bar{\theta}_o + z \cos \bar{\theta}_o \cdot \varphi) - \omega t\}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

ここで,

$$z \cos \bar{\theta}_o = Z_1, \quad z \sin \bar{\theta}_o = X_1 \quad (2.22)$$

とおけば $\dot{x}_w, \dot{z}_w$ は高次項を省略すると次式で与えられる.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_w &= \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \left[\cosh(Z_1 + z_o) \left\{ -\frac{1}{2} K z \varphi_a \cdot \sin(KX_1 - \varepsilon_\varphi) + \cos(KX_1 - \omega t) \cdot \cos \bar{\theta}_o \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \sinh K(Z_1 + z_o) \left\{ \frac{1}{2} \varphi_a \cdot \sin(KX_1 - \varepsilon_\varphi) + \sin(KX_1 - \omega t) \cdot \sin \bar{\theta}_o \right\} \right] \quad (2.23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_w &= \frac{\omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \left[\cosh K(Z_1 + z_o) \left\{ \frac{1}{2} K z \varphi_a \cdot \cos(KX_1 - \varepsilon_\varphi) + \sin(KX_1 - \omega t) \cdot \cos \bar{\theta}_o \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \sinh K(Z_1 + z_o) \left\{ \frac{1}{2} \varphi_a \cdot \cos(KX_1 - \varepsilon_\varphi) + \cos(KX_1 - \omega t) \cdot \sin \bar{\theta}_o \right\} \right] \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

(2.24) 式より波粒子の加速度に比例するモーメント M_{wI} は次式で与えられる.

$$M_{wI} = \rho \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} C_M a_z \ddot{x}_w z dz = A_o + A_c \cos \omega t + A_s \sin \omega t \quad (2.25)$$

但し

$$A_o = \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \cdot \frac{\varphi_a}{2} \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} a_z \cos(KX_1 - \varepsilon_\varphi) \left\{ Kz \cdot \cosh K(Z_1 + z_o) + \sinh K(Z_1 + z_o) \right\} z dz \quad (2.26)$$

$$A_c = \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} a_z \left\{ \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin KX_1 \cdot \cos \bar{\theta}_o + \sinh K(Z_1 + z_o) \cdot \cos KX_1 \cdot \sin \bar{\theta}_o \right\} z dz \quad (2.27)$$

$$A_s = -\frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} a_z \left\{ \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \cos KX_1 \cdot \cos \bar{\theta}_o - \sinh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin KX_1 \cdot \sin \bar{\theta}_o \right\} z dz \quad (2.28)$$

A_o は定常成分であり, A_c, A_s は夫々変動成分として表現される. C_M は質量係数である.

ここで田才³⁾ は $\dot{\zeta}_w, \dot{\xi}_w$ を省略し $\ddot{\xi}_w, \ddot{\zeta}_w$ として次式を与えている.

$$\ddot{\xi}_w = \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \cdot \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \cos(KX_1 - \omega t) \quad (2.29)$$

$$\ddot{\zeta}_w = \frac{\omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \cdot \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin(KX_1 - \omega t) \quad (2.30)$$

故に M_{wI} は次式となる.

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_{wI} &= \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} a_z \left\{ \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin(KX_1 - \omega t) \right\} \cdot \cos \bar{\theta}_o \cdot z dz \\
 &= \bar{A}_c \cos \omega t + \bar{A}_s \sin \omega t \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

但し

$$\bar{A}_c = \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} a_z \cdot \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin KX_1 \cdot \cos \bar{\theta}_o z dz \quad (2.32)$$

$$\bar{A}_s = -\frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o \sec \bar{\theta}_o} a_z \cdot \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \cos KX_1 \cdot \cos \bar{\theta}_o z dz \quad (2.33)$$

となり定常項は省略される。

さて、 $\theta_v = 0$ つまり潮流が無い場合について調べてみる。この場合は $\theta = \theta_o + \varphi$ の傾斜角 θ は十分小さいとして⁶⁾、 $\cos \theta \approx 1$ 、 $\sin \theta \approx \theta$ の近似を用いると、軸心上の波粒子速度および加速度は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_w &= \omega \zeta_a \frac{\cosh K(z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \cos(Kz\theta - \omega t) \\ \dot{\zeta}_w &= \omega \zeta_a \frac{\sinh K(z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \sin(Kz\theta - \omega t) \\ \ddot{\xi}_w &= \omega^2 \zeta_a \frac{\cosh K(z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \sin(Kz\theta - \omega t) \\ \ddot{\zeta}_w &= -\omega^2 \zeta_a \frac{\sinh K(z+z_o)}{\sinh KH} \cdot \cos(Kz\theta - \omega t) \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

(2.19) 式の $\dot{x}_w$ 、 $\ddot{x}_w$ は (2.15)、(2.34) 式から高次の微量量を省略すれば次式となる。

$$\dot{x}_w = \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \left\{ \cosh K(z+z_o) \cdot \cos(Kz\theta - \omega t) - \sinh K(z+z_o) \cdot \sin(Kz\theta - \omega t) \cdot \theta \right\} \quad (2.35)$$

$$\ddot{x}_w = \frac{\omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \left\{ \cosh K(z+z_o) \cdot \sin(Kz\theta - \omega t) + \sinh K(z+z_o) \cdot \cos(Kz\theta - \omega t) \cdot \theta \right\} \quad (2.36)$$

上式より波粒子の加速度に比例する慣性モーメント M_{wi} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_{wi} &= \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o} a_z \left\{ \cosh K(z+z_o) \left(\frac{1}{2} Kz \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + Kz \theta_o \cos \omega t - \sin \omega t \right) \right. \\ &\quad \left. + \sinh K(z+z_o) \left(\frac{1}{2} \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + \theta_o \cos \omega t \right) \right\} z dz \\ &= A_o + A_c \cos \omega t + A_s \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.37)$$

但し

$$A_o = \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \left(\frac{\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi}{2} \right) \int_{I_z}^{I_o} a_z \left\{ Kz \cdot \cosh K(z+z_o) + \sinh K(z+z_o) \right\} z dz \quad (2.38)$$

$$A_c = \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \theta_o \int_{I_z}^{I_o} a_z \left\{ Kz \cdot \cosh K(z+z_o) + \sinh K(z+z_o) \right\} z dz \quad (2.39)$$

$$A_s = -\frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{\sinh KH} \int_{I_z}^{I_o} a_z \cosh K(z+z_o) z dz \quad (2.40)$$

A_o は定常成分であり、 A_c 、 A_s は変動成分である。 A_o 、 A_c の項に注目すると A_o については $1/2 \cdot \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi$ 、 A_c は θ_o が乗じてあるので次式のように整理する。

$$M_{wi} = A'_o \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + 2A'_o \theta_o \cos \omega t + A_s \sin \omega t \quad (2.41)$$

但し

$$A'_o = \frac{\rho C_M \omega^2 \zeta_a}{2 \sinh KH} \int_{I_z}^{I_o} a_z \left\{ Kz \cdot \cosh K(z+z_o) + \sinh K(z+z_o) \right\} z dz \quad (2.42)$$

故に(2.26)～(2.28)式において, $\cos \bar{\theta}_o \simeq 1$, $\sin \bar{\theta}_o \simeq \theta_o$ とすれば $\theta_v = 0$ の場合となり(2.38)～(2.40)式が得られることは当然である。

3. 相対速度に比例するモーメント

次に一様な潮流 V がある場合の抗力モーメントを求める。潮流による抗力は、潮流速度、波粒子速度と塔の動揺速度との相対速度の2乗に比例すると考えられる。塔の任意断面に働く潮流による抗力を f_{DC} とすれば次式で与えられる。

$$f_{DC} = \frac{1}{2} \rho D_z C_D (V_c + \dot{x}_w - z\dot{\theta}) |V_c + \dot{x}_w - z\dot{\theta}| \quad (3.1)$$

但し, C_D = 抗力係数, V = 潮流速度であり $V_c = V \cos \bar{\theta}_o$ とする。 $\dot{x}_w - z\dot{\theta}$ は(2.23)式を用いて整理すると

$$\dot{x}_w - z\dot{\theta} = B_o + B_c \cos \omega t + B_s \sin \omega t \quad (3.2)$$

但し

$$B_o = -\frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \left(\frac{\varphi_a}{2} \right) \cdot \sin(KX_1 - \varepsilon_\varphi) \left\{ Kz \cdot \cosh K(Z_1 + z_o) + \sinh K(Z_1 + z_o) \right\} \quad (3.3)$$

$$B_c = \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \left\{ \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \cos KX_1 \cdot \cos \bar{\theta}_o - \sinh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin KX_1 \cdot \sin \bar{\theta}_o \right\} - z\omega \varphi_a \sin \varepsilon_\varphi \quad (3.4)$$

$$B_s = \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \left\{ \cosh K(Z_1 + z_o) \cdot \sin KX_1 \cdot \cos \bar{\theta}_o + \sinh K(Z_1 + z_o) \cdot \cos KX_1 \cdot \sin \bar{\theta}_o \right\} + z\omega \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \quad (3.5)$$

B_o の定常項は B_c , B_s に比べて小さくしかも質量力項 A_o に比べて非常に小さいとして省略する。⁶⁾

$$\begin{aligned} \dot{x}_w - z\dot{\theta} &\simeq B_c \cos \omega t + B_s \sin \omega t \\ &= A_w \sin(\omega t - \delta_c) \end{aligned} \quad (3.6)$$

とおけば

$$A_w = \sqrt{B_c^2 + B_s^2}, \quad \tan \delta_c = \frac{-B_c}{B_s} \quad (3.7)$$

故に f_{DC} は

$$f_{DC} = \frac{1}{2} \rho C_D D_z \left\{ V_c + A_w \sin(\omega t - \delta_c) \right\} |V_c + A_w \sin(\omega t - \delta_c)| \quad (3.8)$$

これは $V_c \geq A_w$ であるか, $V_c < A_w$ かによって計算が異なる。以下これらの大小関係による算出法は田才により次式のように表現される。³⁾

i) $V_c \geq A_w$ の場合

$$f_{DC} = \frac{1}{2} \rho C_D D_z \left\{ (V_c^2 + \frac{1}{2} A_w^2) + 2 V_c A_w \sin(\omega t - \delta_c) \right\} \quad (3.9)$$

又は(3.6)式を用いて

$$f_{DC} = \frac{1}{2} \rho C_D D_z \left\{ (V_c^2 + \frac{1}{2} A_w^2) + 2 V_c (\dot{x}_w - z\dot{\theta}) \right\} \quad (3.10)$$

上式の右辺第1項は定常成分で第2項は変動成分である。又抗力係数 C_D はこれら成分によって変化すると考えられるが本論では同一とした。

ii) $V_c < A_w$ の場合

$$f_{DC} = \frac{\rho C_D}{2\pi} D_z \left[\left\{ 2\beta \left(V_c^2 + \frac{1}{2} A_w^2 \right) + 4 V_c A_w \cos \beta - \frac{A_w^2}{2} \sin 2\beta \right\} \right. \\ \left. + \left\{ 4 \left(\frac{V_c^2}{A_w} + \frac{3A_w}{4} \right) \cos \beta + V_c (4\beta - 2\sin 2\beta) - \frac{A_w}{3} \cos 3\beta \right\} (\dot{x}_w - z\dot{\theta}) \right] \quad (3.11)$$

但し、

$$\beta = \sin^{-1}(V_c/A_w) \quad (3.12)$$

(3.11)式の〔 〕内の第1項は定常成分で第2項は変動成分となる。以上 i), ii) は一様潮流がある場合の f_{DC} であるが、 $V = 0$ の場合は次のようにした。

iii) $V_c = 0$ の場合

$$f_{DC} = \frac{1}{2} \rho C_D D_z A_w \sin(\omega t - \delta_c) |A_w \sin(\omega t - \delta_c)| \quad (3.13)$$

上式をフーリエ展開して1次の項で近似すると

$$f_{DC} = \frac{4}{3\pi} \rho C_D D_z A_w^2 \sin(\omega t - \delta_c) \\ = \frac{4}{3\pi} \rho C_D D_z A_w (\dot{x}_w - z\dot{\theta}) \quad (3.14)$$

但し上式の A_w は(3.10)、(3.11)式中の値とは異なる。このことについては4節で述べる。

さて、抗力モーメント M_{DC} は次のようになる。

$$M_{DC} = \int_{l_x}^{l_{\sec \theta}} f_{DC} z dz \quad (3.15)$$

故に $V_c = 0$ の場合は(3.14)式を用い、 $V_c \geq A_w$ では(3.10)、 $V_c < A_w$ では(3.11)を用いて夫々の M_{DC} を算出すればよい。

4. 運動方程式の解

塔の傾斜角 θ に関する運動方程式は次式のように与えられる。

$$(J+I)\ddot{\theta} + N\dot{\theta} + (M_B - Wl_G)\theta = M_{wi} + M_{DC} \quad (4.1)$$

上式の解は、 $V_c = 0$, $V_c \geq A_w$, $V_c < A_w$ で計算方法が異なることは前節に述べた通りである。塔の定常傾斜角 θ_0 の静的平衡方程式および φ に関する方程式を夫々分けて解を求める。

抗力係数 C_D 、質量係数 C_M については理論的或は実験的に求めていないので、藤野等⁹⁾ が用いた Small Model を参考にして、 $C_M = 2.0$, $C_D = 1.2$ を全周波数に採用した。

4.1 $V_c = 0$ の場合

この場合は、波による定常傾斜角 θ_0 と変動傾斜角 φ に分けると夫々の運動方程式は次のようになる。

$$C\theta_0 = A_0 \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \quad (4.2)$$

$$\left. \begin{aligned} [C - \tilde{I}\omega^2]\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + (N+R)\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi &= 2A'_0\theta_0 + Q_{co} \\ [C - \tilde{I}\omega^2]\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi - (N+R)\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi &= A_s + Q_{so} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

但し

$$C = M_{B0} - Wl_G \quad (4.4)$$

$$\tilde{I} = J + I \quad (4.5)$$

$$R = \frac{4}{3\pi} \rho C_D \int_{l_z}^{l_0} D_z A_w z^2 dz \quad (4.6)$$

$$Q_{co} = \frac{4}{3\pi} \rho C_D \int_{l_z}^{l_0} D_z A_w \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \cdot \cosh K(z+z_0) z dz \quad (4.7)$$

$$Q_{so} = \frac{4}{3\pi} \rho C_D \int_{l_z}^{l_0} D_z A_w \frac{\omega \zeta_a \theta_0}{\sinh KH} \left\{ Kz \cdot \cosh K(z+z_0) + \sinh K(z+z_0) \right\} z dz \quad (4.8)$$

ここでの A_w は, (2.35) 式の $\dot{x}_w$ と $z\dot{\theta}$ より定常項および高次の微小量を省略すれば

$$\begin{aligned} \dot{x}_w - z\dot{\theta} &\simeq \left\{ \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \cdot \cosh K(z+z_0) - z\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi \right\} \cdot \cos \omega t \\ &+ \left[\frac{\omega \zeta_a \theta_0}{\sinh KH} \left\{ Kz \cdot \cosh K(z+z_0) + \sinh K(z+z_0) \right\} + z\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \right] \cdot \sin \omega t \\ &= B_c \cos \omega t + B_s \sin \omega t = A_w \sin(\omega t - \delta_c) \end{aligned} \quad (4.9)$$

但し

$$B_c = \frac{\omega \zeta_a}{\sinh KH} \cosh K(z+z_0) - z\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi \quad (4.10)$$

$$B_s = \frac{\omega \zeta_a \theta_0}{\sinh KH} \left\{ Kz \cdot \cosh K(z+z_0) + \sinh K(z+z_0) \right\} + z\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \quad (4.11)$$

$$A_w = \sqrt{B_c^2 + B_s^2}, \tan \delta_c = -B_c/B_s \quad (4.12)$$

(4.2), (4.3) 式の A'_0 , A_s は夫々 (2.42), (2.40) 式である. (4.2) 式の θ_0 を (4.3) 式の第 1 式に代入し

$$X = \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi, \quad Y = \varphi_a \sin \varepsilon_\varphi \quad (4.13)$$

を用い (4.3) 式を改めて

$$\left. \begin{aligned} (C - \tilde{I}\omega^2)X + (N+R)\omega Y &= \frac{2A'_0}{C}X + Q_{co} \\ (C - \tilde{I}\omega^2)Y - (N+R)\omega X &= A_s + Q_{so} \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

とする. θ_0 , φ_a , ε_φ の解法は次のような繰り返し法で求めた.

- 1) まず (4.14) 式で $R = 0$, $Q_{co} = Q_{so} = 0$ と置いて X , Y を求め φ_a , ε_φ の第 1 近似値を φ_{a1} , $\varepsilon_{\varphi 1}$ とする.
- 2) φ_{a1} , $\varepsilon_{\varphi 1}$ を (4.2) 式に代入して θ_0 の解を第 1 近似値 θ_{01} とする.
- 3) φ_{a1} , $\varepsilon_{\varphi 1}$, θ_{01} を用いて (4.3) 式の R , Q_{co} , Q_{so} を求めて, φ_a , ε_φ の第 2 近似値を φ_{a2} , $\varepsilon_{\varphi 2}$ とする.
- 4) φ_{a2} , $\varepsilon_{\varphi 2}$ を用いて (4.2) 式 θ_0 の第 2 近似値を求めてこの値を θ_{02} とする.
- 5) 以下同様に 3), 4) の手順を繰り返し計算する. θ_0 , φ_a , ε_φ の値が必要な精度に収斂すれば計算を終了する. 本計算では 0.1% の精度とした.

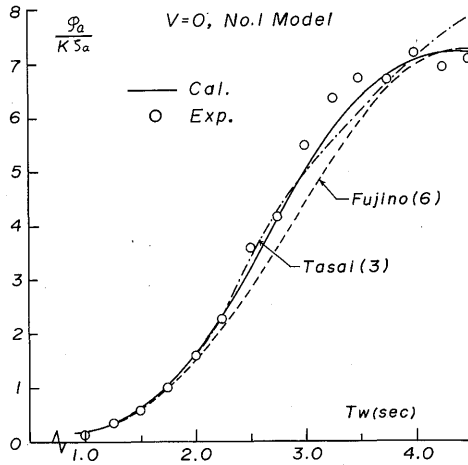


図2 No.1 Modelにおける動揺振幅の計算と実験の比較 ($V=0$).

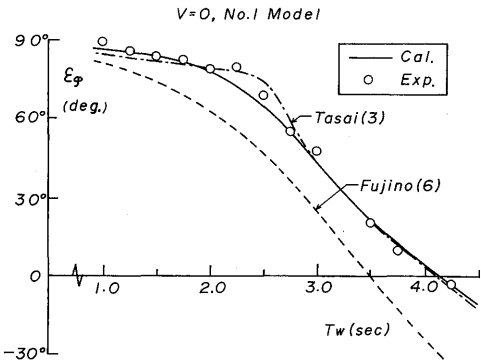


図3 No.1 Modelにおける位相差の計算と実験の比較 ($V=0$).

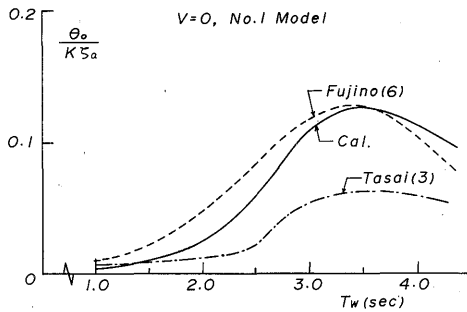


図4 No.1 Modelにおける定常傾斜角の計算 ($V=0$).

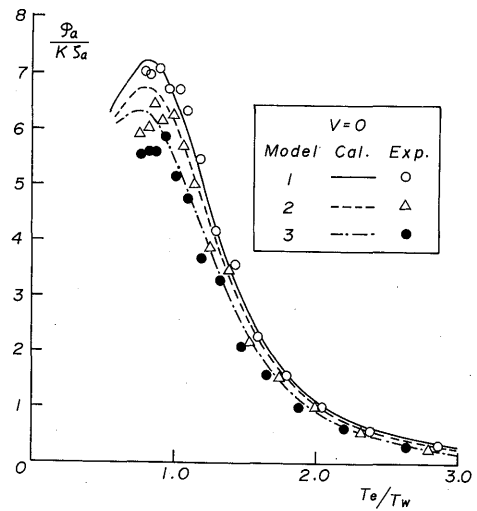


図5 動揺振幅の計算と実験の比較 ($V=0$).

計算と実験の比較を図2, 3, 4, 5に示す。

次に藤野等の解法は、前述の通り θ_0 と φ に関する運動方程式を導くと

$$\theta_0 = \frac{A'_0}{C} \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \quad (4.15)$$

$$\left. \begin{aligned} (C - \bar{I}\omega^2)\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + N\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi &= 2\bar{A}'_o\theta_o - \bar{M}_{DC}\varphi_a^2 \sin \varepsilon_\varphi \\ (C - \bar{I}\omega^2)\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi - N\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi &= \bar{A}_s + \bar{M}_{DC}\varphi_a^2 \cos \varepsilon_\varphi \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

但し

$$\bar{M}_{DC} = \frac{1}{3\pi} \rho \omega^2 C_D (D_z \cdot (\ell_o^4 - \ell_z^4)) \quad (4.17)$$

この $\bar{M}_{DC}$ を除く各係数は、全て (4.2), (4.3) 式のものと同等である. (4.15) 式の θ_o を (4.16) の第 1 式に代入して、連立方程式を 6 次の多項式に変換して解を求める方法である.

田才は $V_c = 0$ の場合の計算例はないが, (2.34) 式の $\xi_w, \dot{\xi}_w$ を省略しているので運動方程式は次式で与えられると思われる.

$$\theta_o = \frac{\bar{A}'_o}{C} \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \quad (4.18)$$

$$\left. \begin{aligned} (C - \bar{I}\omega^2)\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + (N + \bar{R}')\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi &= 2\bar{A}'_o\theta_o + \bar{Q}'_{co} \\ (C - \bar{I}\omega^2)\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi - (N + \bar{R}')\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi &= \bar{A}'_s + \bar{Q}'_{so} \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

但し

$$\bar{R}' = \frac{4}{3\pi} \rho C_D \int_{\ell_z}^{\ell_o} D_z \bar{A}_w z^2 dz \quad (4.20)$$

$$\bar{Q}'_{co} = \frac{4}{3\pi} \rho C_D \int_{\ell_z}^{\ell_o} D_z \cdot \bar{A}_w \frac{\omega \xi_a}{\sinh KH} \cdot \cosh K(z + z_o) z dz \quad (4.21)$$

$$\bar{Q}'_{so} = \frac{4}{3\pi} \rho C_D \int_{\ell_z}^{\ell_o} D_z \cdot \bar{A}_w \frac{\omega \xi_a \theta_o}{\sinh KH} Kz \cdot \cosh K(z + z_o) z dz \quad (4.22)$$

ここで $\bar{A}_w, \bar{A}'_o, \bar{A}'_s$ は次式で与えられる.

$$\bar{A}_w = \sqrt{\bar{B}_c^2 + \bar{B}_s^2} \quad (4.23)$$

$$\bar{B}_c = \frac{\omega \xi_a}{\sinh KH} \cdot \cosh K(z + z_o) - z\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi \quad (4.24)$$

$$\bar{B}_s = \frac{\omega \xi_a \theta_o}{\sinh KH} \cdot Kz \cosh K(z + z_o) + z\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi \quad (4.25)$$

$$\bar{A}'_o = \frac{\rho C_M \omega^2 \xi_a}{2 \sinh KH} \int_{\ell_z}^{\ell_o} a_z Kz \cdot \cosh K(z + z_o) z dz \quad (4.26)$$

$$\bar{A}'_s = - \frac{\rho C_M \omega^2 \xi_a}{2 \sinh KH} \int_{\ell_z}^{\ell_o} a_z \cdot \cosh K(z + z_o) z dz \quad (4.27)$$

$V_c = 0$ の場合の田才及び藤野の解法は、前記で示したような繰り返し計算で十分の精度が得られると思うのでこの方法で計算した. 計算結果を図 2, 3, 4 に示す.

4.2 $V_c \geq A_w$ の場合

この場合も定常傾斜角 $\bar{\theta}_o$ と変動傾斜角 φ に分けると、運動方程式は夫々次式で与えられる.

$$\sin \bar{\theta}_o = \frac{A_o + P_1 + P_2}{(M_{Bo} + \delta M_{Bo}) - W \ell_c} \quad (4.28)$$

$$\left. \begin{aligned} (C - \tilde{I}\omega^2)\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + \{(N+R)\omega\}\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi &= A_c + Q_c \\ (C - \tilde{I}\omega^2)\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi - \{(N+R)\omega\}\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi &= A_s + Q_s \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

但し

$$C = (M_{B0} + \delta M_{B\varphi}) \cos \bar{\theta}_0 - W \ell_C \cos \bar{\theta}_0$$

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho C_D (V \cdot \cos \bar{\theta}_0)^2 \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z z dz \simeq \frac{1}{4} \rho C_D V^2 \{D_z(\ell_0^2 - \ell_z^2)\} \quad (4.30)$$

$$P_2 = \frac{1}{4} \rho C_D \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z \cdot A_w^2 z dz \quad (4.31)$$

$$R = \rho C_D V \cdot \cos \bar{\theta}_0 \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z z^2 dz \quad (4.32)$$

$$Q_c = \rho C_D V \cos \bar{\theta}_0 \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z (B_c + z \omega \varphi_a \sin \varepsilon_\varphi) z dz \quad (4.33)$$

$$Q_s = -\rho C_D V \cos \bar{\theta}_0 \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z (B_s - z \omega \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi) z dz \quad (4.34)$$

A_0 , A_c , A_s は(2.26), (2.27), (2.28)式を B_c , B_s は(3.4), (3.5)式を用いる. ゆえに A_w は(3.7)式である.

4.3 $V_c < A_w$ の場合

この場合も前記と同様に $\bar{\theta}_0$, φ に分けると運動方程式は次のようになる.

$$\sin \bar{\theta}_0 = \frac{A_0 + P_1 + P_2 + P_3}{(M_{B0} + \delta M_{B0}) - W \ell_C} \quad (4.35)$$

$$\left. \begin{aligned} (C - \tilde{I}\omega^2)\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi + \{N + (R_1 + R_2)\}\omega \varphi_a \sin \varepsilon_\varphi &= A_c + Q_c \\ (C - \tilde{I}\omega^2)\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi - \{N + (R_1 + R_2)\}\omega \varphi_a \cos \varepsilon_\varphi &= A_s + Q_s \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

上式において, $V_c \geq A_w$ と異なるものは P_1 , P_2 , P_3 , R_1 , R_2 , Q_c , Q_s である. それらは次式で与えられる.

$$P_1 = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z 2\beta (V \cos \bar{\theta}_0)^2 z dz \simeq \frac{\rho C_D}{2\pi} \beta V^2 \{D_z(\ell_0^2 - \ell_z^2)\} \quad (4.37)$$

$$P_2 = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z \left(\beta - \frac{\sin 2\beta}{2}\right) A_w^2 z dz \quad (4.38)$$

$$P_3 = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z (4 V \cos \bar{\theta}_0 \cdot \cos \beta) A_w z dz \quad (4.39)$$

$$R_1 = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z V \cos \bar{\theta}_0 (4\beta - 2\sin 2\beta) z^2 dz \quad (4.40)$$

$$R_2 = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{\ell_z}^{\ell_0 \sec \bar{\theta}_0} D_z \cdot Q_w z^2 dz \quad (4.41)$$

但し

$$Q_w = \frac{4 V^2 \cos \bar{\theta}_0 \cdot \cos \beta}{A_w} + 3 \cos \beta \cdot A_w - \frac{\cos 3\beta}{3} \cdot A_w \quad (4.42)$$

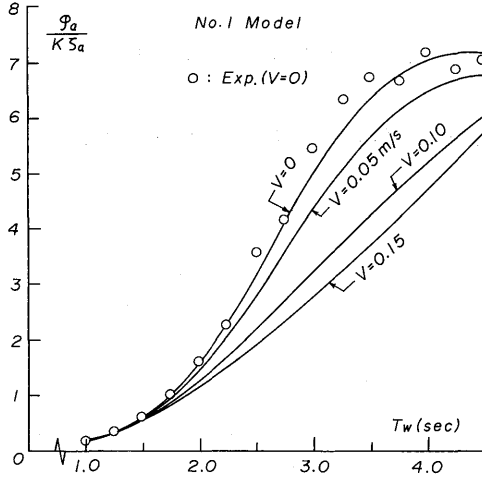


図6 潮流速度と動揺振幅の計算の比較.

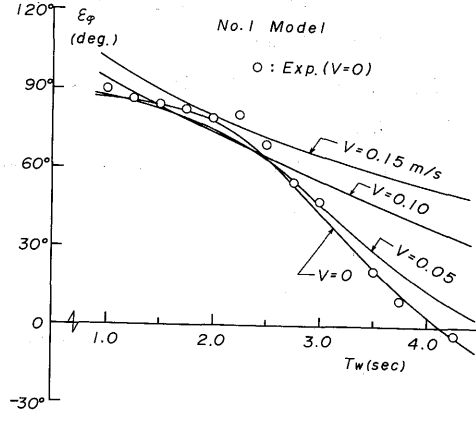


図7 潮流速度と位相差の計算の比較.

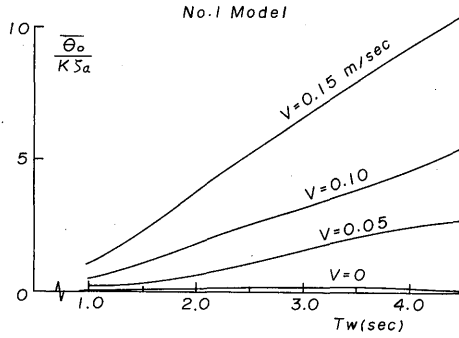


図8 潮流速度と定常傾斜角の計算.

$$Q_c = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{l_z}^{l_{0sec}\bar{\theta}_0} D_z(B_c + z\omega\varphi_a \sin \varepsilon_\varphi) \left\{ V \cos \bar{\theta}_0 (4\beta - 2\sin 2\beta) + Q_w \right\} z dz \quad (4.43)$$

$$Q_s = \frac{\rho C_D}{2\pi} \int_{l_z}^{l_{0sec}\bar{\theta}_0} D_z(B_s - z\omega\varphi_a \cos \varepsilon_\varphi) \left\{ V \cos \bar{\theta}_0 (4\beta - 2\sin 2\beta) + Q_w \right\} z dz \quad (4.44)$$

(4.29), (4.36)の右辺第1項の A_c , A_s は同等であるが, 第2項の Q_c , Q_s は異なる値を示す.

これら $V_c \geq A_w$, $V_c < A_w$ の解法は, $V = 0$ の場合と同様に繰り返し方法で計算した. 計算結果を図6, 7, 8に示す.

5. 模型実験及び方法

$V = 0$ の実験は九州大学応用力学研究所津屋崎海洋災害実験所小水槽 ($L \times B \times D = 60\text{m} \times 1.5\text{m} \times 1.5\text{m}$) 水深 $H = 1.23\text{m}$ で行った。

使用した塔の模型は図1に示すように水中下に円柱状の浮力体を持ったものである。塔の主要目は次の通りである。

全 長 $\ell = 1.465\text{m}$ 高 さ $S = 0.065\text{m}$
 直 径 $D_1 = 0.0304\text{m}$ " $\ell_z = 0.05\text{m}$
 $D_2 = 0.09\text{m}$ " $z_o = 0.035\text{m}$
 $D_3 = 0.0304\text{m}$ 重 量 $W = 0.642\text{kg}$

浮力体 ($D_1 \times S$) は上下に移動可能である。従って図1より ℓ_1 の長さを3通り変化させて $\theta = 0$ における静水中自由動揺試験を行った。ここで得られた固有周期 T_e と対数減衰係数 a_p は次の通りであった。

表1

Model No.	$\ell_1 - \ell_z$	T_e (固有周期)	a_p (対数減衰係数)
1	1.0m	3.62秒	0.237
2	0.8m	3.50秒	0.260
3	0.6m	3.32秒	0.284

円柱材は硬質アクリルパイプを使用した。塔の回転部はベアリングを用いてユニバーサルジョイント方式とし浮力体によって直立する。塔は水平面内の回転はしないが任意の方向の傾斜は自由になる。

波高計は位相解析を容易にするため塔の側面の位置に設置し、波高は0.04 mを基準として計測した。規則波の波周期は1.0秒～4.5秒の範囲で行った。

模型と実機の関係は特に考慮していないが、実海域は沿岸部として最大一様潮流を2ノットと考えて、模型に用いた潮流は最大0.15 m/secとして計算した。

6. 計算と実験結果

6.1 $V=0$ の場合

図2はNo.1 Modelの計算と実験を比較したものである。横軸は波周期 T_w 、縦軸は動揺振幅の無次元値 $\phi_a/K\zeta_a$ を示す。実線は本論で点線(6)は藤野等、鎖線(3)は田才による夫々の計算結果である。

図3は位相差を示し、図4は波による定常傾斜角の無次元値 $\theta_o/K\zeta_a$ を示す。この θ_o は非常に小さく実験値を求めるのが困難であったので図示できなかった。図2, 3に見られるように、実験との比較では本論の計算で十分の値が得られたと思う。

図5は本論の計算と実験の比較である。浮力体を上下に移動させたときの動揺振幅の無次元値である。横軸は塔の固有周期 T_e と波周期 T_w の比で示した。この図から浮力体を下方に移動する程、動揺振幅の

無次元値が小さくなることを示している。

尚 $T_w > 4.0$ 秒の実験値は、波の反射波が多少含まれていたので計測誤差を生じたことを付記する。

このような形状をもつ塔の規則波中の運動を推定するには、本論の計算でも十分であることがわかった。付加質量係数及び抗力係数には、 $C_M = 2.0$, $C_D = 1.2$ を用いたが適当な数値計算で算出すればより良い結果が得るものと思う。又減衰係数についても同様である。

6.2 $V \neq 0$ の場合

一様潮流がある場合の運動方程式は、田才の方法と、 $V = 0$ における藤野等の方法を応用した計算である。実験は実施していないので計算結果のみの御指導を戴きたい。ゆえに結論は省く。

図6, 7は、No.1 Modelにおける V の変化による振幅の無次元値と位相差を示す。図6から V が増加するにつれて振幅は小さくなっている。

図8は、No.1 Modelにおける定常傾斜角を図示する。

図9, 10は、 $V = 0.05 \text{ m/s}$ と $V = 0.10 \text{ m/s}$ の夫々に対応する浮力体の移動変化による動揺振幅である。 V の増加によって振幅の無次元値が小さくなるのがわかる。又 $V = 0.15 \text{ m/s}$ の場合のときは、Model の変化による振幅の差は小さいので図は省略した。

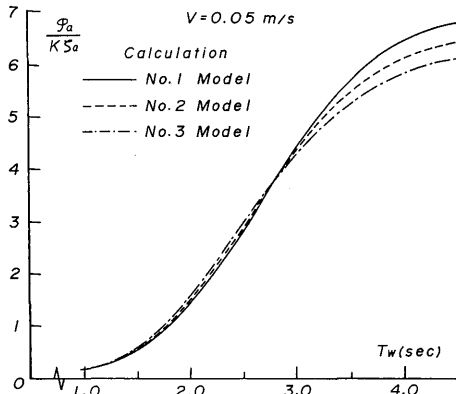


図9 各Modelと動揺振幅の計算の比較
($V = 0.05 \text{ m/sec}$).

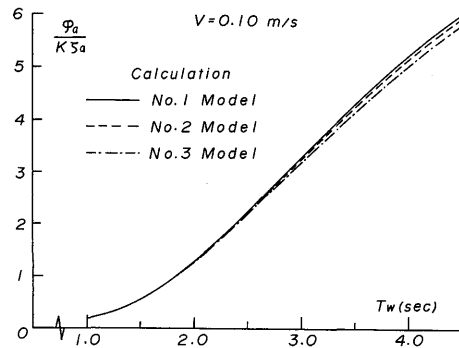


図10 各Modelと動揺振幅の計算の比較
($V = 0.10 \text{ m/sec}$).

本研究所大楠丹教授、経塚雄策教授（現総合理工学研究科）には、終示御助言と御指導を頂き深く感謝の意を表します。

数値計算には応用力学研究所 FACOM M-760 を利用したことを記す。

参 考 文 献

- 1) MAFCO TOWER, Catalogu by Niigata Engineering Co. LTD., and Maritime Facilities Co., LTD.

- 2) 運輸省第一港湾建設局, “水中浮力式波浪観測塔”昭和 60 年 11 月, 酒田港沖合 8 Km に設置.
- 3) 田才福造: 風, 潮流及び波浪に対する Articulated Tower の応答計算法 (その 1). 九州大学応用力学研究所所報, 第 57 号, 昭和 57 年 10 月.
- 4) 椎貝博美: 関口定男: 星野久雄: ヒンデで支えられた柱状海洋構造物の振動特性, 土木学会論文集, 第 342 号, 1984 年 2 月.
- 5) 荒川廣行: 規則波中における Articulated Tower の運動について, 九州大学応用力学研究所所報, 第 63 号, 昭和 62 年 1 月.
- 6) 藤野正隆: 深沢塔一: 相楽希美: 永山慶一: Articulated Column の波浪中の挙動解析 (第 1 報) — 規則波中の周波数応答 —, 日本造船学会論文集, 第 162 号, 1987 年.