

3次統計量とバイスペクトル

草場, 忠夫
九州大学応用力学研究所 : 助手

増田, 章
東京大学海洋研究所 : 助教授

丸林, 賢次
九州大学応用力学研究所 : 技官

石橋, 道芳
九州大学応用力学研究所 : 技官

他

<https://doi.org/10.15017/4743922>

出版情報 : 応用力学研究所所報. 69, pp.1-32, 1990-02. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



三次統計量とバイスペクトル

草場 忠夫* 増田 章**
 丸林 賢次*** 石橋 道芳***
 光 易 恒****

概 要

風と風波の局所平衡仮説に基づき、一連の多量な水槽実験データを使用し風波の三次統計量を波風径数 \bar{u} ($=\omega_p u_*/g$) の関数として詳細に調べた。ここで、 ω_p : 風波スペクトルの主振動数、 u_* : 風の摩擦速度、 g : 重力加速度である。水面の変位およびその時間微分の三乗平均の無次元値 \bar{S} 、 \bar{T} はそれぞれ波風径数 \bar{u} の二乗および三乗に比例して次式が成立する;

$$\bar{S} = 5.40 \times 10^{-3} \bar{u}^2 \quad (2.15 \bar{E}^2),$$

$$\bar{T} = 4.17 \times 10^{-3} \bar{u}^3 \quad (32.8 \bar{E}^3).$$

ここに、 $\bar{S} = S \omega_p^6 / g^3$ (S =水面変位の三乗平均値)、 $\bar{T} = \dot{T} \omega_p^3 / g^3$ (\dot{T} =水面変位の時間微分の三乗平均値) および $\bar{E} = E \omega_p^4 / g^2$ (E : 風波スペクトルの全パワー) である。ただし、 \bar{T} は $5\omega_p$ 以上の高周波成分を除去したデータから計算したものである。

微視的な量として風波のバイスペクトル形を高周波領域まで詳細に調べた。測定した風波のバイスペクトルには実部だけでなく虚部にも特徴的な整然とした構造が見られる。この分布は波風径数 \bar{u} の増大と共に徐々に変化する。主要領域においては、弱非線型理論から計算したバイスペクトルの実部は測定結果とよく一致する。従って、バイスペクトルの積分として計算される三次統計量 \bar{S} の理論値と測定値との一致も非常に良好である。

これまでは二次の統計量を基に局所平衡仮説が議論されてきたが、本実験の三次統計量の解析結果も局所平衡仮説を支持する。更に、風の影響および風波成分波間の非線型相互作用の観点からバイスペクトルの物理的意味を考察する。

1. ま え お き

風波の場合は波に加えて流れ、乱れが混在し、極めて複雑な様相を呈する。この複雑な現象を解明するためこれまで数多くの研究が行われてきた。幸いにも、風と風波に関しては、吹送距離則 (Fetch

*九州大学助手, 応用力学研究所

**東京大学助教授, 海洋研究所

***九州大学技官, 応用力学研究所

****九州大学教授, 応用力学研究所

relation)¹⁾⁻³⁾や、鳥羽の3/2乗則⁴⁾⁵⁾といった経験則が徐々に知られるようになってきた。また、理論的な研究とあいまって、自己相似性とか局所平衡が風波の場で成り立っているらしいことも明らかになってきた⁴⁾⁻¹²⁾。

局所平衡に基づく鳥羽の3/2乗則は風と風波に関する巨視的關係式中最も信頼できる経験則である。しかしながら、その物理的な意味は未だに明らかになっていない。その成立理由を明らかにしようとする試みもいくつかあるが、広く受け入れられるにいたっていない⁷⁾⁸⁾¹⁰⁾¹³⁾。風と風波との間に局所平衡が成立していることからすると、なんらかの非線型調節機構が存在するのは疑いのないところである。局所平衡(3/2乗則を含む)および穏やかな発達といった非常に難しい問題を理解するには、風と風波の場の非線型現象を直接研究することが不可欠である。しかしながら、これまでの研究は大部分一次の統計量である平均値および二次の統計量であるパワースペクトルという低次のスペクトルに限られていた¹¹⁾¹²⁾¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾。このパワースペクトルは成分波の自分自身とだけの「相互作用」しか表さない。即ち、パワースペクトルは異なった周波数成分波間の相互作用、あるいは相関を記述出来ない。実際に出現しているスペクトルの構造自身はなんらかの非線型調節作用の結果であるが、異なる二波以上の相互作用およびその相関を直接表現するのは不可能である。他方、バイスペクトルや高次のスペクトルは三波あるいはそれ以上の成分波間の相関を直接表現する。これらの成分波は、いわゆる「共鳴条件」

$$\sum_{i=1}^n \omega_i = 0 \quad (1)$$

を満たす。ここに、 ω_i はスペクトルを構成する*i*-成分波の角周波数を表す； $n=3$ はバイスペクトル、 $n=4$ はトリスペクトルの場合である。風波の種々の非線型現象を量的に理解するためには、歪度、バイスペクトル、尖度、トリスペクトル、等の高次の統計量を詳細に調べることが有用である。

本研究の目的は、局所平衡仮説の理論の枠組に沿って風波のデータを解析し¹⁰⁾、局所平衡下の風波に関する三次の巨視的および微視的統計量の相似構造を明らかにすることである。歪度、尖度といった巨視的統計量はこれまでも度々波浪統計に関連して調べられてきた¹⁷⁾⁻²⁴⁾、バイスペクトルそのものもこれまでにいくつか報告されている²⁴⁾⁻²⁹⁾。そこで、本研究では風波の三次統計量をその相似構造との関連で詳細に調べる。即ち、本研究は次の二点に重点をおく；

1. 二次までの統計量に適用されて成果を上げてきた局所平衡仮説が三次統計量にも適用できるかどうかを吟味する。
2. 風波が準平衡を保ちながら穏やかに発達していくという物理機構を明確に理解するための基礎として、風波の非線型相互作用を表現するバイスペクトルの構造を、局所平衡仮説の下で詳細に調べる。

次節では局所平衡仮説の枠組を風波の三次統計量へ適用し、バイスペクトルに関する弱非線型理論を簡単に記述する。実際のデータ解析は3節で与える。この内、最初の3.1節は巨視的統計量の解析結果であり、続く3.2節は微視的統計量であるバイスペクトルの解析結果である。最後の節で結果を要約し、バイスペクトルが示唆する物理的な意味および解釈を議論する。

2. 局所平衡と三次統計量

2.1 巨視的統計量

狭い意味の局所平衡仮説に基づけば、風および風波に関する全ての無次元統計量は唯一の径数、波風径数 $\bar{u} = \omega_p u_* / g$ の関数形として表わすことが出来る (Masuda and Kusaba¹⁰)。ここに、 ω_p : 風波の主振動数, u_* : 風の摩擦速度, g : 重力加速度を表す。一連の風波実験データをこの局所平衡仮説に基づいて解析し、既に、

1. 水面抵抗 (これに等価である水面粗度) に関する新しい経験式を求め、
2. 風波のスペクトル形の波風径数 \bar{u} への依存性を詳しく調べ、高周波を含む風波の標準スペクトル形を提出した。

その際、鳥羽の 3/2 乗則 (Toba^{11,12}) を拠り所とした。即ち、局所平衡下の風波は 3/2 乗則 (一般的には波高と周期の関係) を満たすべきだと考え、この要請から外れる低風速および短い吹送距離のデータ (基準風速 $U_r < 5m/s$, 吹送距離 $X < 9.8m$) を除外した。風波の周期と波高の関係を表わす 3/2 乗則は次式で表わせる⁴⁾⁵⁾;

$$\bar{E} = E \omega_p^4 / g^2 = h_1(\bar{u}) \sim \bar{u}. \quad (2)$$

ここに、 E は水面変位 $\eta(t)$ の全パワーを表わす。局所平衡仮説が正しいなら、この添字付きの h は実験から具体的に決まり、波風径数 \bar{u} の普遍関数である。

ここまでの解析は一次の統計量 (平均値) および二次の統計量 (パワースペクトル) に限られている。三次まで拡張すると、

$$\bar{S} = S \omega_p^6 / g^3 = h_2(\bar{u}) \quad (3)$$

$$\bar{T} = T \omega_p^3 / g^3 = h_3(\bar{u}) \quad (4)$$

といった式が典型的な三次統計量を表現する。ここで、 $S = \langle \dot{\eta}^3(t) \rangle$, $T = \langle \dot{\eta}^3(t) \rangle$ であり、 $\dot{\cdot}$ は時間に関する微分を表わし、 $\langle \rangle$ は時間およびアンサンブル平均を表わす。これらの統計量の歪度は次式で定義される;

$$S_s = S / E^{3/2} = h_4(\bar{u}), \quad (5)$$

$$S_t = T / \langle \dot{\eta}^2(t) \rangle^{3/2} = h_5(\bar{u}). \quad (6)$$

歪度はこれまでよく「波形勾配」、あるいはこれと等価である非線型度 \bar{E} (\propto 波形勾配の 2 乗) の関数として論じられた (Tayfun²⁰, Huang and Long²¹, Hatori²², 合田²³, Longuet-Higgins²⁴)。しかしながら、局所平衡仮説下の風波の場では非線型度 \bar{E} と波風径数 \bar{u} との間には線型の一意的な関係があり、それは近似的に一次関数で表わされる (3/2 乗則) ことを考慮すると、非線型度 \bar{E} と波風径数 \bar{u} とは実際

上同等である。これ以後種々の統計量の測定結果を比較のため波風径数 \bar{u} および非線型度 \bar{E} の関数として二通り示す。波風径数 \bar{u} が風の効果を直接表わしていること、および波風径数 \bar{u} が大きな値を取ると非線型度 \bar{E} の値は飽和することの二つを注意として述べておく (Kusaba and Masuda¹²⁾).

2.2 バイスペクトル

二次の巨視的統計量である風波の全パワーは微視的統計量の周波数スペクトル $\phi(\omega)$ の積分である；

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega) d\omega. \quad (7)$$

同様に巨視的三次統計量の S, T も次式のようにバイスペクトルの積分で表わせる；

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2, \quad (8)$$

$$T = i \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega_1, \omega_2) \omega_1 \omega_2 (\omega_1 + \omega_2) d\omega_1 d\omega_2. \quad (9)$$

ここに、 i は虚数単位、 $B(\omega_1, \omega_2)$ はバイスペクトル密度を表わし、次式で定義される。

$$B(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \eta(t) \eta(t+\sigma) \eta(t+\tau) \rangle \exp\{-i(\omega_1\sigma + \omega_2\tau)\} d\sigma d\tau. \quad (10)$$

スペクトルの相似則が

$$\omega_p \phi(\omega) / E = \bar{\phi}(\bar{\omega}; \bar{u}) \quad (11)$$

と表されるのと同じく、局所平衡仮説はバイスペクトル形として次式を要請する；

$$\omega_p^2 B(\omega_1, \omega_2) / S = \bar{B}(\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2; \bar{u}). \quad (12)$$

ここで、 $\bar{\omega} = \omega / \omega_p$ は無次元周波数である。バイスペクトル密度の対称性から、

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}\{B(\omega_1, \omega_2)\} d\omega_1 d\omega_2 \\ &= 6 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \text{Re}\{B(\omega_1, \omega_2)\} d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$T = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im}\{B(\omega_1, \omega_2) \omega_1 \omega_2 (\omega_1 + \omega_2)\} d\omega_1 d\omega_2 \quad (14)$$

を得る。 Re および Im はそれぞれ複素数の実部および虚部を表わす。

2.3 バイスペクトルの弱非線型理論

準ガウス過程を仮定すると、自由波のバイスペクトル密度は二次までの弱非線型理論から次式で表される:

$$\begin{aligned}
 B(\omega_1, \omega_2) = & 2 \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 d\theta_2 \left[\frac{f_2\{(\omega_1, \theta_1), (\omega_2, \theta_2)\}}{W\{(\omega_1, \theta_1), (\omega_2, \theta_2)\}} \psi(\omega_1, \theta_1) \psi(\omega_2, \theta_2) \right. \\
 & + \frac{f_2^*\{-(\omega_1, \theta_1), (\omega_1 + \omega_2, \theta_2)\}}{W^*\{-(\omega_1, \theta_1), (\omega_1 + \omega_2, \theta_2)\}} \psi(\omega_1 + \omega_2, \theta_2) \psi(\omega_1, \theta_1) \\
 & \left. + \frac{f_2^*\{-(\omega_2, \theta_2), (\omega_1 + \omega_2, \theta_1)\}}{W^*\{-(\omega_2, \theta_2), (\omega_1 + \omega_2, \theta_1)\}} \psi(\omega_1 + \omega_2, \theta_1) \psi(\omega_2, \theta_2) \right]. \quad (15)
 \end{aligned}$$

ここに、アスタリスク*は複素数共役を表し、 $\psi(\omega, \theta)$ は周波数が ω で、方向 θ の自由波の方向スペクトル（一次のスペクトル）である。その他の記号および物理的な意味は Masuda and Kuo²⁷⁾²⁸⁾ に述べてある。この理論から求めたバイスペクトルを後で実験結果と比較する。ここで、次のことを注意しておく。マイルズ機構 (Miles Mechanism) による風からの入力、エネルギー散逸あるいは低面傾斜といった時間的な（空間的でもよい）非対称過程を導入しなければ、関数 f_2 および W は実である。従って、バイスペクトル密度(15)も実である (Miles³¹⁾, Masuda and Kuo²⁷⁾²⁸⁾).

式(15)および(16)を使うと、バイスペクトルの理論値 $B(\omega_1, \omega_2)$ が計算できる (Longuet-Higgins¹⁸⁾ は別の定式化を行なっている)。このバイスペクトル $B(\omega_1, \omega_2)$ から $\langle \eta^3 \rangle$ および $\langle \dot{\eta}^3 \rangle$ の理論値が求められる。このモデルではバイスペクトルは実であるから、虚部の積分である T の値は常に零になる。実際に測定される風波のバイスペクトルの虚部は零ではなく、有意の値を持っている (3.3節を参照)。

特に、スペクトルが非常に狭帯であれば、正の周波数 ω に対して方向分布関数 $\psi(\omega, \theta)$ は

$$\psi(\omega, \theta) = \frac{1}{2} E \delta(\omega - \omega_p) \delta(\theta) \quad (16)$$

となるので、(15)から正の周波数 ω_1, ω_2 におけるバイスペクトルは

$$B(\omega_1, \omega_2) = \frac{E^2 \omega_p^2}{2g} \delta(\omega_1 - \omega_p) \delta(\omega_2 - \omega_p) \quad (17)$$

と書かれる。ここに、 δ はディラック (Dirac) のデルタ関数である。この場合、 S は(13), (17)から

$$S = 3E^2 \omega_p^2 / g \quad (18)$$

となる。これはスペクトルが狭帯の場合の Tayfun²⁰⁾ および Srokosz and Longuet-Higgins²⁴⁾ の結果

$$S_s = 3E^3 \quad (19)$$

に一致する。

しかしながら、現実の風波スペクトルは周波数および方向に関し有限の帯域幅を持っている。水槽の

風波に関しては信頼できる方向分布 $\psi(\omega, \theta)$ が知られていないので、ここでは正の周波数 ω に対する方向スペクトルとして単純に次式を仮定した：

$$\psi(\omega, \theta) = \begin{cases} D(\rho(\omega)) \cos^{\rho(\omega)} \theta \phi(\omega), & |\theta| < |\pi/2| \\ 0, & |\theta| \geq |\pi/2|. \end{cases} \quad (20)$$

ここに、 $D(\rho(\omega))$ は正規化因数である。Mitsuyasu et al.³³⁾ が風波の位相速度を調べるために小型風洞水槽で行った実験結果によると、風洞水槽の風波の主要領域における方向分布関数の指標 ρ の値は、基準風速 $U_r = 10.0, 12.5, 15.0 \text{ m/s}$ に対して、それぞれ 4, 3, 2 であった。そこで、ここではその平均を取って、周波数 ω や風速、吹送距離に無関係に $\rho = 3$ とした。

風洞水槽で測定した風波スペクトルは自由波スペクトルと強制波スペクトルとで構成されている。従って、バイスペクトルを求めるには、測定したスペクトルを自由波スペクトルと強制波スペクトルとに分離した後 (Masuda et al.³²⁾, Mitsuyasu et al.³³⁾), 自由波のスペクトルに (15) を適用して計算しなければならない。しかし、ここでは自由波のスペクトルを測定されたスペクトルで近似した。Masuda and Kuo²⁸⁾ によると、測定されたスペクトルそのものから計算したバイスペクトルと分離された自由波スペクトルから計算したバイスペクトルとの差異は主要周波数領域 (ω_p, ω_p) 付近では非常に小さい。このためここでは測定したスペクトルから自由波スペクトルと強制波スペクトルとに分離しなかった (3.3 節最後の議論を参照)。

風波の場に準ガウス仮定を適用できるかどうかをバイスペクトルについて調べた Masuda and Kuo²⁸⁾ の研究結果を見ると、バイスペクトル密度は主要周波数領域 (ω_p, ω_p) 付近を除いて非常に小さい。この為、生のバイスペクトルのままでは、その構造を詳細に調べるのは難しい。そこで、ここではバイスペクトルに次式のような無次元化を施した：

$$B_c(\omega_1, \omega_2) = \frac{\omega_p^{1/2} B(\omega_1, \omega_2)}{\{\phi(\omega_1) \phi(\omega_2) \phi(\omega_1 + \omega_2)\}^{1/2}}. \quad (21)$$

この $B_c(\omega_1, \omega_2)$ は Arhan and Plaisted²⁹⁾ および Elgar and Guza³⁰⁾ によって使われたバイコヒーレンス (bicoherence) に類似している。この $B_c(\omega_1, \omega_2)$ の定義は「共鳴」条件 (1) を満たす三波の周波数成分波間の相互相関に対応する。従って、これ以後この $B_c(\omega_1, \omega_2)$ を周波数 (ω_1, ω_2) での バイスペクトル相関 と呼ぶことにする。局所平衡仮説を三次の統計量まで拡張できるとするなら、このバイスペクトル相関 $B_c(\omega_1, \omega_2)$ も波風径数 \bar{u} から決まる普遍関数で

$$B_c(\omega_1, \omega_2) = \bar{B}_c(\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2; \bar{u}) \quad (22)$$

で表わせることになる。この \bar{B}_c は実験から具体的に決まるはずである。

3. 解析結果

3.1 バイスペクトルの計算

バイスペクトルは風波の水面変動の約 200 分間の記録から計算した。計算手順は次の通りである。200 Hz で離散化した磁気テープに記録した風波の水面変動を 1 サンプル 8192 (=2¹³) 個に分割した。従って、1 サンプルのデータ長は 40.96 秒である。このデータに通常の FFT 法でフーリエ変換を施す。この解析では 285 個のサンプルを使用した。周波数 ($k\Delta\omega$, $l\Delta\omega$) でのバイスペクトルは

$$B(k\Delta\omega, l\Delta\omega) = \frac{\langle C_k C_l C_{k+l}^* \rangle}{(\Delta\omega)^2} \quad (23)$$

で与えられる。ここに、 k, l は整数、添字付き C は複素フーリエ係数、 $\Delta\omega$ は離散化した角周波数の間隔を表す。バイスペクトルを精度良く計算するにはサンプル数 285 でも不足である。そこで、スペクトルの自由度を上げるためにここでは次式の二次元三角錐フィルターを使用した；

$$B(k\Delta\omega, l\Delta\omega) = \frac{1}{(\Delta\omega)^2 (n_f + 1)^2} \sum_{i=-n_f}^{n_f} \sum_{j=-n_f}^{n_f} \{C_{k+i} C_{l+j} C_{k+l-i-j}^* (n_f - |i|) (n_f + 1 - |j|)\}. \quad (24)$$

ここに、 $(2n_f + 1)$ はフィルターの帯域幅である。

このフィルター幅を表す n_f の数を種々変えてバイスペクトルの統計的安定性を調べた。この外に二次元の矩形フィルターも用いてみた。その結果、使用するフィルターの細かな差異は測定したバイスペクトルを全体としてあまり変化させないことが判った。統計的にも安定したバイスペクトルを与えるフィルターとして、ここでは $n_f = 8$ の場合の三角錐フィルター (24) を採用した。

3.2 巨視的統計量

この節では、予備実験のデータをも使用する。予備実験では同じ大型風洞水槽を使用した⁸、水深 $h = 1.2$ m である。記録時間も約 13 分と短い。短吹送距離 ($X < 9.8$ m) の風波は局所平衡仮説を満たさないと推定される (Kusaba and Masuda¹²)。そこで、ここでは吹送距離が $X < 9.8$ m 以下の風波のデータは解析の対象から外した。これ迄の三次統計量に関する実験の多くは吹送距離が 10 m 程度以下の風波を計測している。ちなみに、Honda and Mitsuyasu¹⁹ および Hatori²² の風波の実験は吹送距離 10 m 以下であり、Huang and Long²¹ の実験では、10.77 m である。従って、本研究では、これまで行なわれた室内実験に比べて、長い吹送距離の風波を解析したことになる。

以下に示される測定結果では、最低基準風速 $U_r = 2.5$ m/s および最高基準風速 $U_r = 15.0$ m/s を各々三角印および四角印で他と区別した。これは次の事情による。基準風速 $U_r = 2.5$ m/s の風波のデータは 3/2 乗則から非常に外れる。即ち、基準風速 $U_r = 2.5$ m/s の風波は 3/2 乗則に準拠する局所平衡仮説を満たさない (図 3 を参照)。他方、最高基準風速 $U_r = 15.0$ m/s の場合、風波は吹送距離と共に急

速に発達し、大振幅の波になる。この場合も、波高と周期の関係は3/2乗則から大きく外れる。長い吹送距離では風波は峰付近で部分的に碎波を起こしているのが観察された。その上、発達した大振幅の風波のため、摩擦速度 u_* を正確に測定するのは困難である。これらの理由から、最小自乗法を実験データに当てはめて実験式を決める場合、これらの両極端の基準風速 ($U_r=2.5$ および 15.0 m/s) のデータを除外した。このようにして決めた実験式を以下の図では太線で示す。これらの図にはもう一つ太破線が描かれている。これらは、上で求めた実験式の指数をそれに近い整数で置き直すか、あるいは理論が予測する場合はその理論値で指数を置き直して、もう一度最小自乗を実験データに適用して決めた実験式である。

巨視統計量の基本的性質

この風洞水槽の水面上の風速分布および風波の周波数スペクトルは Kusaba and Masuda¹¹⁾¹²⁾ で詳細に報告したので、ここでは省略する。

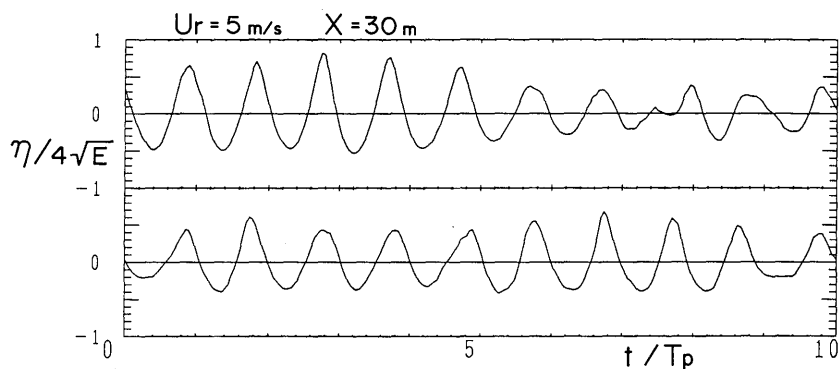
図1は風波の水面変動の測定例である。(a)は基準風速 $U_r=5.0$ m/s で吹送距離 $X=30$ m [波風径数 $\bar{u}=3.74 \times 10^{-1}$, 非線型度 $\bar{E}=1.72 \times 10^{-2}$]、(b)は基準風速 $U_r=15.0$ m/s で吹送距離 $X=15$ m [波風径数 $\bar{u}=1.74$, 非線型度 $\bar{E}=5.86 \times 10^{-2}$] の場合である。ここに、時間軸(横軸)および水面変位(縦軸)はそれぞれ $T_p=2\pi/\omega_p$ および $4\sqrt{E}$ で無次元化した。これらのデータは波風径数 \bar{u} の小さい場合および大きい場合の典型的な例として選んだ。

波風径数 \bar{u} の増大と共に、(1)の風波の峰は尖り、(2)谷は平になり、(3)波形は前傾してくる(左側へ傾く)ことなどが判る。この図に示したデータの無次元水面変位 $\eta(t)/(\langle \eta^2(t) \rangle)^{1/2}$ およびその微分 $\dot{\eta}(t)/(\langle \dot{\eta}^2(t) \rangle)^{1/2}$ の統計確率分布を図2に示した。この微分波形 $\dot{\eta}(t)$ はFFTのデータから高周波遮断周波数 $\omega_c=5\omega_p$ 以上の高周波成分を除去して計算したものである(この ω_c については3.2節を参照)。波風径数 \bar{u} の増大と共に、Gauss分布からずれてくることが判る。波風径数 \bar{u} の増大と共に、風波の波形が尖り前傾し、統計確率分布が Gauss 分布から外れてくるという特徴は三次統計量に密接に関連している (Longuet-Higgins¹⁸⁾, Masuda and Kuo²⁷⁾²⁸⁾。

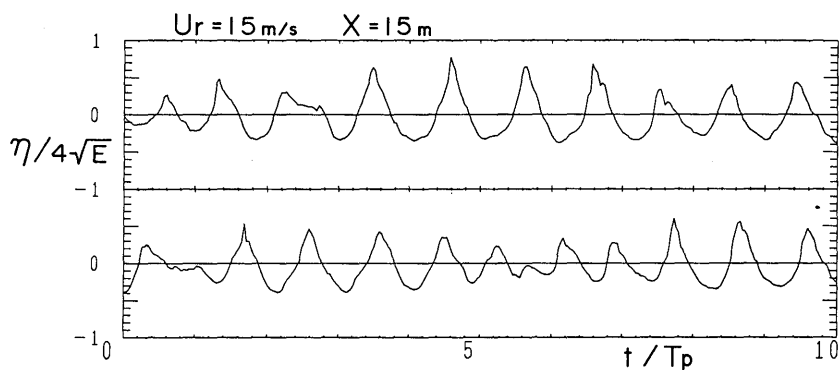
図3に非線型度 $\bar{E}=E\omega_p^4/g^2$ の波風径数 $\bar{u}=\omega_p u_*/g$ に対する変化を示した。この $\bar{E} \sim \bar{u}$ (波高一周期)の関係はこれまで一連の研究¹⁰⁾⁻¹²⁾で風と風波の局所平衡仮説の成立判定の指標として使った重要なものである。この図の三角および四角印は各々最低基準風速および最高基準風速の実験データである。これらのデータには他に比較して特異な振舞いがみられる。即ち、3/2乗則に準拠する局所平衡仮説を満たさない。太線あるいは破線はこれらのデータを除外して、最小自乗法から決めた実験式

$$\bar{E}=4.86 \times 10^{-2} \bar{u}^{0.904} [\bar{E}=5.02 \times 10^{-2} \bar{u}] \quad (25)$$

を表わしている。[] の実験式は Toba の 3/2 乗則に対応する⁴⁾⁵⁾。Kusaba and Masuda¹¹⁾¹²⁾ の実験的研究によると、波風径数 \bar{u} が増大して1を越えると、非線型度 \bar{E} の値は飽和する傾向があり、3/2乗則より小さな値を取る。これは碎波によるものと推定される。この二次の推定量の図と比較すれば、三次統計量の相似則の適合度を推定することが出来る。



(a). $\bar{u}=3.74 \times 10^{-1}$, $\bar{E}=1.72 \times 10^{-2}$.



(b). $\bar{u}=1.74$, $\bar{E}=5.86 \times 10^{-2}$.

図 1 風波の波形.

(a) $U_r=5\text{m/s}$, $X=30\text{m}$, [$\bar{u}=3.74 \times 10^{-1}$, $\bar{E}=1.72 \times 10^{-2}$].

(b) $U_r=15\text{m/s}$, $X=15\text{m}$, [$\bar{u}=1.74$, $\bar{E}=5.86 \times 10^{-2}$].

ここで、時間軸および水面変位は $T_p=2\pi/\omega_p$ および $4\sqrt{E}$ で各々無次元化した。
 (a) および (b) は波風径数 \bar{u} (非線型度 \bar{E}) が小さい場合および大きい場合の典型的な例として選んだ。

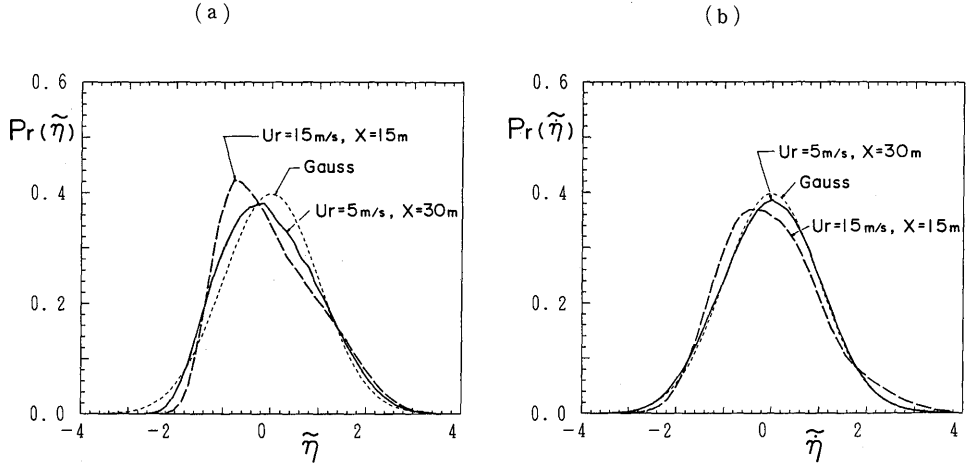


図 2 無次元確率密度 (データは図 1 に同じ).

(a) 水面変位 $\tilde{\eta} = \eta / \langle \eta^2 \rangle^{1/2}$,

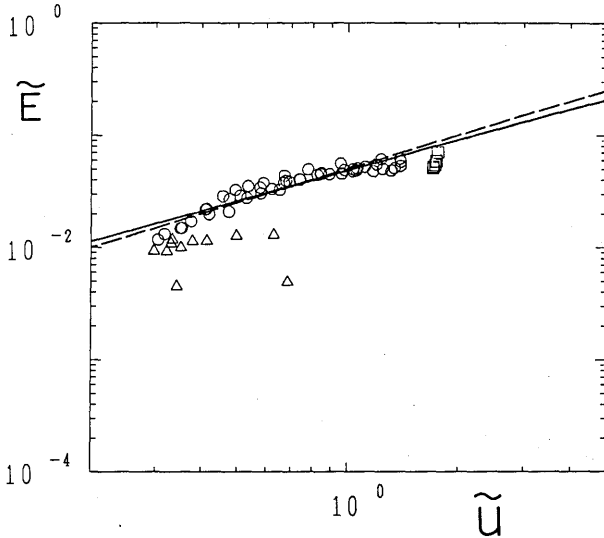
(b) 水面変位の時間微分 $\tilde{\dot{\eta}} = \dot{\eta} / \langle \dot{\eta}^2 \rangle^{1/2}$.

太線: $U_r = 5\text{m/s}, X = 30\text{m}$,

点線: $U_r = 15\text{m/s}, X = 15\text{m}$,

破線: ガウス分布 (参考のため),

図 (b) は高周波遮断周波数 $5\omega_p$ を施した FFT データから求めた (詳細は本文を参照).



三角および四角印は最低風速 $U_r = 2.5\text{m/s}$ および最高基準風速 $U_r = 15\text{m/s}$ に各々対応する.

太線: 実験データへ単純最小自乗法を当てはめて決めた実験式.

破線: 上で求めた実験式の指数にそれに近い整数あるいは理論から予測されるときは, その数に決めた後, 改めて最小自乗で求めた実験式.

この図で, 指数を 1 と置いて求めた実験式 (破線) は Toba (1972, 1973) の $3/2$ 乗則に対応する.

図 3 非線型度 $\bar{E} = E\omega_p^4/g^2$ の波風径数 $\bar{u} = \omega_p u_{*}/g$ に対する変化.

$S = \langle \eta^3(t) \rangle$ と歪度.

波風径数 \bar{u} および非線型度 \bar{E} に対する変化を図4に示した. 明らかに, 波風径数 \bar{u} より, 非線型度 \bar{E} との相関がよい. このため, 図4(a)は波風径数 \bar{u} と非線型度 \bar{E} との関係を表わす図3に非常に類似している.

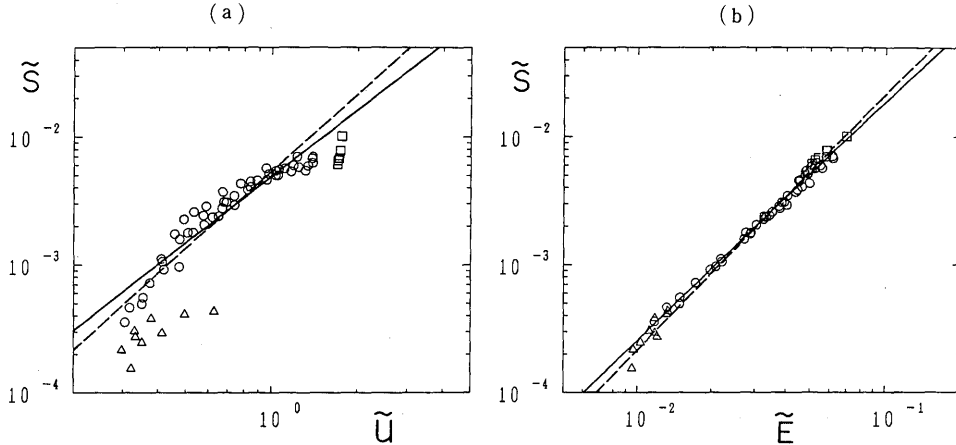


図4 (a) \bar{S} の波風径数 \bar{u} に対する変化. (b) \bar{S} の非線型度 \bar{E} に対する変化. 理論の指数は2である. 他は図3に同じ.

\bar{S} の \bar{E} に対する変化は最低および最高基準風速のデータがほんの少し実験式から外れるだけである. 太線の回帰実験式は次式で表わせる;

$$\bar{S} = 4.92 \times 10^{-3} \bar{u}^{1.72} [\bar{S} = 1.37 \bar{E}^{1.86}] \quad (26)$$

風波のスペクトル形が相似で, 弱非線型理論が正しいなら, \bar{S} は \bar{E} の二乗に比例しなければならない (Phillips³⁴), Longuet-Higgins¹⁸), Tayfun²⁰), Masuda and Kuo²⁸), Srokosz and Longuet-Higgins²⁴). 従って, 3/2乗則(図3)から \bar{S} は波風径数 \bar{u} の二乗に比例する ($\bar{S} \sim \bar{u}^2$). 理論からの指数は2である. この指数からの回帰実験式

$$\bar{S} = 5.40 \times 10^{-3} \bar{u}^2 [\bar{S} = 2.15 \bar{E}^2] \quad (27)$$

を図の破線で表わした.

歪度 S_s の波風径数 \bar{u} および非線型度 \bar{E} に対する変化を図5に示した. 最小自乗法を単純に当てはめた実験式は

$$S_s = 4.60 \times 10^{-1} \bar{u}^{0.367} [S_s = 1.37 \bar{E}^{0.366}] \quad (28)$$

であり, 指数の理論値 1/2 を当てはめたときの回帰実験式は

$$S_s = 4.80 \times 10^{-1} \bar{u}^{1/2} [S_s = 2.15 \bar{E}^{1/2}] \quad (29)$$

である。

歪度 S_s に単純に当てはめた実験式(28)は(26)とは合っているが、理論値 $1/2$ よりは小さい。しかも、指数として $1/2$ をとったときの(29)の比例係数は Huang and Long²¹⁾ による 4 でもなく、狭帯スペクトルで予想される 3 でもない (Tayfun²⁰⁾, Srokosz and Longuet-Higgins²⁴⁾; 2.3節を参照)。この不一致は周波数スペクトルおよび方向分布関数の違いによるものであろう。事実、図6(a)から判るように、測定

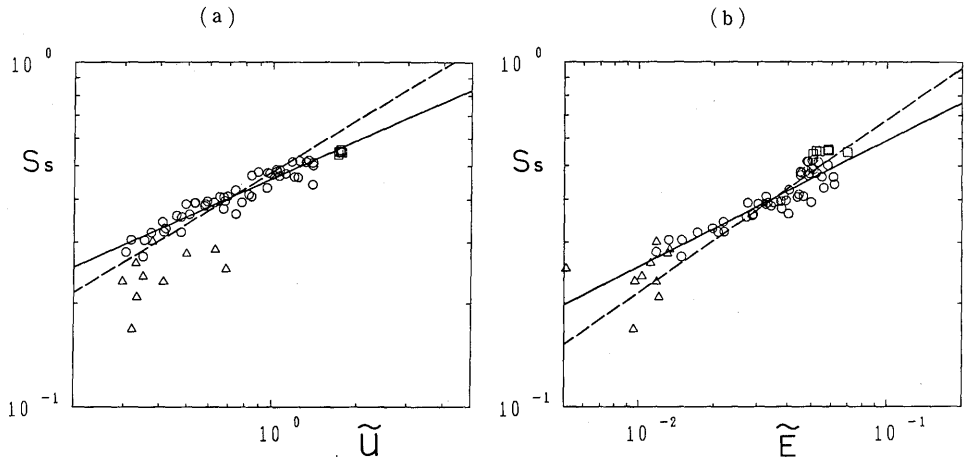


図 5 (a) 歪度 S_s の波風径数 \bar{u} に対する変化。(b) 歪度 S_s の非線型度 \bar{E} に対する変化。

理論の指数は $1/2$ である。他は図3および4に同じ。

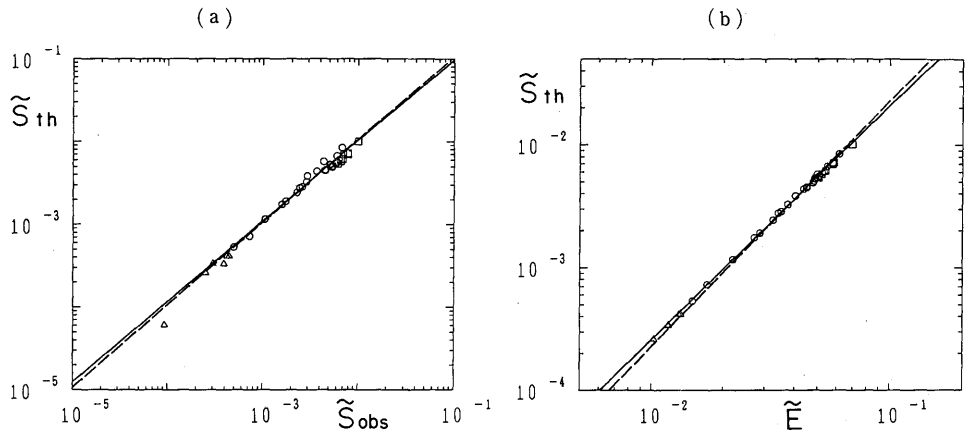


図 6 (a) 理論値 \tilde{S} と実験値 \bar{u} との比較。(b) 理論値 \tilde{S} の非線型度 \bar{E} に対する変化。

この理論値は、方向分布関数 $p=3$ を仮定して、2.3節の弱非線型理論から計算した。理論指数は、(a) の場合 1 、(b) の場合 2 である。他は図3に同じ。

した \bar{S} と $p=3$ とした方向分布関数を仮定し、2.3 節の弱非線型理論から計算した \bar{S} との一致は良好である。方向分布関数として $p=2$ および 4 の場合も計算したが、結果は殆ど同じであった。即ち、周波数スペクトルおよび方向分布関数を実際に近いものに仮定すれば、弱非線型理論は測定値を良く説明出来ることが判る。これは又、 \bar{S} と非線型度 \bar{E} とが何故よい相互相関を示すのかという理由でもある。弱非線型理論により計算したパイスペクトルから \bar{S} の回帰式として

$$\bar{S} = 1.67\bar{E}^{1.91} \quad [\bar{S} = 2.27\bar{E}^2] \quad (30)$$

を得た。これは [26] および [27] と良く一致する。

これまでの代表的な研究結果をいくつか選び、ここでの結果と比較してみよう。ここで得られた風波の歪度 S_f は Honda and Mitsuyasu¹⁹⁾ および Hatori²²⁾ の測定した範囲と殆ど一致している。Huang and Long²¹⁾ は波風径数 $\bar{u} \leq 0.6$ に対して負の歪度 S_f を報告しているが、この測定結果では、歪度 S_f は波風径数 $\bar{u} \leq 0.6$ に対しても正であった。彼等は歪度 S_f の値として、 $S_f=1$ という大きな値を得ているが、今回の実験からはその様に大きな歪度 S_f の値は得られなかった。風波に関しては、歪度 S_f の上限値は約 0.7 程度であることが推定される。これについては付録 A で議論する。歪度 S_f の非線型度 \bar{E} への依存性に関しても、Huang and Long²¹⁾ は経験式 $S_f = 4\sqrt{\bar{E}}$ を提出しているが、Hatori²²⁾ によると、歪度 S_f の非線型度 \bar{E} への依存性は小さい。他方、Srokosz and Longuet-Higgins²⁴⁾ は歪度 S_f が周波数スペクトル形によることを論じている。本解析においては、合理的な方向分布関数を仮定すれば、実際に測定した風波スペクトルから歪度 S_f を十分な精度で見積もることが出来る。Huang and Long²¹⁾ のデータは局所平衡仮説を満たしていないか、あるいは表面張力の影響を強く受けていたと考えられる。

T = < η^3 > および前傾度

風波の場の時間に関する非対称性は $T = \langle \eta^3 \rangle$ あるいは合田²³⁾ によって導入された前傾度 S_f (atiltness) によって測ることが出来る。風が強く作用している水面は峰の方へ急速に盛り上がり、その後ゆっくりと谷側へ沈み込む (図 1)。従って、 T あるいは前傾度 S_f の値は当然正でなければならない。しかしながら、これらの値を実験から求めるのには曖昧さが伴う。風洞水槽の風波スペクトルは高周波側で ω^{-3} に比例するので¹²⁾、 $\langle \eta^2 \rangle$ は発散する傾向がある。このため、実際のデータ解析では、 $\langle \eta^2 \rangle$ および $\langle \eta^3 \rangle$ の値はスペクトルのナイキスト周波数 (高周波遮断周波数 ω_c (high-cut frequency)) に強く依存する (付録 B を参照)。即ち、風洞水槽の風波のデータをそのまま用いて計算したのでは、 T および前傾度 S_f の定義自体が曖昧さを含むことになる。しかしながら、次のような手順を踏めば、これらの統計量 T および前傾度 S_f も明確な物理的意味を持つ統計量になる。即ち、無次元高周波遮断周波数 $\bar{\omega}_c = \omega_c / \omega_p$ を明確に定義し、このフィルタを通したデータからこれらの統計量 T および前傾度 S_f を求めることにするのである。このようにして求めた T および前傾度 S_f は、局所平衡下の風波の統計量として明確な物理的意味を持つことになる。本研究では、無次元高周波遮断周波数 $\bar{\omega}_c = \omega_c / \omega_p$ として $\bar{\omega}_c = 5$ とした。これに対応する \bar{T} および S_f を各々 $\bar{T}(5)$ および $S_f(5)$ で表わした。

図 7 に $\bar{T}(5)$ の波風径数 \bar{u} および非線型度 \bar{E} に対する変化を示す。 $\bar{T}(5)$ の値は波風径数 \bar{u} の増大と

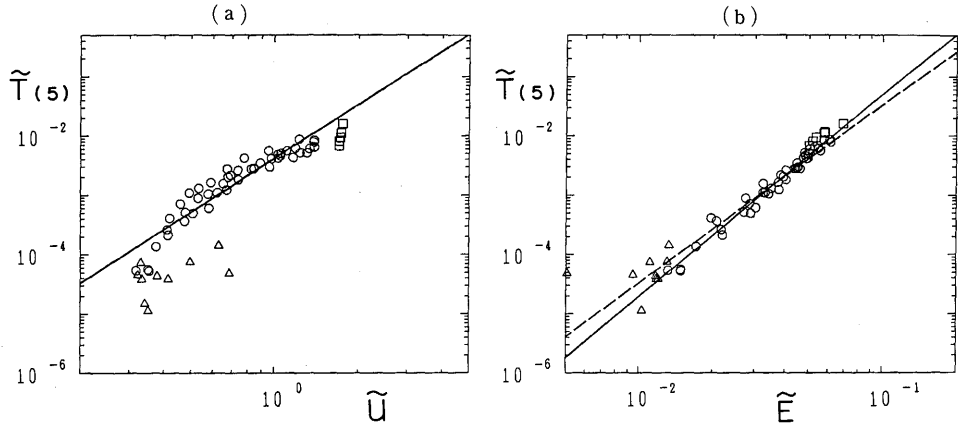


図 7 (a) $\tilde{T}(5)$ の波風径数 \tilde{u} に対する変化. (b) $\tilde{T}(5)$ の非線型度 \tilde{E} に対する変化.

$\tilde{T}(5)$ は高周波遮断周波数 $5\omega_p$ をデータに施して計算した. 理論の指数は 3 である. 他は図 1 に同じ.

共に, 明らかに増大する. これはある程度予測できたことである. 風波波形の非対称は風によるものが大きく, 風の作用がない減衰域の風波パイスペクトルは非常に小さい (Masuda and Kuo²⁸⁾) からである. (a)(b) の太線は単純な回帰実験式

$$\tilde{T}(5) = 4.18 \times 10^{-3} \tilde{u}^{3.01} [\tilde{T}(5) = 1.25 \times 10^1 \tilde{E}^{3.40}] \quad (31)$$

である. 指数として 3 を当てはめた回帰実験式は

$$\tilde{T}(5) = 4.17 \times 10^{-3} \tilde{u}^3 [\tilde{T}(5) = 3.28 \times 10^1 \tilde{E}^3] \quad (32)$$

となる. 式 (32) を有次元量の式に書き換えると

$$\langle \dot{\eta}^3 \rangle^{1/3} (5\omega_p) = 0.161 u_* \quad (33)$$

を得る. ここに, 引数の $5\omega_p$ は $\tilde{\omega}_p = 5$ を表わす. 式 (33) は, 波面の一種の鉛直速度である $\dot{\eta}$ の三乗平均の $1/3$ 乗根が水面の摩擦速度 u_* に比例することを示している. 水面の剪断流の速度が摩擦速度 u_* に比例することを考えれば, この $\langle \dot{\eta}^3 \rangle^{1/3}$ は水面の剪断流と同程度の速度を与える.

前に述べたように, 二次までの弱非線型理論 (2.3 節) は三次統計量 T の計算には無力である; 三次統計量 \tilde{T} が波風径数 \tilde{u} あるいは非線型度 \tilde{E} に依存することを説明できる理論はない. 三次統計量 \tilde{S} が非線型度 \tilde{E} の二乗に比例する ($\tilde{S} \sim \tilde{E}^2$) ことが三波相互作用 (二次の強制波の生成) を反映しているのと同様に, 三次統計量 \tilde{T} が非線型度 \tilde{E} の三乗に比例する ($\tilde{T} \sim \tilde{E}^3$) ことは \tilde{T} と四波相互作用との何等かの関係を暗示する. しかし, 次のことも注意しておく必要がある. 即ち, Masuda and Kuo²⁸⁾ によると, 無風の風波の \tilde{T} は非常に小さい値を示すことである. このことは三次統計量 T および $\ell m(B)$ が風

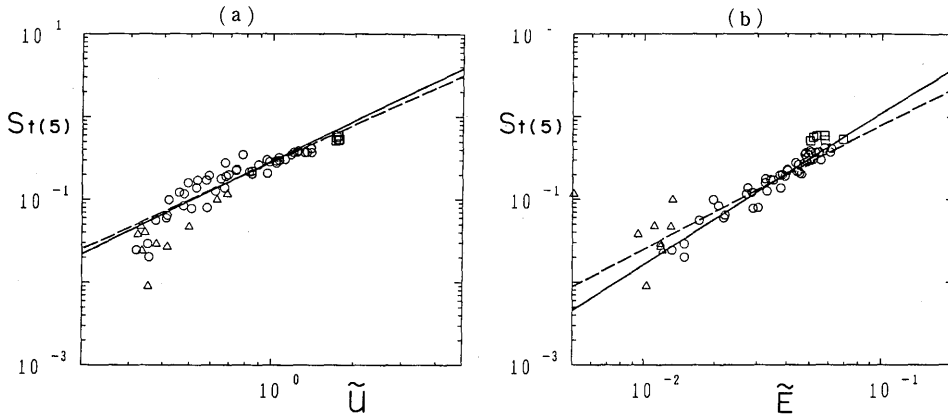


図 8 (a) 前傾度 S_1 の波風径数 \tilde{u} に対する変化. (b) 前傾度 S_1 の非線型度 \tilde{E} に対する変化.

理論の指数は $3/2$ である. 他は図 3 に同じ.

(非線型度) に強く依存することを意味する.

前傾度 $S_1(5)$ の波風径数 \tilde{u} および非線型度 \tilde{E} に対する変化を図 8 に示した. 単純に最小自乗法を当てはめた回帰実験式は

$$S_1(5) = 2.92 \times 10^{-1} \tilde{u}^{1.45} [S_1(5) = 7.46 \times 10^1 \tilde{E}^{1.83}] \quad (34)$$

であり, 指数を $3/2$ とおいた時の回帰実験式は

$$S_1(5) = 2.82 \times 10^{-1} \tilde{u}^{3/2} [S_1(5) = 2.52 \times 10^1 \tilde{E}^{3/2}] \quad (35)$$

である. 前傾度 S_1 は波風径数 \tilde{u} の大きな値に対しては歪度 S_2 と同程度であるが, 波風径数 \tilde{u} が減少すると共に非常に小さな値を示す.

三次統計量 T は S ほど研究されていない. 風洞水槽の風波の前傾度 S_1 の範囲は Honda and Mitsuyasu¹⁹⁾ によると 0.3 から 0.9 であり, 合田²³⁾ によると約 1.5 から 4 である. 前者は前傾度 S_1 の波風径数 \tilde{u} および非線型度 \tilde{E} に対する依存関係を殆ど議論していないし, 後者は前傾度 S_1 と歪度 S_2 との間の相関が弱いことを報告している. 前傾度 S_1 の値が高周波遮断周波数 ω_c によって非常に影響されることと, 従来の研究がこの高周波遮断周波数 ω_c に注意を払っていないことを考慮すると, この結果を以前の研究結果と直接比較することは困難である. ここで得た前傾度 $S_1(5)$ の値は 0 から 0.6 の範囲であるが, 高周波遮断周波数 ω_c を高いところに取れば更に大きな値を取り得る. 一方, \tilde{u} (または \tilde{E}) との関係でいえば, この解析で得られた前傾度 S_1 は $\tilde{u}^{3/2}$ ($\tilde{E}^{3/2}$) に比例し, 波風径数 \tilde{u} あるいは非線型度 \tilde{E} を介して (局所平衡), 歪度 S_2 と非常に良い相関をもち, 合田の結果²³⁾ とは異なる.

3.3 バイスペクトル密度とバイスペクトル相関

Masuda and Kuo²⁶⁾ は風波のバイスペクトルを周波数 $0.5\omega_p$ から $2.5\omega_p$ の範囲で詳細に調べた. 彼等

はバイスペクトルの実部に顕著な分布型を見出したが、虚部については明瞭な構造を見ることはできなかった。Arhan and Plaisted²⁹⁾ および Elgar and Guza³⁰⁾ も浅海および斜面上の波につき広い周波数領域で、バイコヒーレンスの大まかな分布を報告している；この浅海および斜面上の波は非線型性が強いので、そのバイスペクトルは大きな値を持っているのである。本研究では、風洞水槽の風波（深海波）のバイスペクトルが、実部だけではなく、その虚部にも、低周波から高周波に亘って顕著な構造を持つことを示す。その分布の型および大きさは波風径数 \bar{u} の増大と共に徐々に変化する。但し、バイスペクトル密度分布に関して余り細かな議論をしても、本実験の精度からいえば、実り多いものでないということには注意しなければならない。重要なのは測定したバイスペクトル密度 $B(\omega_1, \omega_2)$ の分布に極めて安定した顕著で特徴的な山や谷があるということである。

図9にバイスペクトルの実部 $Re(\tilde{B})$ の鳥瞰図および等高線図を示した。これ等の図の実験条件はそれぞれ

$$(a) U_r = 5 \text{ m/s}, \quad X = 30 \text{ m} [\bar{u} = 3.74 \times 10^{-1}, \bar{E} = 1.72 \times 10^{-2}],$$

$$(b) U_r = 7.5 \text{ m/s}, \quad X = 30 \text{ m} [\bar{u} = 4.93 \times 10^{-1}, \bar{E} = 3.25 \times 10^{-2}],$$

$$(c) U_r = 15 \text{ m/s}, \quad X = 15 \text{ m} [\bar{u} = 1.74, \bar{E} = 5.86 \times 10^{-2}],$$

である。これ等の図は波風径数 \bar{u} が、(a)小さい場合、(b)中間の場合、(c)大きな場合の代表例として選んだ。同じデータの $Im(\tilde{B})$, $Re(\tilde{B}_c)$ および $Im(\tilde{B}_c)$ をそれぞれ図10, 11, 12に示した。周波数スペクトル $\phi(\omega)$ を、参考のために、各等高線図の上側に対数目盛りで示している。

バイスペクトルの微細構造を明確に示すために、二種類の等高線間隔 CI_1 および CI_2 をこれから先

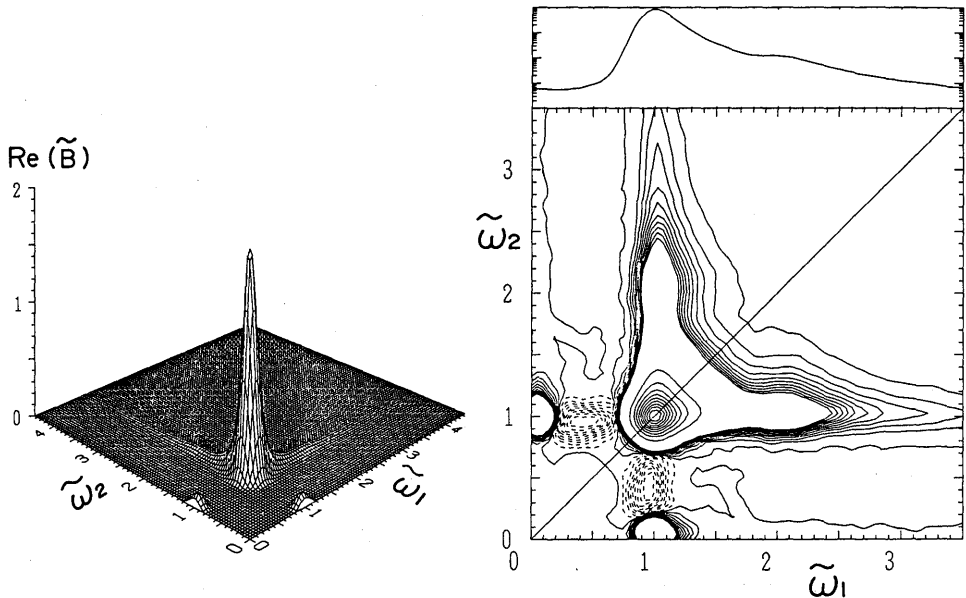


図 9 (a)

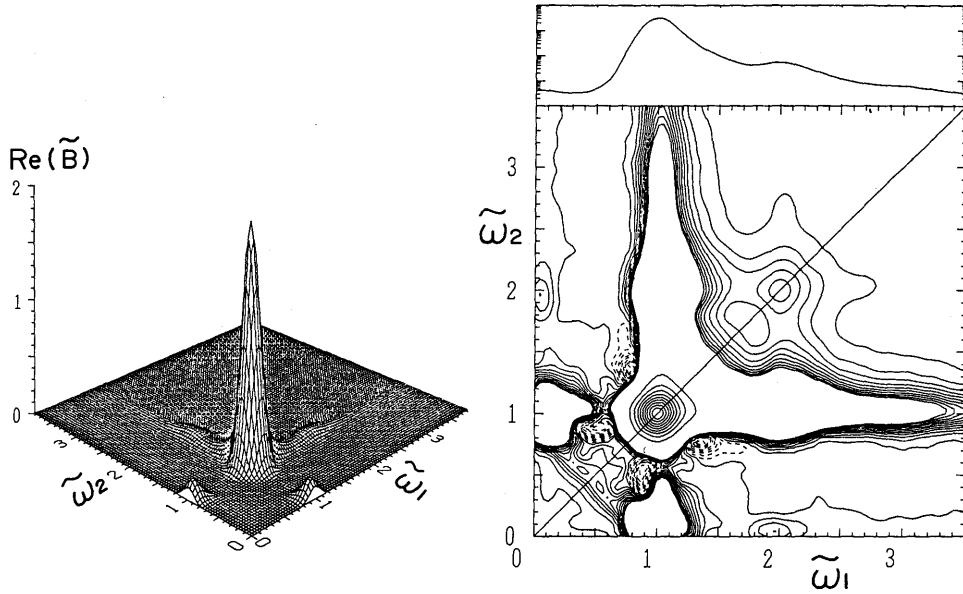


図 9 (b)

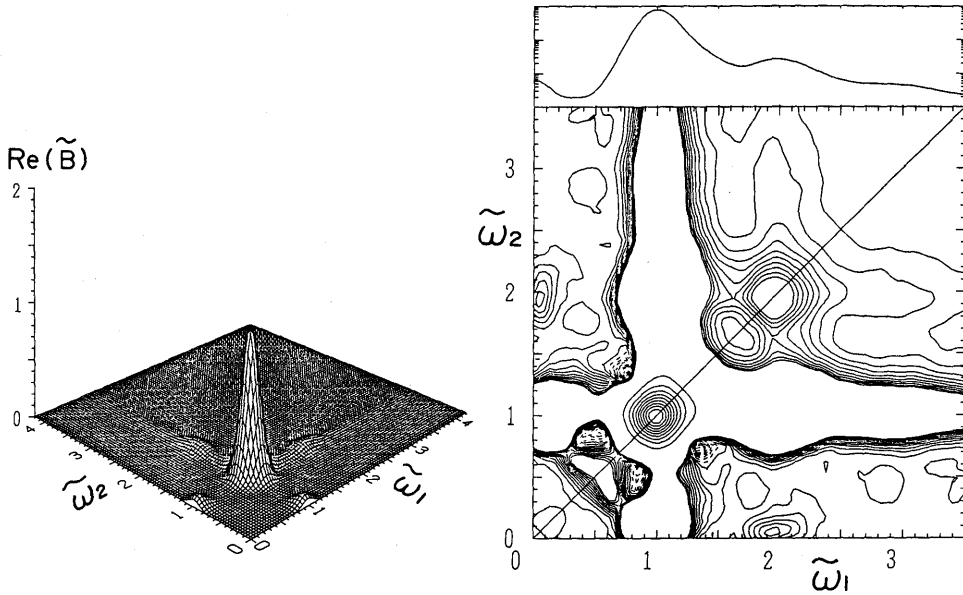


図 9 (c)

図 9 $Re(\tilde{B})$ の鳥瞰図および等高線図.

- (a) $U_r=5m/s, X=30m, [\bar{u}=3.74 \times 10^{-1}, \bar{E}=1.72 \times 10^{-2}]$,
- (b) $U_r=7.5m/s, X=30m, [\bar{u}=4.93 \times 10^{-1}, \bar{E}=3.25 \times 10^{-2}]$,
- (c) $U_r=15m/s, X=15m, [\bar{u}=1.74, \bar{E}=5.86 \times 10^{-2}]$.

これらは、波風径数 \bar{u} (非線型度 \bar{E}) が (a) 小さい場合、(b) その中間の場合および (c) 大きい場合の典型例として選んだ。周波数スペクトルを参考のため各等高線図の上側に対数目盛りで示した。

- (a) $CI_1=1.82 \times 10^{-1}, CI_2=1.74 \times 10^{-3}$, (b) $CI_1=1.98 \times 10^{-1}, CI_2=5.62 \times 10^{-4}$,
- (c) $CI_1=1.15 \times 10^{-1}, CI_2=3.16 \times 10^{-4}$.

前者は等高線図の $\omega_1 \sim 1, \omega_2 \sim 1$ 付近の主要領域を見るため、後者はそれ以外の部分の詳細な構造を見るためである。等高線は各 $nCI (n=-10 \sim 10)$ の値で引いた。太線は正の値、破線は負の値を各々表している。

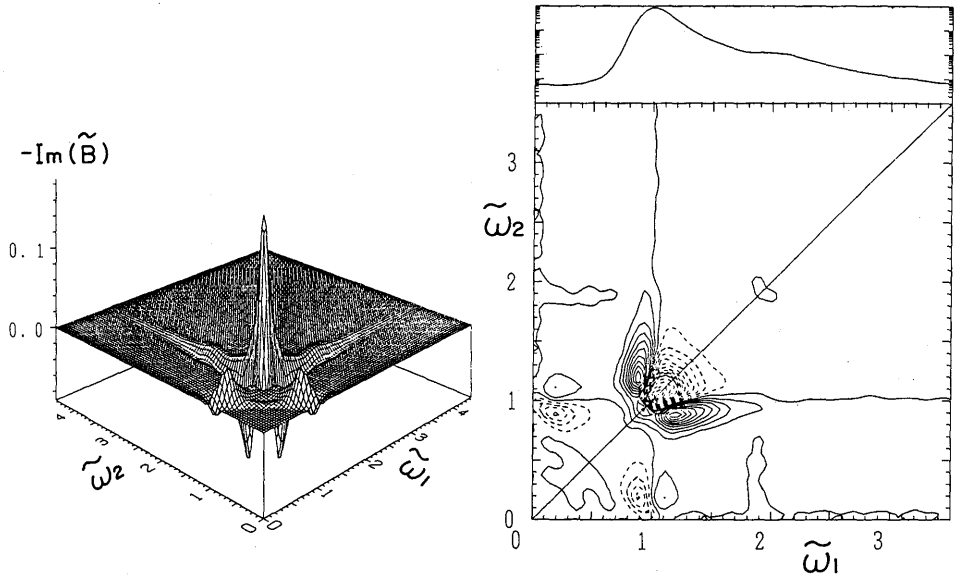


図 10 (a)

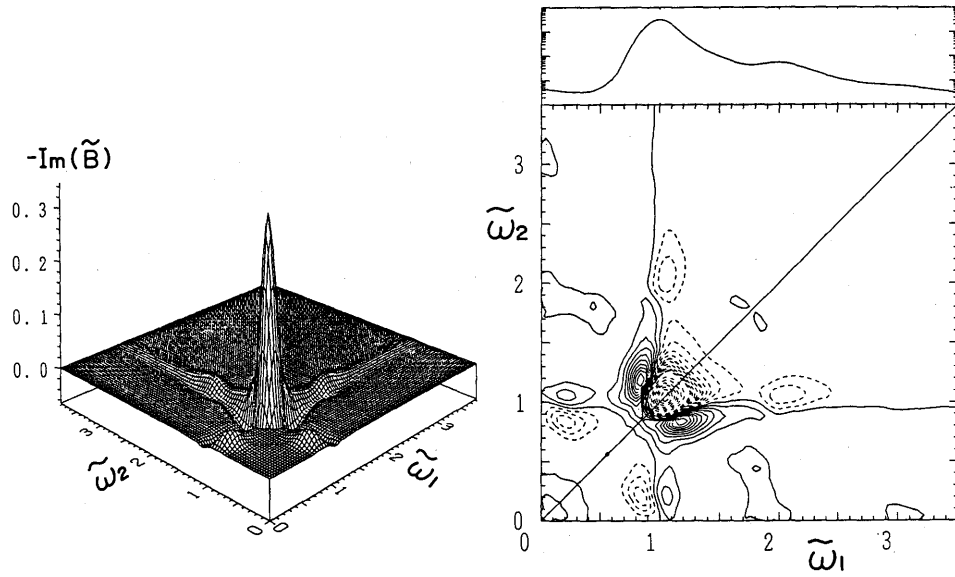


図 10 (b)

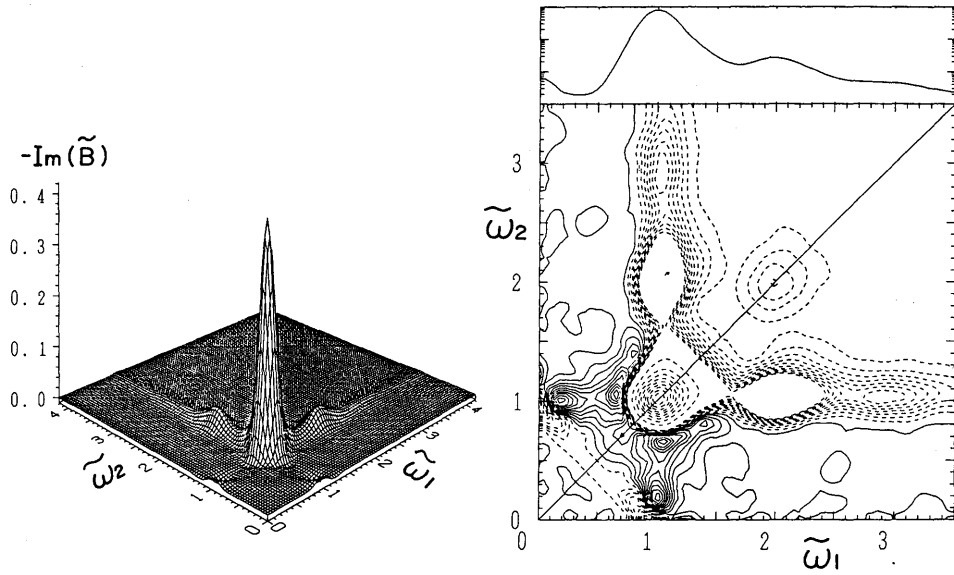


図 10 (c)

図 10 $\ell m(\tilde{B})$ 以外は図 9 に同じ。
 但し、鳥瞰図は見やすいように $-\ell m(\tilde{B})$ を描いている。
 等高線間隔は
 (a) $CI_1=1.82 \times 10^{-1}$, $CI_2=1.74 \times 10^{-3}$ (b) $CI_1=1.98 \times 10^{-1}$, $CI_2=5.62 \times 10^{-4}$,
 (c) $CI_1=1.15 \times 10^{-1}$, $CI_2=3.16 \times 10^{-4}$ 。
 また等高線は各 nCI_1 ($n=-10 \sim 10$), nCI_2 ($n=-20 \sim 20$) の値で引いた。これ以外の詳細は図 9 を参照のこと。

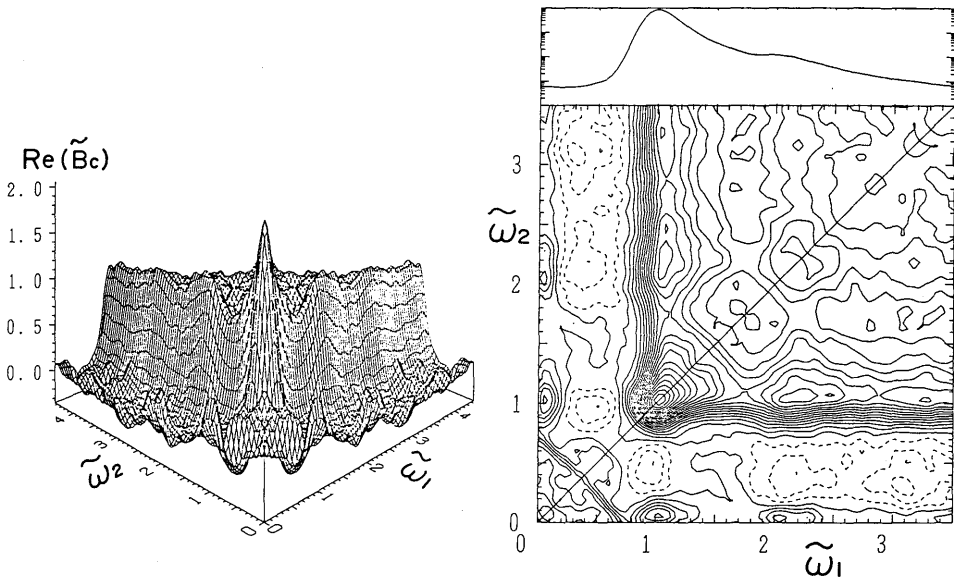


図 11 (a)

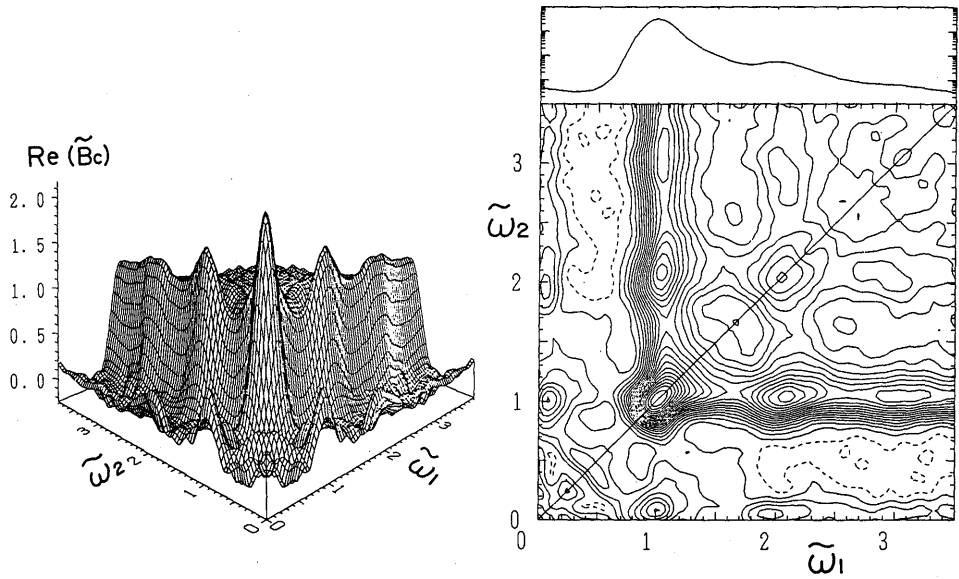


図 11 (b)

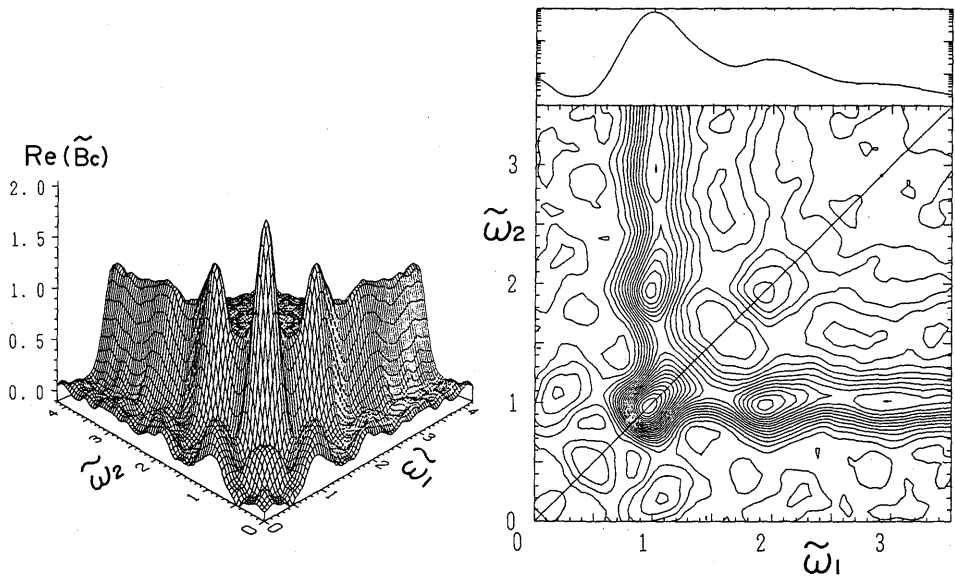


図 11 (c)

図 11 $\ell m(\tilde{B})$ 以外は図 9 に同じ.

等高線間隔は

(a) $CI_1 = 1.82 \times 10^{-1}$, (b) $CI_1 = 1.98 \times 10^{-1}$, (c) $CI_1 = 1.15 \times 10^{-1}$.

また等高線は各 nCI_1 ($n = -20 \sim 20$) の値で引いた. これ以外の詳細は図 9 を参照のこと.

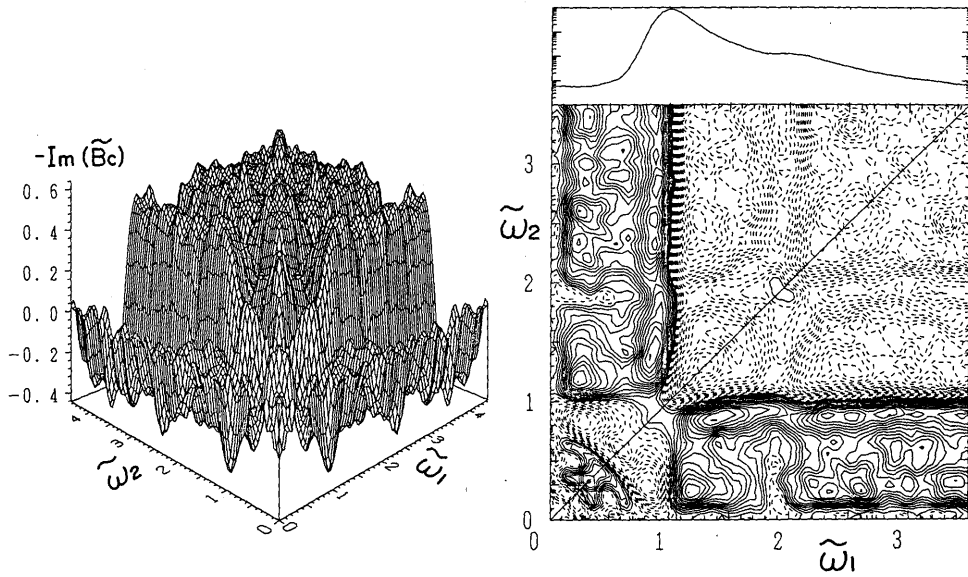


図 12 (a)

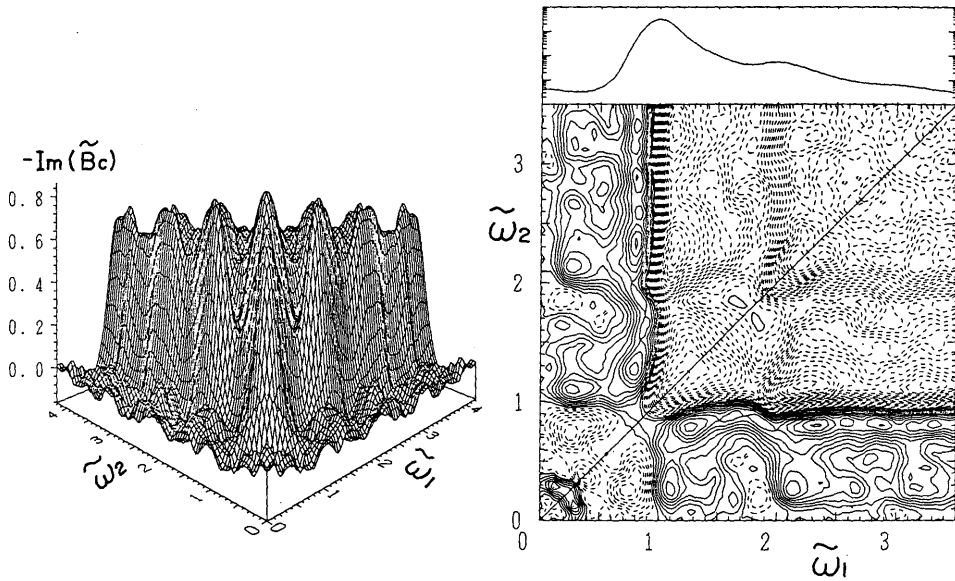


図 12 (b)

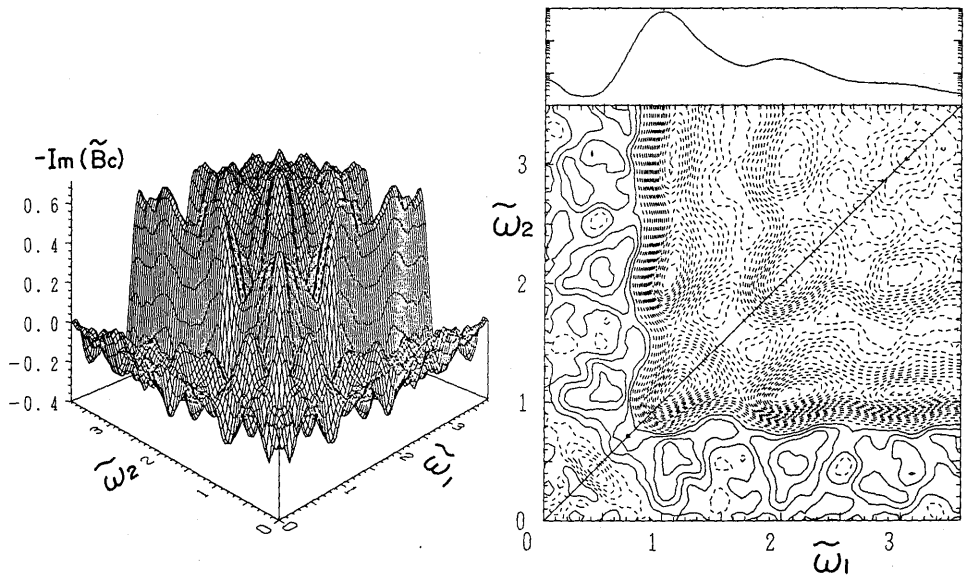


図 12 (c)

図 12 $lm(\bar{B}_c)$ 以外は図 9 に同じ。

但し、鳥瞰図は見やすいように $-lm(\bar{B}_c)$ を描いている。

等高線間隔は

(a) $CI_1=1.82 \times 10^{-1}$, (b) $CI_1=1.98 \times 10^{-1}$, (c) $CI_1=1.15 \times 10^{-1}$.

また等高線は各 nCI_1 ($n=-20 \sim 20$) で引いた。これ以外の詳細は図 9 を参照のこと。

しばしば使用する。バイスペクトルの全体的な概観を見るには、 CI_1 を、微細構造を見るには CI_2 を使用する。実線および破線はそれぞれ等高線の正および負の値を表す。但し $lm(\bar{B})$ および $lm(\bar{B}_c)$ の鳥瞰図は、見やすいように、 $-lm(\bar{B})$ および $-lm(\bar{B}_c)$ を示した。またここでは、周波数軸をスペクトルの主振動数 ω_p で無次元化した。

これらの図が明瞭に示しているように、バイスペクトル構造は波風径数 \bar{u} の増大と共に緩やかに変化する。従って、図 9 から 12 の (a) および (c) は波風径数 \bar{u} の両極端、 \bar{u} が小および大、に対応する。これらの図から波風径数 \bar{u} の値が小さい場合および大きい場合のバイスペクトルの特徴を見ることが出来る。図 9 から 12 の (b) はその中間の \bar{u} に対する過渡的な変化の特徴を示している。バイスペクトルは $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2$ の線に関して対称であるから、右下半分の周波数領域のみで議論する。

\bar{u} が小さい場合の \bar{B} と \bar{B}_c

波風径数 \bar{u} の値が小さい場合、 $Re[\bar{B}(\bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2)]$ の最大値は無次元周波数 (1,1) に非常に近いところにある。この付近の等高線の模様は蜘蛛の巣に似ている。 ω_1 -軸に近い (1,0) 付近に第二の山が現われている。これより小さいが、(1,1) の山から右側 (高周波側) へかけて小さな山脈が見られ、この山脈

の(2,1)の付近に第三の小さな山が見られる。正のパイスベクトル密度に比較すると、負のパイスベクトル密度の値は非常に小さく、その占める領域も非常に狭い。小さな谷が(0.95,0.45)付近にある。この負の領域は右および左上側へ延びている。正の分枝は $\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2 = 2$ の線に沿って(1.5,0.5)付近から負の領域へ侵入する。 $Re(\tilde{B})$ の密度はこれらの領域を除くと非常に小さく無視できる。

他方、図10(a)から判るように、 $lm(\tilde{B})$ の値は $Re(\tilde{B})$ に比較して非常に小さい。 $|lm(\tilde{B})|$ のピーク値は $|Re(\tilde{B})|$ のピーク値の0.1程度にしかならない。その上、その分布型も異なった特徴を示す。 $Re(\tilde{B})$ とは対照的に、 $lm(\tilde{B})$ は負の値が支配的である。 $lm(\tilde{B})$ の負の最小は、 $Re(\tilde{B})$ の正の最大に比較すると僅かに右上に寄った、(1.05,1.05)に近いところに現われる。 $lm(\tilde{B})$ の正の値は小さいが負の値と同程度に達する。正の領域は負の谷に隣接して(1.2,0.9)付近で右下方向に延びている。顕著な $lm(\tilde{B})$ は正も負も、 $\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2 = 2.1$ の線上に存在しているように見える。(1,1)付近の模様は全体として蟬に似ている。 $lm(\tilde{B})$ の谷付近の等高線の模様は、 $Re(\tilde{B})$ に比較すると、水平にも垂直にも長く延びている。従って、前者の等高線模様は三角に近く、後者のそれは四角に近い。もう一つの特徴は(1.0,0.2)付近の分布が双極子に似ていることである。 $Re(\tilde{B})$ の第二の山もこの周波数付近にあることに注意されたい。この対の正および負の中心は各々(1.1,0.2)および(0.9,0.2)にある。前者は(1.2,0.9)付近の正の極大値に連続している。他方、後者はその対称構造である(0.2,0.9)と結び付いている。(1.9,0.5)付近の小さな谷は、波風径数 \bar{u} が增大しても、存在し続ける特徴的な構造の一つである。負の $lm(\tilde{B})$ は領域 $\tilde{\omega}_2 \geq 1.0$ および $\tilde{\omega}_1 \leq 1.0$ に分布し、正の $lm(\tilde{B})$ は残りの領域に分布している。

パイスベクトル相関 \tilde{B}_c は、図11(a)、12(a)から判るように、低周波および高周波領域でパイスベクトル \tilde{B} を拡大する。小さいけれども、第四の山が(3,1)および(2,2)付近に見られる。 $Re(\tilde{B}_c)$ の値は低周波側の極大から高周波側の極大(左下から右上)へ移るにしたがって小さくなる。 (m,n) に近い周波数に局所的極大値が出現する。ここに、 m,n は整数を表す。これとは対照的に、 $lm(\tilde{B}_c)$ の極小値は高周波でもかなり小さく、その位置も (m,n) から大きくずれており、 $(m+1/2, n+1/2)$ にすら近い程である。低周波 $\tilde{\omega}_2 \leq 1$ では、正の $lm(\tilde{B}_c)$ は $\tilde{\omega}_2 = 0.9$ および $\tilde{\omega}_2 = 0.2$ の線に沿って分布している。この隆起線上の極大はすぐ上の極小値 ($\tilde{\omega}_2 = 1$) が現われるのと同じ $\tilde{\omega}_1$ に位置しているようである； $Re(\tilde{B}_c)$ の等高線分布は、符号を逆にすると、 $\omega^2 = 0.4$ の線に沿っているという点を除くと、 $lm(\tilde{B}_c)$ の分布に良く類似している。その上、両者も(1.8,0.5)付近に同じ様な切れ目が観察される。 $Re(\tilde{B}_c)$ についていえば、その極大は(1,0)に加えて(2,0)および(3,0)にも出現しているのが見られる。

\bar{u} が大きい場合の \tilde{B} と \tilde{B}_c

波風径数 \bar{u} が大きい典型的な場合を図9から12の(c)に示した。非線型性が強くなると、即ち非線型度 \bar{E} (これと等価な波風径数 \bar{u}) が增大すると共に、周波数スペクトル $\phi(\omega)$ の周波数 $\tilde{\omega} = 2$ の第二の山が増大してくるし、低周波のスペクトル密度も目だって増加してくる。(2,1)近辺の $Re(\tilde{B})$ の第三の山は、波風径数 \bar{u} が小さい場合に比較すると、かなり顕著になる。この第三の山がおそらく風波の主要成分波の第三高調波に基づくものであることを考えれば、この現象は当然予想されることである。

(1,1)付近の主要周波数領域では(1.3,0.8)近くで沈み込んでおり、負の $Re(\bar{B})$ が右下方向に見える。負の領域は波風径数 \bar{u} が小さい場合に比べると非常に縮小しており、 $\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2 \approx 2$ および $\bar{\omega}_2 \approx 0.5$ に沿って間欠的に点在する。図9(a)で見られた(1.0,0.4)付近の負の沈み込みはそれほど目立たなくなっている。 $Re(\bar{B})$ のピーク値は図9(a)で1.82, 図9(b)で1.15である。従って、このピーク値は殆ど一定あるいは波風径数 \bar{u} に関して僅かに減少することが判る。

波風径数 \bar{u} が大きい場合、 $lm(\bar{B})$ の $Re(\bar{B})$ に相対的な値は約40%にも達する。これは Masuda and Kuo²⁸⁾ の結果とも一致する。 $lm(\bar{B})$ の等高線分布型は劇的といってよい程変化し、符号を変えた $Re(\bar{B})$ の等高線模様類似してくる。 $lm(\bar{B})$ の最小値は依然として(1,1)近くに出現するが、正の $lm(\bar{B})$ は非常に小さくなる。 $lm(\bar{B})$ の最大値は図10(a)で 9.07×10^{-2} , (c)で 9.82×10^{-3} であるが、極小値は図10(a)で -0.186 , (c)で -0.422 である。従って、 $|lm(\bar{B})|$ の値は、波風径数 \bar{u} の増大と共に、増大する。 $lm(\bar{B})$ の等高線模様は(1,1)付近で蟬の形をしていた。この蟬模様は波風径数の増大と共に消滅する。しかしながら、(1,1)の丁度右側あるいは真下の正の領域は、(1.0,0.2)付近の双極的構造と共に、明瞭に残り続けることが確認される。

$|Re(\bar{B}_c)|$ および $|lm(\bar{B}_c)|$ の最大値は波風径数 \bar{u} に殆ど依存していない; 図11(a)で前者(後者)の値は2.06(0.64)で、(c)で2.05(0.87)であった。これらの \bar{B}_c の図から次のようなことが判る。波風径数 \bar{u} が増大すると共に、 $Re(\bar{B}_c)$ の極大も $lm(\bar{B}_c)$ の極小も、(1,1)付近の低周波側へ移行すると共に整数格子点 (m,n) に近い位置に分布するようになる。低周波領域 $\bar{\omega}_2 \leq 1$ では、(1,0), (2,0) および (3,0) の $Re(\bar{B}_c)$ の極大が徐々にはっきりしてくる。負の極小は線 $\bar{\omega}_2 = 0.5$ に沿って分布している。 $Re(\bar{B}_c)$ の等高線は $\bar{\omega}_2 \pm \bar{\omega}_1 = \text{一定}$ の斜めの線に平行になって来る。この傾向は $Re(\bar{B}_c)$ および $lm(\bar{B}_c)$ の両者に認められる。しかも低周波だけでなく、高周波でも同じ傾向が続いている。図12(a)で、 $\bar{\omega}_2 = 0.2$ および $\bar{\omega}_2 = 0.9$ の二つの線に沿って分布していた $lm(\bar{B}_c)$ の極大が $\bar{\omega}_2 = 0.5$ に沿うただ一つの線で置き換えられるように見える。低周波領域 $\bar{\omega}_2 \leq 1$ の分布をこれ以上詳細に調べて、もっと明確な結論を得るには現在のデータでは精度が足りない恐れがあるので、この以上の詳細な記述は控えることにする。

他のデータでもバイスペクトルを求めた。バイスペクトルの構造は類似していたが、その値および模様は、図9から12の(b)に具体的に示したように、波風径数 \bar{u} の増大と共に徐々に変化する(図9(a)~12(a)から図9(c)~12(c)へと変化する)。従って、バイスペクトル解析も局所平衡仮説および(12), (22)の様な式を支持する。その一例が図9-12(b)で示されている。

Re(B) の測定値と理論値の比較

この節の最後に $Re(B)$ の測定値と2.3節にのべた理論値を \bar{u} の小さい場合(図9-12(a)と同じ)と \bar{u} の大きい場合(図9-12(c)と同じ)につき比較してみよう。ここでは、測定量を左上、理論値を右下に書き、次元を持った値とする。測定した $Re(B)$ の特徴については既に記したので、理論の結果を中心に述べる。

図13(a)は \bar{u} が小さい場合である。理論の方が(1,1)付近の主領域で横の方に少し膨れている。負の

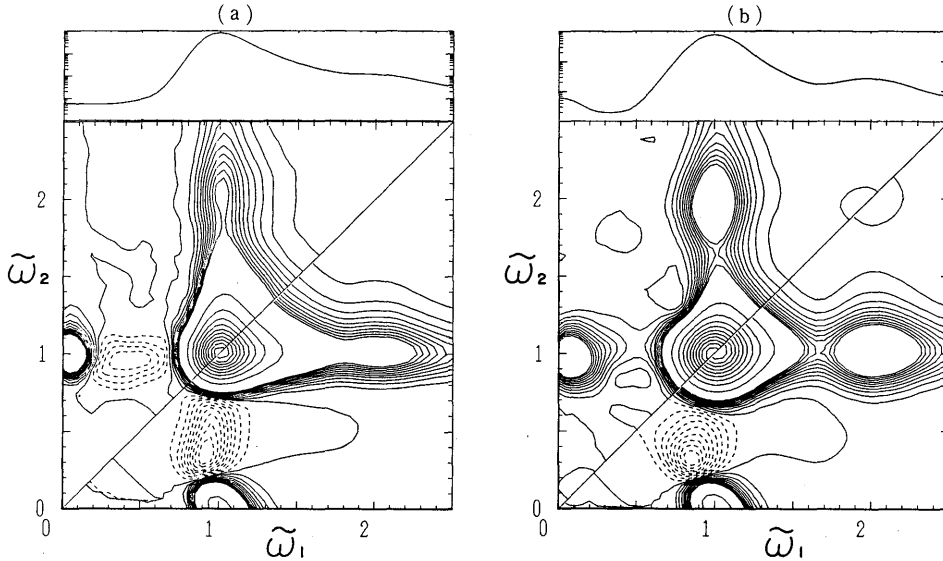


図 13 $Re(B)$ の実測 (左上) と理論 (右下) の比較.

(a) $U_r=5m/s, X=30m, [\bar{u}=3.74 \times 10^{-1}, \bar{E}=1.72 \times 10^{-2}]$.

(b) $U_r=15m/s, X=15m, (\bar{u}=1.74, \bar{E}=5.86 \times 10^{-2})$.

これらは、波風径数 \bar{u} (非線型度 \bar{E}) が (a) 小さい場合、および (b) 大きい場合の典型例として選んだ。参考のため周波数スペクトルを各等高線図の上側に対数目盛りで示す。等高線間隔は

(a) $CI_1=1.08 \times 10^{-4} cm^3 s^2, CI_2=2.28 \times 10^{-6} cm^3 s^2$,

(b) $CI_1=5.31 \times 10^{-3} cm^3 s^2, CI_2=1.71 \times 10^{-4} cm^3 s^2$,

である。

また等高線は各 $nCI (n=-10 \sim 10)$ の値で引いた。詳細は図9を参照のこと。

顕著な値が $(1.0, 0.4)$ 近くにみられることは、観測と一致している。但し、理論の絶対値の方が大きめである。 $(1, 0)$ 付近の第二のピークも理論値の方が大きい。しかし、これはスペクトル方向分布の指標 ρ をどうとるかに強く依存することに注意されたい。小さな負の領域が右側へ $\bar{\omega}_1=2$ 辺りまで伸びているが、実測では、 $\bar{\omega}_1=0.5$ の線に沿ってずっと上の方まで広がっている。また、理論の負の領域は左下にも広がっているが、観測では左下は正の領域である。 \bar{u} が大きい場合に当たる図 (b) でも、理論値の分布は似たようなものである。観測の方では、先に述べたように、負値の分布型がかなり変化している。2.3 節の弱非線型理論では、この変化を説明しきれない。負の $Re(B)$ は大きさとしては小さいが、その分布型の変化は風波の力学の何等かの変化を反映している筈である。

詳細にみれば上に述べたような食い違いがあるが、全体としては (特に $(1, 1)$ と $(1, 0)$ 付近の主要域で)、理論と測定が良くあっているといえよう。明らかに $(1, 1)$ 近くの山は、 ω_p 付近の主波による第二高調波 (強制波) の現れである (Masuda and Kuo²⁷⁾²⁸⁾。また $(1, 0)$ 近くの山も同様な (差振動数の) 低振動数の強制波である。この $Re(B)$ の理論と観測が良く合うので、3.3 節で調べた S の理論と観測も一致するわけである。更に、この結果は、振動数スペクトルの第二の山 ($2\omega_p$ 付近) と低周波に向かう

僅かな高まりが二次的な強制波である独立な証拠にもなっている。

実測と理論の比較を終る前に一言注意を述べておく。(2,1)近くの山が理論、実測両方でよく一致しているように見える。しかし、これは二次までの弱非線型理論がこの振動数域までうまく働くということではない。この小さな山はおそらく第三高調波による。とすれば、この山は三次迄拡張した理論によってしか記述できない筈である。従って、理論と実測の(2,1)付近での一致は、偶然的なものを見なす必要がある。この一致が生じた理由は、自由波のスペクトルの近似として、観測した生のスペクトルを用いたことにある。測定したスペクトルには二次の強制波も含まれている。二次の理論をこのスペクトルに当てはめると、二次の強制波($2\omega_p$)を自由波と見なしたものと ω_p 付近の自由波から生じる二次の強制波が(2,1)近くの山として現われてくる。換言すれば、観測したスペクトルを自由波の近似としたことが三次の理論でしか記述できない筈の第三の山を計算で出してきた訳である。もし、自由波のみからなるスペクトルに二次の理論を用いて、 $Re(B)$ を計算すれば、(2,1)付近の山は消えるであろう(その様な計算の例は、Masuda and Kuo²⁸⁾を見よ)。

4. 結論と議論

Masuda and Kusaba¹⁰⁾で論じた風と風波の局所平衡仮説を吟味するために、風胴水槽の風波の三次統計量を解析した;

1. 巨視的量として $S = \langle \eta^3 \rangle$ と $T = \langle \dot{\eta}^3 \rangle$,
2. 微視的量として $B(\omega_1, \omega_2)$.

T はサンプリング周波数(高周波遮断振動数 ω_c)に敏感であることが判ったので、 T (あるいは前傾度)の元々の定義は風胴水槽の風波に対して修正が必要である。即ち、 T は ω_c を指定して初めて意味が確定する。 S と T (5)の解析から次の三つが結論される。

1. 無次元量 S と T は、それぞれ \bar{u}^2 と \bar{u}^3 にほぼ比例する。それらはまたTobaの3/2乗則により E^2 と E^3 に比例することになる。
2. 3次の巨視的統計量は \bar{u} あるいは E の関数として良く表せる。その適合度は、風波に関して最も信頼性のあるとされるTobaの3/2乗則と同程度に良好である。
3. S は弱非線型理論によって良く説明されるが、 T は全く説明できない。

一方、バイスペクトル B とバイスペクトル相関 B_c を解析した結果は、低周波から高周波($0 \sim 4.5\omega_p$)まで顕著な組織的構造が存在することを明らかにした。バイスペクトルは \bar{u} が異なっても類似した分布を持つが、 \bar{u} とともに緩やかに変化する。 $lm(\bar{B})$ は $Re(\bar{B})$ と異なる分布型を持つ。 $lm(\bar{B})$ は、大きさ、分布型とも $Re(\bar{B})$ より、強く \bar{u} に依存する。以上のように、三次統計量は巨視量、微視量とも局所平衡仮説を支持している。バイスペクトルの虚部 $lm(B)$ も顕著な構造を持つということは、特記するに値するであろう。

かくして、三次統計量の多くの特徴を見いだすことができたが、その物理的解釈は決して容易ではな

い。三次の統計量は、少なくとも波の場の上下非対称と非線型の度合を表す。バイスペクトル実部（虚部）の最も簡単な意味は、各共鳴三組、 ω_1, ω_2 と $\omega_1 + \omega_2$, から $S = \langle \eta^3 \rangle$ (または $T = \langle \dot{\eta}^3 \rangle$) への寄与であり、丁度スペクトル密度 $\phi(\omega)$ が、全パワー E への寄与であるのと同じである。

バイスペクトル実部の意味は比較的簡単である。Masuda and Kuo²⁸⁾ と 3.3 節で確かめたように、 (ω_p, ω_p) や $(\omega_p, 0)$ 付近の山は主振動数付近の波の第二高調波と（振動数の差として現れてくる）低周波の強制波を表現している。同様に、 $(2\omega_p, \omega_p)$ 付近の極大も、おそらく第三高調波の現れであろう。振幅展開を高次まで拡張すれば、主振動数を単位として整数格子点付近の極大分布を説明できると期待される。しかし、2.3 節で述べた二次までの理論でも、主振動数領域付近の、実測したバイスペクトル実部をよく再現できる。その結果として S もよく説明できた訳である。

一方、 T と $\ell m(B)$ の解釈は難しい。実際、バイスペクトル虚部について論じた論文はいままで殆どない。しかしながら、 $\ell m(B)$ が波の場の時間的非対称を表すことは既に指摘されている (Masuda and Kuo²⁷⁾²⁸⁾, Arhan and Plaisted²⁹⁾, Elgar and Guza³⁰⁾). 即ち、波の前傾が主振動数領域で負の $\ell m(B)$ を生じることが知られている。この性質は、本研究でも確かめることができた。 $\ell m(B)$ の重み付け積分が巨視量 T になる。無次元の T は合田によって前傾度と名付けられ、波の傾きの大まかな指標として提案されている。従って、波の形の前方向への傾きは、 (ω_p, ω_p) 付近での負の $\ell m(B)$ ないしは正の前傾度で特徴付けられる。

これ以上の意味付けは難しい。今のところ、 T と $\ell m(B)$ を説明できる満足のいく理論は皆無である。Masuda and Kuo²⁷⁾²⁸⁾ は Miles 機構による風からのエネルギー入力を考慮してバイスペクトル虚部を生じる模型を考えた。しかし、それから計算した虚部の分布型は観測で得られたものに似ているものの、量的な違いが大きすぎて、この模型をそのまま認める訳にはいかなかった。実部も虚部も説明するにはもっと進んだ理論が必要であろう。見方を変えると、弱非線型理論が S と $Re(B)$ をよく説明するのは好運であったともいえる。 T は S と同じくらいになるし、 $\ell m(B)$ の絶対値の最大は、 $Re(B)$ の最大のおよそ半分に達するからである (Masuda and Kuo²⁸⁾ を参照)。

$\ell m(B)$ の興味深い解釈は非線型エネルギー伝達や側帯波不安定のような四波相互作用に関係するものである (Phillips³⁵⁾, Longuet-Higgins³⁶⁾, Hasselmann³⁷⁾³⁸⁾, Benjamin and Feir³⁹⁾, Hasimoto and Ono⁴⁰⁾). バイスペクトルそのものは、直接には、三波相互作用を表現するものであるが、部分的に四波相互作用をも反映していることを理解するには次のように考えればよい。例として、振動数 $\omega_1(\omega_2)$ を考えよう。但し、 $\omega_1(\omega_2)$ は ω_p より少し高く(低く)且つ、 $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_p$ 満たすとしよう。この時、 $B(\omega_1, \omega_2)$ は $\omega_1, \omega_2, 2\omega_p$ の三成分間の相関を記述する。しかし実際は、 $2\omega_p$ 付近で主要波の第二高調波が自由波成分より卓越する (Masuda et al.³²⁾, Mitsuyasu et al.³³⁾, Komen⁴¹⁾, Laing⁴²⁾). このため、 $B(\omega_1, \omega_2)$ は $\omega_1, \omega_p, \omega_p, \omega_2$ の四波の相互作用を現すことになるのである。もしエネルギーが中間の振動数対 (ω_p, ω_p) から外側の振動数対 (ω_1, ω_2) へ流れているとすれば、 $B(\omega_1, \omega_2)$ の虚部は $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_p$ 線に沿って大きな値を持つと考えられる (Benney⁴³⁾, Phillips⁴⁴⁾, Masuda⁴⁵⁾).

実際、測定した $\ell m(B)$ の虚部には「蟬」の形の分布が見られた。即ち、 (ω_p, ω_p) 付近で負の大きな値が、そしてその左上と右下に正の値が現れる。この分布は \bar{u} が小さいとき、つまり風の影響が小

さいときに顕著である。これと同じ特徴が、おぼろげではあるが、減衰域の風波のデータにも表れていることを注意しておこう (Masuda and Kuo²⁸⁾)。従って、この分布は風の作用によるものでないこと、純粋に風波の非線型相互作用に起因するものと考えられる。ここでは示さないが、機械的に造波器を用いて起こした大振幅の波にも似たような分布が予備的な解析に現れている。前にも述べたように、この分布は、主振動数付近の波からその側帯振動数成分波に流れるエネルギー輸送の反映であろう。同じ議論は $(\omega_p, 0)$ 近くの分布にも当てはまる。もう一つの示唆的な事実は T が \bar{u}^3 や \bar{E}^3 に比例し、 δ に比べ \bar{E} について一つだけ次数が高いことである。しかしながら、非線型相互作用と関係付ける議論には注意しなければならないことがある。即ち、風が弱いか、あるいは全くないとき、負の虚部の大きさが非常に小さくなることである (Masuda and Kuo²⁸⁾ の Table 1, または図 10(c))。このことは風の存在が大きく影響することを意味する。換言すれば、風の下で風波のバイスペクトルの虚部は四波相互作用だけでは説明しきれないということである。波の峰付近に生じる強い表皮流に伴う波の変形などを考慮する必要があると思われる (Okuda⁴⁶⁾)。

以上のように、正確な解釈は難しいけれども、ここで明らかにされた $l_m(B)$ の顕著な構造が、局所平衡下の風波の何等かの系統的な非線型かつ非対称な力学過程を表現していることは確かである。また上で述べた議論は、 $l_m(B)$ が、風および成分波間の相互作用と密接に関係していることを示唆する。これらは、どちらも、風波の局所平衡を維持しその緩やかな発達を引き起こす最も重要な因子と考えられている (Kitaigorodskii⁸⁾, Phillips⁷⁾, Masuda and Kusaba¹⁰⁾, Toba¹³⁾)。この意味で、 T と $l_m(B)$ は S と $Re(B)$ よりも重要な情報を含む。Masuda et al.³²⁾ や Mitsuyasu et al.³³⁾ のような減衰域の風波の実験をもっと精密に行えば、風の影響がない場合の非線型相互作用の役割を明らかにするのに役立つであろう。

本論文と同様の解析が四次の統計量にも拡張出来る筈である。非線型エネルギー伝達や側帯波不安定は四波相互作用なので、トリスペクトルの虚部はこの種の成分波間相互作用をもっと直接的に表現することが出来る。従って、次の目標は、尖度とトリスペクトルということになる。

Kusaba and Masuda¹²⁾ でスペクトル密度 $\hat{\phi}(\bar{\omega})$ の \bar{u} に対する依存を詳しく調べた。同様の解析がバイスペクトル密度について可能であろう。しかし、バイスペクトル密度の統計的信頼度はパワースペクトル密度より悪く、しかもバイスペクトル密度は二変数の関数で計算が多量になるので今回そのような解析は控えた。より定量的な記述は別の機会に行う。

謝 辞

本論文で扱った風と風波のデータは、応用力学研究所の特別事業「海洋環境の計測とシミュレーションに関する開発研究」で建設された大型風洞水槽で得られたものである。北條万寿代さんには論文の準備を手伝って頂いた。ここに厚く謝意を表わす次第です。最後に、本研究の計算は応用力学研究所計算機システム FACOM M360AP 並びに M760/8 によって行われたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Mitsuyasu, H.: On the growth of the spectrum of wind-generated waves (1). Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., **16** (1968) 459-482.
- 2) Mitsuyasu, H.: One dimensional wave spectra and limited fetch. Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., **22** (1973) 37-53.
- 3) Hasselmann, K., Barnnet, T. P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D. E., Enke, K., Ewing, J. A., Gienapp, H., Hasselmann, D. E., Krueseman, A., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D. E., Richter, K., Sell, W. and Walden, H.: Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). *Erganzhft Dt. Hydrogr. Z.*, **12** (1973) 1-95.
- 4) Toba, Y.: Local balance in the air-sea boundary processes, I. On the growth process of wind waves. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **28** (1972) 109-121.
- 5) Toba, Y.: Local balance in the air-sea boundary processes, III. On the spectrum of wind waves. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **29** (1973) 209-220.
- 6) Phillips, O. M.: The equilibrium range in the spectrum of wind-generated ocean waves. *J. Fluid Mech.*, **4** (1958) 426-434.
- 7) Phillips, O. M.: Spectral and statistical properties of the equilibrium range wind-generated gravity waves. *J. Fluid Mech.*, **156** (1985) 505-531.
- 8) Kitaigorodskii, S. A.: On the theory of the equilibrium range in the spectrum of wind-generated gravity waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **13** (1983) 916-827.
- 9) Komen, G. J., Hasselmann, S. and Hasselmann, K.: On the existence of a fully developed wind-sea spectrum. *J. Phys. Oceanogr.*, **14** (1984) 1271-1285.
- 10) Masuda, A. and Kusaba, T.: On the local equilibrium of winds and wind-waves in relation to surface drag. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **43** (1987) 28-36.
- 11) Kusaba, T. and Masuda, A.: The roughness height and drag law over the water surface based on the hypothesis of local equilibrium. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **44** (1988) 200-214.
- 12) Kusaba, T. and Masuda, A.: The wind-wave spectra based on the hypothesis of local equilibrium. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **45**, **1** (1989) 45-64.
- 13) Toba, Y.: Similarity laws of the wind wave and the coupling process of the air and water turbulent boundary layers. *Fluid Dyn. Res.*, **2** (1988) 263-279.
- 14) Liu, P. C.: Normalized and equilibrium spectra of wind waves on Lake Michigan. *J. Phys. Oceanogr.*, **1** (1971) 249-257.
- 15) Liu, P. C.: In search of universal parametric correlations for wind waves. In *The Ocean Surface* (1985). pp. 171-178.
- 16) Bouws, E., Gunther, H., Rosenthal, W. and Vincent, C. L.: Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water. Part 2. *Dt. Hydrogr. Z.*, **40** (1987) 1-24.
- 17) Kinsman, B.: Surface waves at short fetches and low wind speed—a field study. Vols. **1**, **2**, **3**. Chesapeake Bay Institute Technical Report **XIX** (1960), 581pp.
- 18) Longuet-Higgins, M. S.: The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves. *J. Fluid Mech.*, **17** (1963) 459-480.
- 19) Honda, T. and Mitsuyasu, H.: The statistical distributions for the elevation, velocity and acceleration of the surface of wind waves. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **31**, **2** (1975) 93-104.
- 20) Tayfun, M. A.: Narrow-band nonlinear sea waves. *J. Geophys. Res.*, **84** (1980) 1545-1552.

- 21) Huang, N. E. and Long, S. R.: An experimental study of the surface elevation probability distribution and statistics of wind-generated waves. *J. Fluid Mech.*, **101** (1980) 179-200.
- 22) Hatori, M.: Nonlinear properties of laboratory wind waves at energy containing frequencies. Part 1. Probability density distribution of surface elevation. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **40**, **1** (1984) 1-11.
- 23) 合田良実: 波浪の統計的性質に関する二, 三の数値的検討. 港湾技術研究所報告, 第**24**卷, 第**4**号 (1985) 65-102.
- 24) Srokosz, M. A. and Longuet-Higgins, M. S.: On the skewness of sea-surface elevation. *J. Fluid Mech.*, **164** (1986) 487-497.
- 25) Hasselmann, K., Munk, W. and McDonald, G.: Bispectra of ocean waves. Proceeding of Symposium on Time Series Analysis. John Wiley, New York (1963) 125-139.
- 26) Imasato, N. and Kunishi, H.: Bispectra of wind-waves and wave-wave interaction. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **33** (1977) 67-271.
- 27) Masuda, A. and Kuo, Y.-Y.: A note on the imaginary part of bispectra. *Deep-Sea Res.*, **28 A**, **3** (1981) 213-222.
- 28) Masuda, A. and Kuo, Y.-Y.: Bispectra for the surface displacement of random gravity waves in deep water. *Deep-Sea Res.*, **28 A**, **3** (1981) 223-237.
- 29) Arhan, M. and Plaisted, R. O.: Non-linear deformation of sea-wave profiles in intermediate and shallow water. *Oceanol. Acta*, **4**, **2** (1981) 107-115.
- 30) Elgar, S. and Guza, R. T.: Observations of bispectra of shoaling surface gravity waves. *J. Fluid Mech.*, **161** (1985) 425-448.
- 31) Miles, J. W.: On the generation of surface waves by shear flows. *J. Fluid Mech.*, **3** (1957) 185-204.
- 32) Masuda, A., Kuo, Y.-Y. and Mitsuyasu, H.: On the dispersion relation of random gravity waves. Part 1. Theoretical framework. *J. Fluid Mech.*, **92** (1979) 717-730.
- 33) Mitsuyasu, H., Kuo, Y.-Y. and Masuda, A.: On the dispersion relation of random gravity waves. Part 2. An experiment. *J. Fluid Mech.*, **92** (1979) 731-749.
- 34) Phillips, O. M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part 2. *J. Fluid Mech.*, **11** (1961) 143-155.
- 35) Phillips, O. M.: On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude. Part 1. *J. Fluid Mech.*, **9** (1960) 193-217.
- 36) Longuet-Higgins, M. S.: Resonant interactions between two trains of gravity waves. *J. Fluid Mech.*, **12** (1962) 321-332.
- 37) Hasselmann, K.: On the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part 1. General theory. *J. Fluid Mech.*, **12** (1962) 481-500.
- 38) Hasselmann, K.: On the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part 2. Conservation theorems; wave-particle analogy; irreversibility. *J. Fluid Mech.*, **15** (1963) 273-281.
- 39) Benjamin, T. B. and Feir, J. E.: The disintegration of wave trains on deep water. *J. Fluid Mech.*, **27** (1967) 417-430.
- 40) Hasimoto, H. and Ono, H.: Nonlinear modulation of gravity waves. *J. Phys. Soc. Japan*, **33** (1972) 805-811.
- 41) Komen, G. J.: Nonlinear contributions to the frequency spectrum of wind-generated water waves. *J. Phys. Oceanogr.*, **10** (1980) 779-790.
- 42) Laing, A. K.: Nonlinear properties of random gravity waves in water of finite depth. *J. Phys. Oceanogr.*, **16** (1986) 2013-2030.

- 43) Benney, D. J.: Non-linear gravity wave interactions. J. Fluid Mech., **14** (1962) 577-584.
- 44) Phillips, O. M.: The dynamics of the Upper Ocean. 2nd. edn. Cambridge University Press (1977).
- 45) Masuda, A.: Nonlinear energy transfer between random gravity waves. Some computational results and their interpretation. In : Wave dynamics and radio probing of the ocean surface, ed. by O. M. Phillips and K. Hasselmann, Plenum Press, New York (1986) 41-57.
- 46) Okuda, K.: Internal flow structure of short wind waves. Part 1 on the internal vorticity structure. J. Oceanogr. Soc. Japan, **38** (1982) 28-42.
- 47) Pierson, W. J. and Moskowitz, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. J. Geophys. Res., **69** (1964) 5181-5190.

A. \bar{S} 方向分布による変化 (付録)

風波スペクトルの方向分布が \bar{S} に及ぼす影響を更に詳しく調べるために、 \bar{S}/\bar{E}^2 ((29)の係数) の理論値を計算してみた。ここで扱う標準的な振動数スペクトル形は

$$\phi(\omega; \gamma) \sim \omega^{-5} \exp(-5/4 \omega^{-4}) \gamma \exp(-(\omega-1)^2/2\sigma^2)$$

のもので、 σ は $\omega < \omega_p$ で 0.07, $\omega > \omega_p$ で 0.09 とする。この型のスペクトルは Pierson-Moskowitz スペクトル ($\gamma = 1$) と JONSWAP スペクトル ($\gamma = 3.3$) を特別な場合として含む (Pierson and Moskowitz¹⁾, Hasselmann et al.²⁾)。表1を見ると、 \bar{S}/\bar{E}^2 は

- 1. 典型的振動数スペクトルに適度な方向分布を考えたものについては3より少し小さい,
- 2. γ と p を大きくすると、段々増加して極限值3に近づく傾向がある,
- 3. γ が大きいほどまた p が小さいほど、小さくなる

ということが判る。

p	γ	1	3	5	7	9
2		2.38	2.24	2.18	2.16	2.14
4		2.63	2.50	2.46	2.43	2.42
8		2.85	2.73	2.69	2.67	2.66

表1 : \bar{S}/\bar{E}^2 理論値の径数 γ および p による変化.

γ : 周波数スペクトルの尖鋭度を定める径数.

p : JONSWAP 型のスペクトルの方向分布を決める径数.

風洞水槽で起こる風波に対しては、 \bar{u} (あるいは \bar{E}) が大きいとき、振動数スペクトルの幅が小さくなり方向分布が広がることが知られている (Mitsuyasu et al.³⁾, Kusaba and Masuda⁴⁾)。このことを上に述べた性質3) と照らし合わせると、何故、回帰式(26)が理論値2より小さい指数を持つかが理解できる。更に \bar{E} (波形勾配の自乗) が \bar{u} の大きいところで一定値に近付くことを考え合わせると、次のように結論してよいであろう; 海上か実験室かに拘らず、局所平衡にある風波の歪度は0.7程度に上限値を持つ。

参 考 文 献

- 1) Pierson, W. J. and Moskowitz, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. *J. Geophys. Res.*, **69** (1964) 5181-5190.
- 2) Hasselmann, K., Barnett, T. P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D. E., Enke, K., Ewing, J. A., Gienapp, H., Hasselmann, D. E., Krueseman, A., Meerburg, A., Muller, P., Olbers, D. E., Richter, K., Sell, W. and Walden, H.: Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). *Erganzhft Dt. Hydrogr. Z.*, **12** (1973) 1-95.
- 3) Mitsuyasu, H., Kuo, Y.-Y. and Masuda, A.: On the dispersion relation of ransom gravity waves. Part 2. An experiment. *J. Fluid Mech.*, **92** (1979) 731-749.
- 4) Kusaba, T. and Masuda, A.: The wind-wave spectra based on the hypothesis of local equilibrium. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **45** (1988) 45-64.

B. \bar{T} の ω_c による変化 (付録)

ここでは、 \bar{T} の ω_c 依存を吟味しておく。比較のため、(32)の型の回帰式を用いる。結果を示せば

$$\bar{T}(3) = 1.7 \times 10^{-3} \bar{u}^3$$

$$\bar{T}(5) = 4.17 \times 10^{-3} \bar{u}^3$$

$$\bar{T}(\infty) = 2.76 \times 10^{-2} \bar{u}^3$$

となる。但し、 $\bar{T}(\infty)$ は Nyquist 振動数までのデータを使って計算したものである。これから

1. ここには示さないが、 $\bar{T}(3)$ や $\bar{T}(\infty)$ の対数を \bar{u} に対して画くと、 $\bar{T}(5)$ と殆ど平行であり、
2. \bar{T} は ω_c に強く依存する
ことが判る。これによれば

$$\bar{T}(\omega_c) = h_6(\omega_c; \bar{u}) = h_7(\omega_c) \bar{u}^3$$

といった相似則が示唆される。これに対し、 \bar{S} は ω_c に殆ど依らない。(27)の型の回帰式を見ると

$$\bar{S}(3) = 4.73 \times 10^{-3} \bar{u}^2$$

$$\bar{S}(5) = 5.26 \times 10^{-3} \bar{u}^2$$

$$\bar{S}(\infty) = 5.40 \times 10^{-3} \bar{u}^2$$

となっている。 $\bar{S}(5)$ は $\bar{S}(\infty)$ と殆ど同じと見てよく、本論文で ω_c を 5 に取った理由でもある。

(平成元年 8 月 28 日 受理)