

造波機によって発生される二次の波について

経塚, 雄策
九州大学応用力学研究所 : 助教授

<https://doi.org/10.15017/4743890>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 68, pp.155-166, 1989-10. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



造波機によって発生される二次の波について

経 塚 雄 策*

概 要

波浪中の浮遊式海洋構造物に働く二次の流体力の計算では、物体と自由表面の交点付近での二次の自由表面条件式の特異性を明確にすることが最終的な計算精度の上でも重要である。ここでは、単純化して、二次元造波機問題を固有関数展開法で解き、二次の自由表面条件式の特異性について詳細に調べるとともに、造波運動によって発生される二次の発散波などを計算した。

Key words: Second-order Waves, Free-Surface Integral, Singularity at Intersection

1. は じ め に

波浪中の海洋構造物に働く2次の流体力とその運動は、より複雑な物体あるいは不規則波中での応答に関心がもたれて、いまなお盛んに行われている¹⁾²⁾³⁾。正則摂動法による解析では、1次と2次の問題の本質的な相違は自由表面条件が斉次であるか非斉次であるかということの他に物体と自由表面の交点の特異性にも注意すべきである。ただ、2次の流体力だけがわかれば良いという立場からは、グリーンの定理に基くいわゆる“自由表面積分”すなわち、2次の自由表面条件と1次の放射ポテンシャルの積を自由表面上で積分すれば良いので⁴⁾⁵⁾、交点における特異性は解消できるという定性的な議論だけで了解されてきたように思われる。ところが、2次の速度ポテンシャルを直接求めようという立場からは、交点における特異性は本質的に重要であるが、これまで具体的に議論されたこともないようである。

一方、物体と自由表面の交点の特異性に関しては、静止水面中の垂直平板が急発進するときの水面の盛り上りの問題⁶⁾、楔柱が静止水面に着水する問題⁷⁾、容器内の流体が動揺する時の非線形計算における水面と壁面の交点の問題⁸⁾などで論議されてきた。これらの問題では、物体と水面の交点付近の微細な流れ場が興味の対象となっているが、重力の作用の下では解析解が得られておらず、数値計算的にも問題である。

そこで、本報告では二次元造波機という単純な問題を例にとり、正則摂動法による2次の問題で物体と水面の交点での速度ポテンシャルの特異性について調べることにした。2次の流体力という観点からも、交点における特異性を明確にしておくことは数値計算における精度向上という点で重要である。また、これらの応用として、2次の自由波を発生しないような造波機の動揺を計算してみたが、これは二

* 九州大学助教授

次の流体力という微小な力を水槽実験で精度良く計測するためには不可欠な技術と思われる。

2. 理 論

2.1 問題の定式化⁹⁾

図1に示す座標系において、静止水面上に x 軸、鉛直上方向に y 軸をとり、水深 (h) が一定な半無限領域を考える。造波機は、静止時には y 軸上にあり、 $y \geq -d$ の範囲が可動となるピストン型あるいはフラップ型のものを考える。また、造波機の運動としては、まず次式のような単一周期運動を考える。

$$X(t) = \operatorname{Re}\{X^{(1)}e^{-i\omega t}\} \quad (1)$$

ここで、 $X^{(1)}$ は1次の動揺振幅であり、 ω はその動揺円振動数である。

流体は、非圧縮、非回転を仮定すれば、ラプラスの方程式を満足する速度ポテンシャルによって問題が記述でき、摂動法による1次と2次の速度ポテンシャルは次式となる。

$$\Phi(x, y, t) = \operatorname{Re}\{\varepsilon\Phi^{(1)}(x, y)e^{-i\omega t} + \varepsilon^2\Phi^{(2)}(x, y)e^{-i2\omega t}\} + O(\varepsilon^3) \quad (2)$$

ただし、 ε は微小な摂動パラメータで、本研究では基準長さを造波機深さ ($d = 1$) とし、 $\varepsilon = X^{(1)}/d$ と考える。

その自由表面条件式は、 $\Phi^{(1)}(x, y)$ と $\Phi^{(2)}(x, y)$ に対して

$$\left. \begin{aligned} [F] \quad & \Phi_y^{(1)} - K\Phi^{(1)} = 0 \\ & \Phi_y^{(2)} - 4K\Phi^{(2)} = \frac{i\omega}{g}(\nabla\Phi^{(1)})^2 - \frac{i\omega}{2g}\Phi^{(1)}(\Phi_{xy}^{(1)} - K\Phi_y^{(1)}) \end{aligned} \right\} \text{ on } y = 0 \quad (3)$$

ただし

$$K = \omega^2/g$$

となる。

また、造波板の上では物体表面条件式を満足すべきでピストン型造波機に対し ($j = 1$)

$$\left. \begin{aligned} [B-a] \quad & \varepsilon\Phi_x^{(1)} = -i\omega X_1^{(1)} \\ & \varepsilon^2\Phi_{xx}^{(2)} = -\frac{1}{2}X_1^{(1)}\Phi_{xx}^{(1)} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

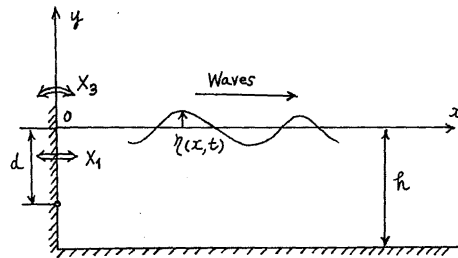


図1 座標系

フラップ型造波機に対し ($j = 3$)

$$\left. \begin{aligned} [B-b] \quad \varepsilon \phi_X^{(1)} &= -i\omega X_3^{(1)}(d+y) \\ \varepsilon^2 \phi_X^{(2)} &= \frac{1}{2} X_3^{(1)} \{ \phi_Y^{(1)} - (y+d) \phi_{XX}^{(1)} \} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。

その他の条件としては、水底では

$$\phi_Y^{(1)} = \phi_Y^{(2)} = 0 \quad \text{on } y = -h \quad (6)$$

を満たし、無限遠方では発散波だけが残るという放射条件が課せられる。

2.2 1 次の問題の解¹⁰⁾

1 次の速度ポテンシャルを次式のように正規化すれば

$$\varepsilon \phi_j^{(1)}(x, y) = -i\omega X_j^{(1)} \phi_j^{(1)}(x, y) \quad \text{for } j = 1, 3 \quad (7)$$

物体表面条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_X^{(1)} &= 1 & \text{for } -d \leq y \leq 0, \quad x = 0 \\ \phi_X^{(1)} &= d+y & \text{for } -d \leq y \leq 0, \quad x = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

この解は、固有関数展開法によって次式となる。

$$\phi_j^{(1)} = iA_{j0}(k) \frac{\cosh k(y+h)}{\cosh kh} e^{ikx} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{jn}(k) \frac{\cos k_n(y+h)}{\cos k_n h} e^{-k_n x} \quad (9)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega^2}{g} &= K = k \tanh(kh) \\ &= -k_n \tan(k_n h) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

(9) の未定常数は固有関数の直交性を利用することによって次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} A_{j0}(k) &= -\frac{\cosh kh}{k} \cdot \frac{L_{j0}(k)}{I_0(k)} \\ A_{jn}(k) &= -\frac{\cos k_n h}{k_n} \cdot \frac{L_{jn}(k_n)}{I_n(k_n)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} I_0(k) &= \int_{-h}^0 \cosh^2 k(y+h) dy, \quad I_n(k_n) = \int_{-h}^0 \cos^2 k_n(y+h) dy \\ L_{j0}(k) &= \int_{-d}^0 \phi_X^{(1)} \cosh k(y+h) dy, \quad L_{jn}(k_n) = \int_{-d}^0 \phi_X^{(1)} \cos k_n(y+h) dy \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

2 次の問題で必要となる物体表面および自由表面上における $\phi^{(1)}$ の微分値は (9) から計算できる。

2.3 2 次の問題の解

2 次の速度ポテンシャルを次式で正規化すれば

$$\varepsilon^2 \phi^{(2)}(x, y) = -\frac{i\omega}{2} X_j^{(1)2} \phi^{(2)} \quad (13)$$

その自由表面条件は (3) と (13) から

$$[F'] \quad \phi_y^{(2)} - 4K\phi^{(2)} = 2K(\nabla\phi^{(1)})^2 - K\phi^{(1)}(\phi_{yy}^{(1)} - K\phi_y^{(1)}), \quad \text{at } y=0 \quad (14)$$

または

$$[F'] \quad \{F(4K)\}\phi^{(2)} = q(x), \quad \text{at } y=0 \quad (15)$$

となるが, (15) の右辺を

$$q(x) = q_1(x) + q_2(x) \quad (16)$$

ただし,

$$q_1(x) = 3K \frac{k^2 A_{j0}^2}{\cosh^2 kh} e^{i2kx} \quad (17)$$

と分離すれば, $q_1(x)$ は x が大きな所での漸近値であり, その波数が $2k$ であることから 2 次の拘束波によって満足される.

そこで, 2 次の速度ポテンシャルを

$$\phi^{(2)} = \phi_1^{(2)} + \phi_2^{(2)} + \phi_3^{(2)} \quad (18)$$

と分離し, それぞれに対する自由表面と物体表面の条件式を

$$[F'] \quad \left. \begin{aligned} \{F(4K)\}\phi_1^{(2)} &= q_1(x) \\ \{F(4K)\}\phi_2^{(2)} &= q_2(x) \\ \{F(4K)\}\phi_3^{(2)} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$[B'] \quad \left. \begin{aligned} \phi_{2x}^{(2)} &= 0 \\ \phi_{3x}^{(2)} &= -\phi_{1x}^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

で与えれば, それらの解は次式となる.

$$\phi_1^{(2)}(x, y) = 6KkA_{j0}^2 \frac{\cosh 2k(y+h)}{D(2kh)} e^{i2kx} \quad (21)$$

ただし

$$D(2kh) = 2 \sinh(2kh) - \sinh(4kh)$$

また,

$$\phi_2^{(2)}(x, y) = \int_0^\infty q_2(x') \{S(x, y, x'; 4K) + S(x, y, -x'; 4K)\} dx' \quad (22)$$

ただし¹¹⁾

$$\begin{aligned} S(x, y, x'; 4K) &= 2ie^{ik'(x-x')} \frac{\cosh(k'h) \cosh k'(y+h)}{2k'h + \sinh 2k'h} \\ &\quad + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-kn'|x-x'|} \frac{\cos(k_n'h) \cos k_n'(y+h)}{2k_n'h + \sin 2k_n'h} \end{aligned} \quad (23)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} 4K &= k' \tanh(k'h) \\ &= -k_n' \tan(k_n'h) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

であり, $\phi_3^{(2)}$ については 1 次の問題と同様にして (10) を (24) に置きかえて (11), (12) によって解けば良い.

この時、無限遠方における水面変位は

$$\eta(x, t) = Re[\varepsilon\eta^{(1)}(X)e^{-i\omega t} + \varepsilon^2\{\eta_0^{(2)} + (\eta_l^{(2)}(X) + \eta_r^{(2)}(X))e^{-i2\omega t}\}] + O(\varepsilon^3) \quad (25)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon\eta^{(1)}(x) &= iKX_j^{(1)}A_{j0}e^{ikhx} \\ \varepsilon^2\eta_0^{(2)} &= -\frac{K}{4}X_j^{(1)2}k^2A_{j0}^2[1 - \tanh^2(kh)] \\ \varepsilon^2\eta_l^{(2)}(X) &= \frac{K}{4}X_j^{(1)2}k^2A_{j0}^2[1 - 3\tanh^2(kh) + E(kh)]e^{i2kx} \\ \varepsilon^2\eta_r^{(2)}(X) &= KX_j^{(1)2}(\phi_2^{(2)}(F) + \phi_3^{(2)}(F))e^{ikhx} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \phi_2^{(2)}(F) &= 4i\frac{\cosh^2 k'h}{2k'h + \sinh(k'h)} \int_0^\infty q_2(x) \cos k'x \cdot dx \\ \phi_3^{(2)}(F) &= -i\frac{\cosh k'h}{k'} \cdot \frac{L_{j0}^{(2)}(k')}{I_0(k')} \\ L_{j0}^{(2)}(k') &= -\int_{-h}^0 \phi_1^{(2)} \cosh k'(y+h) dy \\ E(kh) &= 24\frac{\tanh(kh) \cosh(2kh)}{2 \sinh(2kh) - \sinh(4kh)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

となるが、この結果からわかるように造波機が (1) によって単一周運動するとき、水面変位を 2 次の項まで計算すると定常変位、波数が $2k$ の拘束波および波数が $k' \approx 4k$ の自由波も発生することがわかる。

2.4 2 次の自由波を消去するための造波機の運動

前節で求めた 2 次の自由波を消去するために (1) に加えて 2 次の運動を考えよう。

$$X(t) = Re\{X^{(1)}e^{-i\omega t} + X_m^{(2)}e^{-i2\omega t}\} \quad (28)$$

ただし、 $X_m^{(2)}$ を 2 次の動揺振幅とする。

$X_m^{(2)}$ による速度ポテンシャルを、

$$\varepsilon^2\phi_m^{(2)} = -i2\omega X_m^{(2)}\phi_m^{(2)}(x, y) \quad (29)$$

とすれば、2 次の計算において $\phi_m^{(2)}$ は 1 次の量として扱えるので 1 次の問題における $\phi^{(1)}$ と同様にして解ける。

このポテンシャルによる水面変化を $\eta_m^{(2)}$ とすれば

$$\begin{aligned} \varepsilon^2\eta_m^{(2)} &= 4KX_m^{(2)}\phi_m^{(2)} \\ &= -iX_m^{(2)} \sinh(k'h) \frac{L_{j0}(k')}{I_0(k')} e^{ikhx} \quad \text{as } x \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (30)$$

従って、(26) と (30) から

$$X_m^{(2)} = \frac{KX_j^{(1)2}I_0(k')}{i \sinh(k'h)L_{j0}(k')} \{\phi_2^{(2)}(F) + \phi_3^{(2)}(F)\} \quad (31)$$

とすれば 2 次の自由波を消すことができる。

3. 数値計算結果

図2は、ピストン型造波機の流体力特性を示したもので、発散波振幅比と付加質量係数である。横軸は造波機深さによる無次元波数で、発散波振幅比はほぼこれに比例しているとみなせる。以下に示す計算結果は、全てピストン型造波機の結果でフラップ型のものについても本質的な違いはないので省略する。

図3(a), 3(b)は(15)の2次の自由表面条件 $q(X)$ と1次のポテンシャルの展開項数の関係を調べたもので、物体と自由表面の交点に近い3点で比較している。(9)によれば、水面における $\phi^{(1)}$ の y 方向の2回微分は

$$\phi_{yy}^{(1)}(x) = ik^2 A_{j0} e^{ikx} + \sum_{n=1}^{\infty} k_n^2 A_{jn} e^{-k_n x} \quad (32)$$

で計算できるが、 n が大きくなると

$$\left. \begin{aligned} k_n &\approx n\pi/h \\ k_n^2 A_{jn} &= 4 \frac{(-1)^{n+1}}{h} \sin\left(\frac{n\pi}{2} \frac{d}{h}\right) \cos\left\{n\pi\left(1 - \frac{d}{2h}\right)\right\} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

となるので、 x が小さな値をとるとき $\phi_{yy}^{(1)}$ の収束は悪くしかも図3(a), (b)に見られるように展開項数 n に対して振動する。

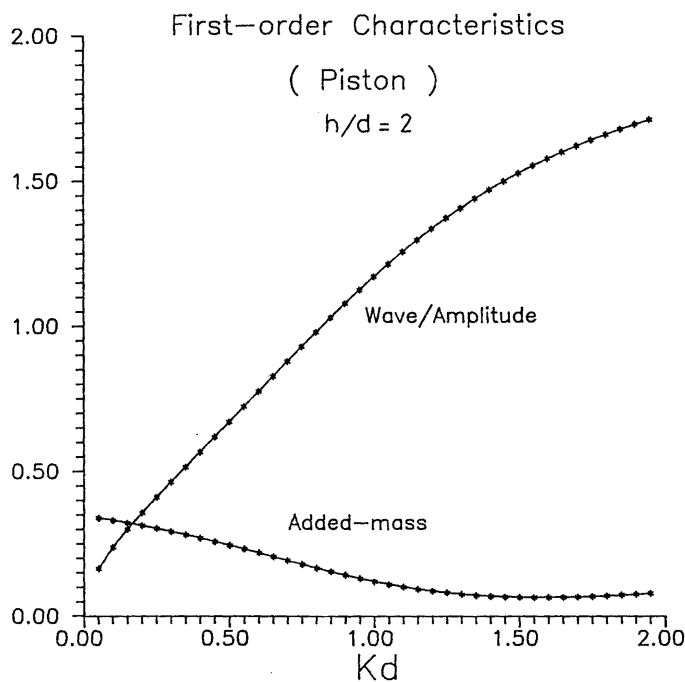


図2 付加質量係数と発散波振幅比

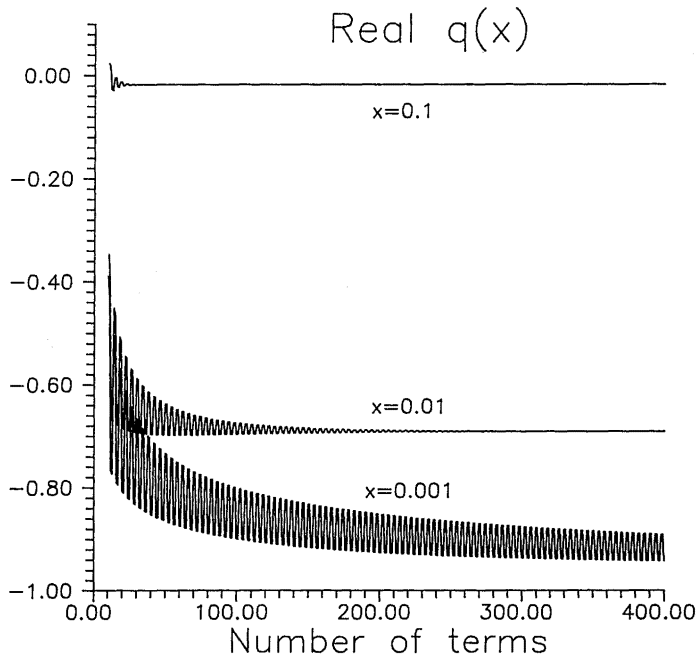
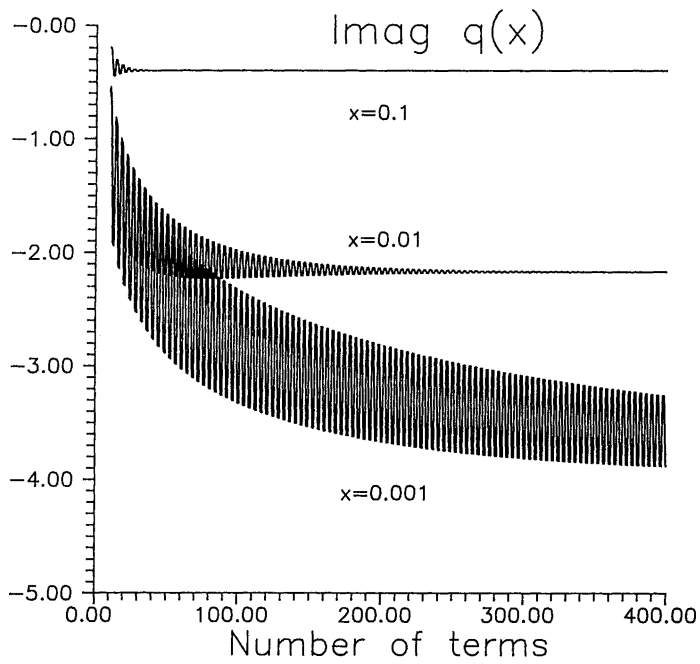
図 3 (a) 2 次の自由表面条件 (実部, $Kd = 1.0$)図 3 (b) 2 次の自由表面条件 (虚部, $Kd = 1.0$)

図4は、固有関数の項数を1000として計算された2次の自由表面条件と $\phi_{(2)}^{(2)}$ の実部を片対数グラフにプロットしたものである。 $X = 0.0001$ の値は1000項でも十分に収束していないように思われるが、この結果から2次の自由表面条件は物体との交点で対数的な特異性を示し、その原因は $\phi_{(2)}^{(2)}$ の特異性によると言える。従って、 $\phi^{(2)}$ も交点で対数的な特異性をもつと予想される。一方、自由表面積分による2次の流体力の計算は可積分で問題ないが、数値計算上は交点での特異性を考慮すべきである。同様な考察は他の解法、例えば積分方程式法によっても導けるであろうが、固有関数展開法では解の収束性をチェックできる点が優れていると思われる。

図5(a), 5(b)は、2次の自由表面条件に対する水深の影響を調べたもので、これから浅水になるほど大きな値をとることがわかる。図6(a), 6(b)は、2次の自由表面を(16), (17)によって拘束波のものと局部成分のものとに分離して比較したもので、この例では局部成分は造波機から少し離れると急速に減衰する事がわかる。

図7(a), 7(b)は、2次の自由表面条件の局部成分について、水深の影響を調べたものであるが、この結果をみると水深が大きいものほど局部成分が遠くまで残っていることがわかる。

図8(a), 8(b)は、無限遠における2次の速度ポテンシャルを(18)によって分解し、各成分の定量的な比較を行ったもので、自由表面条件の非線型に帰因する成分($\phi_{(2)}^{(2)}$)と物体表面条件の変位影響に帰因する成分($\phi_{(2)}^{(2)}$)が支配的であることがわかる。

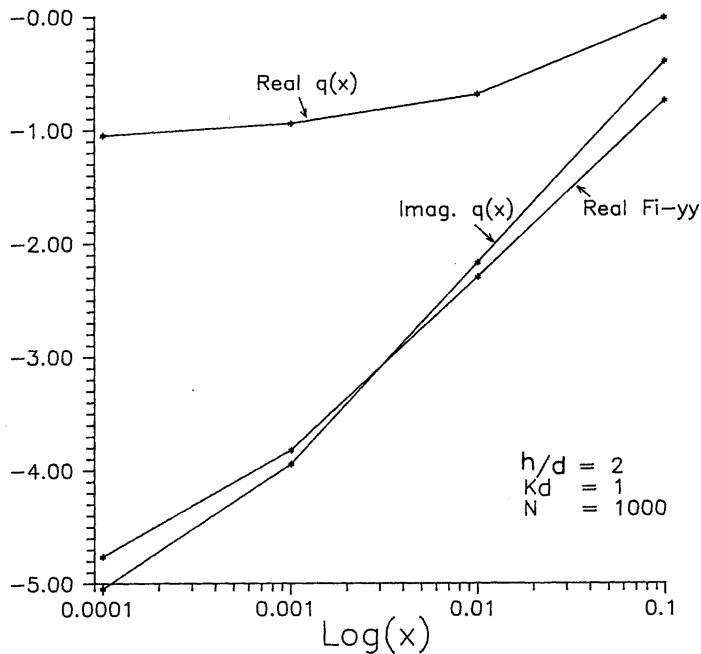


図4 2次の自由表面条件の特異性 ($K_d = 1.0$)

図9は、ある時間における無限遠での水面変位を計算したもので、1次と2次の拘束波および2次の自由波に分けて示した。造波機が単に正弦的に動揺する時は、これらを重ね合わせたものが実際の波形となる。1次と2次の拘束波の波形はストークスの2次近似ということになるが、この計算結果の例では2次の自由波振幅は2次の拘束波振幅の約22%でそれほど大きくない。

図10は、図9と同じ波形を無限遠のある点における時間波形として表示したもので、ストークス波については空間波形と同一になる。

図11は、2次の自由波を打ち消すために必要なピストン型造波機の動揺を(31)によって計算した結

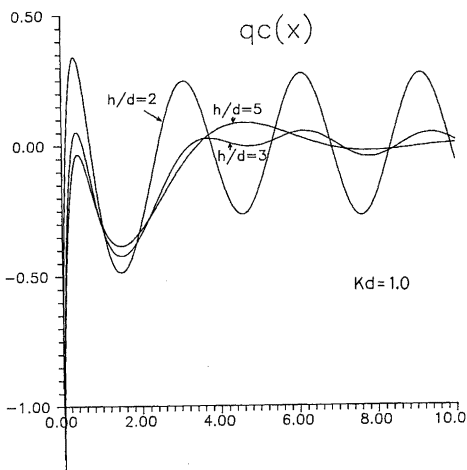


図5(a) 2次の自由表面条件 (水深影響, 実部)

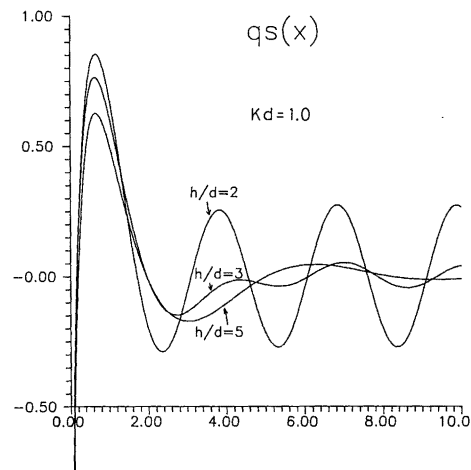


図5(b) 2次の自由表面条件 (水深影響, 虚部)

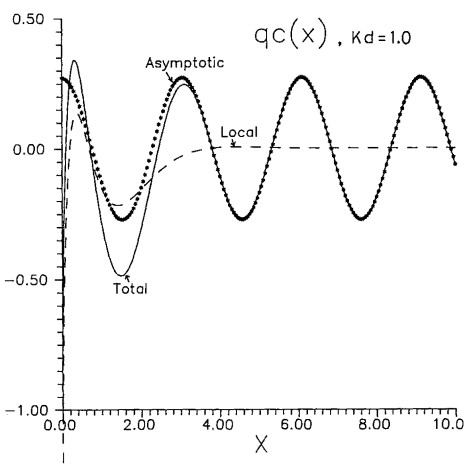


図6(a) 2次の自由表面条件の分解 (実部, $Kd = 1.0$)

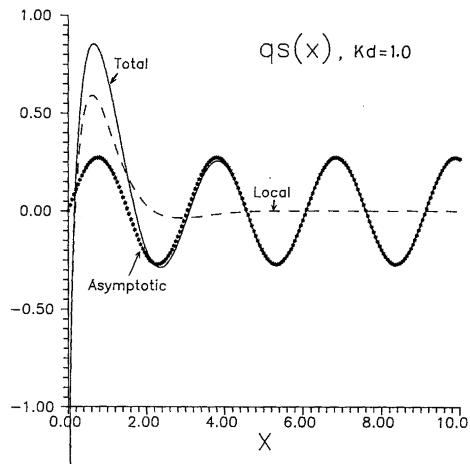


図6(b) 2次の自由表面条件の分解 (虚部, $Kd = 1.0$)

果を振幅と位相で示した。低周波数の時ほど大きな2次の動揺が必要となっているが、実際の $X^{(2)}/X^{(1)}$ はこの図の値に ε を掛けて求められるので、現実的な Kd と ε の範囲では2次の動揺振幅は1次のものに比べて高々10%ということができる。これは、2次の自由波は1次の波の約4倍の波数であるが、図2からも分かる通り造波効率は大略波数に比例して大きくなるため、2次の動揺は小さくても良いと言える。

図12は、 $\varepsilon = 0.5$ で $Kd = 0.25$ と 0.5 において2次の自由波を打ち消すための造波機の動揺波形を示したものである。正弦波からの逸脱は前述の理由からも大きくないがピストン型造波機の場合、理想的

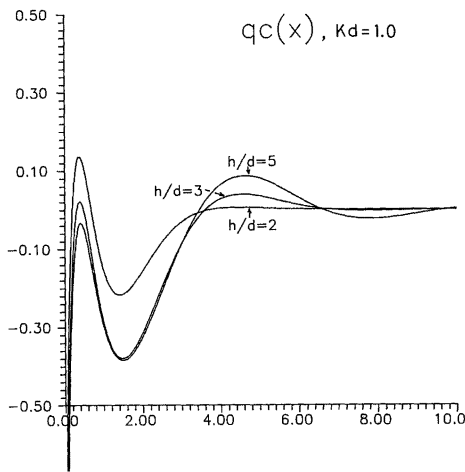


図7(a) 2次の自由表面条件の局部項に対する水深影響(実部, $Kd = 1.0$)

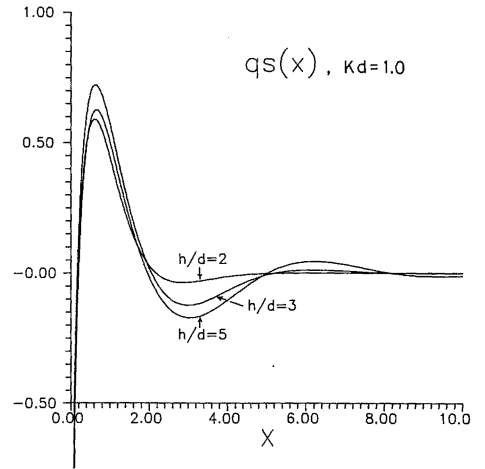


図7(b) 2次の自由表面条件の局部項に対する水深影響(虚部, $Kd = 1.0$)

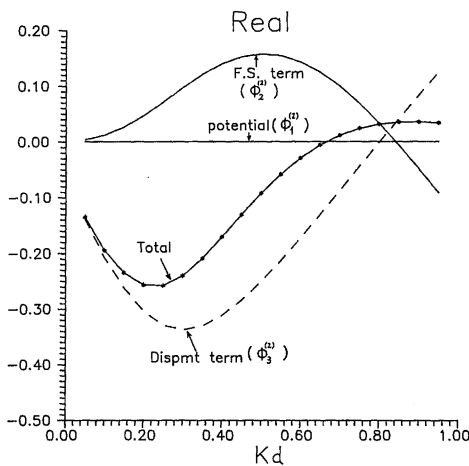


図8(a) 2次の自由波の成分別比較 (実部)

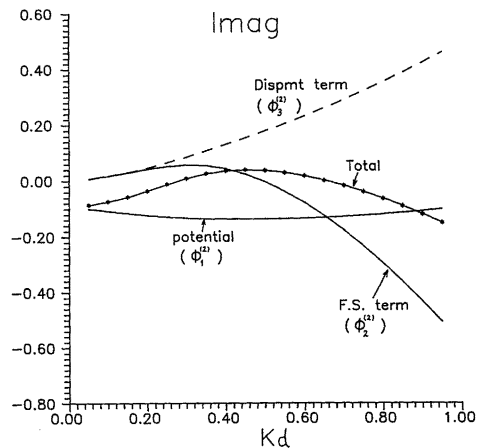


図8(b) 2次の自由波の成分別比較 (虚部)

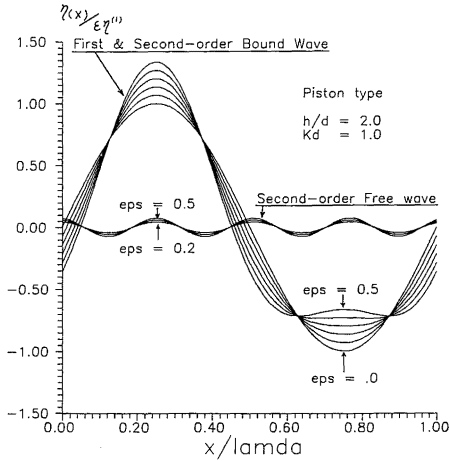


図9 無限遠における1次と2次の水面波形

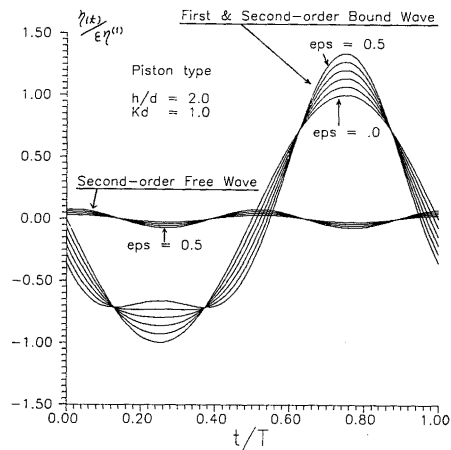


図10 無限遠点における1次と2次の波の時間波形

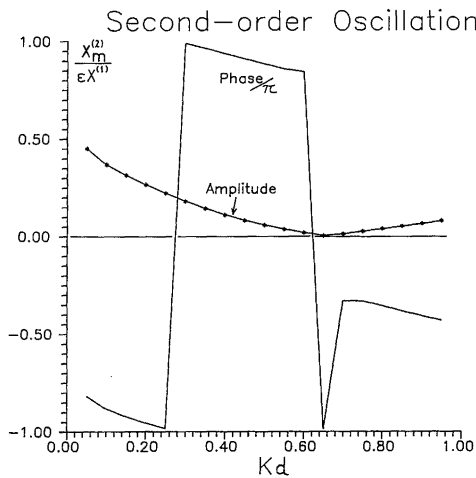
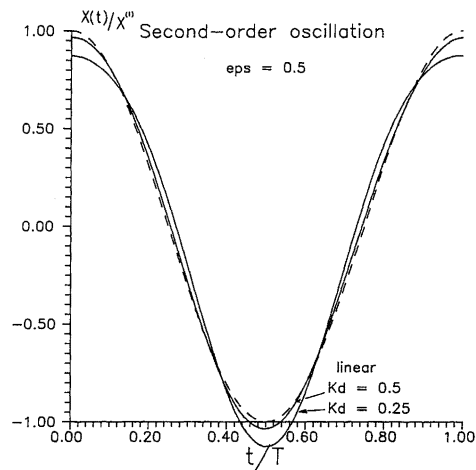


図11 2次の自由波を打ち消すための2次の動揺

図12 2次の自由波を打ち消すための動揺変位
($Kd = 0.25, 0.5$)

な動揺は正弦波と比較して前面に押し出すのを小さくし、後に引っ込むのを大きくするように動揺を制御するのが良いようである。

4. おわりに

本報告では、海洋構造物の2次の流体力の計算に関連して、2次の問題における物体と水面の交点の特異性をピストン型造波機について調べてみた。固有関数展開法による解法では数値計算精度をコントロールできることが利点であり、二次の自由表面条件の非斉次項が交点において対数的な特異性をもつ

ことを数値的に示した。この場合、二次の流体力については自分表面積分によって有限確定値を得ることができるので、2次の速度ポテンシャルについても高々対数的特異性だろうと予想される。

これらの応用として、2次の自由波が含まれないような造波機の動揺を計算してみたが、極端な大振幅時を除いて2次の自由波は一般に小さく、正弦運動によっても良いように思われるが、2次の微小な流体力を精度良く計測するためには考慮の価値がありそうである。

最後に、本研究は著者が1988年3月から1年間在外研究員として滞在させていただいた University of California, Berkeley の Department of Naval Architecture & Offshore Engineering で行なわれたものであることを付記するとともに、研究の契機を与えられました Prof. Yeung に感謝します。

参 考 文 献

- 1) Y. Kyojuka, R. Inoue: Second-order wave forces acting on a semi-submersible, PRADS '87 Symposium, 1987, 599-608.
- 2) 松井徹哉: ピン係留式円筒カラムに働く長周期波浪漂流力(第1報), 日本造船学会論文集, 第159号, 1986, 149-164.
- 3) Y. Yamagami et al.: Second-order Hydrodynamic Forces on Vertical Body of Revolution and Its Long-Period Motions in Waves, Fifth International OMAE Symposium, Vol. 1, 1986, 337-344.
- 4) Molin, B.: Second-order diffraction load upon three-dimensional bodies, Applied Ocean Research, Vol. 1, No. 4, 1979.
- 5) Eatock Taylor, R. & Hung, S. H.: Second-order diffraction force on a vertical cylinder in regular waves, Applied Ocean Research, Vol. 9, No. 1, 1987.
- 6) Greenhow, M. and Lin, W. M.: Numerical Simulation of Free Surface Flows Generated by Wedge Entry and Wavemaker Motions, 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, 1985.
- 7) 高木 健: 2次元楔形物体の着水問題, 船舶数値流体力学フォーラム, 1987, 158-167.
- 8) Yeung, R. W. and Wu, C. F.: Nonlinear wave-body motion in a closed domain (in press), Computers and Fluids, 1989.
- 9) 経塚雄策: 二次元物体に働く非線型流体力について, (第1報), 日本造船学会論文集, 第148号, 1980, 45-53.
- 10) Milgram, J. H.: Active Water-Wave Absorbers, J. F. M., Vol. 43, Part 4, 1970, 845-859.
- 11) 一色 浩, 前田久明: 周期的吹き出しの公式とその数値計算法, 関西造船協会誌, 第157号, 1975, 73-82.

(平成元年5月31日 受理)