

水中における弾性長大管の挙動に関する実験

大楠, 丹
九州大学応用力学研究所 : 助教授

中村, 昌彦
九州大学応用力学研究所 : 助手

<https://doi.org/10.15017/4743743>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 60, pp.263-276, 1984-09. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



水中における弾性長大管の挙動に関する実験

大 楠 丹*
中 村 昌 彦†

概 要

弾性管の水中強制動揺試験を行い、簡単な理論モデルによって、水中における挙動及び作用する内力の大略を説明し得ることが明らかになった。

Key words: Cold water pipe, Riser, Natural frequency, Normal mode of vibration, Mathieu equation

1. ま え が き

海洋開発にはライザ管、温度差発電用の冷水取水管（CWP）などの、細くて長い弾性体と考えられる線状構造物が用いられる。これらの線状構造物はそれを支持している水面に浮ぶ海洋構造物の影響を受けて強制的な動揺を受ける。

このような線状構造物の水中の挙動については多数の研究が行われている^{1)~6)}。しかしながらそのほとんどは理論計算が行われるのみで、実験的研究は少ない⁷⁾。そこで本研究では、弾性管の水中における挙動の理論モデルを実験的に検証する目的で弾性管の水中強制動揺試験を行った。

2. 実験の方法と結果

波浪のない状態で水中に取水管モデルをたらし、その上端に上下揺あるいは左右揺の強制的な動揺を与え、モデルの水中挙動をビデオ・カメラで撮影し観察計測する。同時に、強制動揺に必要な力の測定を実施し、理論モデルの定量的検証に用いる。なお、この実験では取水管のような長大弾性管の流体力学的な観察とその特性の理論的な理解が目的であるから、模型試験に用いられるモデルが実機相当のものに対して完全な力学的相似性を有しているかどうかはこだわらないことにする。

模型はスプリング・ホースあるいはエレファント・ホースと呼ばれているもので、ピアノ線（径 1.6 mm）のコイル（ピッチ 15~17 mm）の外側を軟質の塩化ビニール膜（厚さ 0.8 mm）でカバーしたものと、均質なゴムでできたもの 2 種を用いて実験を行った。前者を MODEL-G、後者を MODEL-BL と呼ぶ。なお、前者は塩化ビニール膜が薄く、内部のコイルのために表面の凹凸が大きいので、外側に薄いビニール・テープを貼って表面が滑らかになるようにした。このテープの面と、本来の面の

* 九州大学教授，応用力学研究所

† 九州大学助手，応用力学研究所

表1 モデルの特性と寸法

	長 (m)	直 径 (m)	EI ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	空中重量 (kg/m)	重 (kg)	比 重
MODEL-G	3.185	0.11	0.43	1.413	1.00	1.17
MODEL-BL	3.00	0.061	0.49	1.102	0.434	1.12

間には水中では水が満たされる。

モデルの特性と寸法を表1に示す。

実験は水深約3mの水槽中にモデルを垂直にたらし、その上端に力の計測装置を取りつけ上下あるいは左右方向に強制動揺させる。なお、MODEL-Gについては、実験装置の都合でモデルの約50cmは空中に露出しており、モデル上端は固定となっている。MODEL-BLについては、空中露出部はなく上端支持である。パイプの下端は開放され適当な重さの重りがついている。モデル上端における力の計測と同時に水中及び空中でビデオ・カメラによるモデルの挙動の記録を実施した。

観察によって明らかになった事実は以下の通りである。

- (i) 強制上下揺試験で、上下揺の周期が管の左右振動のモード周期の1/2の時、左右振動が生じ管の根元に作用する左右方向の力が大きくなる。
- (ii) (i)が生じる強制上下揺の周期では、場合によっては管は垂直軸まわりに回転し、その回転周期はやはり上下揺周期の2倍、すなわち左右振動のモード周期に等しい。
- (iii) モデルに左右方向の強制動揺を与えると、強制動揺の周期が左右振動のモード周期に一致する時、その半分の周期の上下方向の力が大きくなる。また、強制動揺の周期が上下方向のモード周期に一致する時にも上下方向の力が大きくなる。

これらの事実は、今後浮遊海洋構造物との連成動揺を考える時に考慮すべき重要な事実である。(ii)の現象は3次元の挙動であり今後実験を追加して調査する必要がある。

3. 水中における弾性管の横振動の固有周期の推定

弾性管が横方向に自由振動する場合の運動方程式は座標を図1のようにとると(1)式で表わされる。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial y}{\partial z} \right\} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで EI は曲げ剛性、 W はパイプの水中重量と重りの水中重量を合計したもの、 w は単位長さあたりのパイプ水中重量、 m は単位長さあたりの付加質量を含んだパイプ（中の水の質量を含む）質量である。

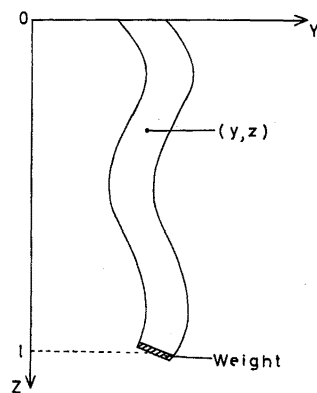


図1 座 標 係

次の様な近似的な方法で (1) 式の固有振動数, 固有モードを求めた. 方程式

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

の i 番目の固有モードを $w_i(z)$ とすると, (1) 式の i 番目の固有振動は

$$u_i(z, t) = p_i(t)w_i(z) + p_{i+1}(t)w_{i+1}(z) \quad (3)$$

で表わされる.

(2) 式の固有モードは

$$\begin{aligned} w_i(z) = & A(\cosh k_i z + \cos k_i z)/2 + B(\sinh k_i z + \sin k_i z)/2 \\ & + C(\cosh k_i z - \cos k_i z)/2 + D(\sinh k_i z - \sin k_i z)/2 \end{aligned} \quad (4)$$

の形で表わされ, パイプの端末条件より A, B, C, D が求まる. 端末条件は上端固定, 下端は図 2 のように重りが固着しているとする. なお, $k_i^4 \equiv ((2) \text{ 式の固有振動数})^2 \times m/EI$ である.

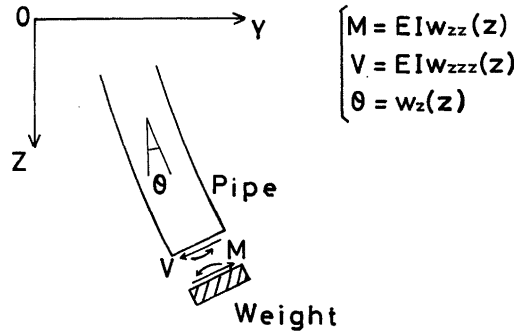


図2 端末条件

上端固定より

$$w(0) = 0 \quad (5)$$

$$w_z(0) = 0 \quad (6)$$

下端重り (図 2 参照) より

$$EI w_{zzz}(l) - m_w \left(-\frac{EI k_i^4}{m} \right) w(l) = 0 \quad (7)$$

$$EI w_{zz}(l) - I_w \left(-\frac{EI k_i^4}{m} \right) w_z(l) = 0 \quad (8)$$

但し, m_w は重りの質量, I_w は重りの慣性モーメントである. これらの条件から次式が得られる.

$$\begin{aligned} & \left| \begin{aligned} & (\sinh k_i l - \sin k_i l) + \frac{m_w}{m} k_i (\cosh k_i l - \cos k_i l) \quad (\cosh k_i l + \cos k_i l) + \frac{m_w}{m} k_i (\sinh k_i l - \sin k_i l) \\ & (\cosh k_i l + \cos k_i l) - \frac{I_w}{m} k_i^3 (\sinh k_i l - \sin k_i l) \quad (\sinh k_i l + \sin k_i l) - \frac{I_w}{m} k_i^3 (\cosh k_i l - \cos k_i l) \end{aligned} \right| \\ & = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

従って

$$w_i(z) = \left\{ (\cosh k_i l + \cos k_i l) - \frac{m_w}{m} k_i (\sinh k_i l - \sin k_i l) \right\} (\cosh k_i z - \cos k_i z) \\ - \left\{ (\sinh k_i l - \sin k_i l) - \frac{m_w}{m} k_i (\cosh k_i l - \cos k_i l) \right\} (\sinh k_i z - \sin k_i z) \quad (10)$$

(3) 式を (1) 式に代入し

$$w_i^{(4)}(z) = k_i^4 w_i(z) \quad (11)$$

なる関係を用いると

$$EI \{ p_i(t) k_i^4 w_i(z) + p_{i+1}(t) k_{i+1}^4 w_{i+1}(z) \} \\ - \frac{\partial}{\partial z} [(W - wz) \{ p_i(t) w_i^{(3)}(z) + p_{i+1}(t) w_{i+1}^{(3)}(z) \}] \\ + m \{ \ddot{p}_i(t) w_i(z) + \ddot{p}_{i+1}(t) w_{i+1}(z) \} = 0 \quad (12)$$

$w_i(z)$ を乗じてパイプ全長にわたって積分すると

$$EI p_i(t) k_i^4 \int_0^l w_i(z) w_i(z) dz - p_i(t) \int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial w_i}{\partial z} \right\} w_i dz \\ - p_{i+1}(t) \int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial w_{i+1}}{\partial z} \right\} w_{i+1} dz + m \ddot{p}_i(t) \int_0^l w_i(z) w_i(z) dz = 0 \quad (13)$$

となる。

$$\int_0^l w_i w_i dz = a_{ii} \quad (14)$$

$$\int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial w_i}{\partial z} \right\} w_i dz = A_{ii} \quad (15)$$

とおくと (13) 式は

$$m a_{ii} \ddot{p}_i + (EI k_i^4 a_{ii} - A_{ii}) p_i - A_{i+1,i} p_{i+1} = 0 \quad (16)$$

同様にして (12) 式に $w_{i+1}(z)$ を乗じてパイプ全長にわたって積分すると

$$m a_{i+1,i+1} \ddot{p}_{i+1} + (EI k_{i+1}^4 a_{i+1,i+1} - A_{i+1,i+1}) p_{i+1} - A_{i,i+1} p_i = 0 \quad (17)$$

ここで

$$p_i = \alpha_i \cos \omega_i t \quad (18)$$

$$p_{i+1} = \beta_i \cos \omega_i t \quad (19)$$

ω_i : 固有振動数

とおくと (16), (17) 式は

$$-m a_{ii} \omega_i^2 \alpha_i + (EI k_i^4 a_{ii} - A_{ii}) \alpha_i - A_{i+1,i} \beta_i = 0 \quad (20)$$

$$-ma_{i+1,i+1}\omega_i^2\beta_i+(EIk_{i+1}^4a_{i+1,i+1}-A_{i+1,i+1})\beta_i-A_{i,i+1}\alpha_i=0 \quad (21)$$

α_i, β_i が同時に 0 になってはならないから

$$\begin{vmatrix} (-ma_{ii}\omega_i^2+EIk_i^4a_{ii}-A_{ii}) & -A_{i+1,i} \\ -A_{i,i+1} & (-ma_{i+1,i+1}\omega_i^2+EIk_{i+1}^4a_{i+1,i+1}-A_{i+1,i+1}) \end{vmatrix} = 0 \quad (22)$$

(22) 式より $\omega_i^2 (i=1,2,3,\dots)$ が求まる。但し、(22) 式は ω_i^2 に対する 2 次方程式となるので解は ω_i^2 の小さい方をとる。又、 $c_i = \beta_i/\alpha_i$ とすると

$$c_i = \left(-m\omega_i^2 + EIk_i^4 - \frac{A_{ii}}{a_{ii}} \right) / \frac{A_{i+1,i}}{a_{ii}} \quad (23)$$

となる。よって

$$\begin{aligned} u_i &= \varphi_i(z)\alpha_i \cos \omega_i t \\ \varphi_i(z) &= w_i(z) + c_i w_{i+1}(z) \end{aligned} \quad (24)$$

上端支持の場合も同様の手法により固有周期が得られる。

計算結果を表 2 に示す。

表 2 固有周期 (水中)

		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	(sec)
MODEL-G	理論値	17.46	4.08	1.77	0.98	0.62	
	実験値		4.00	1.95	1.05	0.65	
MODEL-BL	理論値	21.24	3.32	1.19	0.60	0.36	
	実験値		3.00	1.20	0.60		

実験値はパイプの水中における横方向の強制振動の実験において、根元に作用する力がピーク値を示す周期である。理論値は実験値に良く一致する。(図 3, 図 4) 同様の計算を空中で行うと表 3 のようになる。実験値は強制上下揺実験より推定したものを示した。(図 5)

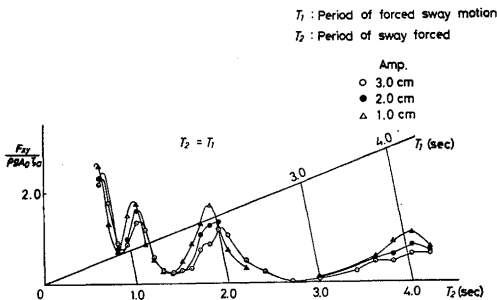


図 3 強制左右揺によって管上端に働く左右方向の力
(MODEL-G)

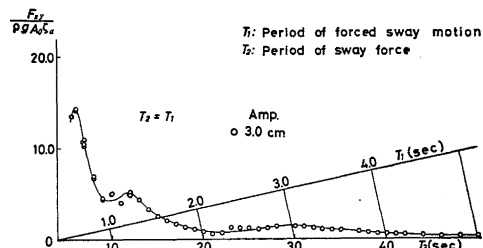


図 4 強制左右揺によって管上端に働く左右方向の力
(MDOLE-BL)

表3 固有周期 (空中)

		T_1	T_2	T_3	T_4	T_5 (sec)
MODEL-G	理論値	2.97	1.00	0.47	0.27	0.17
	実験値		0.95	0.50	0.30	

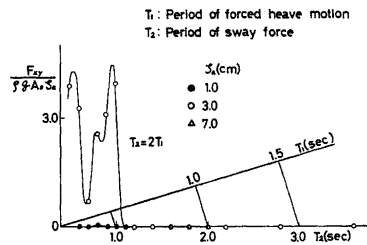


図5 強制上下揺によって管上端に働く左右方向の力 (MODEL-G, 空中)

4. 水中における弾性管の抗力係数

弾性管が水中で振動する場合の抗力係数 C_D は、固有振動数における振動の振幅を決定するための重要な量である。また付加質量とともに弾性管の水中における挙動を特徴づけるものである。以下実験的に測定した。

パイプを y 軸方向に振幅 ζ_a 、振動数 ω で強制動揺し、分力計で x, y 方向の力 F_x, F_y を測定する。パイプの変位はビデオ・カメラで撮影した画像から計測する。

パイプ上端の変位 y 、分力計により計測される力 F_x, F_y は

$$y = \zeta_a \sin(\omega t + \varepsilon) \quad (25)$$

$$F_x = F_{Ax} \sin(\omega t + \varepsilon_x) \quad (26)$$

$$F_y = F_{Ay} \sin(\omega t + \varepsilon_y) \quad (27)$$

で表わされる。 F_{Ax}, F_{Ay} は振動数 ω の成分の力の振幅である。従って一周期の間に強制動揺装置のする仕事 E_s は

$$E_s = \int_0^{2\pi/\omega} (-F_y) \dot{y} dt = -\pi \zeta_a F_{Ay} \sin(\varepsilon_y - \varepsilon) \quad (28)$$

となる。

一方、パイプの振動が

$$y = B(z) \cos(\omega t + r(z)) \quad (29)$$

で表わされるとすると、一周期の間に外部流体に与えるエネルギー E_D は

$$E_D = \int_0^{2\pi/\omega} \int_0^l \frac{1}{2} \rho D C_D |\dot{y}| \dot{y} \times \dot{y} dz dt = \frac{4}{3} \rho D C_D \omega^2 \int_0^l \{B(z)\}^3 dz \quad (30)$$

となる。

強制動揺装置のした仕事はパイプが外部流体に与えたエネルギーに等しいはずであるから

$$E_s = E_D \quad (31)$$

よって

$$C_D = \frac{3\pi\zeta_a F_{Ay} \sin(\varepsilon_y - \varepsilon)}{4\rho D \omega^2 \int_0^l B^3 dz} \quad (32)$$

により C_D が得られる。

強制振動実験において振動が激しくなって、振動数が固有振動数に近いと思われる点で C_D を求めた結果を表 4 に示した。強制振動方向と直角方向の力 F_{Ax} が強制振動方向の力 F_{Ay} に比べて無視できない時は、パイプが z 軸まわりに回転している場合である。この場合はパイプが流体に与えるエネルギーが (28) 式と同一とするのは無理であろう。従ってこの場合 (32) 式より C_D を求めると大きな値を与える。これが表 4 の $C_D = 2 \sim 3$ の大きい値に相当する。一方表 4 で下線をした周期では F_{Ax} は F_{Ay} に比し十分小さく、この場合は $C_D = 1.0 \sim 1.4$ (MODEL-G), $C_D = 0.8 \sim 1.0$ (MODEL-BL) のほぼ妥当と思われる値が得られている。

表 4 抗力係数 C_D ($\zeta_a = 3.0$ cm)

	動揺周期 (sec)	C_D
MODEL-G	0.9	3.1
	1.0	2.3
	<u>1.1</u>	1.3
	<u>1.9</u>	1.3
	<u>2.0</u>	1.0
	<u>2.2</u>	1.1
	3.8	2.6
	<u>4.0</u>	1.4
	<u>4.2</u>	1.3
MODEL-BL	<u>0.6</u>	0.8
	<u>1.2</u>	1.0
	<u>3.0</u>	0.8

5. 弾性管の等価構造減衰係数

水中において求めた抗力係数 C_D は水による C_D であることを確認するために、弾性管を空中で縦強制動揺し、横不安定現象が生じた時の減衰係数を求め、等価な構造減衰係数 C_D^0 の大略の大きさを推定した。

パイプを z 軸方向に振幅 ζ_a 、振動数 ω (横不安定が生じる振動数) で強制動揺し、分力計で z 方向の力 F_z を測定する。パイプの横方向の変位はビデオ・カメラで撮影した画像から計測する。

パイプの横不安定振動の形状を

$$y = B(z) \cos \left\{ \frac{1}{2} \omega t + r(z) \right\} \quad (33)$$

で表わし、動揺装置が一周期にする仕事 E_H と等しい仕事に変位によってなされるとする。それを空中における等価抗力係数によってなされる仕事と考える。変位のする仕事は

$$E_D = \int_0^{2\pi/\omega} \int_0^l \frac{1}{2} \rho DC_D |\dot{y}| \dot{y} \times \dot{y} dz dt = \frac{1}{6} \rho DC_D \omega^2 \int_0^l \{B(z)\}^3 dz \quad (34)$$

となる. ここで ρ は水の密度を用いた. さらに ω 付近で横不安定振動が生じた場合, 強制動揺装置がする仕事を E_H' とすると

$$E_H - E_H' = E_D \quad (35)$$

従って

$$C_D' = \frac{\pi \zeta_a F_{Az} \sin(\varepsilon_z - \varepsilon) - E_H'}{\frac{1}{6} \rho D \omega^2 \int_0^l B^3 dz} \quad (36)$$

結果を表5に示す. 表4, 表5より, 本実験で用いたパイプでは一般的に C_D の中における C_D' の割合は無視できる程小さく, 水中における実験から求めた C_D はそのまま水による抗力係数としてよい.

表5 構造減衰係数 C_D'

	強制動揺周期 (sec)	ζ_a (cm)	C_D'
MODEL-G	0.45	3.0	0.019
	0.50	3.0	0.012
	0.50	5.0	0.014
	0.30	3.0	0.191
	0.30	5.0	0.052

6. 弾性管の横方向振動方程式の解法

運動方程式は

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial y}{\partial z} \right\} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \rho DC_D \frac{\partial y}{\partial t} \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| = 0 \quad (37)$$

で表わされる. ここでは次のようにガラーキンの方法で上式の解を求めた.

上端 ($z=0$) で, 管に y 方向の振動 $\zeta_a e^{i\omega t}$ を与える. この時の管の強制振動は

$$y = \zeta_a e^{i\omega t} + \sum_{i=1}^{\infty} q_i e^{i\omega_i t} \varphi_i(z) \quad (38)$$

で表わすことができるとする. (38) 式を (37) 式に代入し, C_D の項を等価線形化し, さらに ω_i を $\varphi_i(z)$ に対応する固有振動数であるとすると

$$\sum m(\omega_i^2 - \omega^2) \varphi_i(z) q_i = m \omega^2 \zeta_a - i \frac{4}{3\pi} \rho DC_D \omega^2 (\sum q_i \varphi_i(z) + \zeta_a) \times |\sum q_i \varphi_i(z) + \zeta_a| \quad (39)$$

となる. $q_i/\zeta_a \equiv \bar{q}_i$, $m/\rho\pi D^2 \equiv \bar{m}$, $\zeta_a/D \equiv \bar{\zeta}_a$ とおくと

$$\sum \left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) \varphi_i(z) \bar{q}_i = 1 - i \frac{4}{3\pi^2} C_D \frac{\bar{\zeta}_a}{\bar{m}} (\sum \bar{q}_i \varphi_i(z) + 1) \times |\sum \bar{q}_i \varphi_i(z) + 1|$$

従って

$$\begin{aligned} & \sum \left\{ \left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) + i \frac{4}{3\pi^2} C_D \frac{\bar{\zeta}_a}{\bar{m}} \times |\sum \bar{q}_i \varphi_i(z) + 1| \right\} \varphi_i(z) \bar{q}_i \\ & = 1 - i \frac{4}{3\pi^2} C_D \frac{\bar{\zeta}_a}{\bar{m}} \times |\sum \bar{q}_i \varphi_i(z) + 1| \end{aligned} \quad (40)$$

(40) 式を逐次近似で解く. この際モードの数を有限個に限る必要があるが, 強制振動の振動数を考慮して十分大きくとればよい. まず $C_D=0$ とすると

$$\Sigma \left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) \varphi_i(z) \bar{q}_i = 1$$

両辺に $\varphi_i(z)$ を乗じて管全長にわたって積分すると

$$\int_0^l \left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) \{\varphi_i(z)\}^2 \bar{q}_i dz = \int_0^l \varphi_i(z) dz$$

解を $\bar{q}_i^0$ とすると

$$\bar{q}_i^0 = \frac{\int_0^l \varphi_i(z) dz}{\left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) \int_0^l \{\varphi_i(z)\}^2 dz} \quad (41)$$

次に (40) 式 | | 内の q_i に $\bar{q}_i^0$ を用いて再び方程式を解き新しい $\bar{q}_i$ を求める. すなわち

$$P(z) = i \frac{4}{3\pi^2} \frac{\bar{\zeta}_a}{m} C_D |\Sigma \bar{q}_i^0 \varphi_i(z) + 1| \quad (42)$$

とおくと (40) 式は

$$\Sigma \left[\left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) + P(z) \right] \varphi_i(z) \bar{q}_i = 1 - P(z) \quad (43)$$

両辺に $\varphi_i(z)$ を乗じて管全長にわたって積分すると

$i=j$ の時

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\omega_i^2}{\omega^2} - 1 \right) \bar{q}_i \int_0^l \{\varphi_i(z)\}^2 dz + \bar{q}_i \int_0^l P(z) \{\varphi_i(z)\}^2 dz \\ &= \int_0^l \varphi_i(z) dz - \int_0^l P(z) \varphi_i(z) dz \end{aligned} \quad (44)$$

$i \neq j$ の時

$$\bar{q}_i \int_0^l P(z) \varphi_i(z) \varphi_j(z) dz = \int_0^l \varphi_i(z) dz - \int_0^l P(z) \varphi_j(z) dz \quad (45)$$

連立方程式 (44), (45) を解くと $\bar{q}_i$ が求まる. さらに $\bar{q}_i$ を用いて $P(z)$ を計算し新しい $\bar{q}_i^*$ を求める. これを繰り返して $\bar{q}_i^*$ と $\bar{q}_i^{*+1}$ の差が十分小さくなるまで続け, 収束値を $\bar{q}_i$ とする.

任意の位置 z における断面に作用する曲げモーメント及びせん断力はそれぞれ $EI \partial^2 y / \partial z^2$ 及び $EI \partial^3 y / \partial z^3$ を計算して求められる.

MODEL-G の上端を水平方向に振動させた時の, その方向の力の計測値, 理論計算値を図6に示した. 横軸は振動の周期である. C_A は計算された固有周期が実験値 (力のピークを与える周期) と一致するように選んだ. C_D は前に示したように実験で1.3程度となるが, 図6に示すように結果は C_D の変化に対してあまり敏感ではない.

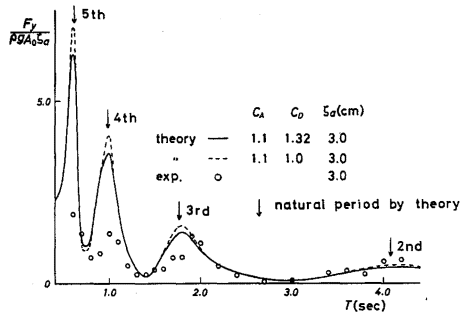


図6 強制左右揺によって管上端に働く左右方向の力の理論値と実測値の比較 (MODEL-G)

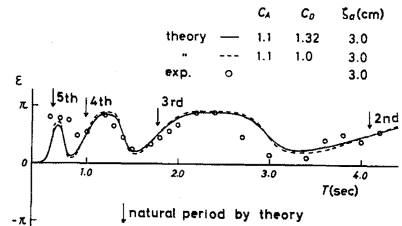


図7 強制左右揺によって管上端に働く左右方向の力の位相の理論値と実測値の比較 (MODEL-G)

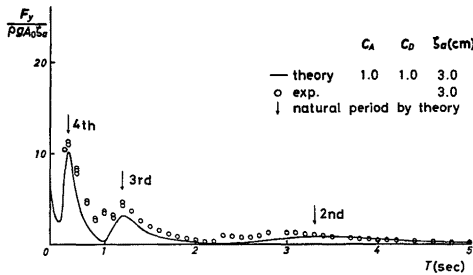


図8 強制左右揺によって管上端に働く左右方向の力の理論値と実測値の比較 (MODEL-BL)

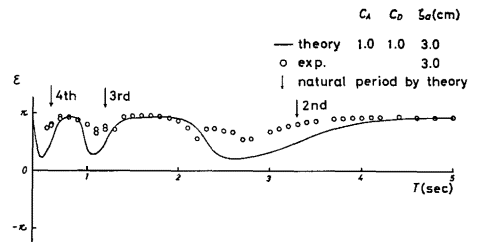


図9 強制左右揺によって管上端に働く左右方向の力の位相の理論値と実測値の比較 (MODEL-BL)

このモデルの場合はモードの次数が高いと一致が悪くなる。これは EI の項に比し重さの項が大きい
ため棒の場合の規準関数を用いることに限界があるためと考えられる。力の位相については計算値と実
験値は低次から高次のモードまで良く一致している (図7)。

図8, 図9は MODEL-BL についての結果である。力の振幅については計算値と実験値の一致はよ
いが位相については特に固有周期で良くない結果が得られている。

図10~15は両モデルの変形についての計算値と実験値との比較である。図は各位置のモデルの水平
変位の振幅を上端での振幅で無次元化している。従ってある瞬間のモデルの変形状態は示していない。
各瞬間の変形の状態は図14に示されている。なお、これらの図には各位置におけるせん断力及び曲げ
モーメントの計算値も同時に示されている。変形状態の計算値と実験値の一致は MODEL-G に比べ
ば MODEL-BL の場合に特に良い。

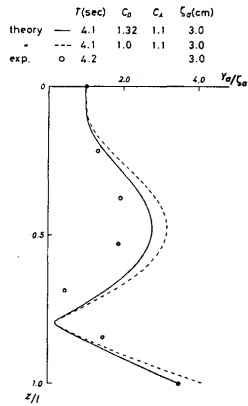


図 10 強制左右揺による管の変位分布 (MODLE-G)

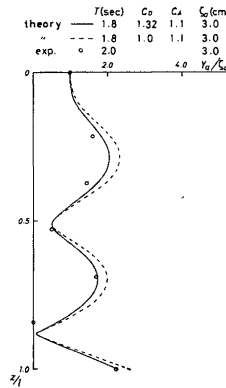


図 11 強制左右揺による管の変位分布 (MDOEL-G)

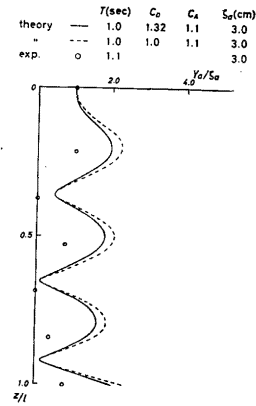


図 12 強制左右揺による管の変位分布 (MODLE-G)

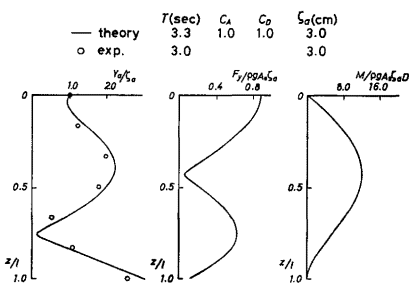


図 13 強制左右揺による管の変位，せん断力，曲げモーメント分布 (MODLE-BL)

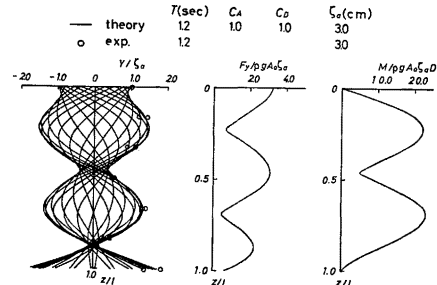


図 14 強制左右揺による管の変位，せん断力，曲げモーメント分布 (MODLE-BL)

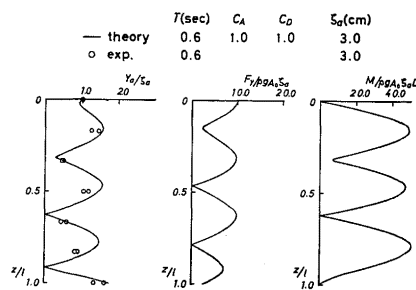


図 15 強制左右揺による管の変位，せん断力，曲げモーメント分布 (MODLE-BL)

7. 弾性管の横不安定振動の解法

水中において弾性管を縦方向に強制動揺した場合の横方向の運動方程式は

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\left\{ W - wz + \left(m_w + \frac{w'}{g} (l-z) \right) \frac{d^2 z}{dt^2} \right\} \frac{\partial y}{\partial z} \right] + \frac{1}{2} \rho DC_D \frac{\partial y}{\partial t} \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (46)$$

で表わされる. w' は単位長さあたりの空中重量である. 強制動揺振幅を ζ_a , 振動数を ω とすると

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial y}{\partial z} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\{ m_w g + w' (l-z) \} \frac{\partial y}{\partial z} \right] \times \frac{\zeta_a}{g} \omega^2 \cos \omega t + \frac{1}{2} \rho DC_D \frac{\partial y}{\partial t} \left| \frac{\partial y}{\partial t} \right| + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (47)$$

不安定振動の形状が

$$y = \varphi_i(z) q_i(t) \quad (48)$$

で表わされると仮定する. (48) 式を (47) 式に代入し $\varphi_i(z)$ が方程式

$$EI \frac{\partial^4 \varphi_i}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (W - wz) \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \right\} + m \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} = 0$$

の固有モードであることを考慮すると

$$\left[m \omega_i^2 \varphi_i(z) + \frac{\zeta_a \omega^2}{g} \cos \omega t \times \frac{\partial}{\partial z} \{ \{ m_w g + w' (l-z) \} \varphi_i^{(1)}(z) \} \right] q_i(t) + m \ddot{q}_i(t) \varphi_i(t) + \frac{1}{2} \rho DC_D \dot{q}_i(t) |\dot{q}_i(t)| \varphi_i(z) |\varphi_i(z)| = 0 \quad (49)$$

$\varphi_i(z)$ を乗じ管全長にわたって積分し

$$\omega t = \tau \quad (50)$$

とおくと

$$\ddot{q}_i(\tau) + \left\{ \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 + \frac{\varepsilon}{\omega^2} \cos \tau \right\} q_i(\tau) + C_{\alpha i} \dot{q}_i(\tau) |\dot{q}_i(\tau)| = 0 \quad (51)$$

但し

$$\int_0^l \varphi_i^2 dz = M_i \quad (52)$$

$$\int_0^l \frac{\partial}{\partial z} \{ \{ m_w g + w' (l-z) \} \varphi_i^{(1)}(z) \} \varphi_i(z) dz = \delta_i m M_i \quad (53)$$

$$\int_0^l \frac{1}{2} \rho DC_D \{ \varphi_i(z) \}^2 |\varphi_i(z)| dz = C_{\alpha i} m M_i \quad (54)$$

$$\frac{\zeta_a \omega^2}{g} \delta_i = \varepsilon \quad (55)$$

(51) 式はマシュー方程式であり $q_i(t)$ は

$$q_i(t) = \frac{3\pi}{4C_{\alpha i}} \sqrt{\left(\frac{\varepsilon}{\omega^2}\right)^2 - 4\tau^2} \cos\left(\frac{\omega}{2}t + \theta\right) \quad (56)$$

$$\left(\frac{\omega_i}{\omega}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \tau \quad (57)$$

で求められる⁸⁾。

計算された振幅の管の長さによつた分布及びいくつかの振動数に対して観測された値との比較結果が図16～19である。図18におけるMODEL-Gについての高次モードでの理論値と実測値の一致は、同じ固有振動数における強制横振動における不一致と考えあわせると偶然であると思われる。図16, 17, 19に見られる不一致が一般的であろう。いずれの場合も実測値が理論値の2倍程度になっている。この理由はよくわからない。なお、空気中で同様の実験を行うと理論と実験が良く一致することがMODEL-Gについて確かめられている(図20, 21)。

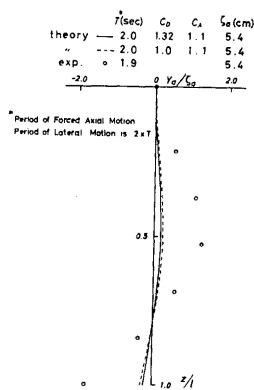


図16 強制上下揺による管の変位分布 (MODEL-G)

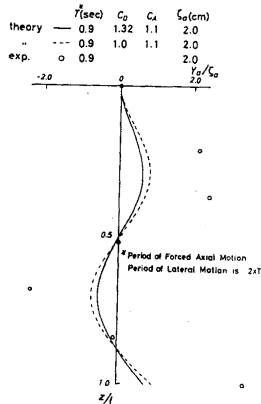


図17 強制上下揺による管の変位分布 (MODEL-G)

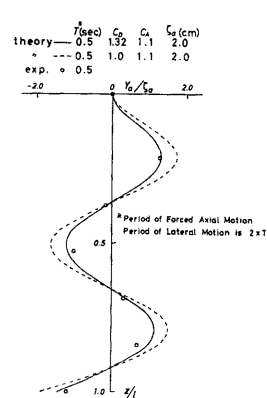


図18 強制上下揺による管の変位分布 (MODEL-G)

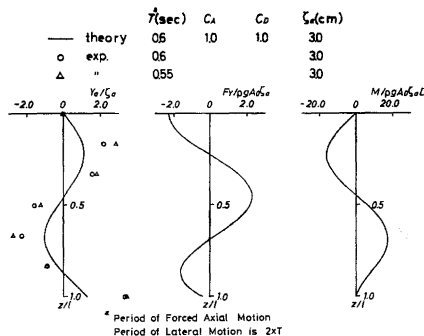


図19 強制上下揺による管の変位, せん断力, 曲げモーメント分布 (MODEL-BL)

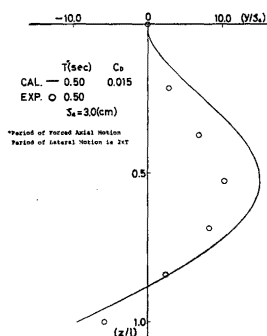


図 20 強制上下揺による管の変位分布
(MODEL-G, 空中)

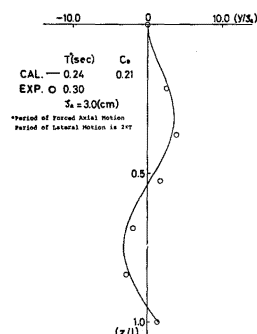


図 21 強制上下揺による管の変位分布
(MODEL-G, 空中)

8. む す び

弾性管の水中強制動揺試験を行い、簡単な理論モデルによって、その水中における挙動及び作用する内力の大略を説明し得ることを明らかにした。今後弾性管の3次元の挙動についての研究が必要であると思われる。

謝 辞

模型実験及びデータ解析は安永誠、稲田勝両技官、波上陽一氏の協力によるものであることを記し、ここに謝意を表します。

最後に、本研究は科学研究費（エネルギー特別研究（1））の援助によって行われたものである。

参 考 文 献

- 1) Paulling, J. R.: Frequency domain analysis of OTEC CW pipe and plathform dynamics, Proc, 11th OTC (1979)
- 2) Dareing, D. W. and Hwang, T.: Marine riser vibration response determinted by modal analysis, J. Energy Resources Technology, ASME, 101 (1979)
- 3) Kirk, C. L. et al.: Dynamic and static analysis of a marine riser, Applied Ocean Research, 1-3 (1979)
- 4) Etok, E. U. and Kirk, C. L.: Random dynamic response of a tethered buoyant platform production riser, Applied Ocean Research, 3-2 (1981)
- 5) Chakrabarti, S. K. and Frampton, R. E.: Review of riser analysis techniques, Applied Ocean Research, 4-2 (1982)
- 6) McIver, D. B. and Lunn, T. S.: Improvements to frequency-domain riser programs, Proc. 15th OTC (1983)
- 7) 村山敬一: 長大懸垂パイプの流体中挙動特性実験, 応用力学研究所所報, 第 57 号 (1982)
- 8) Hsu, C. S.: Limit cycle oscillations of parametrically excited second-order non-linear systems, J. Applied Mechanics, ASME, March (1975)

(昭和 59 年 5 月 31 日 受理)