

二層流体における孤立波

船越, 満明
九州大学応用力学研究所 : 助手

及川, 正行
九州大学応用力学研究所 : 助教授

<https://doi.org/10.15017/4743719>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 60, pp.89-101, 1984-09. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



二層流体における孤立波

船越満明* 及川正行†

概 要

上下を剛体壁ではさまれた二層流体にできる定常孤立波を、数値的手法により、いろいろな波高に対して計算した。その結果、上層の水深に比べて下層の水深がかなり小さく、かつ上下層の密度差が小さい場合には、下層の水深の何倍もの波高をもつ定常孤立波が存在しうることがわかった。また定常孤立波の波高の最大値は、表面波のように波の山における波形のとがりによって決まるのではなく、ある場所で波形の勾配が無限大になることによって決まると思われる。

Key words: Solitary waves, Internal waves, Two-layer fluid.

1. 緒 言

密度成層をなす流体においては、一般に内部波が存在するが、本論文では密度成層流体の最も簡単な場合である二層流体にできる内部波について考える。具体的には、図1のように上下を剛体壁ではさまれた場合を考え、主に下層の水深が上層の水深よりかなり小さい時に対して、いろいろな波高の定常孤

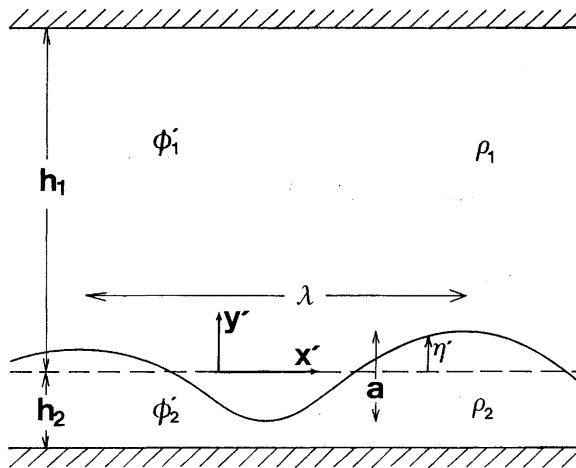


図1. 二層流体

* 九州大学助手, 応用力学研究所

† 九州大学助教授, 応用力学研究所

立波解を求め、その性質について議論する。

図1のように上下の水深を h_1, h_2 とした時、内部波の波高 a が有限だが小さく、かつ、代表波長 λ の h_1, h_2 に対する比がある条件を満たしている場合については、理論的な計算がいくつか行なわれている。まず、

$$a/h_2 \ll 1, \quad \lambda \gg h_1 \sim h_2, \quad (1)$$

の場合、すなわち上下層の水深に比べて内部波が充分長波長とみなせる場合には、波は近似的に K-dV 方程式により支配される¹⁾。また、

$$a/h_2 \ll 1, \quad h_2 \ll \lambda \ll h_1, \quad (2)$$

の場合、すなわち内部波が下層の水深に比べると長波長だが上層の水深に比べると短波長である場合には、波は近似的に Benjamin-Ono 方程式により支配される²⁾³⁾。また、

$$a/h_2 \ll 1, \quad h_2 \ll \lambda \sim h_1, \quad (3)$$

の場合、すなわち (2) と違って上層の水深と波長が同じオーダーである場合には、波は近似的に、Joseph⁴⁾ や Kubota ら⁵⁾ によって提案された有限水深理論により記述される。

一方、大振巾の定常波解に対する数値的手法による計算としては、Pullin と Grimshaw⁶⁾ によるものがある。彼らは下層の水深が無限大の場合について、上下層での密度の差が非常に小さい極限（ブジネスク極限）における大振巾の解を求めている。また上下層の水深がともに無限大の場合については、Holyer⁷⁾ が上下層の密度差のいろいろな値に対して大振巾の定常周期波解を求めている。

また、二層流体において作られる内部孤立波に関する実験はいくつか行なわれているが、特に詳しい計測が Koop と Butler⁸⁾ によってなされている。

本研究では、定常孤立波の波形や波速等の性質が波高が大きくなるにつれてどのように変化していくかを調べ、Koop と Butler の実験結果とも比較する。また上下層の密度差のいろいろな値に対する、定常孤立波の最大波高の値や最大波高での波形について検討を加える。さらに波高が小さい場合について、得られた結果と先に述べた理論との比較を行なう。

2. 支配方程式及び数値計算法

図1で示したような上下を剛体壁ではさまれた二層流体にできる波を考える。流体は非粘性であると、二次元の渦なし運動をしていると仮定する。そして水平方向に x' 軸、鉛直方向に y' 軸をとり、時間を t' とする。このとき、上下層の密度をそれぞれ ρ_1, ρ_2 、水深をそれぞれ h_1, h_2 、速度ポテンシャルをそれぞれ ϕ_1, ϕ_2 とし、界面を $y' = \eta'$ であらわすと、支配方程式及び境界条件は次の形に書ける、

$$\left(\frac{\partial^2 \phi_1'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi_1'}{\partial y'^2} = 0, \quad \eta' \leq y' \leq h_1, \right. \quad (4a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \phi'_2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \phi'_2}{\partial y'^2} = 0, \quad -h_2 \leq y' \leq \eta', \quad (4 \text{ b}) \\ \frac{\partial \eta'}{\partial t'} + \frac{\partial \phi'_1}{\partial x'} \frac{\partial \eta'}{\partial x'} - \frac{\partial \phi'_1}{\partial y'} = 0, \quad \text{at } y' = \eta', \quad (4 \text{ c}) \\ \frac{\partial \eta'}{\partial t'} + \frac{\partial \phi'_2}{\partial x'} \frac{\partial \eta'}{\partial x'} - \frac{\partial \phi'_2}{\partial y'} = 0, \quad \text{at } y' = \eta', \quad (4 \text{ d}) \\ \rho_1 \left\{ \frac{\partial \phi'_1}{\partial t'} + g\eta' + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi'_1}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi'_1}{\partial y'} \right)^2 \right] \right\} \\ \quad - \rho_2 \left\{ \frac{\partial \phi'_2}{\partial t'} + g\eta' + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi'_2}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi'_2}{\partial y'} \right)^2 \right] \right\} = C', \quad \text{at } y' = \eta', \quad (4 \text{ e}) \\ \frac{\partial \phi'_1}{\partial y'} = 0, \quad \text{at } y' = h_1, \quad (4 \text{ f}) \\ \frac{\partial \phi'_2}{\partial y'} = 0, \quad \text{at } y' = -h_2, \quad (4 \text{ g}) \end{array} \right.$$

ここで g は重力加速度, C' は定数である. 次に, 以下のように, ρ_1, g, h_1 を用いて各物理量の無次元化を行なう.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x'}{h_1} = x, \quad \frac{y'}{h_1} = y, \quad \sqrt{\frac{g}{h_1}} t' = t, \\ \frac{\eta'}{h_1} = \eta, \quad \frac{\phi'_i}{\sqrt{g h_1^3}} = \phi_i \quad (i=1, 2), \quad \frac{C'}{\rho_1 g h_1} = C. \end{array} \right. \quad (5)$$

このとき (4) は次のようになる,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial y^2} = 0, \quad \eta \leq y \leq 1, \quad (6 \text{ a}) \\ \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial y^2} = 0, \quad -\sigma \leq y \leq \eta, \quad (6 \text{ b}) \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = \eta, \quad (6 \text{ c}) \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = \eta, \quad (6 \text{ d}) \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right)^2 \right] - (1 + \Delta\rho) \left\{ \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_2}{\partial x} \right)^2 \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} = C, \quad \text{at } y = \eta, \quad (6 \text{ e}) \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = 1, \quad (6 \text{ f}) \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = -\sigma, \quad (6 \text{ g}) \end{array} \right.$$

ここで,

$$\sigma = \frac{h_2}{h_1}, \quad (7a)$$

$$\Delta\rho = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \quad (7b)$$

は、それぞれ上下層の水深、密度の違いを指定するパラメータである。

方程式系(6)をみたす定常波解を求めるために、変数

$$\xi = x - ct \quad (8)$$

を導入する。ここで、 c は定常波の波速である。この ξ を用いて定常波解を

$$\begin{cases} \phi_1(x, y, t) = \Phi_1(\xi, y), \\ \phi_2(x, y, t) = \Phi_2(\xi, y), \\ \eta(x, t) = H(\xi), \end{cases} \quad (9)$$

の形に書き、この式を(6)に代入すると、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2} = 0, \quad H \leq y \leq 1, \end{aligned} \right. \quad (10a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial y^2} = 0, \quad -\sigma \leq y \leq H, \end{aligned} \right. \quad (10b)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} - c \right) \frac{\partial H}{\partial \xi} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = H, \end{aligned} \right. \quad (10c)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} - c \right) \frac{\partial H}{\partial \xi} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = H, \end{aligned} \right. \quad (10d)$$

$$\left\{ \begin{aligned} -c \frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} + H + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} \right)^2 \right] - (1 + \Delta\rho) \left\{ -c \frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} + H \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} = C, \quad \text{at } y = H, \end{aligned} \right. \quad (10e)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Phi_1}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = 1, \end{aligned} \right. \quad (10f)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} = 0, \quad \text{at } y = -\sigma, \end{aligned} \right. \quad (10g)$$

が得られる。以下では、 H が $\xi=0$ のところで最大値をとり、 $\xi=l/2$ のところで最小値をとるような、周期 l の定常波解を考える。一般に、上下層のうちの少なくとも一方の水深に比べて充分波長の長い波は、孤立波的な性質をもっている。すなわち、ある程度以上 l が大きいと、得られる波の波長や波速等の性質はほとんど l に依存しなくなる。そこで、上の意味で充分大きいような l に対して計算を行ない、その解を定常孤立波とみなすことにする。

周期 l の関数 Φ_1, Φ_2, H は、Rienecker と Fenton⁹⁾ が用いたものと同様な方法で、以下のようにして求めた。まずこれらの関数を有限項のフーリエ級数

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_i = \sum_{j=1}^{\frac{N}{2}-1} \phi_j(j, y) \sin(j\kappa\xi), \quad (i=1, 2), \\ H = \sum_{j=0}^{\frac{N}{2}} \beta_j \cos(j\kappa\xi), \end{array} \right. \quad (11a)$$

$$H = \sum_{j=0}^{\frac{N}{2}} \beta_j \cos(j\kappa\xi), \quad (11b)$$

で近似する。ここで、

$$\kappa = 2\pi/l, \quad (12)$$

である。(11a) を (10a, b) に代入し, (10f, g) を使うと、

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_1(j, y) = p_j \cosh [j\kappa(y-1)], \\ \phi_2(j, y) = q_j \sinh [j\kappa(y+\sigma)], \end{array} \right. \quad (13a)$$

$$(13b)$$

が得られる。従って、フーリエ係数 β_j, p_j, q_j 及び波速 c , 定数 C を求めることができれば、定常波解が求まったということになる。これらの $3N/2+1$ 個の未知数を決めるためにまず、等間隔の点

$$\xi_m = \frac{l}{N}(m-1), \quad (m=1, 2, \dots, \frac{N}{2}+1), \quad (14)$$

において (10c, d, e) が成り立つ、という条件を与える。そして、 $m=0, \frac{N}{2}+1$ に対しては、(10c, d) の条件は、(11) の形から自動的に満たされるので、結局、(10c, d, e) からの条件式は $3N/2-1$ 個となる。残る 2つの条件式としては、

$$H(0) = 2\varepsilon, \quad (15)$$

$$H\left(\frac{l}{2}\right) = 0, \quad (16)$$

を用いる。この2つの式は、波高が 2ε であるということと、まだ決めていなかった y 軸の原点を波の谷における界面の位置にとる、ということの意味している。以上の条件式の系は非線形連立方程式となるので、ニュートン法により解を求めた。反復の初期値としては、小さい ε に対しては線形解を用いたが、大きい ε に対しては、少し小さい ε に対して既に求まっている解を使った。

以上のような手順により、与えられたパラメータ $\Delta\rho, \sigma, \varepsilon$ (及び l, N) に対して定常波解が求まる。実際の計算においては、 N は主に 160 を用いた。

3. 計算結果と議論

本研究では、次の4つの場合について計算を行なった。

Case A: $\sigma=0.197, \Delta\rho=0.58,$

Case B: $\sigma=0.005, \Delta\rho=0.58,$

Case C: $\sigma=0.029, \Delta\rho=0.58,$

Case D: $\sigma=0.05, \Delta\rho=0.01\sim 5.$

Case A~C においては、上下層の密度差を極端に大きくも小さくもない値に固定して、 σ の値を変え

て計算を行なった。Case A は、上下層の水深が同程度の場合の代表例として考えたものであるが、このパラメータの値に対しては、Koop と Butler⁸⁾ も詳しい実験を行なっているので、その結果との比較も試みた。Case B は、上下層の水深が大きく異なる場合の代表例として計算を行なった。Case C は Case A と Case B の中間の σ をもつが、この場合についても Koop と Butler は実験を行なっているので、主に実験との比較をするために計算した。Case D では、下層の水深を上層の水深の 1/20 に固定し、上下層の密度差を変えた時の定常孤立波の波高、波形、波速等の性質の変化を調べる目的で計算を行なった。

計算結果について述べる前に、以下で用いる 2 つの量について定義を与えておく。まず、定常孤立波の代表的な波長として

$$\lambda_1 = \frac{\int_0^l H(\xi) d\xi}{2\varepsilon}, \quad (17)$$

を導入する。ここで 2ε は波高である。さらに別の波長の定義として、半値巾 $\lambda_{0.5}$ を導入する。すなわち、

$$H(\lambda_{0.5}) = \varepsilon, \quad (18)$$

をみたすように $\lambda_{0.5}$ を決める。一般に、 λ_1 や $\lambda_{0.5}$ は l の関数であるが、先にもふれたように、 l を充分大きくとるとこれらの量は l にほとんど依存しなくなることが予想される。実際に、 l をいろいろと変えて計算を行ない、この予想が成り立つことを確かめた。

3.1. Case A についての結果

まず代表波長 λ_1 の波高に対する依存性を図 2 に示す。波高が小さい時には、波高の減少につれて波長は長くなっていき、上下の水深に比べて長波長の波になる。このような領域では、K-dV 理論がよい近似となるための条件 (1) が満たされているので、図の破線であらわした K-dV 方程式の孤立波解における λ_1 と、今の計算結果はよく合っている。しかし波高が大きいつきには、波長は K-dV 理論での値よりもかなり大きくなり、特に、 ε が 0.1 程度よりも大きくなると、波長は波高と共に増大するようになる。また図 2 で長方形で囲んだ領域は、Koop と Butler の実験におけるデータが存在する範囲を示しており、粘性の効果が無視できないと思われる小さい波高の場合を除けば、実験値と今の計算結果は大体合っていると言える。

次に、いくつかの波高に対する定常孤立波の波形を図 3 に示す。この図は、界面の変位を、鉛直方向は 2ε 、水平方向は $\lambda_{0.5}$ を基準として正規化して描いたものである。波高が小さい時 ($\varepsilon=0.01, 0.04$) には、波形は K-dV 方程式の孤立波解の sech^2 型とほとんど一致し、図の上では区別できない。またこの波形は、Koop と Butler の $\varepsilon=0.004\sim 0.07$ の範囲にわたる実験で得られた波形ともよく一致する。一方、波高が大きくなるとだんだんとピーク付近のずんぐりした波形に変わっていく。

3.2. Case B についての結果

上下層の水深が大きく異なる場合には、Benjamin-Ono 方程式がよい近似になるための条件 (2) が

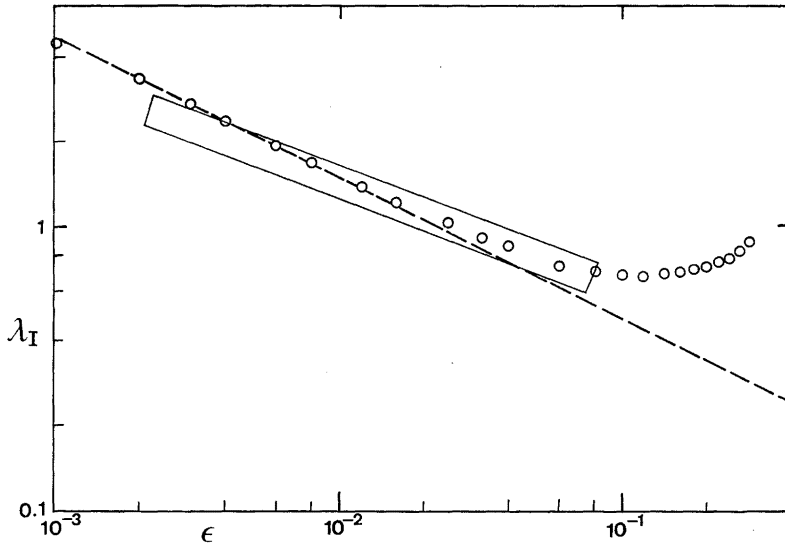


図2 波長の波高依存性. $\sigma=0.197, \Delta\rho=0.58$.

○: 計算結果, 破線は K-dV 方程式の孤立波解に対する値. 長方形で囲んだ領域は Koop と Butler の実験データの存在する範囲.

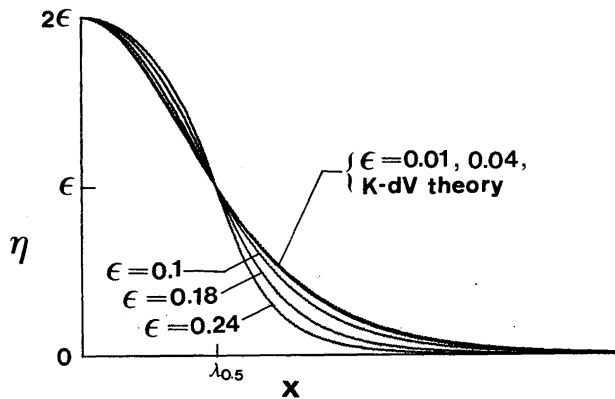


図3 波形の波高依存性. $\sigma=0.197, \Delta\rho=0.58$.

波高 2ϵ と半値巾 $\lambda_{0.5}$ を用いて正規化してある.

ある波高の範囲に対して満足される可能性がある。そこで下層の水深を、上層の水深の0.5%というごく小さい値にして、計算を行なった。

図4は代表波長 λ_1 と波高との関係を示したもので、破線は Benjamin-Ono 方程式の孤立波解に対応するものである。ε が 2×10^{-4} 付近では、代表波長の上層の水深に対する比 λ_1 は約 0.1 程度であり、下層の水深に対する比 λ_1/σ は 20 程度である。従ってこの付近の ε に対しては、条件(2)はある程度は満たされていると言えるが、今の計算結果と Benjamin-Ono 方程式の孤立波解に対する値との

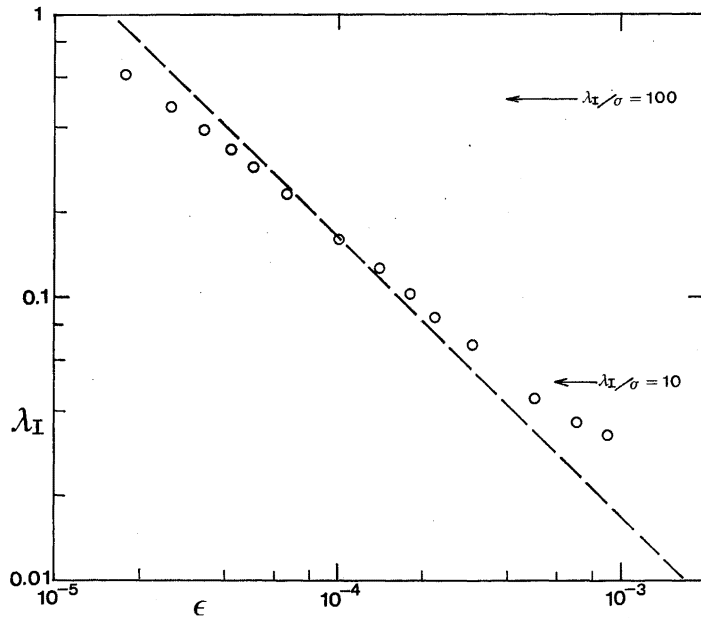


図4 波長の波高依存性. $\sigma=0.005$, $\Delta\rho=0.58$.

○: 計算結果. 破線は Benjamin-Ono 方程式の孤立波解に対する値.

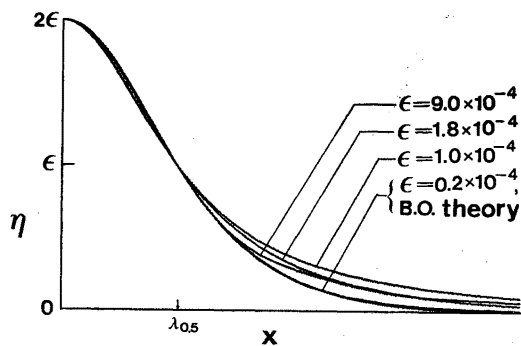


図5 波形の波高依存性. $\sigma=0.005$, $\Delta\rho=0.58$.

図3と同様な正規化を行なった.

致はあまりよくない。また図5で示した界面変位の波形をみても、Benjamin-Ono 方程式の孤立波解のローレンツ型の波形と $\varepsilon=1.0 \times 10^{-4}$, 1.8×10^{-4} に対する計算結果との一致はよくない。

従って Case B のパラメータに対しては、Benjamin-Ono 理論がよい近似であるような波高の範囲がみつかったとは言い難い。この理論が有効であるような波高領域が存在するためには、さらに上下層の水深の違いを大きくする必要があると思われ、今後検討していく予定である。

3.3. Case C についての結果

Koop と Butler は、上下層の水深の差が比較的大きい場合の例として、Case C に対応するパラメ

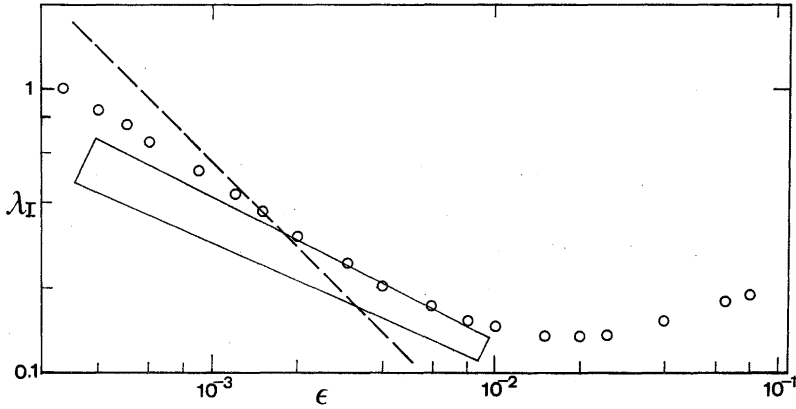


図6 波長の波高依存性. $\sigma=0.029, \Delta\rho=0.58$.

○: 計算結果. 破線は Benjamin-Ono 方程式の孤立波解に対する値. 長方形で囲んだ領域は Koop と Butler の実験データの存在する範囲.

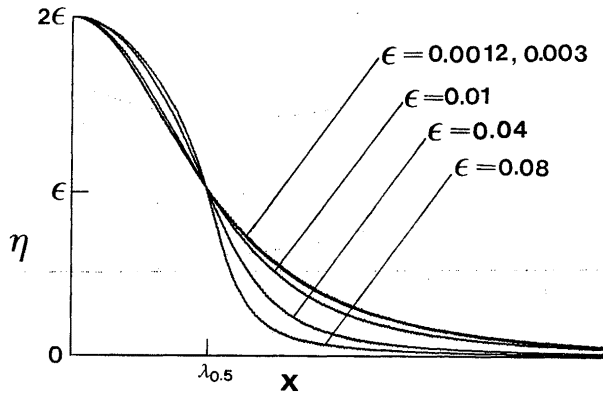


図7 波形の波高依存性. $\sigma=0.197, \Delta\rho=0.58$.

図3と同様な正規化を行なった.

ータで実験を行なっている. 代表波長 λ_1 についてのこの実験の結果と, 今の計算結果を図6に示した. 波高の小さいところでは実験値 (長方形で囲んだ部分) の方が少し低めになっているが, 大体は合っていると言える. また彼らは, 実験データを Benjamin-Ono 方程式の孤立波解に対する λ_1 (破線で示したもの) と比較して, 一致がよくないことを示している. この不一致の原因は, 彼ら自身も言っているように, $\lambda_1 \ll 1$ の条件が充分満たされていないことにあると思われる. なお波高が大きくなると, Case A と同じく, λ_1 は波高とともに増大するようになる.

また図7においては, いくつかの波高に対する界面変位の波形を示したが, Koop と Butler の $\epsilon=0.0009\sim 0.008$ の範囲に対する実験結果は, $\epsilon=0.0012, 0.003$ に対する今の計算での波形とほとんど一致している. そして波高が大きくなると, Case A と同じく, だんだんとずんぐりした波形になって

いく。

3.4: Case D についての結果

ここでは定常孤立波の波長、波形、波速の、上下層の密度差に対する依存性について検討する。まず図8に代表波長の波高依存性を示す。 $\Delta\rho$ があまり大きくない時には、Case A, Cの場合と同じく、 λ_1 はある ϵ より大きい範囲では ϵ の増加関数となる。これに対して $\Delta\rho$ の大きい時には、少なくとも最大波高の近くまでは、 λ_1 は ϵ の単調減少関数となる。また各 $\Delta\rho$ に対して、ニュートン法による反復が収束して解が得られるような最大の波高を求めてみると、この値は $\Delta\rho$ が小さいほど大きく、下層の水深の何倍もの波高の定常孤立波が存在する。例えば $\Delta\rho$ が0.01だと、最大波高は0.34程度になり、下層の水深の7倍近い値になる。(このような薄い方の層の水深の何倍もの波高をもつ解の存在は、 $\Delta\rho \rightarrow 0$ の極限に対しては、Pullin と Grimshaw⁶⁾によっても指摘されている)。また ϵ を固定したとき、代表波長 λ_1 は $\Delta\rho$ が小さいほど大きい。

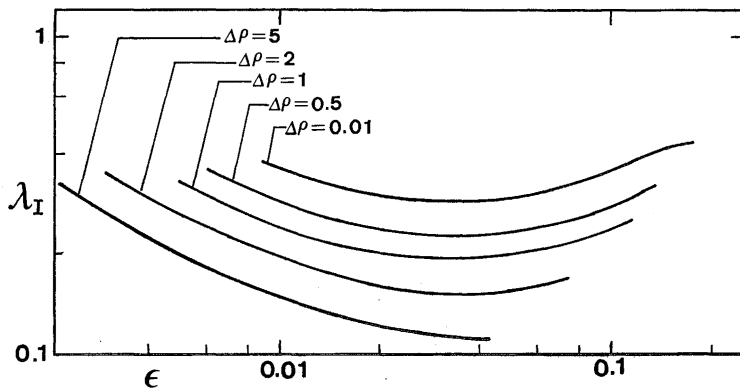


図8 波長の波高依存性. $\sigma=0.05$.

ここまで述べてきたことをより明確に示すために、図9において、 $\Delta\rho=0.01, 0.5, 5$ に対する界面変位の波形を描いた。 $\Delta\rho=0.01$ の時には波長も大きいし波高もかなり大きいものまで可能であるのに対し、 $\Delta\rho=5$ の時には波長も小さいし波高も小さいものしか許されない。また一般に、 ϵ が大きい時には波形のピーク付近は平らになり、ずんぐりとした形がみられる。そして図9から判断すると、最大波高は、表面波のときのようにピークがとがることによって決まるのではなく、ある点で波形勾配が無限大になることによって決まると思われる。(内部波の場合にはもしピークがとがると上層の流体の速度がピークのところで無限大になってしまうので、上記のような状況になっているのは妥当なものであろう)。また、上下層とも無限水深の場合に対する Holyer⁷⁾の計算でも、やはり、ある点で波形勾配が無限大になって最大波高が決まる、という同じ結果が得られている。

図10は波速 c を波高の関数として描いたもので、線形理論から予想されるように、 $\Delta\rho$ が小さいほど波速は小さい。また各 $\Delta\rho$ に対して、波高が大きくなっていくとき、少なくとも最大波高の近くまでは波速は単調に増加するが、その増加率はだんだん小さくなる傾向がある。

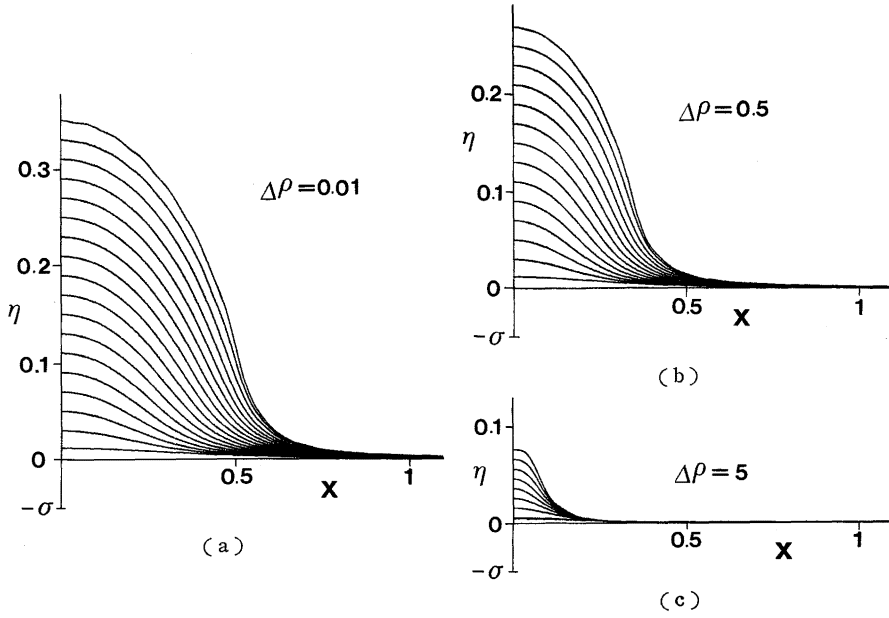


図9 波形の波高依存性. $\sigma=0.05$.

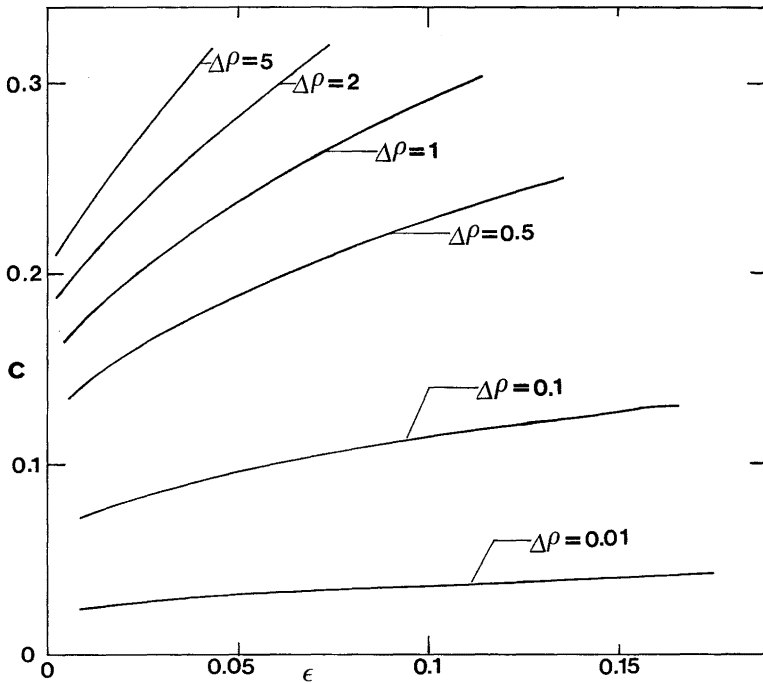


図10 波速の波高依存性. $\sigma=0.05$.

4. 結 語

上下を剛体壁ではまれた二層流体において、いろいろな波高の定常孤立波解を数値的方法により求め、次の結果を得た。

- (i) 上層の水深に比べて下層の水深がかなり小さく、かつ、上下層の密度差が小さい場合には、下層の水深の何倍もの波高をもつ定常孤立波が存在しうる。
- (ii) 定常孤立波の波高の最大値は、表面波のように頂点での波形のとがりによって決まるのではなく、ある場所で波形の勾配が無限大になることによって決まると思われる。
- (iii) 上下層の水深が同程度の場合には、充分小さい波高をもつ定常孤立波は K-dV 方程式の孤立波解によりよく近似される。

また、下層の水深が上層の水深の $1/20$ である場合に対して、上下層の密度の差をいろいろと変えて定常孤立波解の計算を行ない、次の結果を得た。

- (i) 密度差が小さいほど定常孤立波の波高の最大値は大きい。
- (ii) 密度差がある程度以上大きければ、波高の増大につれて、定常孤立波の代表的波長は単調に減少していく。
- (iii) 逆に密度差が小さい時には、代表的波長は波高の増大につれていったん減少するが、途中から増大しはじめる。

謝 辞

原稿の作成を手伝って下さった星野スマ子さんに感謝する。なお、本研究において、応用力学研究所電算機室の MELCOM-COSMO 800 III を使用した。

参 考 文 献

- 1) Benjamin, T. B.: *Internal waves of finite amplitude and permanent form*, J. Fluid Mech. **25** (1966) pp. 241-270.
- 2) Benjamin, T. B.: *Internal waves of permanent form in fluids of great depth*, J. Fluid Mech. **29** (1967) pp. 559-592.
- 3) Ono, H.: *Algebraic solitary waves in stratified fluids*, J. Phys. Soc. Jpn. **39** (1975) pp. 1082-1091.
- 4) Joseph, R. I. and Egri, R.: *Multi-soliton solutions in a finite depth fluid*, J. Phys. A: Math. Gen. **11** (1978) pp. L97-L102.
- 5) Kubota, T., Ko, D. R. S. and Dobbs, L. D.: *Weakly uonlinear, long internal gravity waves in stratified fluids of finite depth*, J. Hydronaut. **12** (1978) pp. 157-165.
- 6) Pullin, D. I. and Grimshaw, R. H. J.: *Nonlinear interfacial progressive waves near a boundary in a Boussinesq fluid*, Phys. Fluids **26** (1983) pp. 897-905.
- 7) Holyer, J. Y.: *Large amplitude progressive interfacial waves*, J. Fluid Mech. **93** (1979) pp. 433-448.

- 8) Koop, C. G. and Butler, G.: *An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system*, J. Fluid Mech. **112** (1981) pp. 225-251.
- 9) Rienecker, M. M. and Fenton, J. D.: *A Fourier approximation method for steady water waves*, J. Fluid Mech. **104** (1981) pp. 119-137.

(昭和59年5月31日 受理)