

海洋混合層での波と平均流の相互作用に関する考察

蒲地, 政文
九州大学大学院工学研究科水工土木学専攻 : 博士後期課程

<https://doi.org/10.15017/4743708>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 59, pp.83-88, 1983-09. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



寄 書

海洋混合層での波と平均流の相互作用に関する考察

蒲 地 政 文*

概 要

海洋混合層で、慣性重力波の反射時に誘起された波と、風の応力で誘起された主流との相互作用を、一般化されたラグランジュ平均の方法を用いて議論している。循環と全エネルギーが、混合層内の乱流によって維持されていることが示される。ラディエーションストレスと角運動量フラックスおよびノイノルズストレスとの関連についても調べられている。

Key words: Ocean mixed layer, Wave-mean flow interaction,
Generalized Lagrangian mean

1. 緒 言

海洋混合層における、慣性重力波の反射については、既にいくつかの研究結果が報告されている^{1)~4)}。Kamachi and Grimshaw³⁾ は、海洋混合層での慣性重力波の反射を、ラグランジュ的に取り扱い、波の作用フラックスを用いて過剰反射に対する判別式を得ると同時に、過剰反射が海洋混合層内の乱流によって維持されていることを示した。また、蒲地⁴⁾ は、同様の問題をオイラー的に取り扱い、反射係数とエネルギーについて議論している。本論文は、著者らによる前出の二つの研究を補足する目的で書かれており、循環、全エネルギーおよびラディエーションストレスが、ラグランジュ的観点から調べられている。

2. 解析および結果

厚さ H 、一定の密度 ρ_0 の混合層とその下の成層流体層とからなる海洋モデルを考える。図1に示すような座標系を用いる。主流 $u_{0i} = (u_0, v_0, 0)$ は混合層だけに存在するものとし、海洋表面に作用する風の応力は $\tau_i = (\tau_x, \tau_y, 0)$ とする。また、系全体は回転角速度 $f_i/2 = (0, 0, f/2)$ で回転しているものとする（ここで f はコリオリパラメーターである）。ここでは、Andrews and McIntyre⁵⁾ と Grimshaw^{6), 7)} によって定式化されている一般化されたラグランジュ平均の方法を用いて、主流と波の共存する海洋混合層内での循環、全エネルギーおよびラディエーションストレスを議論する。

まず、循環について議論する。混合層内の乱流の効果を表わす体積力を $F_i = (F, G, 0)$ とする。^{1), 3), 4)} ここでは、文献4)での dF_i/dz を、あらためて F_i とおきかえて使用している。波にともなう流体

* 九州大学大学院工学研究科博士後期課程水工土木学専攻（金子新招介）

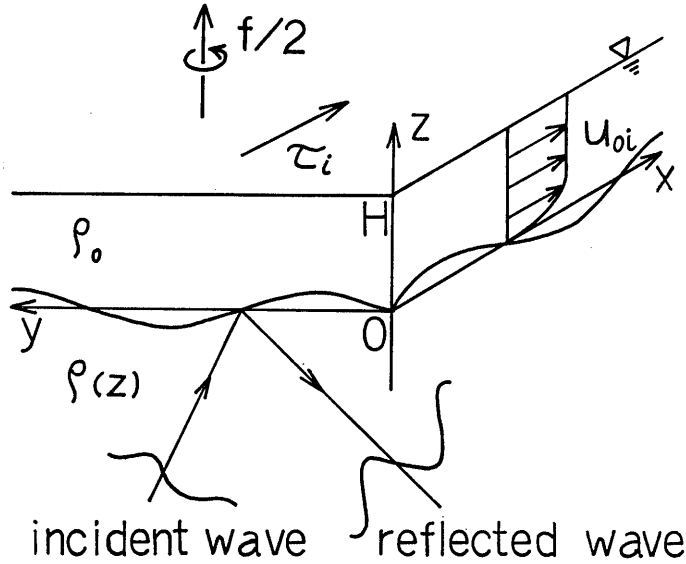


図 1 座標系の設定

粒子の位置変化を $\xi_i = (\xi, \eta, \zeta)$ とする時, ラグランジュ攪乱 F_i^L は F_i と次のように関係づけられる.

$$F_i^L = \zeta \frac{dF_i}{dz}. \quad (2.1)$$

また, ラグランジュ的に観たときの, 波の振幅の2次のオーダーでの平均体積力 $\bar{F}_{2i}^L$ は

$$\bar{F}_{2i}^L = \frac{1}{2} \bar{\zeta}^2 \frac{d^2 F_i}{dz^2}, \quad (2.2)$$

と表現できる. 混合層内での循環 $\bar{C}^L$ は, 次式のように表現される.

$$\bar{C}^L = \oint_{\Gamma} (\bar{u}_{2i}^L - A_i) ds_i. \quad (2.3)$$

ここで, 積分は, 流体の実質部分とともにラグランジュ平均速度で動く閉曲線 Γ に沿ってなされる.

また, $\bar{u}_{2i}^L = (\bar{u}_{2i}^L, \bar{v}_{2i}^L, \bar{w}_{2i}^L)$ は, 波によって誘起されたラグランジュ平均流であり, A_i は次式のように定義された波の作用密度である.

$$A_i = -\xi_{j,i} (v_j^L + \frac{1}{2} \varepsilon_{jmn} f_n \xi_n). \quad (2.4)$$

ここで, $\xi_{j,i}$ は, ξ_j の独立変数 i に関する微分であり, また, $v_j^L = (u^L, v^L, 0)$ は流速のラグランジュ攪乱であり, 静水圧近似を用いているため z 成分は零である. 量 ε_{jmn} は交代単位テンソルである. 式

(2.3) 中の $\overline{(\dots)}^L$ と式 (2.4) 中の $\overline{(\dots)}$ は, それぞれラグランジュ平均とオイラー平均を意味する.

以上の結果を用いて, 混合層内での循環を支配する基礎式を導くと,

$$\frac{d\bar{C}^L}{dt} = \oint_r [\bar{F}_{2i}^L + (\bar{\varepsilon}_{j,i} F_j^L)] ds_i, \quad (2.5)$$

となる．式 (2.3) から，波が主流のある場を伝わる時，波の作用が平均場の回転成分を増加するように働くことがわかる．式 (2.5) から，混合層内の循環は，乱流によって生み出されていることがわかる．以上の考察は，ラグランジュ的な観点の下でのみ明らかにされることである．比較のために，オイラー的に循環の式を導くと，

$$\frac{dC}{dt} = \oint_s \{ \varepsilon_{jmn} \bar{u}_{2m} f_n - [\overline{(u_{1i})^2}]_{,j} \} dx_j, \quad (2.6)$$

となる．ここで，

$$C = \oint_s \bar{u}_{2j} dx_j, \quad (2.7)$$

であり， u_{1i} はオイラー的な波の流速成分である．積分は，オイラー平均速度で動く閉曲線 S にそってなされる． $\bar{u}_{2j} = (\bar{u}_2, \bar{v}_2, \bar{w}_2)$ は波によって誘起されたオイラー平均流である．式 (2.6) より，混合層内でのオイラー的な観点からの循環の変化は，コリオリ力によって誘起される成分（この項の物理的意味については文献 8 を参照の事）と，レイノルズストレスの発散の項とによって維持されていることを示している．しかし，この議論では，風によって混合層内に誘起される乱流の効果 F_i は現れない．式 (2.3)，(2.5) と式 (2.6)，(2.7) との結果の違いは，先に指摘したように，流体の実質部分 Γ が，オイラー平均速度ではなく，ラグランジュ平均速度で動くことに起因している．

次にラグランジュ的な全エネルギー方程式を，微小振幅の平面波解を用いて求めると次式のようになる．

$$\frac{d}{dz} B_{1z} = \overline{v_1^\varepsilon F_1^\varepsilon}. \quad (2.8)$$

ここで， B_{1z} は z 方向の全エネルギーフラックス

$$B_{1z} = \overline{\left(\frac{p_1}{\rho_0} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)}, \quad (2.9)$$

である．式 (2.8) 中， $(\dots)^\varepsilon$ は $\overline{(\dots)^L} + (\dots)^I$ を表わす．式 (2.9) 中， p_1 はオイラー的にみた波による圧力変化である．式 (2.8) は，ラグランジュ的にみたとき，混合層内の乱流が，全エネルギーの空間輸送を引きおこしていることを示している．式 (2.8)，(2.9) は，Kamachi and Grimshaw²⁹ の結果と一致する．また，下層の成層流体中では，乱れはないため，式 (2.8) の右辺が零になることと，全エネルギーフラックスが $(|I|^2 - |R|^2)$ に比例することを示すことができる．ここで， $|I|, |R|$ はそれぞれ，入射波，反射波の振幅である．そして，全エネルギーフラックスから，過剰反射のおこる条件が求まる．また， x 方向の波数 k ， y 方向の主流 v_0 をともに零とすると，式 (2.9) の右辺は

$$f \bar{v}_1 \zeta \frac{du_0}{dz}, \quad (2.10)$$

となり、式 (2.8) は波のエネルギー式と一致することが示せる。式 (2.8), (2.10) から、乱流の効果 F_i と主流のシアーが、過剰反射には本質的な役割をしていることがわかる。

最後に、ラグランジュ平均流、特にラディエーションストレスについて考察する。ラグランジュ平均流を支配する方程式は、微小振幅の平面波解を用いると、

$$-f\bar{v}_z^L = \frac{1}{\rho_0} \frac{d}{dz} \left(p_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \bar{\zeta}^2 \frac{d^2 F}{dz^2}, \quad (2.11)$$

$$f\bar{u}_z^L = \frac{1}{\rho_0} \frac{d}{dz} \left(p_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \bar{\zeta}^2 \frac{d^2 G}{dz^2}, \quad (2.12)$$

と求まる。式 (2.11), (2.12) の右辺第 1 項は、いわゆるラディエーションストレスの発散項である。ラディエーションストレスは、流体中の実質面に働く波のストレスを意味している。本小論では、以下のように、ラディエーションストレスと、Jones^{9)・10)} の角運動量フラックスおよびレイノルズストレスとの関係を導く。

まず、ラディエーションストレスを次のようにおく。

$$R_{13} = - \left(p_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right), \quad (2.13)$$

$$R_{23} = - \left(p_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right). \quad (2.14)$$

圧力 p_1 と ζ に、運動方程式とラグランジュ的な運動学的条件

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \xi_i = u_i^L \left(\equiv u_{1i} + \zeta \frac{du_{0i}}{dz} \right), \quad (2.15)$$

を用いて、式 (2.13), (2.14) を変形すると、

$$R_{13} = \rho_0 (\bar{u}_1 - f\bar{\eta}) w_1 - \rho_0 f \bar{\zeta}^2 \frac{dv_0}{dz}, \quad (2.16)$$

$$R_{23} = \rho_0 (\bar{v}_1 + f\bar{\xi}) w_1 + \rho_0 f \bar{\zeta}^2 \frac{du_0}{dz}, \quad (2.17)$$

が得られる。式 (2.16), (2.17) の右辺第 1 項は、Jones の角運動量フラックス^{9)・10)} である。もし、主流 u_0, v_0 が一様流であれば、ラディエーションストレスと角運動量フラックスは一致する。しかしながら、本問題のように、主流にシアーがある場合は、両者は一致しない。また、式 (2.16), (2.17) を、式 (2.11), (2.12) に代入するとわかるように、角運動量フラックスは一定ではなく、Jones の結果^{9)・10)} と一致しない。この理由としては、Jones⁹⁾ と Bretherton¹⁰⁾ は、回転成層流体中での波とシアー流との相互作用をラグランジュ的に取り扱っているが、彼らは、運動学的条件として式 (2.15) ではなく

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{0j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \xi_i = u_{1i}, \quad (2.18)$$

を用いていることによる。運動学的条件として、ラグランジュ流速を用いた式 (2.15) が、正しい結果を与える。

次に、ラディエーションストレスとレイノルズストレスとを関係づけるために、式 (2.16), (2.17) を次のように変形する。

$$R_{13} = \rho_0 \overline{u_1 w_1} + \rho_0 \overline{f v_1 \zeta}, \quad (2.19)$$

$$R_{23} = \rho_0 \overline{v_1 w_1} - \rho_0 \overline{f u_1 \zeta}. \quad (2.20)$$

式 (2.19), (2.20) の右辺第 1 項は、レイノルズストレスであり、第 2 項は、流体粒子が平均位置から変位している（すなわち ζ_i の効果）のためのコリオリ力によるトルクを表わす。図 2 に、その x 成分についての概念図が示してある。以上の議論より、波によって誘起されたラグランジュ平均流 $\overline{u_2^L}$ は、ラグランジュ的にみた体積力 $\overline{F_{21}^L}$ の他に、レイノルズストレスと、流体粒子に働くコリオリ力のトルクとによって維持されていることがわかる。

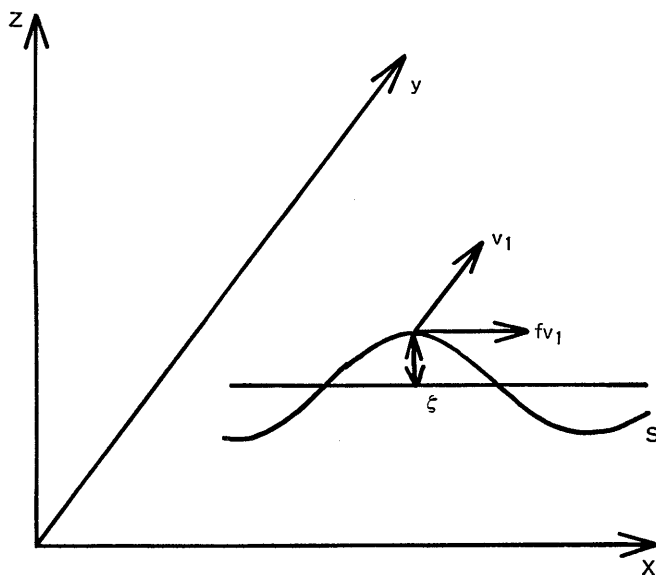


図 2 流体中の実質面が平均位置から変位すること起因する、コリオリ力によるトルクの概念図。実質面 S 上で、コリオリ力 $f v_1$ が働くため、平均位置のまわりに、平均トルク $\overline{(f v_1 \zeta)}$ が生じる。他の水平方向 (y 方向) についても同様である。

謝 辞

本小論に対する、メルボルン大学の Grimshaw 博士と応用力学研究所の金子助教授の有益な示唆に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Stern, M.E.: Interaction of inertia-gravity waves with the wind, *J. Mar. Res.* **35** (1977) 479.
- 2) Mollo-Christensen: Impingement of internal waves from below onto a moving mixed surface layer, *J. Phys. Oceanogr.* **7** (1977) 795.
- 3) Kamachi, M. and Grimshaw, R.H.J.: Over-reflection of internal-inertial waves from the mixed layer, (submitted to *J. Fluid Mech.*).
- 4) 蒲地政文: 海洋混合層からの慣性重力波の反射, 応用力学研究所所報, 第59号 (1983) 1.
- 5) Andrews, D.G. and McIntyre, M. E.: An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow, *J. Fluid Mech.* **89** (1978) 609.
- 6) Grimshaw, R.H.J.: Mean flows induced by internal gravity wave packets propagating in a shear flow, *Phil. Trans. Roy. Soc.* **A292** (1979) 391.
- 7) Grimshaw, R.H.J.: Wave action and wave-mean flow interaction, with application to stratified shear flows, *Univ. Melb. Math. Res. Rep.* **3** (1983) 1.
- 8) Pedlosky, J.: *Geophysical Fluid Dynamics*, (Springer, New York, 1979) Chap. 2.
- 9) Jones, W. L.: Propagation of internal gravity waves in fluids with shear flow and rotation, *J. Fluid Mech.* **30** (1967) 439.
- 10) Bretherton, F.P.: Momentum transport by gravity waves, *Quart. J. Roy. Met. Soc.* **95** (1969) 213.

(昭和58年5月27日 受理)