

複合材料における単一繊維まわりのき裂・はく離の 進展挙動

稲富, 丈夫
九州大学大学院工学研究科応用力学専攻

高雄, 善裕
九州大学応用力学研究所 : 助教授

栖原, 寿郎
九州大学応用力学研究所 : 教授

<https://doi.org/10.15017/4743701>

出版情報 : 応用力学研究所所報. 59, pp.43-60, 1983-09. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



複合材料における単一繊維まわりの き裂・はく離の進展挙動

稲 富 丈 夫* 高 雄 善 裕†
栖 原 寿 郎‡

概 要

複合材料の基本的破壊モード、母相内き裂と界面はく離、について、簡単なモデル：1本の繊維に垂直に存在する母相内き裂と母相・繊維境界に沿ったはく離を考え、これらの進展挙動について検討した。き裂・はく離の進展に伴うひずみエネルギーの減少と表面エネルギーの増加に関する Griffith の条件から、はく離・き裂のいずれが進むのかを決定する、あるいは、いずれもが進む条件式、及びそのときの臨界応力を求めた。また、ヤング率比、表面エネルギー比が、進展モード、臨界応力へ及ぼす効果について述べる。

Key words: Fracture, Damage, Fiber, Matrix, Crack, Delamination,
Strain Energy, Surface Energy

1. 序

他の材料の場合と同様、複合材料の力学的破壊強度にも各種の解析が試みられている。き裂を対象としたものとして、繊維内・母相内・あるいは界面き裂の応力状態¹⁾、一方向材²⁾や積層板^{3,4)}のき裂の巨視的な伝播機構を扱ったもの等がある。また、静的な負荷ばかりでなく疲労⁵⁾、衝撃・クリープ⁶⁾も同様に研究されている。これらは皆、き裂と繊維境界の相互作用の重要性を述べている。例えば、繊維によるき裂伝播の阻止、繊維方向のはく離進展に伴うエネルギー吸収や、き裂伝播の分岐等が、この相互作用に関係している。実際、これらに関する破壊の破面観察⁷⁾も、多く試みられている。

本論文では、この相互作用のうち、単一繊維まわりの母相内き裂と母相・繊維境界に沿ったはく離の場合について検討する。つまり、き裂が繊維に接触した後、繊維境界に沿ったはく離が進むのか、あるいは、そのままき裂が進むのか考察する。第2章では、き裂の伝播とはく離の進展によるひずみエネルギーの減少を弾性解と有限要素法の併用により求め、Griffith の条件式を使い、き裂・はく離のいずれもが進む進展モード(き裂とはく離の長さを2軸のパラメータとした平面上での臨界線)を求める式を各種条件式とともに求めている。第3章では、上述各式をカーボン/エポキシ系に適用した数値計算結

* 九州大学大学院工学研究科応用力学専攻

† 九州大学助教授応用力学研究所

‡ 九州大学教授応用力学研究所

果を示す。第4章は結論である。

この研究テーマに関する研究は少なく、文献8)をあげることができる。文献8)では、簡単な2次元モデル応力分布を3次元に拡張し、エネルギー的考察を行ない各進展モードの進展条件式(そこでは、はく離長がパラメータとして登場しない)を明らかにしている。

2. 基礎方程式

この論文の解析モデルを図1に示す。無限大の母相の中に、1本の長繊維(半径 r_0) が埋められている。その繊維に垂直に半径 cr_0 のき裂が存在し、また母相繊維境界には長さ $2lr_0$ のはく離が存在する。き裂中心から繊維中心までの距離は ar_0 であり、繊維方向に負荷応力 σ_0 が作用している。

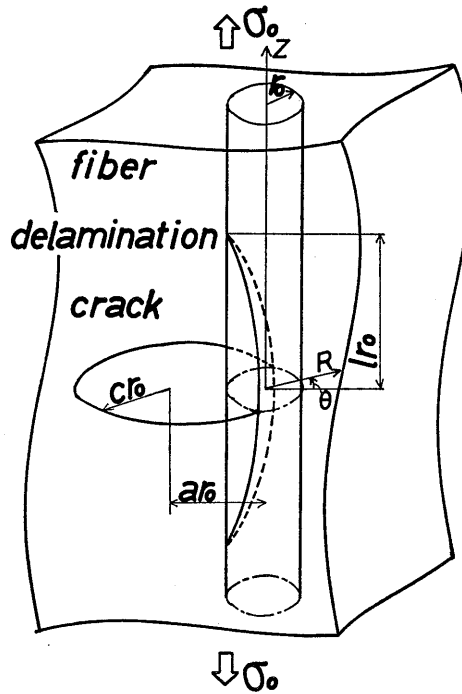


Fig. 1 An Infinite Elastic Body Containing Continuous Fiber with Delamination and Crack under Remote Stress σ_0

2.1. き裂・はく離によるひずみエネルギーの減少

き裂・はく離がない場合の応力 σ_{ij} は、有限長円柱 inclusion 問題の解⁹⁾¹⁰⁾の fiber aspect ratio を無限大とし、Eshelby の等価介在物法¹¹⁾を適用することにより、図1に示す円柱座標系 (R, θ, Z) に関して以下のように得られる(詳細は文献12)参照)。

繊維内 ($0 \leq r < 1$) では

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{rr}}{\sigma_0} &= \frac{\frac{E_f}{E_m}(\nu_f - \nu_m)}{\frac{E_f}{E_m}(1 + \nu_m) + (1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f)} \\
\sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{rr} \\
\frac{\sigma_{zz}}{\sigma_0} &= \frac{E_f}{E_m} \frac{\frac{E_f}{E_m}(1 + \nu_m) + 1 - \nu_f(1 + 2\nu_m)}{\frac{E_f}{E_m}(1 + \nu_m) + (1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f)}
\end{aligned} \tag{1}$$

母相内 ($1 < r$) では

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_{rr}}{\sigma_0} &= \frac{\frac{E_f}{E_m}(\nu_f - \nu_m)}{\frac{E_f}{E_m}(1 + \nu_m) + (1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f)} \frac{1}{r^2} \\
\sigma_{\theta\theta} &= -\sigma_{rr} \\
\frac{\sigma_{zz}}{\sigma_0} &= 1
\end{aligned} \tag{2}$$

式 (1), (2) には, 軸対称問題であることから, ゼロとなるせん断項は示されていない. ここで, E はヤング率, ν はポアソン比, 添字 f と m はそれぞれ繊維と母相を表わす. また長さは, 繊維半径 r_0 により無次元化されている ($r = R/r_0$).

繊維内の応力は, 場所によらずどこでも一定であることがわかる. また, 母相内の応力のうち, 半径方向 σ_{rr} と周方向 $\sigma_{\theta\theta}$ の応力は, 繊維から遠ざかるに従い距離 r の 2 乗に反比例して減少する. $r \rightarrow \infty$ の時, 母相内には繊維方向の応力 σ_0 しか作用しない. $\nu_m = \nu_f$ の時, ゼロでない応力は, 繊維と母相のそれぞれについて $\sigma_{zz} = (E_f/E_m) \cdot \sigma_0, \sigma_{zz} = \sigma_0$ だけとなる. これは母相と繊維を別々にして, 同じ変位を与えた時に生ずる応力と同じである.

(1), (2) 式より, 繊維および母相内に蓄えられる単位体積当りのひずみエネルギー U_f, U_m は,

$$U_f = U_f^* \tag{3}$$

$$U_m = U_m^* \frac{1}{r^4} + 1 \tag{4}$$

ここで

$$\begin{aligned}
U_f^* &= \frac{2 \frac{E_f}{E_m}}{\left\{ \frac{E_f}{E_m}(1 + \nu_m) + (1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f) \right\}^2} \left[\left(\frac{E_f}{E_m} \right)^2 \frac{(1 + \nu_m)^2}{2} \right. \\
&\quad + \frac{E_f}{E_m} (1 + \nu_m)(1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f) + (1 - \nu_f)(\nu_f - \nu_m)^2 \\
&\quad \left. + (1 - \nu_f - 2\nu_f\nu_m) \left\{ \frac{1 - \nu_f}{2} + \nu_f\nu_m - 2\nu_f^2 \right\} \right]
\end{aligned} \tag{5}$$

$$U_m^* = \frac{2 \left(\frac{E_f}{E_m} \right)^2 (1 + \nu_m)(\nu_f - \nu_m)^2}{\left\{ \frac{E_f}{E_m}(1 + \nu_m) + (1 + \nu_f)(1 - 2\nu_f) \right\}^2} \tag{6}$$

U_f と U_m は、繊維から無限に離れた母相に蓄えられる単位体積当りのひずみエネルギー $\frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{E_m}$ で無次元化されている。

$\nu_m = \nu_f$ の時, $U_f^* = (E_f/E_m)$, $U_m^* = 0$ となる. また (E_f/E_m) が大きい時 $(E_f/E_m)^{-1}$ 以下の項を無視すれば, $U_f^* = (E_f/E_m)$, $U_m^* = \frac{2(\nu_f - \nu_m)^2}{(1 + \nu_m)}$ となる.

負荷応力 σ_0 が加えられた場合, 材料中の欠陥の影響はおおよそ図 2 に示す 2 通りに分けられる. 欠陥が負荷応力に対し垂直に存在している図 2-a の場合では, 欠陥によって応力が大きく乱れる領域は, 欠陥方向には欠陥程度・欠陥と垂直方向にも欠陥程度と大きく, 第一近似として, 円形破線内領域が考えられる. 欠陥がき裂の場合, 影響の程度を「引張負荷応力 σ_0 がゼロに低下すること」とすれば, 上記第一次近似により, 2 次元平面ひずみと平面応力問題の「き裂により解放されるエネルギー」について正解が得られる¹²⁾. 3 次元問題についてもほぼ良い近似であることがわかる¹²⁾. 欠陥が負荷応力に対し平行に入っている図 2-b の場合は, その欠陥によって応力が大きく乱れる領域は, 欠陥方向には欠陥程度・欠陥と垂直方向にはわずかの厚みと小さく, 第 1 近似としてスリット状の長方形破線内領域が考えられる.

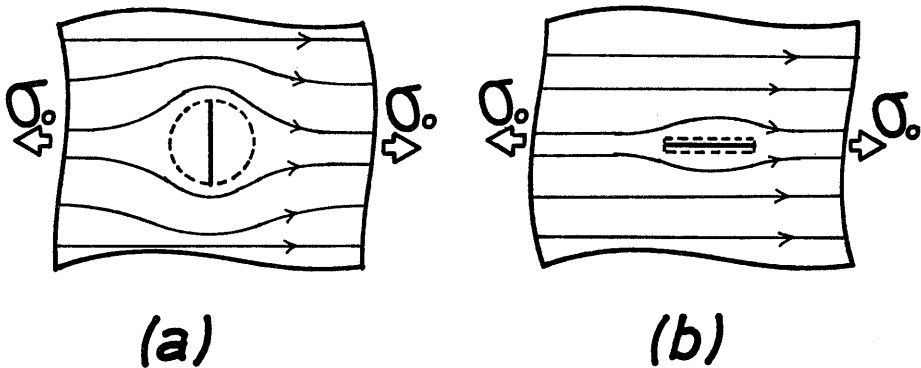


Fig. 2 The Domain Related to the Release of Strain Energy due to Defects

上記の考え方を図 1 に示すモデルに適用し, き裂・はく離のために減少するひずみエネルギーを求める. つまり, き裂により減少するひずみエネルギーは, き裂がない場合において, 図 3-a の破線で囲まれた領域 V_1 に蓄えられたエネルギーとなる. 領域 V_1 は繊維を除いた半径 cr_0 の球である.

また, はく離のために減少したエネルギーは, はく離がない場合において図 3-b の破線で囲まれた領域 V_2 に蓄えられたエネルギーとなる. 円柱面上のはく離曲面の展開形を楕円としている. 領域 V_2 の厚みの半分は繊維に, 半分は母相にとられている. この厚み $2tr_0$ の大きさは, 2.2 に述べるように有限要素法を使って求める.

(3), (4) 式を図 3 の破線領域内で体積積分すれば, き裂・はく離のために減少したひずみエネルギー U が得られる.

$$U = \frac{U_f^* A_1}{2} (2t - t^2) + \frac{U_m^* A_2}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+t)^2} \right\} + \frac{A_2}{2} (2t + t^2) + U_m^* W + V \quad (7)$$

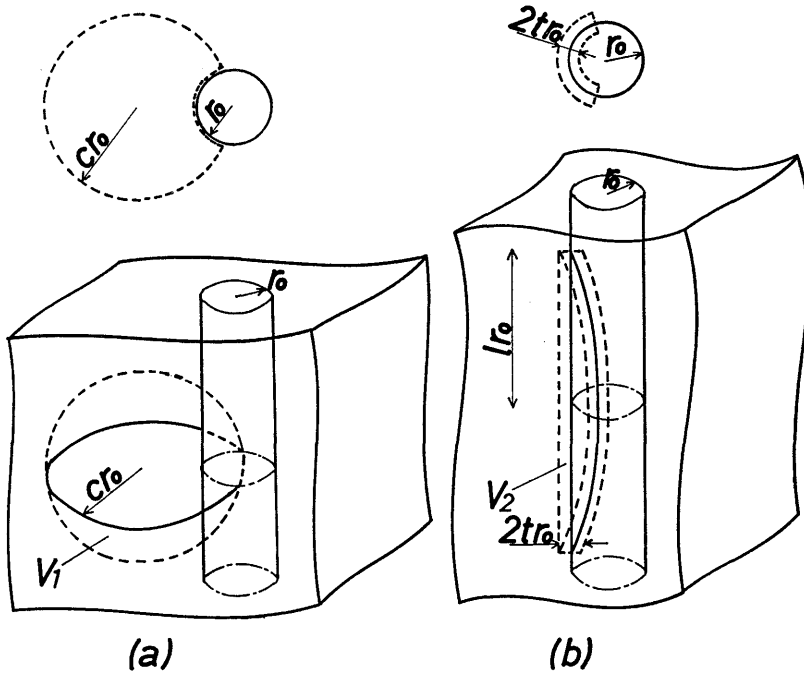


Fig. 3 The Domain Related to the Release of Strain Energy due to (a) Crack and (b) Delamination

U は $\frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{E_m} r_0^3$ で無次元化されている。また、 $W = \int_{V_1} \frac{1}{r^4} dV$, $V = \int_{V_1} dV$, $A_2 = A_1 - A_0$, 更に A_0 と A_1 はそれぞれ繊維と領域 V_1 との交面及びはく離面積である。 V_1 と V_2 の交わり部分では V_1 の方の積分を行い、計算の重複を避けている。

2.2. 有限要素法による等価厚さ $2tr_0$ の決定

2次元および3次元モデルに有限要素法を適用し、厚み $2tr_0$ とき裂長 $2cr_0$ との関係求めた。2次元有限要素法では、はく離長、き裂長をパラメータにとった詳細な計算が容易に可能であるが、3次元の挙動を2次元に置き換えた欠点が存在する。逆に3次元有限要素法では、両パラメータに対する詳細な検討は時間的に、また計算精度自体に困難な点が多い。特に今回の場合ではき裂、はく離、および繊維という特異領域が存在している。各パラメータの t に対する詳細な効果を2次元の計算で求め、その結果が3次元問題に適用可能か否かの判定に3次元の計算を用いる。

次に、具体的な t の計算法を2次元モデルについて説明する。

繊維方向に一様応力 σ_0 を負荷した繊維幅 $2r_0$ 、き裂長 $2cr_0$ 、はく離長 $2lr_0$ の2次元平面ひずみモデルを図4に示す。これを図5のように分割して有限要素法を適用した。カーボン/エポキシ系を想定し、表1に示す材料定数を使用した。CD境界に一様変位 u を与え（横方向には拘束なし）、き裂長を一定にしてはく離長を変化させ、CD境界の節点荷重の変化より、き裂・はく離のために減少したひず

Table 1 Material Constants Used in FEM

Young's Modulus Ratio	E_f/E_m	100.
Poisson's Ratio of Fiber	ν_f	0.17
Poisson's Ratio of Matrix	ν_m	0.42

みエネルギー $\bar{U}$ を計算した. この $\bar{U}$ を単位厚み当りについて $\frac{1}{2} \frac{1-\nu_m^2}{E_m} \sigma_0^2 r_0^2$ で無次元化し, u とした. き裂長をパラメータにとり, はく離長の関数として図6に u を○印で示す.

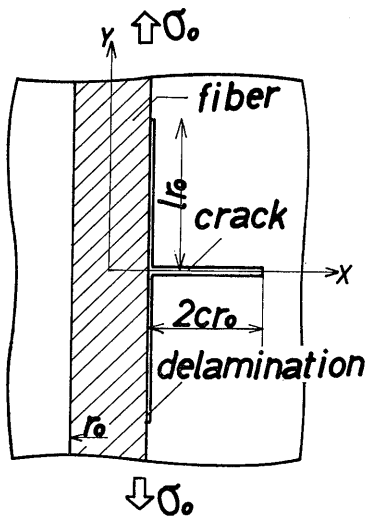


Fig. 4 The Two-Dimensional Model for Interactions among Fiber, Crack and Delamination

計算した範囲では, はく離長の増大とともに u は増加し, その増加の割合はき裂長が大きい程大きい. 計算誤差を考えれば, はく離長と u の間の関係はおよそ図中の直線関係で近似される.

き裂・はく離のために減少したはず

みエネルギーは, 3次元の図3の場合と同様にき裂・はく離がない場合において, 図7の破線内領域に蓄えられたはずみエネルギーと考える. 容易に得られるこの値を有限要素法で得た値(図6)と等しいと置き, t を c の関数として求めた. 結果を図8に○印で示す.

3次元モデルについても同様に求める. 図9が $c=1.5$, 図10が $c=2.0$ と 2.5 用の3次元モデル分割図の横断面, 図11がその縦断面である. 図12にき裂半径をパラメータにとり, はく離長の関数とし

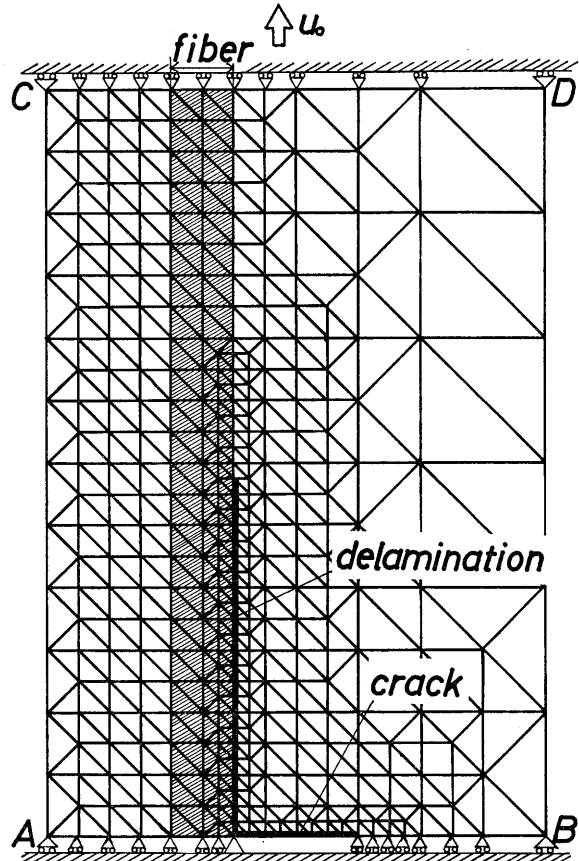


Fig. 5 The Mesh Geometry of Two-Dimensional Model

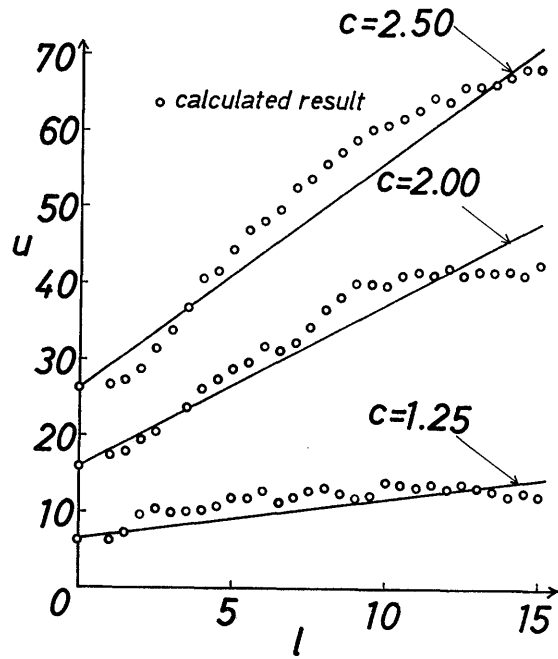


Fig. 6 The Non-Dimensional Decrease of Strain Energy u due to Crack and Delamination Obtained by Two-Dimensional Finite Element Analysis ($2lr_0$: Length of Delamination, $2cr_0$: Crack Length, $E_f/E_m=100$, $\nu_f=0.17$, $\nu_m=0.42$)

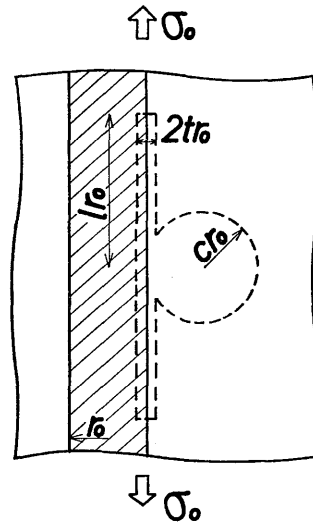


Fig. 7 The Two-Dimensional Domain Related to the Release of Strain Energy due to Crack and Delamination

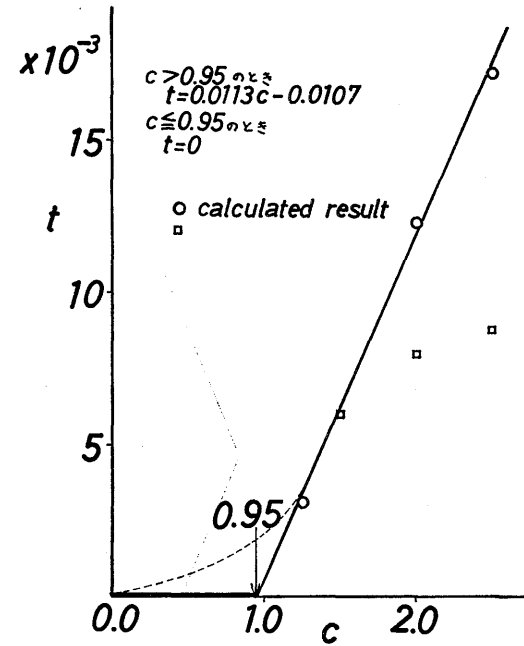


Fig. 8 The Thickness Parameter t as a Function of Crack Size c (○: Two-Dimensional Model, □: Three-Dimensional Model)

てき裂・はく離のために減少したひずみエネルギー U を示す。 U は $\frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{E_m} r_0^3$ で無次元化した値である。 $c=1.5, 2.0, 2.5$ のそれぞれについて、 $l=2, 3, 4$ 以上で U は一定となる。 図6の2次元の結果にも、 u の値が一定値に収束するような傾向が見られるが、今回ははく離の初期の成長過程に注目し、 U が増加している領域から t をきめる。(7) 式のき裂・はく離により減少したひずみエネルギーと、

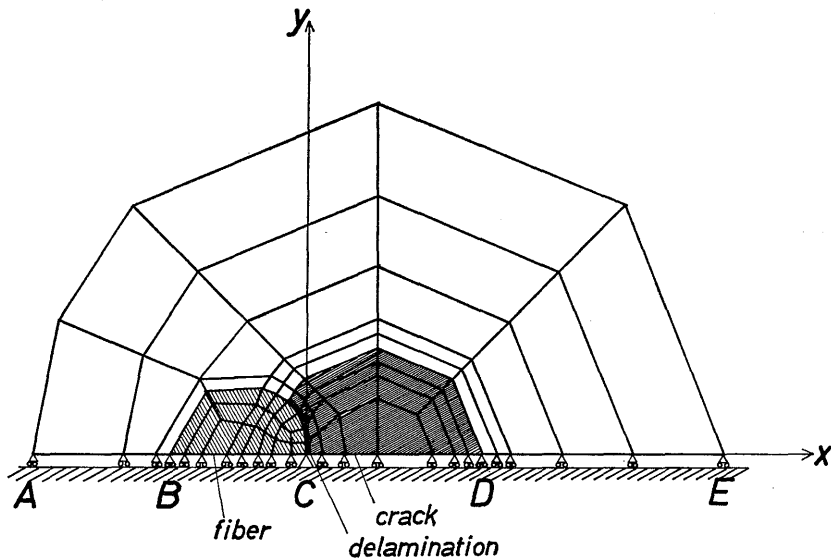


Fig. 9 The Mesh Geometry of Three-Dimensional Model at $z=0$ ($c=1.5$)

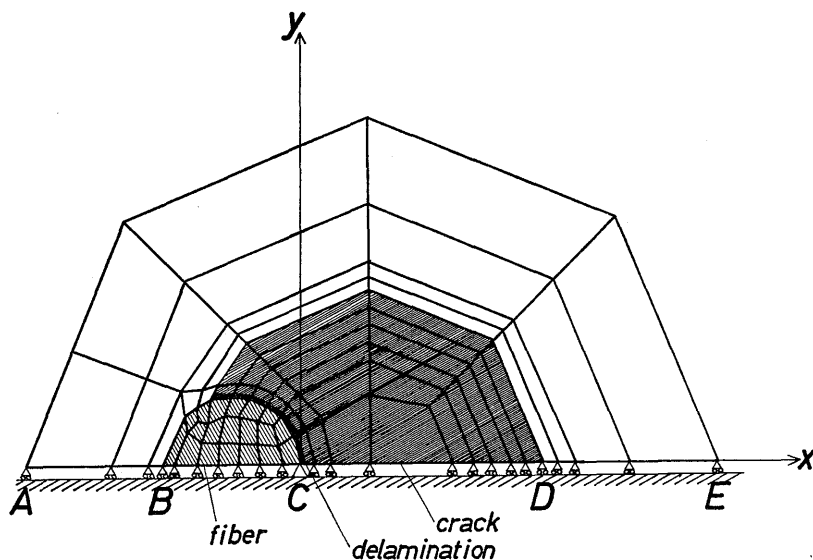


Fig. 10 The Mesh Geometry of Three-Dimensional Model at $z=0$ ($c=2.0$ or 2.5)

有限要素法で得た図 12 の値を等しいと置き、 t を c の関数として求めた。結果を図 8 に □ 印で示している。

図 8 に示すよう、2 次元モデルと 3 次元モデルから得られた t の値は同じオーダーであり、 l と c をパラメータにとった詳細な 2 次元モデルの結果が、3 次元問題に適用可能であることがわかる。

図 8 の破線が現実的な $t \sim c$ 間の関係を示す曲線と思われるが、ここでは次のように折線で近似する。

$$\begin{aligned} t &= 0.0113c - 0.0107 & (c > 0.95) \\ &= 0 & (c \leq 0.95) \end{aligned} \quad (8)$$

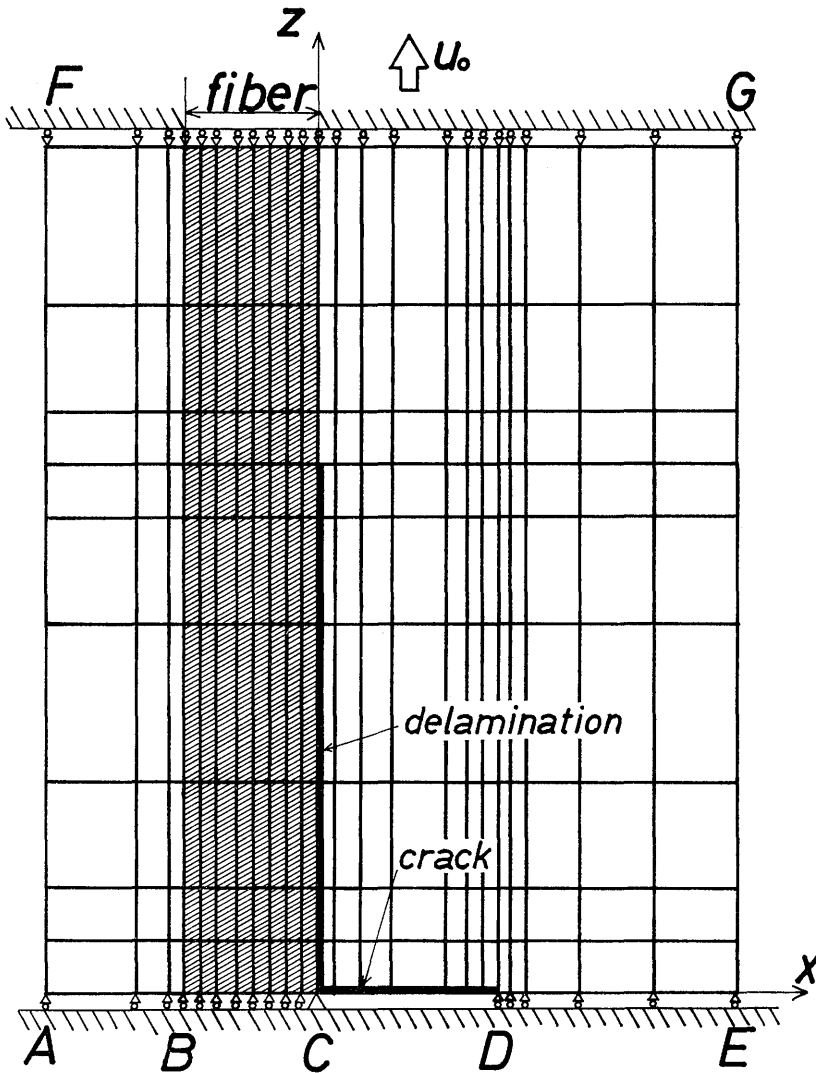


Fig. 11 The Mesh Geometry of Three-Dimensional Model at $y=0$

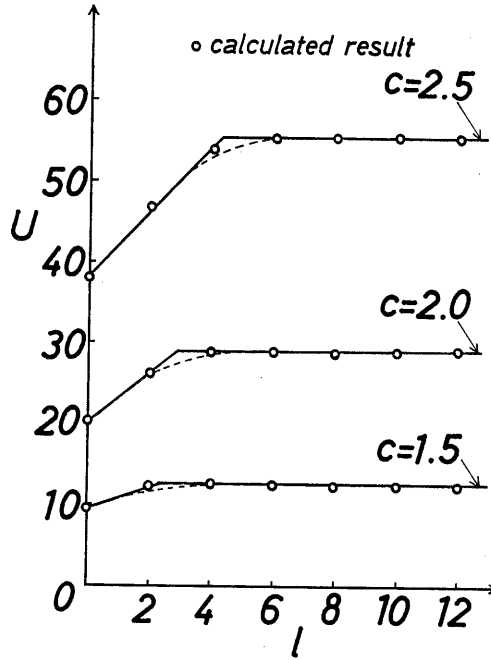


Fig. 12 The Decrease of Strain Energy U due to Crack and Delamination Obtained by Three-Dimensional Finite Element Analysis ($2lr_0$: Length of Delamination, cr_0 : Radius of Crack, $E_f/E_m=100$, $\nu_f=0.17$, $\nu_m=0.42$)

2.3. き裂・はく離の進展条件

$\frac{1}{2} \frac{\sigma_0^2}{E_m} r_0^3$ で無次元化したき裂、及びはく離面の表面エネルギーの和は、

$$G = 2A_c \frac{\gamma_c}{\frac{\sigma_0^2}{2E_m} r_0} + 2A_l \frac{\gamma_l}{\frac{\sigma_0^2}{2E_m} r_0} \quad (9)$$

ここで、 A_c , A_l はそれぞれき裂・はく離の面積、 γ_c , γ_l はそれぞれき裂・はく離の表面エネルギーである。(7), (9) 式よりこの系のポテンシャルエネルギー $\Pi (\equiv G - U)$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \Pi = & 2A_c \frac{\gamma_c}{\frac{\sigma_0^2}{2E_m} r_0} + 2A_l \frac{\gamma_l}{\frac{\sigma_0^2}{2E_m} r_0} \\ & - \frac{U_f^* A_l}{2} (2t - t^2) - \frac{U_m^* A_2}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+t)^2} \right\} - \frac{A_2}{2} (2t + t^2) - U_m^* W - V \end{aligned} \quad (10)$$

き裂が進むためには、 $\frac{\partial \Pi}{\partial c} < 0$

はく離が進むためには、 $\frac{\partial \Pi}{\partial l} < 0$

が必要である¹³⁾. また,

$$\frac{\partial \Pi}{\partial c} = 0 \quad \text{から, き裂が進む臨界応力 } (\sigma_{cr})_c$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial l} = 0 \quad \text{から, はく離が進む臨界応力 } (\sigma_{cr})_l$$

が求まり,

$$(\sigma_{cr})_c = 2 \left\{ \frac{E_m \left(\frac{\partial A_c}{\partial c} r_c + \frac{\partial A_l}{\partial c} r_l \right)}{\frac{\partial U}{\partial c} r_0} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$(\sigma_{cr})_l = 2 \left\{ \frac{E_m \frac{\partial A_l}{\partial l}}{\frac{\partial U}{\partial l} r_0} r_l \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

実際には, $(\sigma_{cr})_c < (\sigma_{cr})_l$ の時, き裂が進み, $(\sigma_{cr})_c > (\sigma_{cr})_l$ の時, はく離が進む.

つまり,

$$Z = \frac{\frac{\partial A_l}{\partial l}}{\frac{\partial U}{\partial l}} - n \frac{\frac{\partial A_c}{\partial c} + \frac{\partial A_l}{\partial c}}{\frac{\partial U}{\partial c}} \quad (13)$$

において, $Z > 0$ の時, き裂が進み, $Z < 0$ の時, はく離が進む. ここで, n はき裂とはく離の表面エネルギーの比 (r_c/r_l) である. $Z = 0$ の時, き裂とはく離は同時に進む. $Z = 0$ より得られる $c-l$ 面上の曲線を臨界線と呼ぶ.

3. 数値解析結果, 及び考察

図 13 に, (11), (12) 式より得られる臨界応力, 及び $Z = 0$ ((13)式) より得られる臨界線を示す. 横軸に無次元き裂半径 c , 縦軸に無次元はく離長の半分 l をとり, き裂 (領域 A), はく離 (領域 B) の進む臨界応力を MN/m^2 単位で示している. 図中の XX' 線は, 臨界線 $Z = 0$ を表わす. 表 2 のカーボン/エポキシ系の材料定数を使用している.

3.1. 材料定数の効果

次に各材料定数を変化させ, その効果を得た. パラメータに取る材料定数以外は表 2 に示すものを使用した. 主な結果を以下に示す.

図 14, 15 は, それぞれ臨界線 $Z = 0$ に与えるヤング率比 (E_f/E_m), 表面エネルギー比 $n (\equiv r_c/r_l)$ の影響を表わしている. ヤング率比が大きい程, はく離が進むモード (Region B) が多くなる. 表面エネルギー比に関しては, 当然のことながら, 母相の表面エネルギーが大きい程, また, はく離の表面エネルギーが小さい程, はく離の進むモードが多くなる. その効果はいずれもパラメータの小さい範囲 ($E_f/E_m \leq 70$; $r_c/r_l \leq 3$) で顕著である. また図 16, 17 は, それぞれ臨界応力に与えるヤング率比,

Table 2 Material Constants of Carbon/Epoxy System

Young's Modulus of Fiber	E_f	340	GN/m ²
Young's Modulus of Matrix	E_m	3.4	GN/m ²
Poisson's Ratio of Fiber	ν_f	0.2	
Poisson's Ratio of Matrix	ν_m	0.4	
Surface Energy of Crack	γ_c	0.33	kJ/m ²
Surface Energy Ratio	$n(\equiv \gamma_c/\gamma_t)$	4	
Radius of Fiber	r_0	50	μm

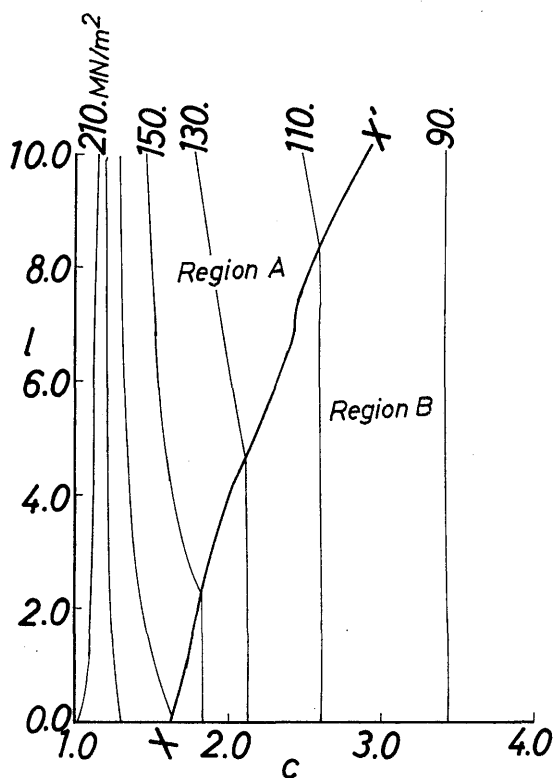


Fig. 13 Critical Stresses for the Propagation of Crack in Region A and Delamination in Region B with Critical Line XX' ($2lr_0$: Length of Delamination, cr_0 : Radius of Crack, Distance between Fiber Center and Crack Center $ar_0 = 2r_0$, $E_f/E_m = 100$, $\nu_f = 0.2$, $\nu_m = 0.4$, $E_m = 3.4$ GN/m², $\gamma_c = 0.33$ kJ/m², $n = 4$, $r_0 = 50$ μm)

表面エネルギー比の影響を示す。

ヤング率比が大きい程、また表面エネルギー比が大きい程臨界応力は小さい。前者は、有効厚み tr_0 の繊維表面層からの、はく離進展に伴うひずみエネルギー放出量の増大による。はく離進展臨界応力の低下の説明はこれで充分であるが、き裂進展臨界応力については、図8に示す c と l の間のほぼ比例関係

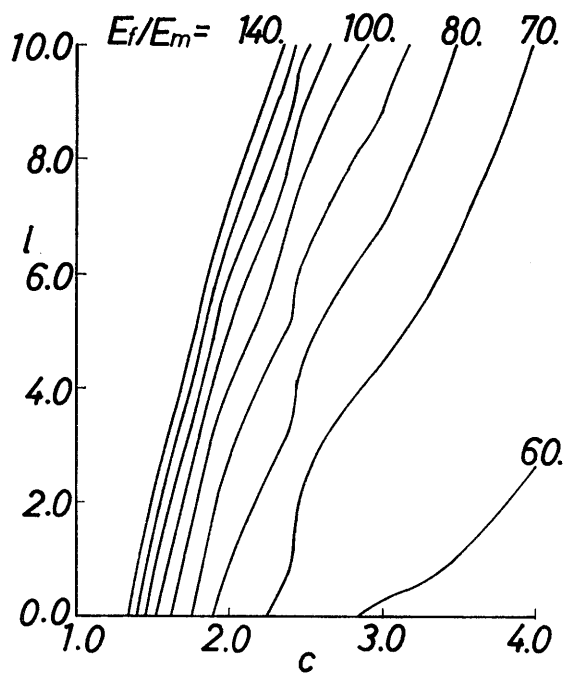


Fig. 14 The Effect of Young's Modulus Ratio E_f/E_m on Critical Line ($\nu_f=0.2$, $\nu_m=0.4$, $n=4$, $a=2$)

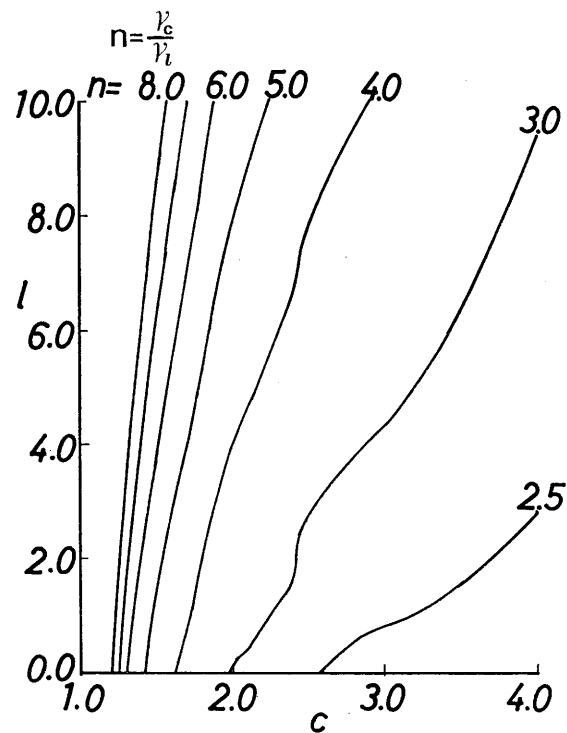


Fig. 15 The Effect of Surface Energy Ratio n on Critical Line ($E_f/E_m=100$, $\nu_f=0.2$, $\nu_m=0.4$, $a=2$)

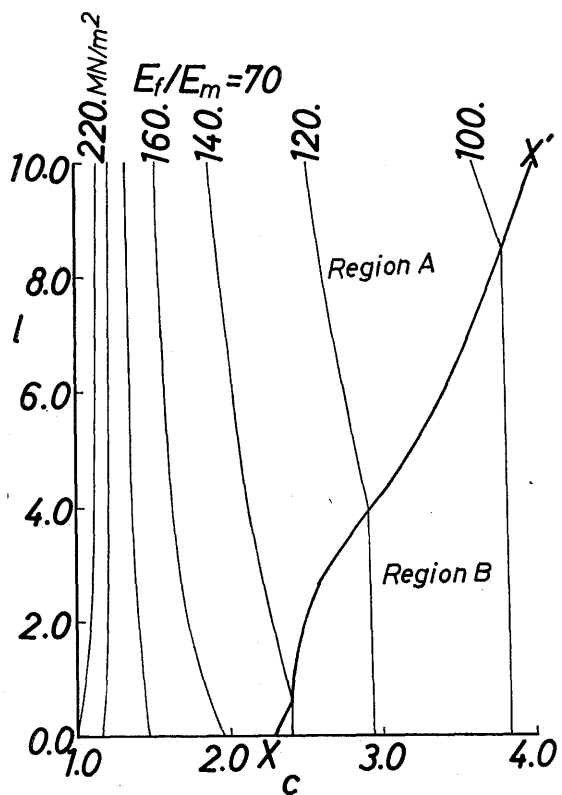


Fig. 16-1 Critical Stresses for the Propagation of Damages with $E_f/E_m=70$ ($\nu_f=0.2$, $\nu_m=0.4$, $E_m=3.4$ GN/m², $\tau_c=0.33$ kJ/m², $n=4$, $r_0=50$ μ m, $a=2$)

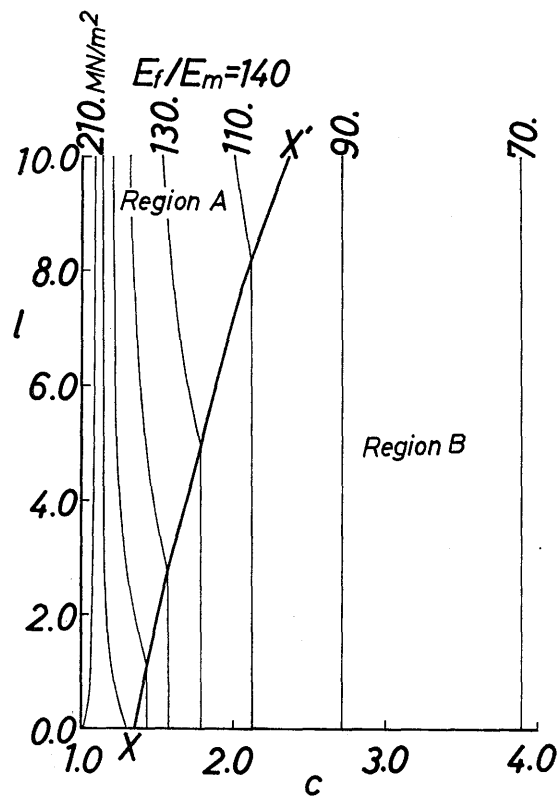


Fig. 16-2 Critical Stresses for the Propagation of Damages with $E_f/E_m=140$ ($\nu_f=0.2$, $\nu_m=0.4$, $E_m=3.4$ GN/m², $\tau_c=0.33$ kJ/m², $n=4$, $r_0=50$ μ m, $a=2$)

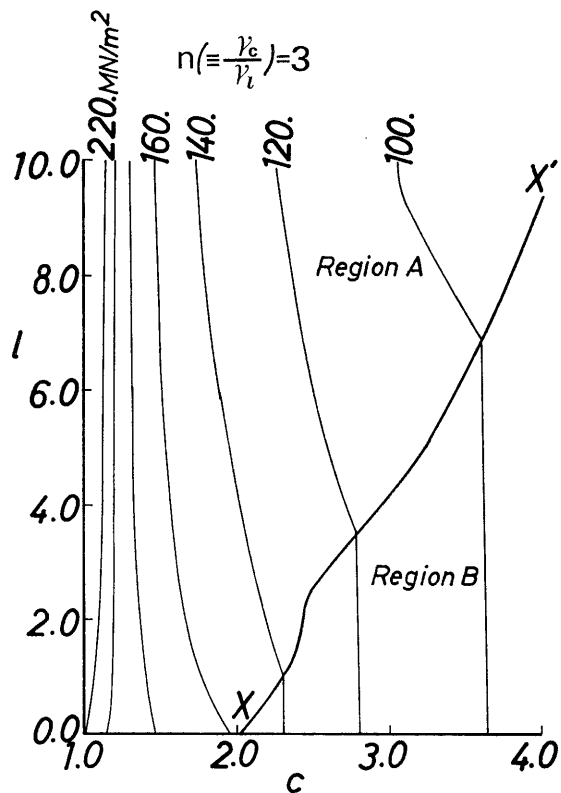


Fig. 17-1 Critical Stresses for the Propagation of Damages with $n=3$ ($E_f/E_m=100$, $\nu_f=0.2$, $\nu_m=0.4$, $E_m=3.4 \text{ GN/m}^2$, $r_c=0.33 \text{ kJ/m}^2$, $r_0=50 \text{ } \mu\text{m}$, $a=2$)

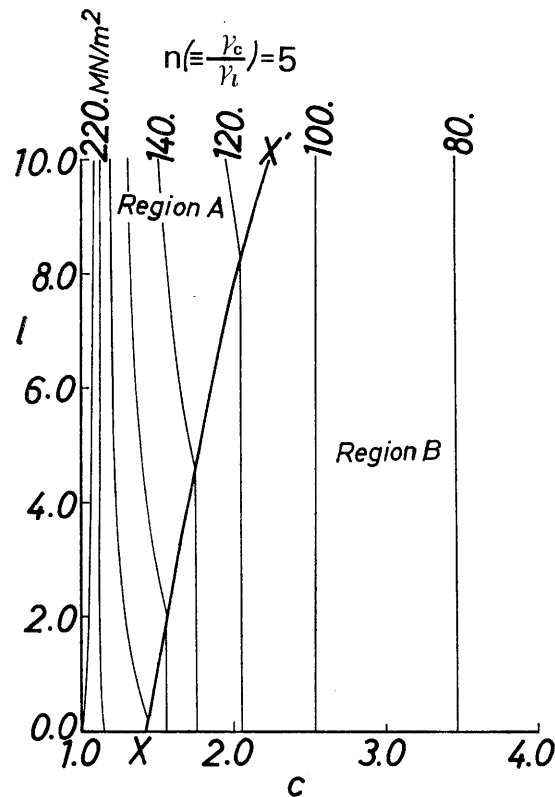


Fig. 17-2 Critical Stresses for the Propagation of Damages with $n=5$ ($E_f/E_m=100$, $\nu_f=0.2$, $\nu_m=0.4$, $E_m=3.4 \text{ GN/m}^2$, $r_c=0.33 \text{ kJ/m}^2$, $r_0=50 \text{ } \mu\text{m}$, $a=2$)

を付記しておく必要がある。後者も $c \sim t$ 間のほぼ直線関係、はく離層の単位表面積当り表面エネルギーの減少（ここでは r_c が一定）から、その臨界応力の低下は説明される。

3.2. 臨界線 XX' の意味

き裂・はく離が初め図 18 の領域 B の f 点にあったとする。ここでは、応力を増大すると最初にはく離進展の臨界応力 $(\sigma_{cr})_I$ に達し、はく離が進展 (l が増大) を開始し、臨界線に達する。領域 A の e 点の場合は、き裂が進展 (c が増大) し臨界線に達する。かりに、 e 点から進展してきたき裂が何らかの原因で領域 B にまで達した場合でも、領域 B では、はく離が伸びるため破壊モードは臨界線 XX' に戻る。このように、き裂・はく離は臨界線 XX' 上を破壊モードの範疇では安定に、負荷応力の範疇では図 13 に示すように $(\sigma_{cr})_{I(c)}$ を下げ、不安定に進んでいくことがわかる。

3.3. 実際の有限長材料の巨視的負荷～変位曲線との関連

臨界応力に達した後、き裂・はく離が進むと、有限大きさの試験片の場合、変位を保てば負荷は減少し（図 19 の (b) 方向）、負荷を保てば変位は増大（図 19 の (a) 方向）する。通常の負荷は変位によって制御されるので、荷重～変位曲線は A 点より (b) 方向に移動すると考えられる。この荷重減少が著しい場合、き裂は停止する (B 点)。再び変位を増大させることにより、臨界応力へ達し、き裂が進む。この時の臨界荷重（応力）は図 13 に示すよう、き裂、あるいは、はく離が進展しているため、最初の荷重 (A 点) よりも小さい。すなわち、図 19 の A 点より変位が大きくなり、荷重が小さい新しい臨界点 (C 点) に達する。実際の過程では、上記の現象が連続して起こるため、曲線 (c) を取るものと思われる。

3.4. 巨視的材料じん性

はく離が進む機構を負荷エネルギーの吸収過程と考えれば、同機構は複合材料の Toughness 向上に好ましい。

はく離量の増大は、高ヤング率比 E_f/E_m 、高表面エネルギー比 $n(\equiv r_c/r_i)$ により得られる（図 14、

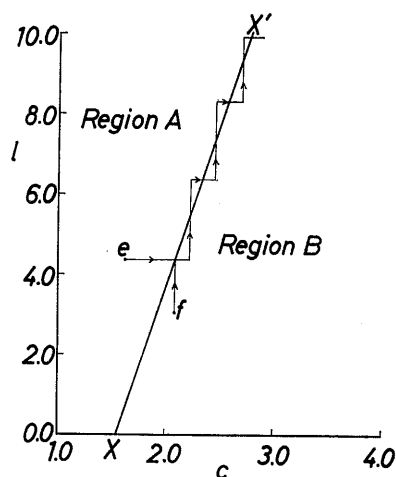


Fig. 18 The Physical Explanation for Critical Line XX'

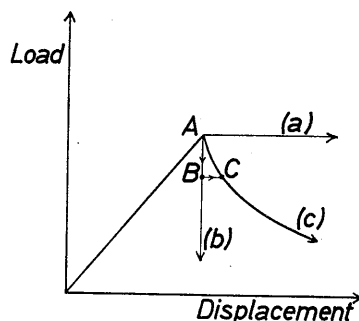


Fig. 19 Load-Deformation Curve due to the Propagation of Damages

15). 表面エネルギー比 n が大きいことは、繊維と母相の接着が悪いことを意味する。高い方が望ましい臨界応力については逆に、 E_f/E_m (図 16.1 と図 16.2 を比較), n (図 17.1 と図 17.2 を比較) 共に小さい方が臨界応力は大きくなる。

よって、両パラメータを同時に比較する時、1つの最適条件が存在する。例えば、 $E_f/E_m = 140$ のときの臨界線 (図 16.2) と、 $n = 5$ のときの臨界線 (図 17.2) の位置は、ほぼ同じであるが、臨界応力は $n = 5$ の方が大きい。つまり、同じはく離量を得る際、ヤング率比 E_f/E_m を変えるより表面エネルギー比 n を変えた方が、高い臨界応力が得られる。

5. 結 論

無限体中にき裂とはく離を伴う長繊維を 1 本埋め込んだモデルのき裂と繊維の相互作用を検討した結果、

- (1) はく離・き裂のいずれが進むのかを決定する条件式が得られた ((13) 式)。
- (2) はく離・き裂伝播の臨界応力が得られた ((11), (12) 式)。
- (3) はく離・き裂の両方が進む最終的破壊モード及びその条件式が得られた ((13) 式)。
- (4) ヤング率比、表面エネルギー比が、進展モード、臨界応力へ与える効果が得られた。特に同じはく離量を得る際、ヤング率比より表面エネルギー比を変化させた時に、高い臨界応力が得られた。

謝 辞

本論文作成にあたり、九州大学応用力学研究所の古賀洋治技官、九州大学大学院工学研究科院生の宇田暢秀氏には数値計算について御援助いただき、九州大学応用力学研究所の原恵子さんには清書・図面作成でお世話になった。併せて謝意を表したい。

REFERENCES

- 1) Sih, G. C. and Chen, E. P., "Cracks in Composite Materials," Martinus Nijhoff Publisher, 1981.
- 2) Hoover, W. R. and Allred, R. E., "The Effect of Crack Length and Bond Strength on the Delamination Process in Borsic-Al Composites," J. Composite Materials, Vol. 8, 1974, pp. 55-64.
- 3) Bhatia, N. M. and Verette, R. M., "Crack Arrestment of Laminated Composites," Fracture Mechanics of Composites, ASTM STP 593, American Society for Testing and Materials, 1975, pp. 200-214.
- 4) Sendekyj, G. P., "Concepts for Crack Arrestment in Composites," Fracture Mechanics of Composites, ASTM STP 593, American Society for Testing and Materials, 1975, pp. 215-226.
- 5) Kitagawa, H., Yuuki, R. and Yamazaki, J., "Fatigue Crack Growth Behavior in the Vicinity of Interface of Dissimilar Materials," Proceedings of the Fourth International Conference on Composite Materials, Tokyo, Hayashi, T. et al. (eds.), Japan Society for Composite Materials, 1982, pp. 741-748.

- 6) Jacobsen, G., "Influence of the Interface on Transverse Strength, Creep Behavior, and Impact Behaviour of Boron and Silicon Carbide Fibre Reinforced Aluminum," Proceedings of the Fourth International Conference on Composite Materials, Tokyo, Hayashi, T. et al. (eds.), Japan Society for Composite Materials, 1982, pp. 1323-1330.
- 7) Cornie, J. A. and Crossman, F. W. (eds.), "Failure Modes in Composites IV," The Metallurgical Society of AIME, 1979.
- 8) Ishikawa, H. et al., "Prediction of Failure Modes in Unidirectional Short-Fiber Composites," Journal of Materials Science, Vol. 17, 1982, pp. 832-842.
- 9) Takao, Y. et al., "Stress Field Due to a Cylindrical Inclusion With Constant Axial Eigenstrain in an Infinite Elastic Body," Journal of Applied Mechanics, Vol. 48, 1981, pp. 853-858.
- 10) Takao, Y., "Cylindrical Inclusion With Constant Transverse Eigenstrains in an Infinite Body," Journal of Applied Mechanics, Vol. 50, 1983, pp. 218-221.
- 11) Eshelby, J. D., "The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems," Proceedings, Royal Society, London, Series A, Vol. 241, 1957, pp. 376-396.
- 12) 稲富丈夫, "複合材料の破壊における繊維とき裂の力学的相互作用に関する研究," 九州大学大学院工学研究科 応用力学専攻 修士論文, 1983.
- 13) Griffith A. A., "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids," Philosophical Transactions, Royal Society, London, Series A, Vol. 221, 1920, pp. 163-198.

(昭和58年5月31日 受理)