

き裂先端近傍での引張後圧縮時弾塑性解析 : 第1報

高雄, 善裕
九州大学応用力学研究所 : 講師

<https://doi.org/10.15017/4743597>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 49, pp. 93-108, 1979-02. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



き裂先端近傍での引張後圧縮時弾塑性解析 (第 1 報)

高 雄 善 裕*

概 要

圧縮過程にも局所降伏概念を適用する。き裂先端近傍領域の境界条件を引張時は応力拡大係数、圧縮時は圧縮応力により構成する。アルミニウム合金 2024-T3 を想定した数値解析の結果、き裂面開口量は引張除荷後、圧縮除荷後ともにき裂先端近くにピークを持つこと、先端部は最大圧縮時も閉じないこと、引張除荷後と比較し圧縮除荷後の開口量、圧縮残留応力はともに減少すること、圧縮除荷時の回復が荷重レベルで遅れることが示される。また降伏曲面変形方法の役割が述べられる。

Key words: Crack tip, Small scale yielding, Closure

1. 序

疲労試験を両振りで行ない、その伝播過程を考える場合、き裂板の引張圧縮負荷条件下での挙動が重要な問題となる。き裂板の引張圧縮負荷過程での弾塑性解析は多く見られるが、いずれも有限幅の解析に限られており¹⁾、き裂先端領域の分割粗さが避けられず、解の収束に関し疑問が残る。また、この種の解析では有限境界の影響とき裂先端領域分割粗さが分離されない場合が多い。結果的に分離されていたとしてもその確認は困難な場合が多い。疲労き裂伝播ではき裂先端に発生する塑性域が局所に限定されることも多く、き裂先端領域の詳細な応力変位構造を追跡できることが望ましい。き裂先端領域を対象とした、無限き裂板に対応する弾塑性解析が必要である。

本論文では引張負荷過程の弾塑性解析に用いた局所降伏²⁾概念を圧縮過程にまで適用し、アルミニウム合金 2024-T3 を想定したき裂先端微小領域での解析を行なう。

この解析方法、結果は無限板の解析に対応し、き裂先端部の粗さという問題を排除している。圧縮過程に局所降伏概念を適用する試みは、き裂先端が圧縮時完全には閉じないと考え、引張過程とは符号の異なる特異性が発生すると仮定した解析³⁾がみられる程度である。

材料の面からは再降伏がどのような条件⁴⁾のもとにどのような形で発生するか考慮しなければならない。再降伏発生パターンが引張圧縮とき裂先端挙動にどのような影響をどの程度与えるかについて議論する。

* 九州大学講師，応用力学研究所

2. 圧縮時の局所降伏概念

弾性体中に局所的な降伏が発生しても、降伏域から充分離れた領域では降伏の意味ある影響は見られず、弾性解にほぼ等しい応力・変位が保たれる。この概念はき裂の引張負荷問題に多く用いられ、有限要素法によるき裂解析にも用いられている。例えば図1—(a)に示すき裂板が引張負荷を受ける時、き裂先端では塑性変形が存在し、き裂先端部応力は全般に弾性解より小さく、変位は大きい。が、き裂先端より充分離れた境界については弾性解のそれにほぼ等しい。圧縮過程において引張負荷を上回るような塑性域の成長は通常起こらない。引張過程を図(b)の円板領域で弾性解を境界条件に処理するならば、圧縮過程も図(b)と等しい円板領域図(c)で弾性解を境界条件に処理できる。圧縮時、き裂は閉じ、弾性解のレベルでき裂板は単なる矩形板と同様な挙動を示す。図(c)円境界の負荷条件として単純圧縮負荷のそれを使用すればよい。圧縮負荷時の境界条件は圧縮荷重 $-\sigma_0$ に支配される。引張負荷時の境界条件は応力拡大係数 K に支配される。

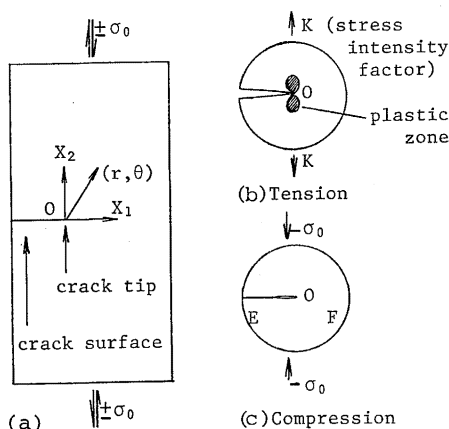


図1 圧縮時の局所降伏概念

き裂の有無にかかわらず単に矩形板を圧縮した場合、全体的にも局所的にも平面応力状態を示す。しかし引張負荷後の圧縮過程において、き裂先端領域は平面応力状態を示さない。引張負荷によりき裂先端には強い塑性変形が生じ、き裂は先端部で弾性解をはるかに起える負荷方向変位を持つ。ために、除荷後き裂先端近傍でき裂は閉じないと予想される。このき裂先端領域には、圧縮負荷を加えた場合、図(c)に示すより更に小さい領域について考えれば引張とは符号の異なる応力構造の特異性が生じる。この急激な応力勾配には、引張と同様外側の材料から内側の材料に対し拘束が作用し、厚さ方向の変位に抵抗が生じる。また、引張後除荷過程において種々

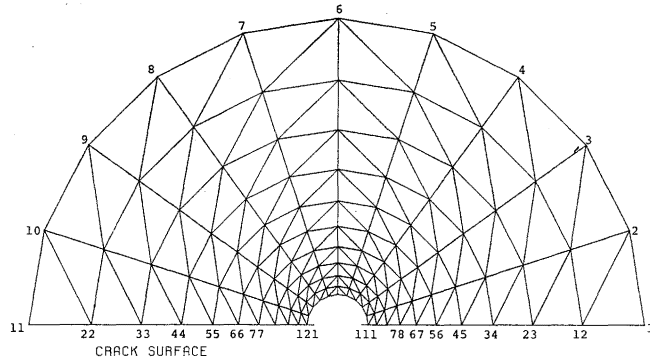
の拘束が作用しており、その後の負荷に対しても同様の拘束が作用すると考えるのが妥当である。以上の2つの理由により、き裂先端領域の引張後圧縮時の挙動を平面ひずみ問題として扱う。

3. 数値解析方法

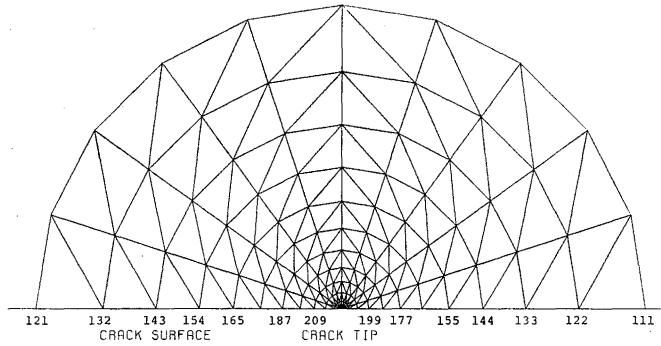
3-1 負荷条件

有限要素法を使用しき裂先端円領域を三角形要素に分割し(図2)弾塑性解析を行なう。図2中に代表的な節点番号を示す。円周方向に外側からき裂前方より番号を付けている。円境界の負荷条件として荷重を使用する。図1—(a)に示すよう、き裂先端に原点、き裂方向に x_1 軸、き裂と直角に x_2 軸をとる、複素平面 $z = x_1 + ix_2 (= re^{i\theta})$ を定義する。応力 σ_{ij} , 合成荷重 $X + iY$ は、

$$\sigma_{11} + \sigma_{22} = 2[\phi'(z) + \overline{\phi'(\bar{z})}], \quad (1)$$



(a) FINITE ELEMENTS (CENTER REGION IS MAGNIFIED IN NEXT FIGURE.)



(b) MAGNIFIED FINITE ELEMENTS (CENTER REGION)

図2 分割図

$$\sigma_{22} - \sigma_{11} + 2i\sigma_{12} = 2[\bar{z}\phi''(z) + \psi'(z)], \quad (2)$$

$$X + iY = -i[\phi(z) + z\phi'(z) + \bar{\psi(z)}], \quad (3)$$

である。ただし、 $\phi(z), \psi(z)$ は正則関数である。引張時、き裂先端近傍では(3)式より⁵⁾

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = 2\sqrt{2\pi} C_{10} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{1}{2}\theta \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -1 - \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (4)$$

となる。 C_{10} は実定数であり、 $2\sqrt{2\pi} C_{10}$ が応力拡大係数に対応する。圧縮時、き裂先端円領域に特異点は存在しない。正則関数を原点まわりに Laurent 展開し、剛体回転がないとし、更に $r \rightarrow \infty$ で $\sigma_{22} = -\sigma_0$, $\sigma_{11} = \sigma_{12} = 0$ を(1)(2)式に代入すれば

$$2\phi'(z) = \psi'(z) = -\frac{\sigma_0}{2}, \quad (5)$$

が得られる。(5)式を(3)式に代入し、原点で $X + iY = 0$ とすれば

$$X + iY = i\sigma_0 r \cos \theta. \quad (6)$$

円境界の節点 j に作用する節点荷重 $F_{x1} + iF_{x2}$ は

$$F_{x1} + F_{x2} = (X + iY)_{p1} - (X + iY)_{p2}, \quad (7)$$

より求める. p_1, p_2 はそれぞれ円境界節点 $j+1$ と j , 節点 j と $j-1$ の中間点を示す. 節点 11 の場合 p_1 を節点 11 にとる. また, 節点 11 の x_2 軸方向はき裂面挙動と関連する. 節点 1 の場合 p_2 を節点 1 にとるが, x_2 軸方向は変位がゼロに拘束される.

引張後除荷時, あるいは圧縮過程においてき裂面が閉じることはあってもその x_2 軸方向変位は負にはならない. また圧縮荷重は持つが引張荷重は持たない. ある荷重時点 P で, ある要素の降伏に必要な荷重増分 δP が得られたとする. き裂面に位置する節点の x_2 軸方向変位を $u_i (u_i \geq 0)$, その増分量を δu_i , 荷重を $F_i (F_i \geq 0)$, その増分量を δF_i とする. 全てのき裂面上節点について,

$$\left. \begin{aligned} u_i + \delta u_i \leq 0 \quad \text{の時} \quad \alpha_i &= -\frac{u_i}{\delta u_i} \\ F_i + \delta F_i \leq 0 \quad \text{の時} \quad \beta_i &= -\frac{F_i}{\delta F_i} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

α_i の中に最小値があれば, 降伏以前に接触があり (図 3-(a)), β_i の中に最小値があれば, 降伏以前に分離がある (図 3-(b)). 接触前に, き裂面上節点は両方向について無荷重で拘束を受けなかった. 接触時 x_2 軸方向に拘束され, その後 x_2 軸の正方向に圧縮荷重が発生する. 分離とき裂面上の節点は F_i と符号の異なる荷重増分 $\beta_i \delta F_i$ を受け x_2 軸方向荷重をゼロにし, 自由境界となる.

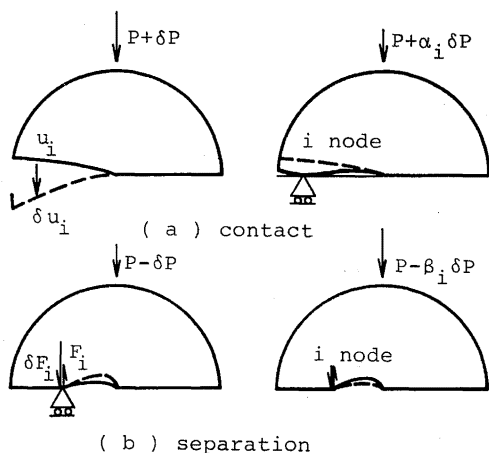


図 3 き裂面の接触と分離

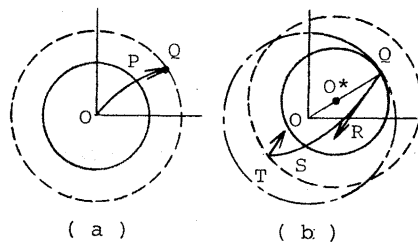


図 4 降伏曲面の変化

3-2 降伏曲面の変化, 引張負荷後の加工硬化曲線および応力, ひずみ関係

降伏曲面の変化には, その形状を変えないで移動する移動硬化, 原点中心に相似に膨張する等方硬化等がある. Mises の降伏則を採れば, π 平面*上, 前者では円が単に移動し, 後者では同心円状に拡大していく. 本論文では Mises の降伏則を採り, 以下のような降伏曲面変形を考える.

各要素の降伏円は, 応力増分が降伏円の半径を増加させている間, 同心円状に膨張する. 降伏円の中心が主応力座標の原点にあれば等方硬化となる. 応力増分が降伏円の内部に向う時, 次のように扱う. 図 4 に示すよう, P 点で降伏し Q 点に達した後, 応力増分 $\vec{QR}$ が降伏円 O^* の内部に向う時, 再降

* 主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を座標軸にとった時, ベクトル $(1, 1, 1)$ に垂直な面

伏円は円 O に点 Q で内接する円 O^* (半径 $\overline{O^*Q}$) とする. O^* は $\overline{OQ}$ 上

$$\overline{OO^*} = (\overline{OQ} - \overline{OP}) \times B.E., \quad (9)$$

としている. 降伏円は (9) 式のみだけ移動縮小する. 本研究のような負荷方向が逆転する例では, この除荷時点での急な縮小を負荷の増大とともに徐々に降伏円の中心が O から O^* まで移動したものと考えてよい. 通常, 降伏円は除荷後の再降伏点を決める役目をし, 降伏後の挙動には降伏円の関数ともなる加工硬化曲線および応力ひずみ関係がかかわりを持つ.

B. E.=1.0 は移動硬化に近く, B. E.=0.0 は等方硬化である. その後は O を O^* に置き換えた動きとなり, S で再降伏し T まで加工硬化を受ける.

再降伏後の加工硬化曲線は単に原点を O から O^* に移動しただけの, 形の上では引張過程と同様のものとする.

$$\bar{\sigma}^* = \sigma_Y + E_2(\bar{\varepsilon}^{*n} - \varepsilon_Y^n), \quad (10)$$

$\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ は相当応力, 相当ひずみ, σ_Y , ε_Y は降伏応力, 降伏ひずみ, E_2 , n は加工硬化の材料定数である. * 印は O から O^* への原点移動後の値を示す. 以下の式でも同様である. ひずみの原点移動量は直接計算には関係しない.

再降伏後の応力増分, ひずみ増分間について (原点移動後の応力ひずみで表現), 引張過程と同様に弾性域では Hooke の法則, 塑性域では Prandtl-Reuss の関係を仮定し

$$d\sigma_{ij}^* = 2\mu \left(d\varepsilon_{ij}^* + \frac{\nu}{1-2\nu} d\varepsilon_{kk}^* \delta_{ij} - P \sigma_{ij}^* \frac{\sigma_{kl}^* d\varepsilon_{kl}^*}{S_0^*} \right), \quad (11)$$

$$S_0^* = \frac{2}{9\mu} \bar{\sigma}^{*2} H^* + \frac{2}{3} \bar{\sigma}^{*2}, \quad H^* = \frac{d\bar{\sigma}^*}{d\varepsilon_p^*}, \quad (12)$$

となる⁹⁾. ただし $d\sigma_{ij}^*$, $d\varepsilon_{ij}^*$, $d\bar{\sigma}^*$, $d\varepsilon_p^*$, σ_{ij}^* はそれぞれ, 原点移動後の応力増分, ひずみ増分, 相当応力増分, 相当塑性ひずみ増分, および偏差応力, μ, ν はそれぞれせん断剛性, ポアソン比である. P は塑性域で 1. 弾性域で 0 となる. なお (11)(12) 式中増分量の * 印は実際は意味がない.

矩形板に完全両振り負荷を与えると, (9)~(12) 式に従い材料は図 5 に示す履歴を持つ. 縦軸に応力

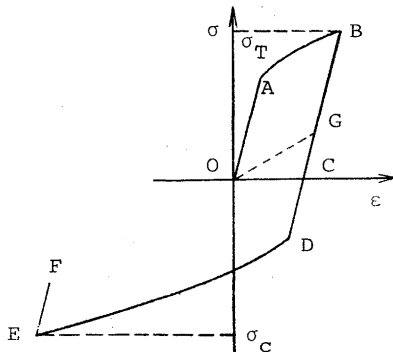


図5 完全両振り応力ひずみ関係

表一 アルミニウム合金 2024-T3 材料定数

せん断剛性	μ	2641.0 kg/mm ²
	E_2	72.9 kg/mm ²
ポアソン比	ν	0.35
	n	0.15
降伏応力	σ_Y	37.0 kg/mm ²

横軸にひずみをとる。A まで弾性挙動、A で降伏、B まで加工硬化を示す。AB 間で降伏円は同心円状に膨張する。B で除荷が始まり、降伏円は移動縮小する。C まで引張後の除荷を受ける。更に圧縮荷重を加える。B. E.=1.0 とすれば、 $\overline{BD}=2\overline{OA}$ なる D 点で再降伏し、加工硬化が $\sigma_c=-\sigma_T$ なる E まで進む。 $\overline{BD}$ の中点を G とする時、 $\overline{OG}$ の中点に関し、 $\widehat{DE}$ は $\widehat{AB}$ と点対称になる。E 後は B 後と同様の挙動をとる。材料定数はアルミニウム合金 2024-T3 のものを使用する⁷⁾。値を表 1 に示す。

その他の点については連立方程式の解法に共役勾配法を使用するなど前報、変位を境界条件とした引張荷重⁸⁾の場合、と同様である。

4. 数値解析結果

半円解析領域の半径を R とする時、引張過程で塑性域の大きさがおよそ $0.1R$ で抑えられるならば局部降伏の概念が成立する²⁾³⁾。圧縮過程での塑性域の大きさは引張過程より一般には小さい。本論文では、およそこの範囲内に塑性域が収まるよう $K/\sqrt{R}=40.0 \text{ kg/mm}^2$ まで引張荷重を加え、除荷後 $-\sigma_0=-5.46 \text{ kg/mm}^2$ に達するまで圧縮荷重を加え、再び無負荷まで除荷した。(き裂長)/(試片幅)が 0.13、(試片長)/(試片幅)が 2.6、(解析領域半径)/(試片幅)が 0.01 の片側き裂板に変位型負荷を完全両振りで $\pm 5.46 \text{ kg/mm}^2$ となるよう加える³⁾と先に述べた値となる。降伏曲面の変化のパラメータ、B. E. の値として、バウシナガー効果のよく現われた B. E.=1.0 と等方硬化を示す B. E.=0.0、その中間の B. E.=0.65 および 0.35 の 4 種類を選び数値解析を行なう。

4-1 き裂面、き裂前方節点荷重および荷重境界主応力

図 6 に $-\sigma_0=-5.46 \text{ kg/mm}^2$ でのき裂面、き裂前方に位置する節点の x_2 軸方向荷重を示す。B. E.=1.0 のデータである。今後特に記さないかぎり B. E.=1.0 のデータを意味する。き裂前

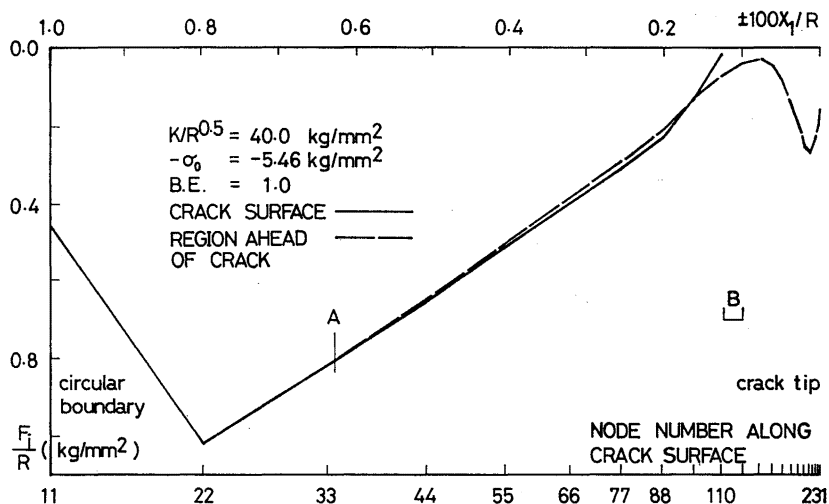


図 6 き裂面およびき裂前方節点荷重 (B. E.=1.0)

方は $100x_1/R$ で、き裂面は $-100x_1/R$ で横軸にその位置を表現している。下に対応する節点番号を書いている。荷重は解析領域の拡大率に比例する量であるので $R \times$ (単位厚さ) で除し応力次元にした。節点 110 には圧縮荷重が作用し節点 121 には作用していない。B に示す位置より左側で閉じ、右側では閉じない。A の右側ではき裂先端開口部の荷重をき裂面接触部がわずかずつ受け持ち、き裂前方より大きい圧縮荷重を示す。き裂先端に近い前方部では、開口部分の荷重を集中して受け持ったのと、後に示す強い圧縮残留応力のため大きな圧縮荷重となっている。A より左側では両方の荷重パターンに差違は認められない。試片はき裂先端部を除き単に圧縮され、負荷境界に近い領域については x_2 軸に関する対称が成りたつ。圧縮時局部降伏成立の一つの証である。

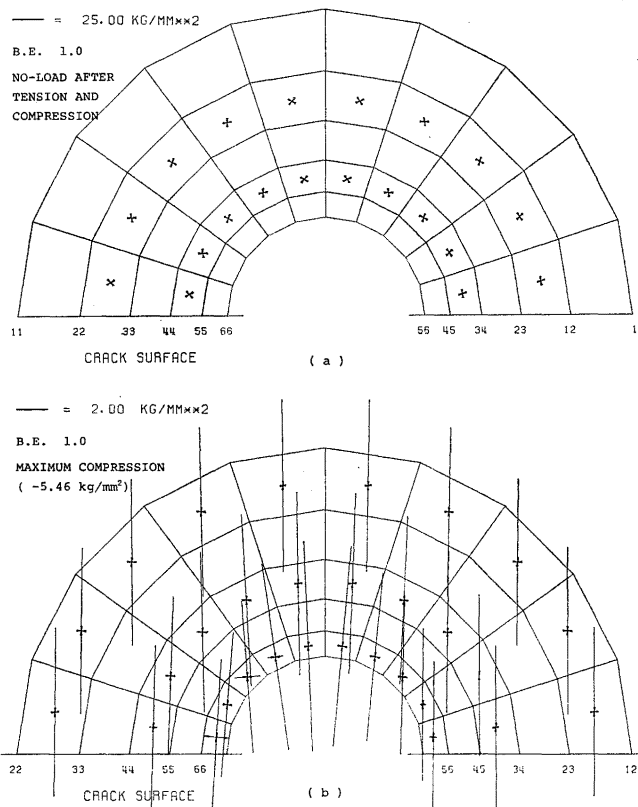


図7 負荷境界近傍の主応力 ((a) 引張後除荷時 (外より2層目), 圧縮後除荷時 (外より4層目), (b) 最大圧縮時, B. E.=1.0)

図7に、境界に近い台形領域の主応力を示す。値は2つの三角形要素の平均値より得た。台形の内側に重心のある三角形グループと外側に重心のあるグループでは弾性域より傾向の違いが見られ、一層を20個の三角形のデーターで表現するとその物理的性質は理解し難い。図(a)の外より2層目に引張後除荷時の主応力、内より2層目に圧縮後除荷時の主応力を描いた。いずれも外より2層目のデーターである。矢印の先頭より出る棒部分の長さが主応力の値を、向きが主応力のそれを表現し、重心に向う矢

印は圧縮応力，離れる矢印は引張応力を示す。左上に 25 kg/mm^2 に対応する棒部分の長さが書かれている。図中には矢印の先端部分のみが描かれ，棒部分はほとんど認められない。矢印の向きから，わずかに圧縮残留応力が発生していることがわかる。圧縮除荷後主応力方向は引張除荷後のものとほぼ等しい。図(b)に最大圧縮負荷時の主応力を示す。外側の層（節点 22・33 間）の主応力値は材料の巨視的主応力 $-\sigma_0 = -5.46 \text{ kg/mm}^2$ にほぼ等しく， $-5.40 \sim -5.62 \text{ kg/mm}^2$ となっている。主応力方向は x_2 軸方向から ± 1 度の範囲にある。内側の層（節点 55・66 間）にはやや乱れが見えている。図 7 も圧縮時局所降伏が成立していることを物語っている。

4-2 き裂面節点の接触と分離

図 8-(a) に圧縮時，図 8-(b) に圧縮後除荷時のき裂面形状変化の様子を示す。横軸の値は節点番号を示す。節点番号 11 からき裂先端までが R であるため上側の図では実際の形状が縦方向に 500 倍

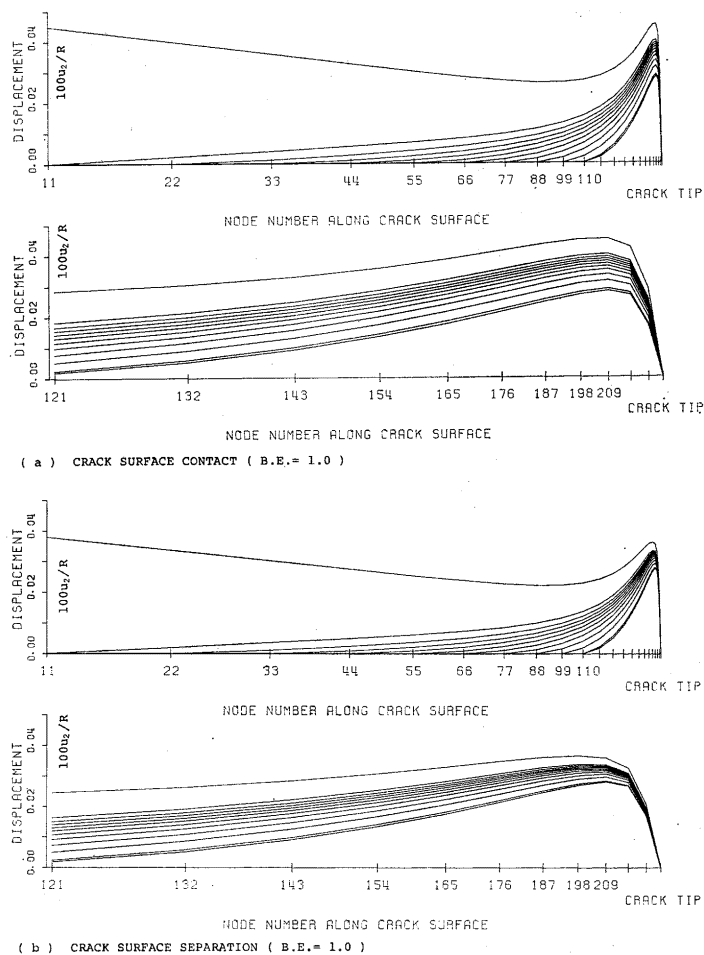


図8 き裂面形状

に拡大されている。下側は先端部分の拡大図である。これは縦方向に50倍拡大されている。以下の図でも同様である。図(a)の曲線は上から引張後除荷時、節点11の接触時、以下順に節点110までの接触時、最後に圧縮荷重が最大となったときのき裂面形状を示す。節点110接触時、節点110の x_2 軸方向荷重はゼロであるが、最大圧縮時は図6に示したように正の値を持っている。き裂面接触位置は節点110と121の間にある。最大開口位置は引張後除荷時、節点209であり、圧縮荷重最大時も209と変化していない。節点110とき裂先端間はおよそ $0.1R$ 、最大圧縮時の開口変位は $0.0003R$ である。先に述べた片側切欠試片の幅を 65 mm とすれば、 R は $650\text{ }\mu$ 、開口部分はき裂先端より $65\text{ }\mu$ 、最大開口部の位置はき裂先端より $5\text{ }\mu$ 、き裂上面と下面の距離は最大で $0.4\text{ }\mu$ となる。

図(b)は下から最大圧縮時、節点110分離から順に節点11分離時まで、最後に無荷重時のき裂面形状を示している。接触時と比べき裂先端部最大開口位置が節点209から節点198に移動している。

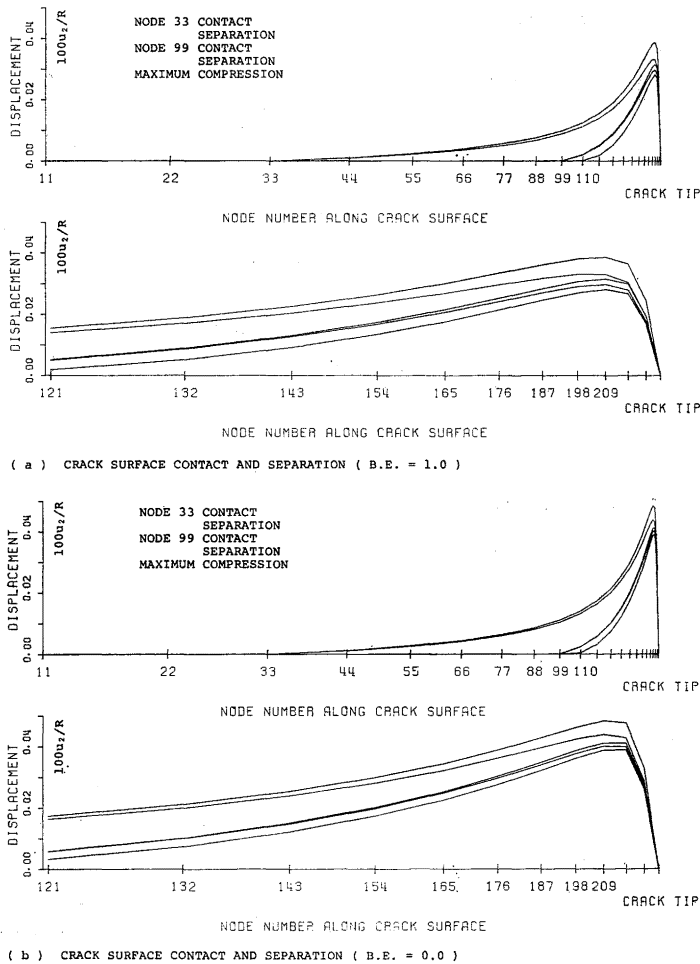
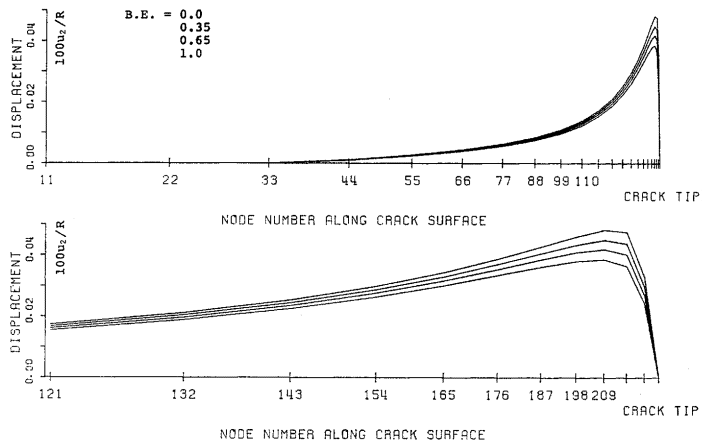
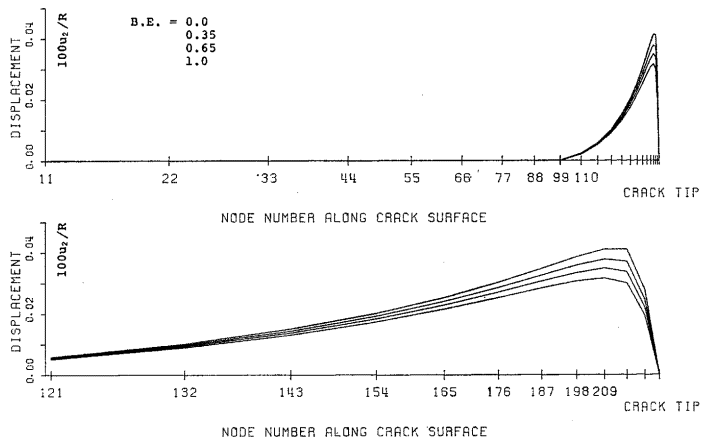


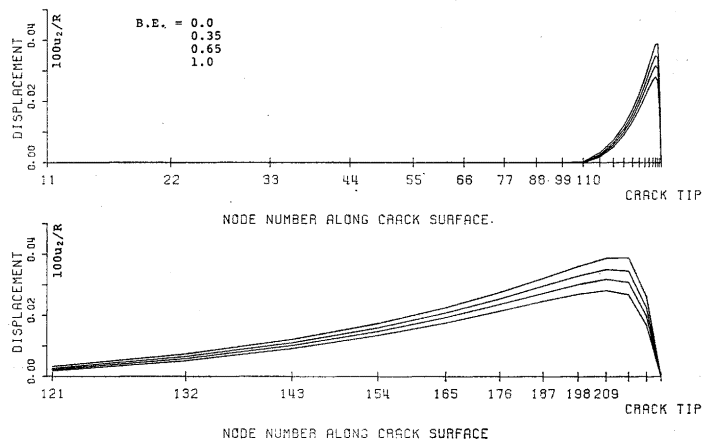
図9 き裂面の接触と分離



(a) CONTACT AT NODE 33



(b) CONTACT AT NODE 99



(c) MAXIMUM COMPRESSION

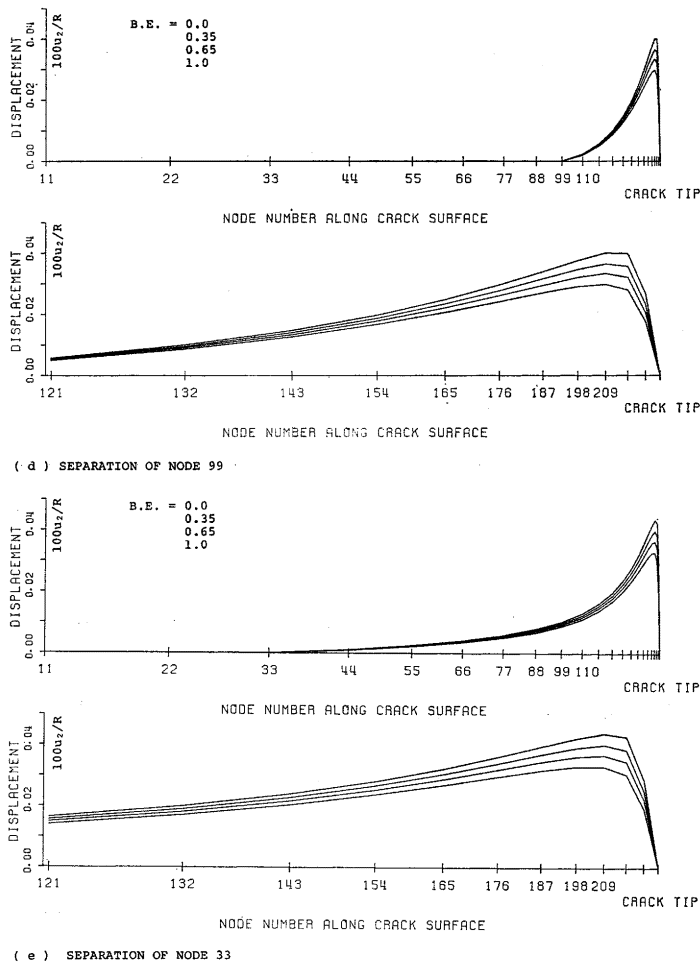


図10 き裂面節点の接触・分離に及ぼす B. E.

圧縮負荷により、引張過程で開いたき裂面は負荷境界から互に押しつけられるが、先端が閉じることはない。押しつけられたき裂面は圧縮後除荷時元の位置に戻らない。変位の回復に対する抵抗はき裂先端部で強いように見える。

図9—(a)に B. E.=1.0 の場合の接触・分離の様子を示す。上より節点33の接触分離、節点99の接触分離、最大圧縮時の形状である。図(b)に B. E.=0.0 の場合を示す。等方硬化では、移動硬化に近い場合に比べ、引張除荷時の開口量が大きく、圧縮による開口変位減少は少ない。最大開口位置は引張除荷時節点209にあるが、最大圧縮時節点220に移動する。き裂先端の抵抗が強いことを示している。その他の点はほぼ B. E.=1.0 の場合に等しい。

図10に各節点の接触・分離とき裂面形状に及ぼす降伏曲面移動、縮小方法の影響を示す。図(a)より、節点33の接触時、節点99の接触時、最大圧縮時、節点99の分離時および節点33の分離時のもの

である。いずれの例でも上より, B. E.=0.0, 0.35, 0.65, 1.0 となっている。

表 2 にき裂先端に節点接触分離圧縮負荷を示す。表中の値は最大圧縮負荷で除したものである。節点 33, 77 および 99 については荷重回復遅れ量を接触時負荷で除し百分率で表示している。

表—2 き裂面上接触・分離時負荷 (最大荷重で無次元化,
 $K/\sqrt{R}=40.0 \text{ kg/mm}^2$, $-\sigma_0=-5.46 \text{ kg/mm}^2$)

Node No.	1.0			0.65			0.35			0.0		
	c	s	$\left(100 \frac{c-s}{c}\right)$	c	s	$\left(100 \frac{c-s}{c}\right)$	c	s	$\left(100 \frac{c-s}{c}\right)$	c	s	$\left(100 \frac{c-s}{c}\right)$
11	0.050	0.044		0.053	0.047		0.055	0.050		0.058	0.054	
33	0.100	0.090	10.6	0.106	0.096	9.0	0.110	0.102	7.9	0.115	0.108	6.5
77	0.320	0.296	7.4	0.337	0.316	6.1	0.352	0.333	5.2	0.368	0.352	4.3
99	0.634	0.610	3.8	0.668	0.648	2.9	0.698	0.682	2.3	0.731	0.718	1.7
110	0.910	0.902		0.961	0.958							

c : contact, s : separation,

表—3 計算ステップ, 降伏要素数

B. E.	1.0	0.65	0.35	0.0
引 張 時	184	184	184	184
引張後除荷	94	83	77	71
圧 縮 時	12	18	16	14
圧縮後除荷	0	0	0	0

表 3 には引張時および引張後除荷時の計算ステップ数, 圧縮時および圧縮後除荷時の降伏要素数を示す。前者はほぼ降伏要素数に対応する。

各 B. E. 値で接触時負荷が分離時負荷より符号まで含めて小さい。節点 i の接触時負荷まで除荷されても節点 i は閉じ圧縮荷重を受けている。

B. E. 値の影響についてみるならば, 等方硬化の材料ほど接触し難く分離遅れが小さい。引張後除

荷時と圧縮時は同方向に負荷が作用するが, 同過程での要素降伏数は, B. E.=1.0 より B. E.=0.0 まで 106, 101, 93, 85 となっており, 等方硬化材料では塑性変形の進展が遅い。

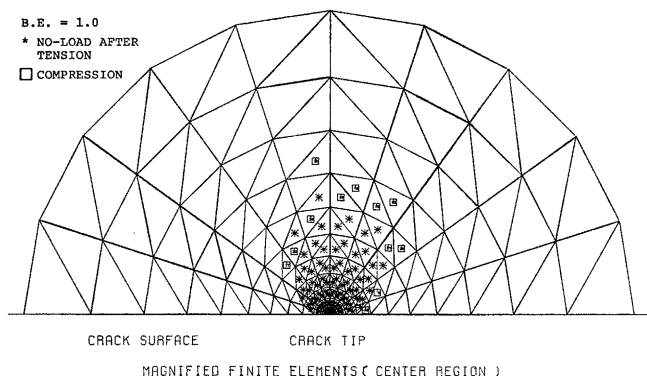


図 11 引張後除荷時および圧縮時塑性域 (B. E.=1.0)

4-3 塑性域

図11に*印で引張後除荷時、□印で圧縮時に降伏した領域を示す。圧縮後除荷時、全要素、降伏円内弾性域に戻るが、無負荷に至るまで降伏する要素は見当らない。先に述べたき裂面挙動は、圧縮時、塑性域の進展によりき裂先端き裂面はよく閉じるが、除荷時に再々降伏が生じずき裂先端形状回復は遅れると説明できる。変位の回復にき裂先端部が強い抵抗を示すのではなく、圧縮時塑性変形が進行し易かっただけである。塑性変形が進行し易かったのは、引張除荷時既に多くの要素が再降伏し、弾性領域にあっても降伏円に近い要素がき裂先端部に多く存在するからである。引張除荷時の多くの要素の降伏は、引張時にき裂先端が著しく伸びたことによる。圧縮除荷時、降伏のために各要素は降伏円の端から端まで通過せねばならない。また、圧縮除荷時の引張荷重増分は圧縮時荷重増分が節点接触に使用されたのと同様に、節点分離に多く使われる。

なお、引張時の降伏域は内側より13層の位置に達している。

4-4 主応力値

引張後除荷、最大圧縮、圧縮後除荷時のき裂先端部応力構造を図12に示す。図(a)の台形の重心に細く描いたのは引張後除荷時の残留応力、その左側に太く描いたのは最大圧縮時の応力である。円境界

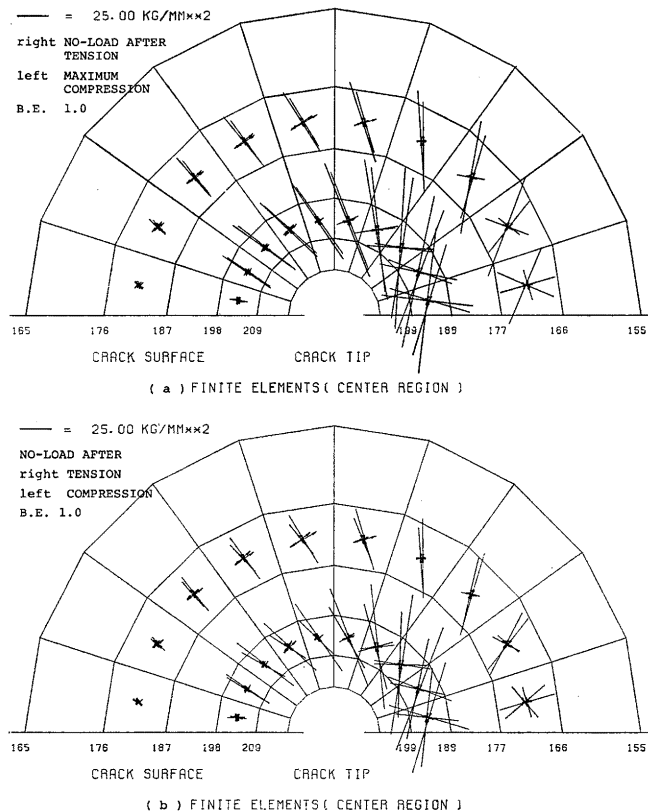


図12 引張後除荷時、最大圧縮および圧縮後除荷時応力構造 (B. E.=1.0)

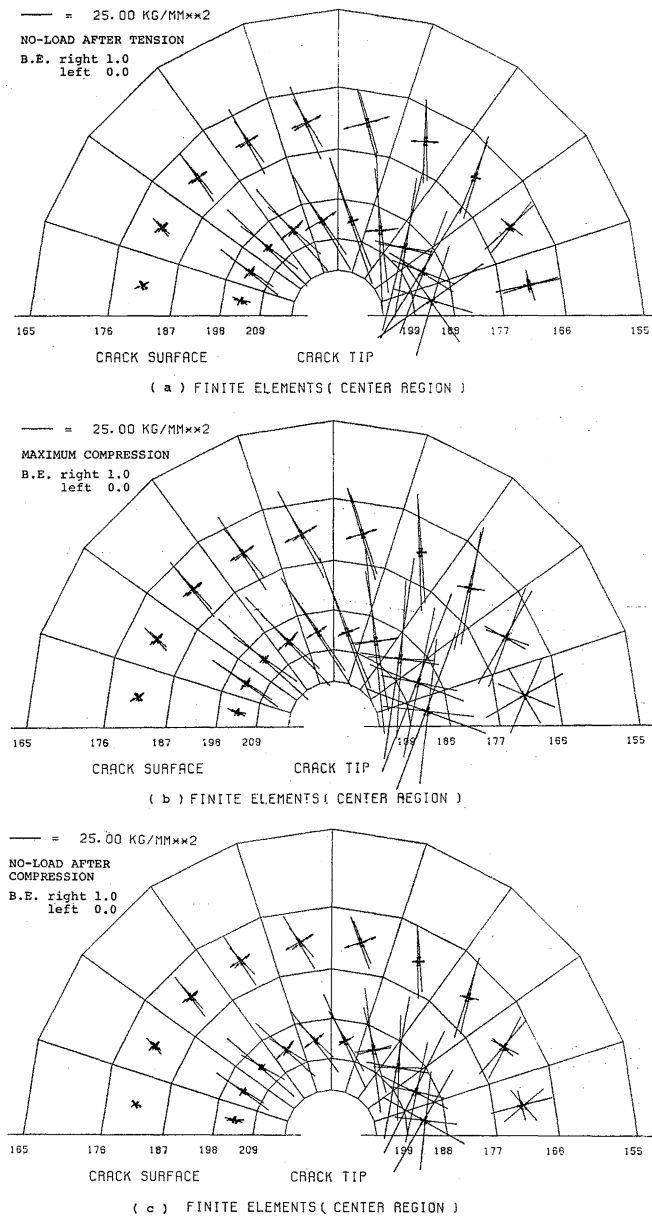


図 13 主応力構造に及ぼす B. E. (太線: B. E.=0.0, 細線: B. E.=1.0)

近傍に見られるような著しい主応力の増加率(図7)は認められず, 除荷時にかなり大きな圧縮残留応力が存在していることがわかる。円周方向には引張負荷時のき裂先端近傍の伸びに対応し引張残留応力が残り, き裂方向に垂直な位置では内層程小さい。内層での強い圧縮残留応力発生によると思われる。き裂前方およびそれに近い要素では除荷時に外層と内層で主応力方向が異なる。塑性域の進展と関連し

ていると思われる。塑性域は除荷時において節点 188, 199 間の要素にまさに達する状態である。塑性領域に入るとき裂前方要素の最大圧縮主応力方向は上下方向に近づいてくる。

図(b)の台形重心位置に細く描いたのが引張後除荷, その左に太く描いたのが圧縮後除荷時での残留応力である。圧縮荷重の作用により引張後除荷時での圧縮残留応力が多いところで20~30%程解放されているのがわかる。内層の方が値としても割合としても大きく解放されている。図(a)での圧縮応力増加は, 割合として内層で15%外層で20%程である。値としても内層の方が全体的に小さい。内層が小さいのは, 引張後に再降伏した領域で, 降伏の進展時に大きなひずみ増分はあるが, 応力増分が加工硬化域を進む程小さくなるためである。ところで, 圧縮後の除荷時に要素は弾性域を通過する。ひずみの回復に比例した応力の回復がある。この弾性域でのひずみ増分に対する荷重増分は塑性域に比べ大きい。内層の圧縮時ひずみ増分は外層に比べ大きいと思われる。残留応力の解放が内層の方が大きい理由が説明された。

図13にB. E.の効果を示す。B. E.=1.0の結果を細線, B. E.=0.0の結果をその左に太線で表す。図(a)より, B. E.=0.0の場合高い圧縮残留応力を持ち, 全体としてその主応力方向は再降伏しやすいB. E.=1.0の場合より時計方向に傾いていることがわかる。B. E.=0.0では引張後に要素の降伏半径を縮小しなかったため, 除荷時に応力増分の大きい大きな弾性域を通過し高い圧縮残留応力を持った。傾きについては塑性域の進展が遅れるためである。表3に引張後除荷時の計算ステップ数を示している。計算ステップ数はおよそ降伏要素数に対応している。B. E.=0.0の場合, B. E.=1.0の場合より20ステップ程少ない。半径方向に一層程降伏域が小さいことになる。図(a)のB. E.=1.0の傾きと図(b)のB. E.=0.0の傾きは似ている。圧縮荷重により, ほぼ半径方向に一層程塑性域が進展するためであろう。

図(c)のき裂前方の外層はほぼ塑性域に応答しないが, 内層ではB. E.=0.0の結果がやや応答し, B. E.=1.0の結果は強く応答する。圧縮後残留応力はB. E.=0.0の方が大きく右に傾いている。図(a)(b)で述べたのと同様, 降伏半径が大きいこと, 塑性域が小さいことからそれぞれ説明される。

5. 結 論

1) 引張後の圧縮時に局所降伏の概念を適用し, き裂先端円領域の有限要素法による引張後圧縮時弾塑性解析を行なった。境界条件が引張時はき裂先端の特異構造の集中度を示す応力拡大係数, 圧縮時はき裂先端部より充分離れた点での圧縮応力に支配される。境界負荷は荷重の連続性を考慮し節点荷重で与えた。図6に示すき裂面とき裂面前方の圧縮節点荷重の比較, 図7に示す最大圧縮時, 圧縮後除荷時の主応力により, 圧縮時局所降伏概念は誤りなく適用されていることがわかる。

2) 圧縮負荷時, き裂先端部における再降伏域進展によりき裂面はよく接触・接近する。その後の除荷時, 再々降伏は発生し難く各要素弾性域を進む。ために, 分離時(圧縮後除荷時)開口変位は接触(圧縮)時開口変位より, 特なき裂先端近傍で小さく, 圧縮後除荷時圧縮残留応力は引張後除荷時のものより小さい。変位はその戻りが負荷レベルでも遅れ, 各節点の接触時負荷まで除荷されても節点は分離せず節点には圧縮荷重が作用している。

- 3) 圧縮時, 新しい再降伏要素も発生し降伏は進展する. 最大圧縮時, き裂先端近傍は閉じない.
- 4) 降伏曲面変形方式の効果が認められる. 移動硬化に近いもの程, 降伏しやすく, 変形が大きくなり, き裂面はよく接近・接触し, 残留応力が小さく, 圧縮後除荷時のき裂面変位, 荷重の回復遅れが大きい.

謝 辞

本論文に種々の御討論を戴いた栖原寿郎教授ならびに材料部の皆様に感謝します. 数値解析には九大大型計算センター FACOM M-190 ならびに応用力学研究所 FACOM 230-48 を使用した. 本研究は一部において文部省科学研究費の援助を受けた.

参 考 文 献

- 1) Miyamoto, H., Shiratori, M., and Miyoshi, T., Analysis of stress and strain distribution at the crack tip by finite element method, Japan-U.S. Seminar on Matrix Method of Structural Analysis and Design, Tokyo, Japan, 1969.
- 2) Levy, N., Marcal, P. V., Ostergren, W. J., and Rice, J. R., Small scale yielding near a crack in plane strain: a finite element analysis, Intern. J. Fracture Mech., 7, 1971, pp. 143-156.
- 3) 高雄善裕, 河田幸三, 変位一定負荷条件下での片側亀裂矩形板応力拡大係数と亀裂先端の弾塑性挙動, 宇宙航空材料シンポジウム, 6, 1976, pp. 10-16.
- 4) Mroz, Z., On the description of anisotropic workhardening J. Mech. Phys. Solids, 15, 1967, pp. 163-175.
- 5) Muskhelishvili, N. I., "Some basic problems in the mathematical theory of elasticity" (Radok, J. R. M., trans.), Noordhoff, Groningen, Holland, 1953.
- 6) Yamada, Y., Yoshimura, N., and Sakurai, T., Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic plastic problems by the finite element method, Intern. J. Mech. Sci., 10, 1968, pp. 343-354.
- 7) 河田幸三, 黒河邦彦, Al 合金切欠き板材の引張降伏—破壊過程の解析. 東京大学宇宙航空研究所報告, 10, 1974, pp. 292-310.
- 8) 高雄善裕, き裂先端近傍での引張時弾塑性解析, 応用力学研究所所報, 49, 1979, pp. 77-92.

(昭和 53 年 11 月 9 日 受理)