九州大学学術情報リポジトリ Kyushu University Institutional Repository

炭素鋼のせん断疲れにおける塑性変形について

小林, 角市 三重県愛農学園農業高等学校:教諭

遠藤, 達雄 九州工業大学教授

https://doi.org/10.15017/4743561

出版情報:應用力學研究所所報. 45, pp. 307-330, 1976-11. 九州大学応用力学研究所

バージョン: 権利関係:

炭素鋼のせん断疲れにおける塑性変形についてす

小 林 角 市* 遠 藤 達 雄** (樋口正一紹介)

概 要

繰返し応力によって生ずる塑性変形すなわち疲労変形の支配的因子を明らかにするのが本研究の目的である。このため主として炭素鋼 2 種で作った管状試験片に、平均せん断応力と繰返しせん断応力とを加え、応力繰返数Nにおけるせん断ひずみ γ を測定してその結果を解析し、次の結論を得た。

- 1) 応力振幅 τ_a が同じ場合,平均応力 τ_m の広い範囲で,せん断ひずみ γ 対繰返し数 N の関係は,一つのマスタ曲線 $d\gamma/dN=K/N$ で表わされる.ここにKは近似的に平均応力に依存せず,応力振幅 τ_a の函数である.個々の曲線はマスタ曲線の積分表示 $\gamma=K\log N+\gamma_0$, $\gamma=K\log (\nu N)$ であらわされ,その常数 γ_0 または ν は τ_m にも依存する.マスタ曲線は $d\gamma/dN=A(N)^{-m}$ の特別な場合と考えられ,通常のクリープにおける対数クリープ法則と形式が類似している.
- 3) 疲労変形は、平均応力と応力振幅とに依存するある繰返数を受けて始めて起ったり、ある繰返し数ののちとまることがある、変形停止のあと破断が発生することも少なくない。
- 4)破断までの繰返し数は、同じねじり応力振幅のもとで平均応力が大きい程小さいとは限らず、その逆の場合も多い。
- 5) S45 C に関する研究によれば、疲労変形は温度の影響を顕著にうけ、低温での疲労変形は小さい。

1. 緒 論

繰返し応力を受ける金属は比較的小さな平均応力のもとでも永久変形する。このことは疲労変形として知られ、関連する研究^{1)~11)}が市原、河本、西岡、平、小寺沢、白鳥、山内、鵜戸口、Sinclair、Feltner、Morrow、Coffin、Wood らによってなされた。この論文では平均せん断応力と繰返しせん断応力とが共存する場合、せん断塑性ひずみが繰返し数とともに変化する現象について報告する。

研究の開始にあたり、著者らは次のようなことを考えた.

a) 繰返し応力が平均応力と同時に作用する場合の変形は、かなり研究された筈と思われるかも知れ

- * 三重県愛農学園農業高等学校教諭, 前九州工業大学文部教官助手
- ** 九州工業大学教授

[†] 本論文中, 低炭素鋼に関する部分は一部下記にて発表した。 3rd ICF, München (1973)

ないが、上記論文をしらべてみる限り、どのような実験事実があるかについてさえ充分明らかになっているとは言いがたい。たとえば疲労限附近の応力が繰返される場合の疲労変形と、低サイクル疲労領域での疲労変形とが同じように取扱えるか否かとか、疲労変形には最大応力、平均応力、応力振幅がいかなる形できくのか等、明らかになっているとは言えない。すなわち、これら疲労変形の現象を現象論的に把握することもあまりできていず、このため理論的解釈も甚だ不充分である現況である。

近時、引張のような静応力のほかに、ねじりのような静応力系とはことなる繰返し応力を加え、さらに熱的効果も併せて疲労変形の研究が行なわれているが⁵⁾⁹⁾、本論文の著者は、せん断静応力にせん断の繰返応力が作用する場合のせん断変形の研究がさらに基礎的で、特に繰返しの最大せん断応力の面上に垂直静応力が存在していない単純な条件下において、せん断の疲労変形を研究することが重要と考えた。

- b) 著者はこれまで変動応力の研究を行ない、サイクルカウントに関するアルゴリズムを提案した¹³⁾。 このアルゴリズムに依れば複雑な応力波形も、応力振幅と平均応力の多くの組に分解されるが、そのような情報をもとに、いかなる塑性変形が発生するかについて基礎研究が疲労被害推定上必要と考えた。
- c)エネルギー吸収の機械要素として重要なばねは、使用中いわゆる「へたり」を起す。へたり現象は平均応力とせん断繰返し応力による疲労変形である。その重要性にかかわらず充分な研究がなされていないと考えた。
- d) 高周波焼入等各種熱処理やショットピーニングなどによって生じた残留応力は金属の疲労破壊に 大きい影響をもつ.この残留応力減衰の基礎研究の必要があると考えた.

以上のべたように本研究課題は、W.A. Wood がその著書ⁿ に述べているように未解決の多くの問題を残していると考えられ、古くて新らしい問題として著者はとらえた。

これが研究開始の動機である.

2. 試験片と材料の性質

機械構造用炭素鋼 S15C と S45C とを主として使用し、このほか 高力アルミニウム合金 JIS A-2024-T4 も使用した。二種類の炭素鋼および高力アルミニウム合金の熱処理、機械的性質、を 表 1 に示す。 静ねじり試験には中実丸棒を用い、降伏点は弾性式で、ねじり強さ σ_B はプラントルの式で求めた。 図 1 の中空疲労試験片を 用いて得た両振りねじりの 繰返し応力ひずみ曲線から、 塑性ひずみレンジが 0.3%である 繰返しねじりの 降伏点は S15C 炭素鋼および S45C 炭素鋼において おのおの

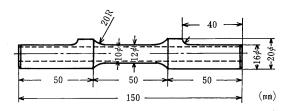


図 1 中空疲労試験片 (中実試験片の外形は同じにしてある.)

		S 45C-NH	S 45C-IS	S 15C-TS	S15C-IY
alth to marri	機械加工前焼鈍	850°C 30分保持 炉 冷	850°C 30分保持 炉 冷	905°C 30分保持 炉 冷	905°C 30分保持 炉 冷
熱 処 理	機械加工後真空焼鈍	600°C 30分保持 炉 冷	600°C 30分保持 炉 冷	600°C 30分保持 炉 冷	600°C 30分保持 炉 冷
	上降伏点	31.6	31.2	30.0	28.3
引張	下降伏点	29.5		25.6	27.9
試験	引張強さ	55. 7	56.4	42.6	43.6
(kg/mm²)	真破断力		88.7	93.0	_
(%)	伸 び	28. 2	28. 1	32. 2	
	絞 り	53.6	51.6	69. 5	67.0
ねじり	下降伏点	19.5	20.3	15.6	
試験 (kg/mm²)	上降伏点	19.5	20.3	18.9	
(%)	ねじり強さ	44.5	46.6	39.5	

表 1 a) S45C, S15C の熱処理, 機械的性質

表 1 b) 高力アルミニウム合金 A-2024-T4 の機械的性質

	縦 弾 性 係 数	7500
引張試験 (kg/mm², %)	0.2% 降 伏 点	43.5
JUNEAU WEY MINI , 707	引 張 強 さ	61.9
	伸び	11.4
	せん断弾性係数	2450
ねじり試験 (kg/mm²)	0.3% ねじり耐力	16.5
	ねじり強さ	30.0

 $14.2\,\mathrm{kg/mm^2}$, $13.7\,\mathrm{kg/mm^2}$ であった。 ねじり応力は $\tau=M_t/2\pi r_m^2 h$ で計算した。 ただし M_t はねじりモーメントで, r_m は管の平均半径,h は管の厚きである。

疲れ試験には図1の試験片を用い、表1に示すように使用前に真空焼鈍した。

3. 試 験 装 置

疲労試験には島津製作所製 10 kg-m 曲げねじり疲労試験機(TB-10 型)を一部改造して用い,試験片が大きく変形しても一定の平均応力がつねに加わるようにした(図 2)。すなわち試験片(S)の一端には回転する偏心質量による繰返しねじり振動を与え,他端はトルク測定棒(T)と大きい慣性能率をもつフライホイール(I)に直列に連なる構造にした。フライホイール軸は軸受 (B_1, B_2) により支えられて自由に回転し,同軸の滑車 (P_{L}) の両端にかけられた荷重により試験片に一定の平均モーメントを与

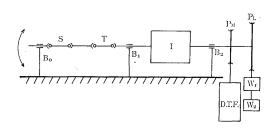


図 2 平均応力一定のねじり疲労試験機

える. (S), (T), (I) が作る左端固定の振動系の固有振動数に比べ,モーメントの毎分繰返し数 $1800\,\mathrm{r.p.m.}$ はじゅうぶん高くなっている. B_1 , B_2 は薄い板ばねで支えて試験片の伸縮に対する拘束をなるべく小さくした。フライホイール軸の回転角度は滑車 (PM) を介して直線変位に変換し,差動変圧器を用い連続記録する. 試験片の取付けに件なう曲げ応力は $0.6\,\mathrm{kg/mm^2}$ 以内であった。なお試験機の起動時に大きな過渡的モーメントが作用しないようにするため,ゴムのダンパーを起動時のみ臨時に入れた. 試験片の比較的緩慢なせん断ひずみの変化は試験片の平行部長さを標点距離とみなし,図 2 の差動変圧器の読みから求めた。これに対し 1 サイクル中の応力と変形(ひずみ)の関係を求めるにはトルク測定棒と試験片に貼った抵抗線ひずみゲージ出力を用いた。また試験片が大変形を伴ない,ひずみゲージが使用し難いときは,特殊のねじれ角測定金具を用いて応力一ひずみのヒステリシスループを記録した。

4. 実験結果とその特徴

ねじり平均応力を τ_m , ねじり 繰返し応力を τ_a , 最大せん断応力を τ_{max} とする. 機械構造用炭素鋼 S 15 C, S 45 C の中空試験片を用いて求めた両振りねじり疲労 (τ_m =0) の S-N 曲線を図 3 a), b) に示す。 a) 図中丸印と三角印はともに S 15 C 材であるが二つのロットからとられたことを示し,丸 印を S 15 C TS 材,三角印を S 15 C IY 材と名付けておく。両振り疲労限はともに 11.4 kg/mm² である。 b) 図はともに S 45 C 材であるが,ロットを区別して HN,IS で区別してある。 HN,IS と もに同一チャージから得られた材料であるが,定尺切断の結果出来た区別である。 両振り疲労限は 12.8 kg/mm² であった。

平均応力と繰返し応力が同時に作用するとき、試験片は繰返数に応じて永久変形する。図 4 はせん断応力とひずみの変化を示す概念図で、平均応力 τ_m に重畳されて漸増する振動応力が加えられると、応力一ひずみ曲線はその振幅を増し、図形はひずみの増す方向に流れるように移動する。以下図中 τ で示す最大ひずみと繰返し数との関係を論ずる。 τ はある繰返し数Nにおける全ひずみの平均値であるが、弾性ひずみ τ_e に比べ一般に大きいので繰返し応力によって生じた塑性変形とも考えられひずみの代表値とみなすことにした。

ひずみ γ と繰返し数の関係の一例を図5a) に示す。図5b) は繰返し数を対数スケールで植点したもので、本論文では疲労変形曲線は片対数表示を用いることにする。図5においてA点は平均応力を

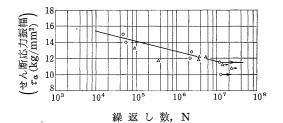
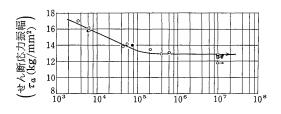


図 3 a) S15C の SN 曲線 (白丸 TS, 三角形 IY)



繰返し数,N

図 3 b) S45C の SN 曲線 (白丸 HN, 黒丸 IS)

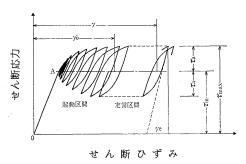
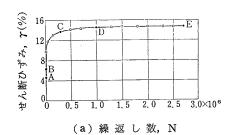
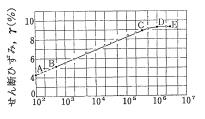


図 4 せん断応力―せん断ひずみの変化(概念図)





(b)繰返し数,N

図 5 a), b) せん断ひず対繰返し数 S 15C

かけておいて繰返し応力をかける際瞬間的に急激な変形をした点である。(低炭素鋼では変形おくれがある場合もあった.)AB 間は試験機構造の関係で起動時に過大な応力振幅が試験片に作用しないようにゴムダンパを入れる区間であり,記録しにくいので破線で示している。BC の延長はほぼAに一致している。BC 間は片対数表示で直線となり,この直線の傾き $d\gamma/d(\log N)$ をKで表わすと,あとで図7に示すように $K=d\gamma/d(\log N)$ を一定とする広い範囲が存在するので,定数Kを「剪断疲労変形係数」と仮に定義する。CD 間では剪断疲労変形係数が一定値より減小し,D点で変形は全く停止し,破断に至るまで定常的状態がつづく。E点で大きい挫屈変形を起し,ついに試験片が破断する場合がある。DE 間の繰返し数は破断までの全繰返し数の大部分を占めることが多いが,変形は主にCまでに起る。

4.1. 疲労変形発生の限界

本節では機械構造用炭素鋼 S 15 C に関する結果を中心にのべる。図 6 中の各点は実験点で、平均応力軸上には 上降伏点 $\tau_{uvp}=18.9\,\mathrm{kg/mm^2}$ (∇)、下降伏点 $\tau_{tvp}=15.6\,\mathrm{kg/mm^2}$ (∇) を、応力振幅軸上には両振り疲労限 $\tau_w=11.4\,\mathrm{kg/mm^2}$ (\blacksquare)、繰返し応力ひずみ曲線の降伏点(動降伏点) $\tau_{evp}=14.2\,\mathrm{kg/mm^2}$ (\bullet) がとってある。ここに動降伏点は塑性ひずみレンジが $0.3\,\%$ の応力で定義した。図中〇、 \triangle 、×点はすべて変形を起した。このことは、平均応力軸上の降伏点から 45° に引いた降伏限界線以内でも変形が起ることを示している 1^{12181} . なお変形が起らないとみなせる安全範囲は疲労限と下降伏点を結んだ直線の左下側で、図中斜線で示した部分であった。式で表わすと次の通りである。

$$\tau_a/\tau_w + \tau_m/\tau_{lyp} < 1. \tag{1}$$

図 6 中の〇点は、応力振幅が疲労限 $\tau_w=11.4\,\mathrm{kg/mm^2}$ (S $15\,\mathrm{C}$) に等しいか近い値を示す。この範

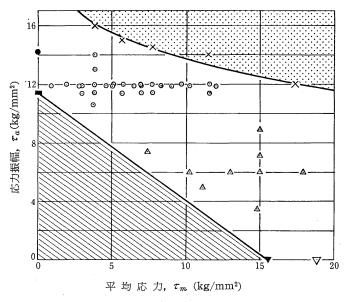


図 6 実験点の耐久線図上の表示(斜線内は非変形領域,点はざくつ領域)

囲で応力振幅を共通にし、平均応力を各試験片ごとに変えて実験した場合を図 $7\sim$ 図10に示した。また平均応力を共通とし、応力振幅を試験片ごとに変えた場合を図11に示し、また最大応力を一定にし応力振幅と平均応力を変えて図12にその結果を示した。図6中の \triangle 印は平均応力が応力振幅に比べて大き

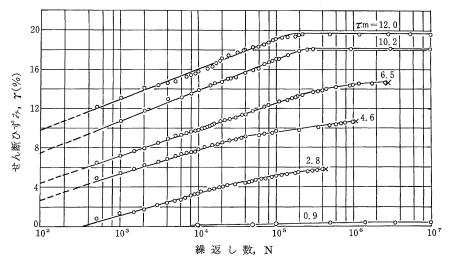


図 7 疲労変形曲線 (τ_a =11.9kg/mm², S15C-IY)

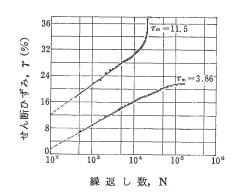


図 8 疲労変形曲線 (τ_a =14.0kg/mm², S15C-TS)

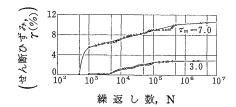


図 9 a)疲労変形曲線($\tau_a=11.4$ kg/mm², S15C-YO)

い場合で、変形は起るがすべて破壊することなく 10^7 回までの繰返しに耐えた。 図 9 下方に示すように 疲労変形がある繰返し数だけ応力を受けて始めて発生することがある。 特に平均応力が小さいときこの 傾向がある。 これらの変形を起さない区域が(1)式で示される。

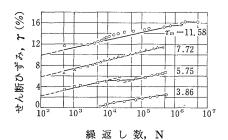


図 9 b) 疲労変形曲線 (τ_a=11.4kg/mm², S15C-TS)

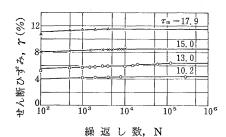
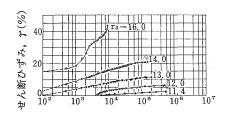
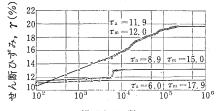


図 10 疲労変形曲線 ($\tau_a=6$ kg/mm², S15C-IY)



繰返し数, N

図 11 疲労変形曲線 (τ_m =3.86kg/mm², S15C-TS)



繰返し数, N

図 12 疲労変形曲線 (τ_{max}=23.9kg/mm², S15C-IY)

図 6 中の×印の点は図 8 の中で $\tau_m = 11.5 \, \mathrm{kg/mm^2}$ で示すように, ある繰返し数ののちねじり挫屈 を起したことを示す.

以上は S15C についてのべているが、S45C においても (1) 式で示す範囲内での変形は起らなかった。

4.2. 応力振幅一定の試験片群の疲労変形曲線

図 7 は最も典型的な疲労変形曲線で、S 15 C において応力振幅 τ_a を 11.9 kg/mm² とし、平均応

表2 せん断疲労変形係数Kの応力振幅依存性

a)	一宝の	~	~	でおのおの求めた	\mathbf{v} σ	店
aı		'L a.	7 m	じおひおひ米めた	n u) 11E

材料	応 力振 幅	平均応力	係 数	K の 平 均	材料	応 力振 幅	平 均 応 力	係数	K の 平均
	τ_a	τ_m	K	K _{mean}		$ au_a$	$ au_m$	K	K _{mean}
S 15C-IY	11.9	0.9	0.002		S 15C-TS	14.0	11.58	0.085	}0.0785
//	11.9	2.8	0.024		" .	14.0	3, 86	0.072	30.0.00
//	11.9	4.6	0.026		"	13.0	3.86	0.04	
//	11.9	6.5	0.027	0.0266	"	16.0	3, 86	0.15	
//	11.9	10.2	0.029		S 15C-YO	11.9	3.0	0.021	
//	11.9	12.0	0.027		J 15C 10	11.9	5.0	0.021	
S 15C-TS	11.4	3.86	0.011		<i>"</i>	11.9	7.0	0.022	0.0215
# #	11. 4	5.75	0.011		"	11.9	9.0	0.021	
//	11.4	7. 72	0.016	0.0133				<u> </u>	1
//	11. 4	11.58	0.014		S 15C	6.0	10.2	0.0020	
	11.1	11.00	0.011		"	6.0	13.0	0.0020	0.00210
S 15C-TS	12.0	1.93	0.001	-	"	6.0	15.0	0.0022	
"	12.0	3.86	0.0175		"	6.0	17.9	0.0023	
11	12.0	5.05	0.0185		i				1
//	12.0	5.75	0.0190						
//	12.0	6.95	0.0185	0.019					
"	12.0	7.72	0.0190						
//	12.0	9.65	0.0185						
"	12.0	11.58	0.020						

\mathbf{b}) 一定の au_a で au_m の切換えて求めた \mathbf{K} の値

材 料	応 力振 幅	平均応力	係数	材 料	応 力 振 幅	平均応力	係数	K の 平均
	$ au_a$	τ_m	K		$ au_a$	$ au_m$	K	K_{mean}
S 15 C-YO	11.9	3 \ 7	0.0216 0.022			3 ↓	0.021	
S 15 C-YO	11.9	3 ↓ 8	0.021 0.021 0.021	 S 15C-YO	11.9	5 ↓ 7	0.0235	0.022
S 15 C-YO	11.9	3) 9	0.022 0.026			↓ 9	0.021	

力を変えるごとに得られた疲労変形曲線である。 τ_m が 2.8~12.0 の間で繰返し数の広い範囲で,応力振幅が同じであれば平均応力にほとんど関係なく変形曲線の傾き $K=d\gamma/d(\log N)$ がほぼ一定であることが第一の特色である。 図示の変形曲線の傾き Kの平均値は $\tau_a=11.9$ kg/mm² の場合 0.027 (rad/log 回) である。

また同図は繰返し数が 10^5 ないし 10^6 回の間で変形曲線が折れ曲がり水平に近づき変形が停止することを示している。これが第2の特色である。

平均応力が大きい方がもちろん変形も大きいが、平均応力が大きい方の寿命がその小さい方の寿命よりむしろ長く、応力振幅が両振りの疲労限を越えていても破壊しないことも図7は示している。図中×印は破断を示す。

また $r_m=2.8\,\mathrm{kg/mm^2}$ の場合,変形遅れの現象が認められた。 \boxtimes 9 においても変形遅れを示す。 \boxtimes 12 において,変形が急に階段状に起る例を示す。(平均応力を伴なう引張圧縮疲労において階段状変形はしばしば観察される。)

各種応力のもとで疲労変形曲線を求め、せん断疲労変形係数を求めた結果を表2に示す。

図 10 は図 6 中の \triangle の点すなわち平均応力が比較的大きい割合を最大応力中に占める場合の変形曲線で、変形の大部分は初期のせん断永久ひずみによって決定されるが繰返し数が $10^4 \sim 10^5$ 回程度までは僅かながら変形が進み、それ以後は 10^7 回まで破壊することも変形が進むこともない。 $10^4 \sim 10^5$ までの繰返し期間中のKもまた平均応力にほとんど無関係であった。

以上 S 15 C で得られた実験結果に類似の結果が S 45 C 炭素鋼においても得られた。すなわち図 13 において、せん断ひずみと繰返し数の対数プロットを行なうとき、初期ひずみ γ_0 のあと直線関係を示し(1)式の関係が成立する。また図 13 において 10^6 回程度の繰返し数だけ。疲労限附近の疲労限より小さい応力をうけると、材料の変形が停止する。S 15 C とことなる点は、せん断疲労変形係数K が S 15 C では平均応力に依存するところが少なかったのに比べて、S 45 C では相当依存して一定と見做

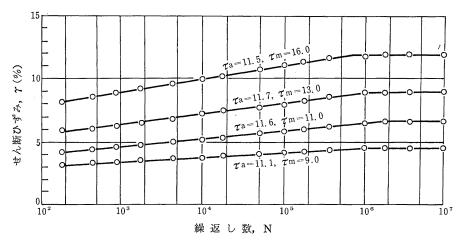


図 13 S45C のせん断疲労変形曲線 (S45C-IS)

すに無理がある。 すなわち S45 C のKは τ_a , τ_m ともに依存する。

このため以下 S15 C についての議論はそのまま S45 C には当てはめることができない.

4.3. 平均応力が一定または最大応力が一定の疲労変形曲線

図 11 は平均応力を一定とし応力振幅を 各試験片で別の大きさとするときの 疲労変形曲線を示した一例である。この図から平均応力が一定の場合は応力振幅が大きく変形にきくことがわかり,図 7 と比べて現象が整理しにくいことを示す。

図 12 は最大応力を一定として, τ_a と τ_m の割合を変えたもので,最大応力が疲労変形に支配的であるとは言えないことを示す.

4.4. 応力振幅とせん断疲れ変形係数との関係(S 15 C の場合)

応力振幅を一定とした時、平均応力を変化させても、せん断変形係数Kの値は S 15C の場合ほぼ一定であることは、図7の直線部の平行性や表2から明らかである。したがって両対数グラフの縦軸に応力振幅 τ_{α} を、横軸にせん断変形係数Kをとってみると、図14の2本の直線で両者の関係が表わされ

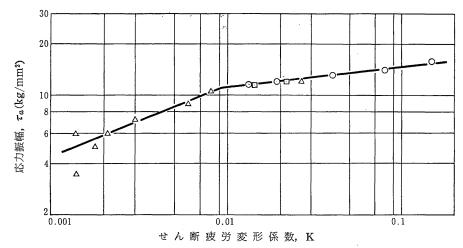


図 14 せん断疲労変形係数対応力振幅 (S15C)

ることがわかった。 すなわち

11
$$\leqslant \tau_a (\text{kg/mm}^2)$$
 において $\tau_a = 18.5(K)^{0.113}$, (2)

11>
$$\tau_a$$
(kg/mm²) において τ_a =72.5(K)^{0.41}. (3)

一般に $\tau_a = B(K)^n$ とすれば、Kを%であらわす時、BはK=1.0の時の τ_a になっている.

4.5. 平均応力と初期永久ひずみの関係

平均応力と繰返し応力とが同時に試験片に作用するとき、試験片は多くの場合直ちに変形を起す。そ

の変形は繰返し数が 500 回くらいまでは実験技術上正確に計測しにくい.そこで図 5 b)の疲労変形曲線においてせん断変形係数Kが一定である区間の直線を延長して N=100 回におけるひずみをとり,仮に初期ひずみ γ_0 と称することにする.(この値は初期の急激におこる実測のひずみとほぼ一致する.)初

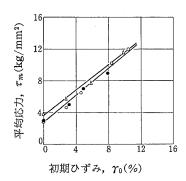


図15 初期ひずみ対平均応力

 $\triangle \quad \tau_a {=} 11.4 \mathrm{kg/mm^2}, \; \mathrm{S15C\text{-}TS} \qquad \bigcirc \quad \tau_a {=} 11.9 \mathrm{kg/mm^2}, \; \mathrm{S15C\text{-}IY}$

• $\tau_a=11.9 \text{kg/mm}^2$, S15C-YO

期ひずみ γ_0 と平均応力 τ_m との(一定の応力振幅 τ_a のもとでの)関係を図 15 に示す。 γ_0 と τ_m は S15 C において次の直線関係でよく表わされる。

$$\tau_m = 80 \gamma_0 + 3.6 \qquad (\tau_a = 11.4 \text{ kgmm}^2),$$
 (4)

$$\tau_m = 83 \gamma_0 + 2.9 \qquad (\tau_a = 11.9 \text{ kg/mm}^2).$$
 (5)

一般には $\tau_m = a\gamma_0 + b$ で表わされ、a, bは τ_a の函数である.

なおS45C において平均せん断応力と初期ひずみ γ_0 および最終ひずみとの間には一定の応力振幅 τ_a のもとで簡単な関係が見いだされ、その例を図16a)とb)に示す。

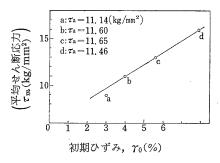


図 16 a) 平均せん断応力と初期ひずみの関係 (S45C-IS)

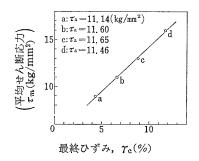
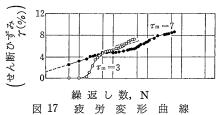


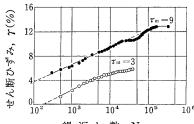
図 16 b) 平均せん断応力と最統ひずみの関係 (S45C-IS)

4.6. 平均応力を変形中に変更することの影響(多段変形)

応力振幅を一定に保ちながら平均応力を二段に切り換える場合の例を図17, 18 (S15 C) および図19



(S 15 C-YO, τ_a =11.9 kg/mm², τ_m =3 \rightarrow 7 kg/mm²)



繰返し数,N 図 18 疲労 変 形 曲 線 $(\tau_a=11.9\,{\rm kg/mm^2},~{\rm S\,15\,C\text{-}YO})$

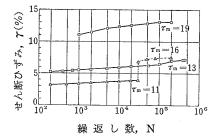


図 19 疲 労 変 形 曲 線 $(\tau_a=11 \text{ kg/mm}^2, \text{ S } 45 \text{ C-IS})$

 $(S45\,C)$ に示す。図 17 は $\tau_a=11.9\,kg/mm^2$, $\tau_m=3\,kg/mm^2$ で $N=4\times10^4$ 疲労させ(白丸印),ついで τ_m だけ $7\,kg/mm^2$ にかえて求めた疲労変形曲線である。黒丸印のプロットは切換え後の変形によっているから,処女材からの変形としては $\tau_m=3$, $N=4\times10^4$ の時のひずみを加えてやらねばならない。図 18 も同様にして植点した。図より明らかなように疲労変形係数Kはほとんど切換えによって変化しない。このことは表 3 にも示されている。

平均応力 τ _m kg/mm²	平:	均応	力与	丁換	疲労変形係数 K	備	考
3	切	換		前	0.0216	図	17
7	切	抄	Ļ	後	0.022		
3	切	換	Ļ	前	0.021	_	_
8	切	换	Ļ	後	0.021		
3	切	換	Ļ	前	0.022		18
9	切	換	Ļ	後	0.026		10
3	切	換	Ļ	前	0.021	(N>3	×10³)
5	第	1 🗏	切	換	0.0235		
7	第	2 🗵	切	换	0.022	図	21
9	第	3 🗓	切	换	0.021		

表 3 S 15C の平均応力切換前後における疲労変形係数

(応力振幅 $\tau_a=11.9 \text{kg/mm}^2$, S 15C-YO)

 $S15\,C$ では疲労変形係数が平均応力の切換えによって変化しない 範囲があるから, この範囲での変形は, K と各切換時の初期ひずみが知られれば, 応力繰返し時の変形が平均応力切換の場合(平均応力上昇の場合)にも求められることになる. 図 17,18 の例のように τ_m を上昇させる場合の切換後の τ_m と,切換時の初期ひずみ(切換時に材料を処女状態とみたてて求めた初期ひずみ) τ_0 0 の関係を図 20 に

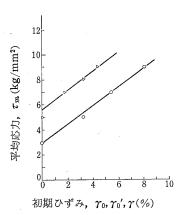


図 20 平均応力と初期ひずみの関係

S15C-YO, $\tau_a=11.9$ kg/mm², $\tau_m=3$ kg/mm² より切換え. 〇初回における処女材の初期ひずみ γ_0 , △第一回切換時における初期ひずみ γ_0' 示す. 同図には処女材の γ_0 (初回の γ_0) もプロットした. これらの比較的単純な法則性を示す実験結果は今後の研究に示唆を与えていると考えられよう.

図 19 の S 45 C の例でも,図に記載の実験条件でほぼ一定のKを与えている(τ_m =19,13,11)が, τ_m を 11 から 16 に切換え,繰返数N もせん断ひずみ γ も処女材の状態からの累計で示した図(破線)も, τ_a (=11 kg/mm^2) さえ一定であれば一定のKで近似できる範囲があることを示している.

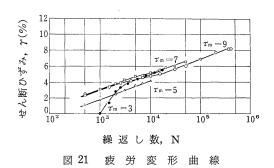


図 21 は S 15 C で応力振幅 $\tau_a=11.9$ kg/mm² として、平均応力 τ_m を一本の試験片について $3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 9$ kg/mm² と変えて、切換ごとに N、 γ を O とみてプロットしたものである。 4 段の平均応力の切換えによっても、応力振幅が一定であれば、疲労変形係数 K をあらわす曲線の傾きは一定であることを示す(表 3、下部).

(S15C-YO, $\tau_a = 11.9 \text{kg/mm}^2$)

4.7. 高力アルミニウム合金の疲労変形

高力アルミニウム合金 (JIS A-2024-T 4) を用いて S 15 C と同様, 疲労変形の研究を行なった結果をここに付記する。両振りねじり疲労試験結果を図 22 中 \triangle で示す。 10^7 回の時間疲労限 τ_w は 6.8 kg/mm² で2024-T 4 材としては弱く,下限のねじり疲れ強さであった。

つぎに疲労限以上の応力振幅 $\tau_a=13~{\rm kg/mm^2}$ または $\tau_a=18.5~{\rm kg/mm^2}$ と応力振幅を 11.1, 9.3, 7.9, $6.5~{\rm kg/mm^2}$ と組み合わせて得た S-N 曲線も図 $22~{\rm km}$ 疲労変形曲線を図 $23~{\rm kg}$ $24~{\rm km}$ この結果から、JIS A-2024-T 4 の疲労変形は応力振幅 τ_a が一定であれば、平均応力 τ_m との共同作用で発生する初期ひずみ τ_a 0 によってほぼ定まる範囲があること、すなわち初期ひずみが一定のまま破断に至る範囲があることがわかった。 さらに詳細にわたっては今後の研究にまたねばならないが、上述の性質は、より一般的な後述の式にちなんで $d\gamma/d$ $(\log N)=0$, $\gamma=\gamma_0=$ 一定と表わすこともできる。初期ひずみ τ_a 0 対平均応力 τ_m 0 関係を S15 C0 場合と同様とってみると、次の直線関係が得られた (図25).

$$\tau_m = 71.5 \gamma_0 + 6.5$$
 $(\tau_a = 13.0 \text{ kg/mm}^2),$ (6)

$$\tau_m = 47.5 \, \gamma_0 + 5.4 \, (\tau_a = 18.0 \, \text{kg/mm}^2).$$
 (7)

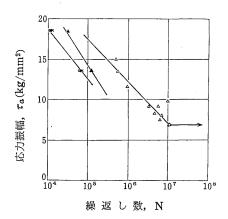
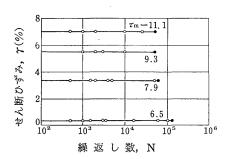
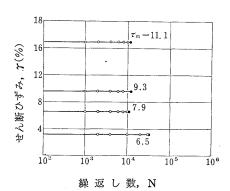


図 22 高力アルミニウム合金の S-N 曲線 \triangle τ_m =0, \blacktriangle τ_m =6.5kg/mm², \Box τ_m =7.9kg/mm², × τ_m =9.3kg/mm², \bullet τ_m =11.1kg/mm²





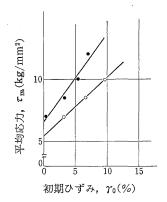


図 25 応力振幅を一定とするときの初期ひずみ γ_0 と平均応力との関係 (白丸は τ_a =18.5kg/mm², 黒丸は τ_a =13.0kg/mm², JIS A-2024-T4 高力アルミニウム合金)

4.8. 試験温度の影響

炭素鋼 S 45 C に関して同一平均応力,同一応力振幅のもとで疲労変形曲線を 4 段階の温度において 求めた結果を図 26 に示した。また S 45 C で平均応力を変化させ同一応力振幅のもとで室温と -125 $^{\circ}$ の低温で求めた疲労変形曲線を図 27 に示す。(図 26, 27 は詳細再試の結果を別に発表する。)

これらの図から明らかなことは次の通りであった.

- a) 疲労変形には試験温度が大いに影響する.
- b)液体窒素で冷却して $-125\,^\circ$ C \sim $-161\,^\circ$ C で疲労変形を求めると、平均応力が比較的低い $13\,\mathrm{kg/mm^2}$ や $16\,\mathrm{kg/mm^2}$ で変形を示さなかった場合も平均応力が高くなって $19\,\mathrm{kg/mm^2}$ にもなると変形が進む。ただし S $45\,\mathrm{C}$ を用い応力振幅は約 $11\,\mathrm{kg/mm^2}\sim11.6\,\mathrm{kg/mm^2}$ で比較した。疲労変形が温度の影響を受けることはB. Gain の研究 9)(静引張りと繰返ねじりでの引張伸びの研究)においてもあらわれている。
 - c) 低温度においても、 疲労変形は $d\gamma/dN=K/N$ の形で進む. ただし疲労変形の係数Kは低温で

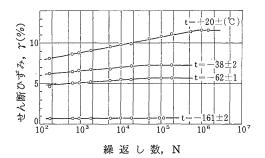


図 26 疲労変形曲線の温度依存 (S45C-IS, $\tau_m=16.0$ kg/mm², $\tau_a=11.6$ kg/mm²)

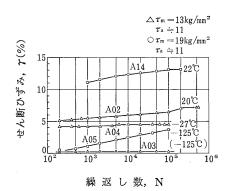


図 27 疲労変形曲線の温度依存 S45C-IS, $\triangle:\tau_m=13$ kg/mm², $\tau_a=11$ kg/mm², $\bigcirc:\tau_m=19$ kg/mm², $\tau_a=11$ kg/mm²

は小さくなる。疲労変形係数と試験温度の関係は比較的簡単な形で表わすことができる。

d) 低温度での初期ひずみ γ_0 も、Kとともに、より高温度での γ_0 に比べて小さい。

5. 考 察

前節4において実験結果をのべるとともにその特徴の要点について述べた。本節では、これまでの関連研究なども考慮し、著者らの実験結果のさらに詳しい考察を行なう。このため前節4と本節の内容について、やむを得ず一部を重複させる。

5.1. 疲労変形開始の限界

これまで耐久限度図(または疲れ限度図)については多くの研究がある。耐久限度図と疲労変形の限界に関して Gough, Bairstow, 市原 10 , 河本 20 らが研究している。また河本らの著書「金属の疲れと設計 80 」には少なからぬ知見がまとめられている。

河本は中実丸棒の試験片を使用して、降伏点が明確に出るか否かで材料を分類し、耐久限度図の降伏限界線が両者の間でことなることを述べている。すなわち河本によれば降伏点が明瞭でない材料の耐久限界は実験より明らかにする必要があり、一方、降伏点の明瞭な材料の降伏限界は最大応力が静降伏点に達したときに変形するという従来の考えでよいことになっている。

この点について、降伏点の明確な S 15 C 焼鈍材を用い、ねじりの平均応力の作用のもとでねじりの繰返し応力を作用させ、疲労変形が発生する限界線を実験的に求めた結果、ねじりの場合、本実験の低炭素鋼 S 15 C および炭素鋼 S 45 C では図 G に示すように下降伏点 σ_{UVP} と両振り疲労限 σ_{UV} とを結んだ直線内の斜線部内がせん断疲労変形を起さない安全領域であることがわかった。これを数式で表わすと(1)に示すように

$$\tau_a/\tau_w + \tau_m/\tau_{lyp} < 1 \tag{1}$$

である、このことは変形の発生が最大応力と強い相関がある点従来の研究者の結論と矛盾しないが、耐

久線図の横軸上にとった静降伏点から 45 度の線内が安全範囲とする 従来の考えとは相いれない。 実際 片振りの状態で応力の全振幅を降伏点より下にとっても、材料は相当数の繰返しのあと降伏を起す¹⁰.

また図6の×点より上の打点の領域においては破壊以前にざくつ変形を起すことは注意を要する.

なお S 45 C に関する疲労変形実験で τ_a , τ_m が大きいところでは、試験片中空部に黄銅の芯を入れ、グラファイトグリースで潤滑してざくつのための変形をさけた。

5.2. 疲労変形の挙動

ねじり平均応力 τ_m のもとでねじりの繰返し応力 τ_a を作用させるとき、せん断ひずみ γ を縦軸に、繰返し数Nを対数目盛で横軸にとり得られる疲労変形曲線は、静クリープの変形曲線(横軸時間)とその形状が類似している。

図7に S15 C の代表例を示す。同図では,応力振幅 τ_a =11.9 kg/mm² をいずれも同一の大きさにとり,平均応力 τ_m を試験片ごとに変え 12.0, 10.2, 6.5, 4.6, 2.8, 0.9 kg/mm² として管状試験片を用いて得られたものである。疲労変形係数 Kは τ_m が特に小さい 0.9 kg/mm² の場合を除けば,表 2 に示すようにほぼ一定であった。図 8 \sim 図 10 においても同様である。このことを式で表わせば

$$\frac{d\gamma}{d(\log N)} = K(\tau_a),\tag{8}$$

すなわち

$$\gamma = K \log N + \gamma_0, \tag{9}$$

$$\gamma = K \log(\nu N), \tag{10}$$

これより $d\gamma/dN$ はNに逆比例して

$$\frac{d\gamma}{dN} = \frac{K}{N} \tag{11}$$

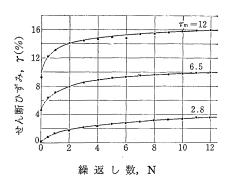
である.ここでKは au_m に対して独立な定数で材料に依存する au_a の函数である.また au_o , au はNには独立であるが,応力振幅一定の条件下で,平均応力で決定される常数である.

この式は「第N回目における毎回当りのすべり量 dr/dN は、それまでに材料が受けた総繰返し数Nの逆数に比例する数まで減少したすべり要素を考えるとき、このすべりの要素数に比例する」ことを示す。 すなわち仮想的すべり要素が繰返しとともにすべりを起し、すべり源が枯渇消耗するモデルを示唆する。

上記方程式 (11) は応力振幅一定の場合に変形が一つの代表的なマスタ曲線で表わされることを示している。実際図 28 の実線は上下方向に平行移動して重ねることが出来るもので 図 7 の別表現にほかならない。

また式 (9), (11) は定常応力のもとで低温において見出された通常の 0 0 "Logarithmic creep law" の方程式と形式的に類似している.

上述の(8),(11)はまた次の式であらわされるより一般的な疲労変形の式の特別な場合と考えてお



く方が将来性がある。ここに A, m は実験定数, $f(\tau_m, \tau_a)$ は τ_m , τ_a の函数である。

$$\frac{d\gamma}{dN} = (N)^{-m} \times f(\tau_m, \tau_a). \tag{12}$$

図7において平均応力が小さい $\tau_m=0.9$ kg/mm³ の場合は,ほとんど変形しないことに注目する.このことはコイルばねに変形防止を目的として使用前に過大な荷重を与えるセッチングなる加工が有効であることを示している. すなわち図 29 を過大荷重を与えたコイルばね表面の応力一ひずみ関係の概念図とすれば,使用前のセツチング状態(B)に繰返し応力と平均応力とが作用する場合の変形において,実際にかなり大きい平均応力 τ_{BC} が作用しても,セッチング時の負の残留応力 τ_{B} が加算されて,O近傍の平均応力 τ_{C} となり,変形は小さいかあるいは起らない可能性があることを示している.しかし内部の残留応力が繰返しとともにどのように解放されるかはさらに今後の研究をまたなければならない.S 45 C については多くの点 S 15 C と類似点があるが,K は τ_{m} に多少依存性がある.

式 (11) の適用性に関連して、高純度の多結晶アルミニウム丸棒試験片を用いて、繰返しねじり振幅を一定とし、引張応力を与えて軸方向歪と繰返し数との関係を求めた Ronay¹¹⁾ の実験についてのべる・

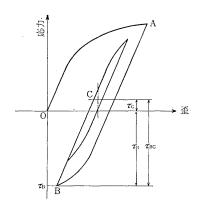


図 29 セッチングと応力ひずみ概念図

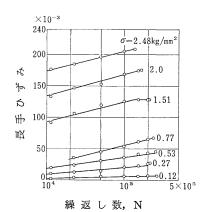


図 30 アルミニウムの静引張と繰返しねじりによる 本ひずみと繰返し数の関係 (Ronay)

実験結果を片対数グラフで植点しなおした結果, 疲労変形曲線は図30に示す通りとなった. 本論文と応力系が違うけれども, 疲労変形曲線は全く同じ傾向を示した.

以上の実験結果の解釈では、疲労変形速度は最大せん断応力よりはむしろ応力振幅の影響を顕著にうけるとみた方がよいとしている。この解釈の妥当性は、a) 図 12 に示すように最大応力が一定であっても、変形が応力振幅が大きい程大きいことおよび、b) 図 11 に示すように平均応力が一定である場合、応力振幅が大きいほど変形の傾きが大きくなること等から認められるであろう。

結局疲労変形に関しても、き裂の発生と同じく応力振幅が重要である.

疲労変形曲線の他の特徴は変形の停止である。図の低炭素鋼 S 15 C の例で,応力振幅が疲労限附近の場合,繰返し応力と変形とによって生じた加工硬化のために変形は相当数の繰返しのあと停止し,この停止の繰返数が全変形を定めることになる。S 45 C においても図 13 に同じ現象が認められている。

変形停止について河本らは「平均応力を有する繰返し曲げまたはねじり疲労試験において発生する疲労変形は、試験開始後急激に増加し、以後その割合は漸次小さくなる。そして繰返し応力が耐久限度以上の時はその変形は試験片の破断まで続くが、耐久限度以下の繰返し応力の場合には、ある繰返し数の後に変形は全く停止する.」と述べている。変形停止の条件が疲労限によって決定されるという結論は、使用材料の違いがあることもあって本実験結果と必ずしも相いれない。すなわち疲労限以上の応力でも変形停止は認められる場合がある(図7).

図 6 の耐久限度図中 \triangle 印で示す応力での疲労変形曲線の代表を図 10 に示した。そのKは極めて小さいがほぼ一定で,応力振幅 τ_a =6 kg/mm^2 のKは τ_a =11.9 kg/mm^2 の場合より 1 桁小さい.(表 2) 応力振幅が小さい場合変形の大部分は同図によってわかるように初期ひずみ γ_0 によってほぼ決定される.

図 14 はせん断疲労変形係数 K の応力振幅依存性を示す。低炭素鋼 S 15 C では K が τ_m にほとんど 無関係であるのでこのような表示が可能である。S 45 C の場合 K は τ_m に多少依存するので問題は S 15 C ほど単純化できない。さて S 15 C において K 対 τ_a の関係は既述の式(2),(3)で示される。この二式の切換点の応力 $\tau_a=11$ kg/mm^2 は繰返し応力ひずみ曲線の曲り始める附近の応力に対応する。

すなわち塑性ひずみ成分が弾性ひずみ成分に対して問題になり始める応力片振幅である.

平均応力 τ_m と初期ひずみ γ_0 の関係は図 16a)と式 (4),(5) に示され,単純な関係がある.以上のことを利用すると (10) 式の $\gamma=K\log N+\gamma_0$ において,Kは τ_a の函数で求まり, γ_0 は τ_m の関数として表現されるから,疲労変形 γ は近似的に解析的な形で表現できる.既述のように S45 C に示されるように実用材料での疲労変形は S15 C0 のようにつねに単純な形では表現できないであろうが,詳細については今後の研究にまたねばならない.

5.3. 破断繰返し数と応力の関係

破断繰返し数Nと応力振幅 τ_a ,平均応力 τ_m の関係は冗長をさけるためその詳細データを省略するが,図 6 に示すとおり,疲労変形と繰返し応力による加工硬化のため,平均応力が大きい方が小さい場合よりも破断繰返し数が大きくなることが少なくない.このことは実用的にはばねのセッチング効果に関して「セッチングの効果は疲労強さに対してあまり大きいものでなく,むしろ疲労変形に対して顕著である.」とする見解で、と符合する.

5.4. その他の項目についての考察

4節の4.6,4.7 および4.8 に関連して簡単に考察をしておく。平均応力や応力振幅を切換える場合の材料の変形挙動は疲労損傷研究の立場から興味ある重要な課題であるが,今回の報告の段階では甚だ不充分であるので今後の研究をまって別途発表する。また 疲労変形と顕微鏡組織の関連を文献 14 で発表する。

機械構造用炭素鋼の疲労変形についてもまだ不充分であるから、さらに研究を重ね、各種熱処理の影響もまた合金要素の影響も今後研究し、特に特殊鋼、ばね鋼についても研究を進める予定である。さらにせん断のみならず、引張圧縮、曲げに関してもまた残留応力減衰に関しても研究の必要があると著者は考えている。

試験温度の影響もまだほとんど未知の領域であることがわかっている.

要するに疲労変形についていまだほとんど知られていず、そのアプローチの手法さえもまだ確立して いないように思われる.

6. 結 論

機械構造用炭素鋼 S15C を主とし、あわせて S45C および高力アルミニウム合金 JIS A-2024-T 4 について、中空材を用い、ねじり平均応力のもとで繰返しねじり応力を作用させて疲労変形を求めた。 得られた結果を以下個条書きに述べる。

- 1) 耐久限度図において平均応力軸上の降伏点から 45° に引いた 降伏限界線内でも 疲労変形が発生した。変形が起らない安全な範囲は、下降伏点と両振り疲労限とを結んだ線の内側である。
- 2) 応力振幅 τ_a が一定のもとでねじり平均応力 τ_m を試験片ごとに変えて疲労変形をしらべると、平均応力のかなりひろい範囲にわたり 一回当りの ひずみの増 $m d\gamma/dN$ が繰返数 N に 逆比例 する.

比例常数Kは τ_m に対してほぼ独立な定数である場合 (S15C) と, τ_m に少しく依存する場合 (S45C) とがある。疲労変形は次の式で表わされる。

$$\frac{d\gamma}{dN} = \frac{K}{N} \qquad (\tau_a - \cancel{\epsilon}), \tag{7}$$

$$\frac{d\gamma}{d(\log N)} = K \qquad (\tau_a - \Xi), \tag{8}$$

$$\gamma = K \log N + \gamma_0 \qquad (\tau_a - \overline{z}).$$
 (9)

上式は定常応力をうける金属が,比較的高くない温度で示すクリープの法則「対数クリープ則」の式と形式的に類似する。ただし多数の繰返し回数($10^5\sim10^6$)のあと,変形が停止するか,あるいは疲労破壊することがある。

- 3) 応力振幅が疲労限以上であっても、平均応力が小さいと (たとえば S15C で 1kg/mm²) 変形が小さく、上述の一般式で表わされない領域が存在する。この事実をもとにコイルばねのセッチング加工の有効性についてその解釈をすることができる。
- 4) 応力振幅が小さく、平均応力が大きい場合、疲労変形は小さいながらも起る範囲がある.このとき永久変形の大部分は繰返応力を与えた当初のひずみ「初期ひずみ」である.
- 5) 応力振幅を一定とし、平均応力がことなる場合、疲労変形を記述する疲労変形係数Kと γ_0 のうち、Kは S15 C において近似的に平均応力に無関係の応力振幅の函数であるが、S45 C においては一定とするには多少無理がある。S15 C において応力振幅とKの間にべき乗の関係がある。
- 6) 応力振幅一定のもとで、平均応力がことなる場合の疲労変形曲線において、負荷し始めの変形すなわち初期変形 γ_0 と平均応力の間には直線乗関係がある (S 15 C, S 45 C).
 - 7) 応力振幅一定のもとで、平均応力を2段または4段に切換えて得られる疲労変形曲線において、
- a) 疲労変形係数Kは変化しない。b) 各切換時の一時的なひずみの増加 γ_0' も平均応力と直線関係が見出された(S 45 C)。また静クリープに関して提案されている諸法則 12 のうち,平均応力切換に伴う変形に関しては,S 15 C でひずみ硬化則が比較的実験事実に近い予言を与えるが,詳細については検討を要する(図 31).

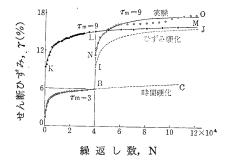


図 31 疲 労 変 形 曲 線 (応力振幅を一定とし平均応力を切換える場合, S 15C)

- 8) 高力アルミニウム合金 JIS A-2024-T 4 の疲労変形は、本実験の範囲内で結論する限り、負荷の当初に変形してその後進まなかった。また破壊繰返し数は平均応力が大きい程短かかった。これらの点は炭素鋼 S 15 C とその挙動がことなる。また平均応力と初期ひずみ γ_0 との関係は直線関係があった。
- 9) 炭素鋼 S 45 C の疲労変形に関して温度の影響をしらべた結果,室温と液体窒素の温度下における差が顕著で,低温ほど変形が小さく,ほとんど変形しない場合があった.

譲 辞

九州大学応用力学研究所の樋口正一先生退官紀念論文集に拙稿の掲載の機会を頂けたことを深謝いたします.

なお,実験研究を遂行するに当り協力を惜しまなかった九州工業大学の研究生磯崎成一君,学部卒業論文として担当した清水徹,谷口光雄,吉田憲生,山崎正秀,大仲進,岡崎泰寛,高木暁,広田正明,西川健太郎,井原正博,杉浦公彦の諸君ならびに図面と S 45 C の実験を手伝ってくれた福島良博君に感謝します。

また実験に使用した疲労試験機を快よく使用許可された九州工業大学二部光永公一教授ならびに金属 加工学科大和田野利郎教授に謝意を表します。

参考文献

- 1) 市原通敏, 石原康正, 今野豊昌, 稲桓耕司: 日本金属学会誌, 6, 8, (昭和17年) 405.
- 2) 河本実, 西岡邦夫: 材料試験, **3**, 14, (昭和 29 年) 260 および 266, ASME Trans., 77 (1955) 631.
- 3) 小寺沢良一, 森本新一, 材料, 19, 198, (昭和45年) 217,
- 4) 平修二, 小寺沢良一, 善本毅, 材料, 14, 137, (昭和 40 年) 67.
- 5) 白鳥英亮: 疲れにおける最近の諸問題シンポジウム, 日本材料学会関西支部, (昭和46年)40.
- 6) Feltner, C.E. & Sinclair, G.M., Proc. Joint Int. Conf. on Creep, (1963) 3-9.
- 7) Wood, W.A., The Study of Metal Structures and their Mechanical Properties, Pergamon Unified Engg. Series, Pergamon Press, New York, 1971.
- 8) 河本実ほか: 金属の疲れと設計 (コロナ社, 東京, 1972), 237.
- 9) Gain, B.R., T. & A.M. Report No. 273, Dec. 1964.
- 10) 小野鑑正: 日本機械学会論文集, 2 (1936) 457.
- 11) Ronay, M., Journal Inst. Metals, 94 (1966) 392.
- 12) Manson, S.S., Thermal Stress and Low Cycle Fatigue, (McGraw-Hill, New York, 1966) 117.
- 13) Endo, T., Mitsunaga, K., Kobayashi, K., Matsuishi, M., Proc, 1974. Symposium on Mech. Behavior of Materials, Kyoto, 1 (1974) 371.
- 14) Endo, T., ICF4, (1972) 印刷中.

(昭和51年6月4日 受理)