九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

浅海域で動揺する柱状浮体に働く2次元流体力について

高木, 幹雄
九州大学応用力学研究所 : 助手

https://doi.org/10.15017/4743556

出版情報：應用力學研究所所報. 45, pp.207-252, 1976-11. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

浅海域で動揺する柱状浮体に働く二次元流体力について

高　木　幹　雄*

概　　要

有限水深の速度ポテンシャルを用いて現存する無限水深の場合の諸関係式を有限水深の場合にまで拡張し，特異点法を用いて浅海域における二次元任意断面柱状体の Radiation 問題および Diffraction 問題を解いた．次に三隻の二次元模型船を用いて強制動揺試験を行ない，先の理論計算結果と比較検討を行ない，この計算法の有効性を確かめると共に二次元流体力に対する水深の影響を検討した．

1. 緒　　言

近年，船舶の大型化が進むにつれて，その作業海域あるいは航行海域の水深は相対的に浅くなり，浅海域における船舶の耐航性能を推定することが重要な問題となっている．

船舶が浅海域を航行する場合と水深の深い海域を航行する場合の耐航性能の相違は次の点が考えられる．

（1）船体運動により生じる船体に働く流体力の変化．

（2）船体に作用する波強制力および波強制モーメントの変化．

（3）航走中の船体の沈下量の増加とトリムの変化．

ここでは（1）および（2）の問題について取り扱うことにする．しかも，（1）の Radiation 問題の解が求まると，Haskind-Newman-Bessho の関係から，（2）の Diffraction 問題の解は簡単に求まるので，（1）の Radiation 問題を主体に取り扱うことにする．

まず（1）の有限水深で動揺する二次元柱状体に働く流体力の計算法に関しては，Porter は上下揺する二次元物体の流体力についてのべている[1]．Yu と Ursell は上下揺する半没円柱の付加質量および発散波の振幅比の数値計算を行ない，発散波の振幅比に関しては実験を行なって計算値の有効性を確かめている[2]．ごく最近，Sayer と Ursell は無次元周波数 $KT=0$ における上下揺付加質量を求めている[3]．C. H. Kim は Grim 田村の方法[4),5)]を有限水深の場合に拡張し，級数展開法で Lewis form 断面について Heave, Sway および Roll の流体力を求めているが，$h/T=1.5$（T：吃水）以下の浅い場合や運動周波数が大きくなると解が収束せず，$h/T=1.5$ 以下のごく浅い場合の計算を行なっていない[6]．Black 外[7]および井島外[8]は短形断面について流域分割法によって Radiation 問題を解いている．以上の方法は形状がある程度制限される点に難点がある．また最近では K. J. Bai[9]，瀬戸，山

* 九州大学助手，応用力学研究所（大楠　丹紹介）

本[10]および高品外[11]らが有限要素法を用いて Radiation 問題を解いている．丸山[12]，管[13]，池渕[14]らは特異点法を用いて二次流体力を計算している．

以上，有限水深における研究は無限水深の場合ほど多くはなく，特に実験に関する報告は非常に少ない．したがって，理論計算結果は実験結果とほとんど検討されていない．

そこで本報告では有限水深のポテンシャル[15]を用いて，現存する無限水深の場合の諸関係式[16][17]を有限水深の場合にまで拡張し，特異点法を用いて浅海域における二次元任意断面柱状体の Radiation 問題および Diffraction 問題を解いた．次に三隻の二次元模型船を用いて強制動揺試験を行ない，付加質量係数，減衰係数および発散波の振幅比について理論計算結果と実験結果の比較検討を行ない，この計算法の有効性を確かめた．最後に二次元流体力に対する水深の影響を検討した．

2. 基礎的な仮定および関係式[16],[17]

2.1 座標系および仮定

図1に示すごとく，静止水面上に x 軸をとり，鉛直下向きに y 軸をとる．物体は左右対称で船体表面をCで表わし，船体表面にたてた法線方向 n は流体中に向うものとする．流体は非粘性，非圧縮性で表面張力のない完全流体とする．現象は水深一定の流体領域で全て線型および二次元的に起こるものとする．

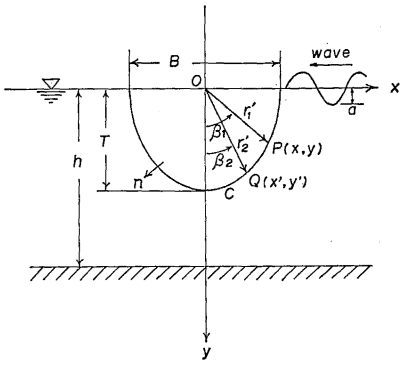

図 1 座 標 系

2.2. 基 礎 公 式

円振動数 ω で周期運動している各運動のモードを添字 j をもって次のごとく表わす．

$j=1$: Swaying

$j=2$: Heaving

$j=3$: 原点Oの回りの Rolling（時計回りを正）

$j=0$: 入射波

$j=4$: 反射波

速度ポテンシャルを $\Phi(x,\ y;\ t)$，圧力を $P(x,\ y;\ t)$，自由表面の変位を $\eta(x,\ y;\ t)$ とおけば，次のごとく表わされる．

$$\left.\begin{aligned}\Phi(x,\ y;\ t)&=Re\{\varphi(x,y)e^{i\omega t}\},\\ P(x,\ y;\ t)&=Re\{p(x,y)e^{i\omega t}\},\\ \eta(x,\ y;t\ )&=Re\{\hat{\eta}(x,y)e^{i\omega t}\}.\end{aligned}\right\}\tag{2.1}$$

また，水深一定の流体領域において，波周波数 ω と波数 m_0 の間には次の関係がある．

$$K=\frac{\omega^2}{g}=m_0\ \tanh\ m_0h.\tag{2.2}$$

但し，h: 水深，g: 重力の加速度

さらに Y_j なる振幅で運動している時の radiation potential $\varphi_j(x,\ y)$ に対して単位速度ポテンシャル $\phi_j(x,\ y)$ とおくと

$$\varphi_j(x,\ y)=i\omega\phi_jY_j,\ (j=1,\ 2,\ 3).\tag{2.3}$$

となり，ϕ_j は次の諸条件を満足している．

[L] ラプラスの方程式　$\dfrac{\partial^2\phi_j}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2\phi_j}{\partial y^2}=0.$　(2.4)

[S] 自由表面条件　$K\phi_j+\dfrac{\partial\phi_j}{\partial y}\Big|_{y=0}=0.$　(2.5)

[B] 水底条件　$\dfrac{\partial\phi_j}{\partial y}\Big|_{y=h}=0.$　(2.6)

[R] 発散波条件　$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{\partial\phi_j}{\partial x}\pm im_0\phi_j\right)\sim0.$　(2.7)

[N] 船体表面条件　$\dfrac{\partial\phi_j}{\partial n}=v_{nj},\ \text{on}\ C,\ (j=1,\ 2,\ 3)$　(2.8)

但し，v_{nj} は船体表面上の法線方向の速度で次の通りである．

$$v_{n1}=-\frac{\partial x}{\partial n},\quad v_{n2}=-\frac{\partial y}{\partial n},\quad v_{n3}=y\frac{\partial x}{\partial n}-x\frac{\partial y}{\partial n}.\tag{2.9}$$

(2.9) 式を ϕ_j に共役な流れ関数 ψ_j を用いて書き変えると，

$$\psi_1=-y+c_1,\quad \psi_2=x+c_2,\quad \psi_3=\frac{1}{2}(x^2+y^2)+c_3.\tag{2.10}$$

となる．ここで $c_j(j=1,\ 2,\ 3)$ は未知の定数である．

また，入射波および反射波の速度ポテンシャルに対しては

$$\varphi_{0,4}(x,y)=-\frac{ig}{\omega}a\cdot\phi_{0,4}(x,y).\tag{2.11}$$

但し，a: 波振幅

となり，物体表面上では

$$\frac{\partial}{\partial n}(\phi_0+\phi_4)=0, \quad \text{on } C. \tag{2.12}$$

となる．また圧力は radiation potential および diffraction potential に対してそれぞれ

$$p=-\rho\omega^2 Y_j\phi_j, \quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{2.13}$$

$$p=-\rho g a(\phi_0+\phi_4). \tag{2.14}$$

となる．radiation potential に対する自由表面の変位は

$$\hat{A}_j=\frac{\hat{\eta}_j}{Y_j}=K\phi_j|_{y=0}, \quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{2.15}$$

となる．

2.3. 速度ポテンシャルおよび流れ関数

流体中の任意の点 $Q(x',\ y')$ に単位強さの periodic source をおいた時，(2.4)～(2.7) 式の諸条件を満足する点 $P(x,\ y)$ における速度ポテンシャルは次のように求められる[15]．

$$\begin{aligned}G(x,\ y;x',\ x') &= G_c(x,\ y;\ x',\ y')+iG_s(x,\ y;\ x',\ y')\\ &=\log\frac{r_1}{r_2}+2\cdot P.V.\int_3^\infty\left\{\frac{\cosh k(h-y)\ \cosh k(h-y')}{(K\cosh kh-k\sinh kh)\cosh kh}\right.\\ &\quad\left.-\frac{e^{-kh}\sinh ky\ \sinh ky'}{k\cosh kh}\right\}\cos k(x-x')\,dk\\ &\quad+i\frac{4\pi\cosh m_0(h-y)\ \cosh m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh 2m_0h}\cos m_0(x-x').\end{aligned} \tag{2.16}$$

但し，$r_1=\sqrt{(x-x')^2+y(y-y')^2}$, $r_2=\sqrt{(x-x')^2+(y+y')^2}$.

また，(2.16) 式に共役な流れ関数は

$$\begin{aligned}S(x,y;\ x',y') &= S_c(x,y;\ x',y')+iS_s(x,y;\ x',y')\\ &=\theta_1-\theta_2+2\cdot P.V.\int_0^\infty\left\{\frac{\sinh k(h-y)\ \cosh k(h-y')}{(K\cosh kh-k\sinh kh)\cosh kh}\right.\\ &\quad\left.+\frac{e^{-kh}\cosh ky\ \sinh ky'}{k\cosh kh}\right\}\sin k(x-x')\,dk\\ &\quad+i\frac{4\pi\sinh m_0(h-y)\ \cosh m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh 2m_0h}\sin m_0(x-x').\end{aligned} \tag{2.17}$$

となる．

3. 二次元境界値問題

3.1. 積分方程式とその解法

柱状体表面上に線密度 $\sigma_j(j=1,\ 2,\ 3)$ の source を分布させた場合，流体領域の任意の点 $P(x,\ y)$

での速度ポテンシャル $\phi(x,\ y)$ および流れ関数 $\psi(x,\ y)$ は次のように表わされる．

$$\phi_j(x,\ y)=\int_c \sigma_j(x',y')\cdot G(x,y;\ x',y')ds(x',y'),\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.1}$$

$$\psi_j(x,\ y)=\int_c \sigma_j(x',y')\cdot S(x,y;\ x',y')ds(x',y'),\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.2}$$

これらの積分方程式を解いて $\sigma_j=\sigma_{jc}+i\sigma_{js}$ を求めれば，速度ポテンシャルが求まるのであるが，(3.1) 式を用いると微分操作が含まれて，数値計算上面倒なので (3.2) 式の流れ関数を用いて $\sigma_j(x,\ y)$ を求める．(3.2) 式を実数部と虚数部に分けて書くと次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}\psi_{jc}(P)&=\int_c\{\sigma_{jc}(Q)\cdot S_c(P,\ Q)-\sigma_{js}(Q)\cdot S_s(P,\ Q)\}ds(Q),\\ \psi_{js}(P)&=\int_c\{\sigma_{jc}(Q)\cdot S_s(P,\ Q)+\sigma_{js}(Q)\cdot S_c(P,\ Q)\}ds(Q),\ (j=1,2,3).\end{aligned}\right\} \tag{3.3}$$

この二組の積分連立方程式を解いて σ_{jc}，σ_{js} を求めることができるが，柱状体断面が対称の場合，計算はさらに簡単になる[17]．

対称運動 ($j=2$, Heave) の場合

$$\sigma_2(x',\ y')=\sigma_2(-x',\ y'),\qquad S_s(x,y;\ x',y')=S_s(x,y;-x',y').$$

であるから (2.17) 式より

$$S_s(P,\ Q)=\frac{4\pi\ \sinh\ m_0(h-y)}{2m_0h+\sinh\ 2m_0h}\sin\ m_0x\cdot\cosh\ m_0(h-y')\ \cos\ m_0x'. \tag{3.4}$$

反対称運動 ($j=1$, Sway; $j=3$, Roll) の場合

$$\sigma_j(x',\ y')=-\sigma_j(-x',\ y'),(j=1,\ 2),\quad S_s(x,\ y;\ x',\ y)=-S_s(x,\ y;-x',\ y)$$

であるから，

$$S_s(P,\ Q)=-\frac{4\pi\ \sinh\ m_0(h-y)}{2m_0h+\sinh\ 2m_0h}\cos\ m_0x\ \cosh\ m_0(h-y')\ \sin\ m_0x' \tag{3.5}$$

となる．

$$\left.\begin{aligned}\begin{matrix}P_{2c}\\P_{jc}\end{matrix}\Big\}&=\int_c\left[\begin{matrix}\sigma_{2c}(x',y')\ \cdot\ \cos\ m_0x'\\ \sigma_{jc}(x',y')\ \cdot\ \sin\ m_0x'\end{matrix}\right]\frac{\cosh\ m_0(h-y')}{\cosh\ m_0h}ds(x',y'),\\ \begin{matrix}P_{2s}\\P_{js}\end{matrix}\Big\}&=\int_c\left[\begin{matrix}\sigma_{2s}(y',y')\ \cdot\ \cos\ m_0x'\\ \sigma_{js}(x',y')\ \cdot\ \sin\ m_0x'\end{matrix}\right]\frac{\cosh\ m_0(h-y_i)}{\cosh\ m_0h}ds(x',y'),\ (j=1.\ 3).\end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

また，

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{jA}(x',y')&=\sigma_{jc}\ (x',y')+\frac{P_{js}}{P_{jc}}\sigma_{js}(x',y'),\\ \sigma_{jB}(x',y')&=\frac{1}{P_{jc}}\sigma_{js}(x',y'),\qquad (j=1,\ 2,\ 3).\end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

とおくと，(3.3) 式は次のように変形される．

$$\left.\begin{aligned}&\begin{Bmatrix}\psi_{2c}\\ \psi_{jc}\end{Bmatrix}=\int_c\begin{Bmatrix}\sigma_{2A}(x',\ y')\\ \sigma_{jA}(x',\ y')\end{Bmatrix}S_c(x,y;\ x',y')\ ds(x',y'),\\ &\frac{4\pi\ \sinh\ m_0(h-y)\ \cosh\ m_0h}{2m_0h+\sinh\ 2m_0h}\cdot\begin{Bmatrix}(-\sin\ m_0x)\\ \cos\ m_0x\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}0\\ \psi_{js}\end{Bmatrix}=\\ &\int_c\begin{Bmatrix}\sigma_{2B}(x',\ y')\\ \sigma_{jB}(x',\ y')\end{Bmatrix}S_c(x,\ y;\ x',\ y')ds(x',\ y'),\quad (j=1,\ 3).\end{aligned}\right\}\tag{3.8}$$

(3.8) 式を解くと σ_{jA}, σ_{jB}, $(j=1,\ 2,\ 3)$ が求まる．次に

$$\left.\begin{aligned}&P_{jA}=P_{jc}+\frac{P_{js}^2}{P_{jc}},\\ &P_{jB}=\frac{P_{js}}{P_{jc}},\qquad (j=1,\ 2,\ 3).\end{aligned}\right\}\tag{3.9}$$

とおくと，σ_{jA}, σ_{jB}, $(j=1,\ 2,\ 3)$ を用いて，

$$\left.\begin{aligned}&\begin{Bmatrix}P_{2A}\\ P_{jA}\end{Bmatrix}=\int_c\begin{Bmatrix}\sigma_{2A}(x',\ y')\ \cos\ m_0x'\\ \sigma_{jA}(x',\ y')\ \sin\ m_0x'\end{Bmatrix}\frac{\cosh\ m_0(h-y')}{\cosh\ m_0h}ds(x',\ y'),\\ &\begin{Bmatrix}P_{2B}\\ P_{jB}\end{Bmatrix}=\int_c\begin{Bmatrix}\sigma_{2B}(x',\ y')\ \cos\ m_0x'\\ \sigma_{jB}(x',\ y')\ \sin\ m_0x'\end{Bmatrix}\frac{\cosh\ m_0(h-y')}{\cosh\ m_0h}ds(x',\ y'),\ (j=1,3).\end{aligned}\right\}\tag{3.10}$$

となる．これを (3.9) 式に代入して

$$\left.\begin{aligned}&P_{jc}=\frac{P_{jA}}{1+P_{jB}^2},\\ &P_{js}=P_{jc}\cdot P_{jB},\quad (j=1,\ 2,\ 3).\end{aligned}\right\}\tag{3.11}$$

さらに，(3.11) 式と (3.7) 式の関係より次のごとく j-made の運動をしている時の sousce 分布 $\sigma_j(x',\ y')$ が求まる．

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_{jc}(x',\ y')=\sigma_{jA}(x',\ y')-P_{js}\cdot\sigma_{jB}(x',\ y')\\ &\sigma_{js}(x',\ y')=P_{jc}\cdot\sigma_{jB}(x',\ y'),\qquad (j=1,\ 2,\ 3).\end{aligned}\right\}\tag{3.12}$$

これを (3.1) 式に代入して radiation potential が求まる．

3.2. 圧 力 積 分

j-mode の運動によって生じる k 方向の流体力を F_{jk} とし，$\rho\omega^2Y_j$ で除したものを f_{jk} とおくと

$$\left.\begin{aligned}&f_{jk}=\frac{F_{jk}}{\rho\omega^2Y_j}=-\int_c\phi_j\frac{\partial\phi_k}{\partial n}ds,\\ &f_{jk}=f_{jkc}+if_{jks},\qquad (j,\ k=1,\ 2,\ 3).\end{aligned}\right\}\tag{3.13}$$

と表わされる．

これらの流体力は表1に示すように

$j=k$ の時，f_{jjc} は付加質量あるいはモーメント

f_{jjs} は減衰力あるいは減衰モーメント

$j\neq k$ の時，f_{jkc}. f_{jks} は連成力あるいは連成モーメント

を表示する．

表 1　流 体 力 と そ の 無 次 元 表 示

		上下揺 ($j=2$)	左右揺 ($j=1$)	横揺れ ($j=3$)
力とモーメント	慣性力	$M_H=\rho f_{22C}$	$M_S=\rho f_{11C}$	$M_{\eta\phi}=\rho f_{13C}$
	減衰力	$N_H=-\rho\omega f_{22S}$	$N_S=-\rho\omega f_{11S}$	$N_{\eta\phi}=-\rho\omega f_{13S}$
	慣性モーメント		$M_{\phi\eta}=\rho f_{31C}$	$M_R=\rho f_{33C}$
	減衰モーメント		$N_{\phi\eta}=-\rho\omega f_{31S}$	$N_R=-\rho\omega f_{33S}$
無次元係数	付加質量係数	$\hat{M}_H=M_H/\rho\Delta$	$\hat{M}_S=M_S/\rho\Delta$	
	付加慣性モーメント係数			$\hat{M}_R=M_R/\rho\Delta T^2$
	減衰力係数	$\hat{N}_H=\frac{N_H}{\rho\Delta}\sqrt{B/2g}$	$\hat{N}_S=\frac{N_S}{\rho\Delta}\sqrt{B/2g}$	
	減衰モーメント係数			$\hat{N}_R=\frac{N_R}{\rho\Delta B^2}\sqrt{B/2g}$
	慣性モーメントレバー		$\hat{l}_{SR}=\frac{M_{\eta\phi}}{M_S\cdot T}$	$\hat{l}_{RS}=\frac{M_R}{M_{\phi\eta}\cdot T}$
	減衰モーメントレバー		$\hat{l}_W=\frac{N_{\eta\phi}}{N_S\cdot T}$	$\hat{l}_W=\frac{N_R}{N_{\phi\eta}\cdot T}$
	発散波振幅比	$\hat{A}_H=\zeta_a/Y_2$	$\hat{A}_S=\zeta_a/Y_1$	$\hat{A}_R=\zeta_a/\phi_A\cdot T$

B：船幅　T：吃水　Δ：排水量　ρ：水の密度　g：重力加速度
Y_j：動揺振幅（$Y_3=\phi_A\cdot T$）　ζ_a：波高

3.3. 発散波の振幅比

浅水域における波の群速度 U は (2.2) 式の関係より

$$U=\frac{1}{2}\left(\frac{g}{m_0}\tanh\ m_0h\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(1+\frac{2m_0h}{\sinh\ 2m_0h}\right). \tag{3.14}$$

となる．単位長さ当りの波の平均エネルギーは $\frac{1}{2}\rho g\hat{\eta}_j^2$ であるから，単位時間に伝播される波の平均エネルギー E_0 は

$$E_0=\frac{1}{2}\rho g\hat{\eta}_j^2\left(\frac{g}{m_0}\tanh\ m_0h\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(1+\frac{2m_0h}{\sinh\ 2m_0h}\right),\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.15}$$

となる．これは物体に作用する造波減衰力がなす仕事の平均値

$$W_0=\frac{1}{2}\rho\omega^3\ Y_j^2\ f_{jjs}. \tag{3.16}$$

に等しいから，次式が得られる．

$$\hat{A}_j^2=\frac{\hat{\eta}_j^2}{Y_j^2}=K^2\cdot F(m_0h)\,|f_{jjs}|,$$

$$\therefore\ \hat{A}_j=K\{F(m_0h)\cdot|f_{jjs}|\}^{\frac{1}{2}},\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.17}$$

但し，$$F(m_0h)=\frac{2\cosh^2 m_0h}{2m_0h+\sinh 2m_0h}. \tag{3.18}$$

発散波の振幅比と減衰係数 N_j の関係は (3.13)，(3.17) 式の関係から

$$\frac{N_j}{\rho\omega}=\frac{1}{F(m_0h)}\left|\frac{\hat{A}_j}{K}\right|^2,\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.19}$$

が得られる．これが浅水域における Haskind-Newman の関係式である．

3.4. 横波による強制力およびモーメント

横波による方向の力ある j いはモーメントを E_j とし，ρga および ρgaT で除したものを e_j とおくと，(2.8)，(2.14) 式より，

$$\left.\begin{aligned} e_j&=\frac{E_j}{\rho ga}=-\int_c(\phi_0+\phi_4)\frac{\partial\phi_j}{\partial n}ds,\quad (j=1,\ 2),\\ e_3&=\frac{E_3}{\rho gaT}=-\int_c(\phi_0+\phi_4)\frac{\partial\phi_3}{\partial n}ds. \end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

となる．単位振幅の速度ポテンシャルは

$$\phi_0^{\pm}=\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{\pm im_0x}. \tag{3.21}$$

と表わされる．ϕ_4，ϕ_j $(j=1,\ 2,\ 3)$ はラプラスの方程式を満足しているからグリーンの定理により

$$\int_c\phi_4\frac{\partial\phi_j}{\partial n}ds=\int_c\phi_j\frac{\partial\phi_4}{\partial n}ds,\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.22}$$

また，(2.12) 式より $\frac{\partial\phi_4}{\partial n}=-\frac{\partial\phi_0}{\partial n}$ であるから，これらの関係を (3.20) 式に代入して整理すると，

$$e_j^{\pm}=-H_j^{\pm}(m_0h),\qquad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.23}$$

となる．ただし，

$$\left.\begin{aligned} H_j^{\pm}(m_0h)&=\int_c\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial n}-\phi_j\frac{\partial}{\partial n}\right)\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{\pm m_0x}\,ds,\\ H_j^{\pm}&=H_{jc}^{\pm}+iH_{js}^{\pm},\ (j=1,\ 2,\ 3). \end{aligned}\right\} \tag{3.24}$$

である．また，無限遠における速度ポテンシャルは (2.16) 式より

$$\underset{x\to\pm\infty}{\phi_j}\sim iF(m_0h)\cdot H_j^{\pm}(m_0h)\cdot\phi_0^{\mp} \tag{3.25}$$

となる．この式から H_j^+ は x の正方向に進む波の，H_j^- は負の方向に進む波の振幅関数となっている．今，船型が左右対称であるとすると，

$$|H_j^+(m_0h)|=|H_j^-(m_0h)|=H_j(m_0h),\ (j=1,\ 2,\ 3).$$

となる．従って発散波の振幅比は次のごとく表わされる．

$$\hat{A}_j=K\cdot F(m_0h)\cdot H_j(m_0h),\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.21}$$

また，その位相 ε_j は (3.25) 式より

$$\varepsilon_j=\tan^{-1}\left(\frac{+H_{jc}}{-H_{js}}\right),\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.27}$$

となる．

以上の関係を (3.23) 式に代入し整理すると，波強制力およびモーメントは発散波の振幅比およびその位相で次式のごとく表わされる．

$$e_j=\frac{i\ \hat{A}_j}{K\cdot F(m_0h)}e^{i\varepsilon j},\qquad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.28}$$

一方，柱状体表面に分布させた source の強さとの関係は，速度ポテンシャルの連続性およびその一次導関数の不連続性から

$$H_j^{\pm}(m_0h)=2\pi\int_c\sigma_j\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}e^{\pm im_0x}\ ds,\quad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.29}$$

となり，(3.6) 式の関係より

$$\left.\begin{aligned}&\left.\begin{matrix}H_{2c}(m_0h)\\H_{jc}(m_0h)\end{matrix}\right\}=2\pi\cdot\left\{\begin{matrix}P_{2c}\\-P_{jc}\end{matrix}\right\},\\&\left.\begin{matrix}H_{2s}(m_0h)\\H_{js}(m_0h)\end{matrix}\right\}=2\pi\cdot\left\{\begin{matrix}P_{2s}\\P_{js}\end{matrix}\right\},\qquad (j=1,\ 3).\end{aligned}\right\} \tag{3.30}$$

が得られる．他方，(3.17)，(3.26)，(3.30) 式の関係式より

$$\begin{aligned}&K^2\cdot F(m_0h)\cdot\cosh^2\ m_0h|f_{jjs}|=4\pi^2\cdot K^2\cdot F^2(m_0h)\cdot(P_{js}^2+P_{jc}^2),\\&\therefore\quad |f_{jjs}|\cosh^2\ m_0h/\{F(m_0h)\cdot(P_{jc}^2+P_{js}^2)\}=4\pi^2,\quad (j=1,\ 2,\ 3).\end{aligned} \tag{3.31}$$

となる．この式は数値計算結果の精度の判定に便利な式である．

3.5. 反射波および透過波係数

文献〔16〕に従って水深無限大の場合の関係を有限水深の場合に拡張する．グリーンの定理より radiation potential は (2.16) 式を用いて

$$\phi_j=\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_j}{\partial n}-\phi_j\frac{\partial}{\partial n}\right)G(x,\ y;\ x',\ y')ds,\qquad (j=1,\ 2,\ 3). \tag{3.32}$$

と表わされる．断面の対称性を考慮し，実部と虚部に分けると次のごとくなる．

$\phi_2(x,\ y)=\phi_2(-x,\ y)$ の場合

$$\left.\begin{aligned}\phi_{2c}(x,\ y)=&\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_{2c}}{\partial n}-\phi_{2c}\frac{\partial}{\partial n}\right)G_c\ ds\\&-F(m_0h)H_{2s}^{+}(m_0h)\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x,\end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned}\phi_{2s}(x,\ y)=&\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_{2s}}{\partial n}-\phi_{2s}\frac{\partial}{\partial n}\right)G_c\ ds\\&+F(m_0h)\cdot H_{2c}^{+}(m_0h)\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x.\end{aligned}\right\}\qquad(3.33)$$

$\phi_j(x,\ y)=-\phi_j(-x,\ y)$, $(j=1.\ 3)$ の場合

$$\left.\begin{aligned}\phi_{jc}(x,\ y)=&\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_{jc}}{\partial n}-\phi_{jc}\frac{\partial}{\partial n}\right)G_c\ ds\\&+iF(m_0h)\cdot H_{js}^{+}(m_0h)\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x,\\\phi_{js}(x,\ y)=&\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_{js}}{\partial n}-\phi_{js}\frac{\partial}{\partial n}\right)G_c\ ds\\&-iF(m_0h)\cdot H_{jc}^{+}(m_0h)\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x.\end{aligned}\right\}\qquad(3.34)$$

さらに $\frac{\partial\phi_{js}}{\partial n}=0$, $(j=1,\ 2,\ 3)$ を考慮して点 $P(x,\ y)$ を船体表面上に持ってくると，G_c の特異性から (3.33), (3.34) 式はそれぞれ

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}\phi_{2c}(x,\ y)=&\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_{2c}}{\partial n}-\phi_{2c}\frac{\partial}{\partial n}\right)G_c\ ds\\&-F(m_0h)\cdot H_{2s}^{+}\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x,\\\frac{1}{2}\phi_{2s}(x,\ y)=&\frac{-1}{2\pi}\int_c\phi_{2s}\frac{\partial}{\partial n}G_c\ ds\\&+F(m_0h)\cdot H_{2c}^{+}\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x.\end{aligned}\right\}\qquad(3.35)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}\phi_{jc}(x,\ y)=&\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_{jc}}{\partial n}-\phi_{jc}\frac{\partial}{\partial n}\right)G_c\ ds\\&+iF(m_0h)\cdot H_{js}^{+}\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x,\\\frac{1}{2}\phi_{js}(x,\ y)=&\frac{-1}{2\pi}\int_c\phi_{js}\frac{\partial}{\partial n}G_c\ ds-iF(m_0h)\cdot H_{jc}^{+}\cdot\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x,\end{aligned}\right\}$$

$(j=1,\ 3)\qquad(3.36)$

となる．次に diffraction potential ϕ_4 について考える

$$\phi_4=\phi_{4A}+i\phi_{4B}$$

とおくと，(2.12) および (3.21) 式より

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\phi_{4A}}{\partial n}=&-\frac{\partial}{\partial n}\left\{\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x\right\},\\\frac{\partial\phi_{4B}}{\partial n}=&-\frac{\partial}{\partial n}\left\{\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x\right\}.\end{aligned}\right\}\qquad(3.37)$$

となる．ϕ_{4A}，ϕ_{4B} はそれぞれ虚部をもっている．またグリーンの定理より

$$\phi_4=\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_4}{\partial n}-\phi_4\frac{\partial}{\partial n}\right)G\cdot ds=-\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial n}+\phi_4\frac{\partial}{\partial n}\right)Gds. \tag{3.38}$$

また，ϕ_0 に関しても同様な積分を行なうと，

$$\phi_0=\frac{1}{2\pi}\int_c\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial n}-\phi_0\frac{\partial}{\partial n}\right)G\cdot ds=0. \tag{3.39}$$

となる．(3.38) 式に (3.39) 式を加えると，

$$\phi_4=-\frac{1}{2\pi}\int_c(\phi_0+\phi_4)\frac{\partial}{\partial n}G\cdot ds. \tag{3.40}$$

となる．ϕ_{4A}，ϕ_{4B} は互いに独立であると考えてよいから

$$\left.\begin{aligned}\phi_{4A}&=-\frac{1}{2\pi}\int_c\left\{\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}\cos m_0x+\phi_{4A}\right\}\frac{\partial}{\partial n}G\cdot ds,\\ \phi_{4B}&=-\frac{1}{2\pi}\int_c\left\{\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}\sin m_0x+\phi_{4B}\right\}\frac{\partial}{\partial n}G\cdot ds.\end{aligned}\right\} \tag{3.41}$$

となる．また，

$$\begin{aligned}H_4^{\pm}(m_0h)&=\int_c\left(\frac{\partial\phi_4}{\partial n}-\phi_4\frac{\partial}{\partial n}\right)\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{\pm im_0x}\,ds\\&=-\int_c(\phi_0+\phi_4)\frac{\partial}{\partial n}\cdot\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{\pm im_0x}\,ds\\&=H_{4A}^{\pm}+iH_{4B}^{\pm}.\end{aligned} \tag{3.42}$$

となる．さらに対称性，反対称性から

$$\left.\begin{aligned}H_{4A}^{+}(m_0h)&=H_{4A}^{-}(m_0h)=-\int_c(\phi_{0A}+\phi_{4A})\frac{\partial}{\partial n}\cdot\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}\cos m_0x,\\ H_{4B}^{4}(m_0h)&=-H_{4B}^{-}(m_0h)=-i\int_c(\phi_{0B}+\phi_{4B})\frac{\partial}{\partial n}\cdot\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}\sin m_0x.\end{aligned}\right\} \tag{3.43}$$

となる．ここで ϕ_{4A}，ϕ_{4B} を実部，虚部に分けると

$$\phi_{4A}=\phi_{4AC}+i\phi_{4AS},\qquad \phi_{4B}=\phi_{4BC}+i\phi_{4BS}.$$

これと (3.37) 式より

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial n}\phi_{4AC}&=-\frac{\partial}{\partial n}\phi_{0A}=-\frac{\partial}{\partial n}\cdot\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}\cos m_0x,\\ \frac{\partial}{\partial n}\phi_{4AS}&=0,\\ \frac{\partial}{\partial n}\phi_{4BC}&=-\frac{\partial}{\partial n}\phi_{0B}=-\frac{\partial}{\partial n}\cdot\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}\sin m_0x,\\ \frac{\partial}{\partial n}\phi_{4BS}&=0.\end{aligned}\right\} \tag{3.44}$$

となる．これと (3.41) 式から境界条件を表わす積分方程式をつくれば

$$\left.\begin{aligned}-\frac{1}{2}(\phi_{0A}+\phi_{4AG})&=+\frac{1}{2\pi}\int_c(\phi_{0A}+\phi_{4AG})\frac{\partial}{\partial n}G_c\ ds\\&\quad+\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x\{1-F(m_0h)\cdot H_{4AS}^{+}(m_0h)\},\\-\frac{1}{2}\phi_{4AS}&=-\frac{1}{2\pi}\int_c\phi_{4AS}\frac{\partial}{\partial n}G_c\ ds+F(m_0h)\cdot H_{4AC}^{+}(m_0h)\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\cos\ m_0x.\end{aligned}\right\}\tag{3.45}$$

$$\left.\begin{aligned}-\frac{1}{2}(\phi_{0B}+\phi_{4BG})&=-\frac{1}{2\pi}\int_c(\phi_{0B}+\phi_{4BG})\frac{\partial}{\partial n}G_c\ ds\\&\quad+\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x\{1+iF(m_0h)\cdot H_{4BS}^{+}(m_0h)\},\\-\frac{1}{2}\phi_{4BS}&=-\frac{1}{2\pi}\int_c\phi_{4BS}\frac{\partial}{\partial n}G_c\ ds-iF(m_0h)\cdot H_{4BC}^{+}(m_0h)\frac{\cosh\ m_0(h-y)}{\cosh\ m_0h}\sin\ m_0x.\end{aligned}\right\}\tag{3.46}$$

となる，これら (3.35)，(3.36)，(3.45)，(3.46) 式は全て Fredholm の第二種の積分方程式であるので一義的な解があるとみなしてよく，これらの間に次のような従属的関係が得られる．

$$\frac{H_{2S}^{+}(m_0h)}{H_{2C}^{+}(m_0h)}=\frac{H_{4AS}^{+}(m_0h)}{H_{4AC}^{+}(m_0h)},\tag{3.47}$$

$$\frac{H_{jS}^{+}(m_0h)}{H_{jC}^{+}(m_0h)}=\frac{H_{4BS}^{+}(m_0h)}{H_{4BC}^{+}(m_0h)}\cdot(j=1,\ 3)\tag{3.48}$$

同様にして

$$(\phi_{0A}+\phi_{4AG})\cdot F(m_0h)\cdot H_{4AC}^{+}=\phi_{4AS}\{1-F(m_0h)\cdot H_{4AS}^{+}\},$$
$$(\phi_{0B}+\phi_{4BG})\cdot F(m_0h)\cdot H_{4BC}^{+}=i\phi_{4BS}\{1+iF(m_0h)\cdot H_{4BS}^{+}\}.$$

上式と (3.43) 式の関係から次式が得られる．

$$\left.\begin{aligned}H_{4AS}^{+}&=F(m_0h)\{(H_{4AC}^{+})^2+(H_{4AS}^{+})^2\},\\iH_{4AS}^{+}&=F(m_0h)\{(H_{4BC}^{+})^2+(H_{4BS}^{+})^2\}.\end{aligned}\right\}\tag{3.49}$$

ここで (3.47)，(3.49) の関係を次のようにおく

$$\frac{H_{1S}^{+}}{H_{1S}^{+}}=\tan\ \alpha_1,\qquad\frac{H_{2S}^{+}}{H_{2C}^{+}}=\tan\ \alpha_2.\tag{3.50}$$

(3.49) 式より

$$H_4^{\mp}=\frac{1}{F(m_0h)}(e^{i\alpha_2}\sin\ \alpha_2\mp e^{i\alpha_1}\sin\ \alpha_1).\tag{3.51}$$

となる．この式を (3.27) 式の発散波の位相 εj, $(j=1, 2, 3)$ で表わすと，H_{1C}^{+}, H_{1S}^{+} が純虚数，H_{2C}^{+}, H_{2S}^{+} が実数であることを考慮して，

$$\alpha_1=\varepsilon_1-\pi, \qquad \alpha_2=\varepsilon_2-\frac{\pi}{2}. \tag{3.52}$$

となり，(3.51) 式は

$$H_4^{\pm}=\frac{1}{F(m_0h)}(ie^{i\varepsilon_2}\cos\varepsilon_2\mp e^{i\varepsilon_1}\sin\varepsilon_1). \tag{3.53}$$

となる．

ϕ_4 による $x\to\pm\infty$ における発散波は

$$\underset{x\to\pm\infty}{\hat{\eta}}\sim iH_4^{\pm}\cdot F(m_0h)\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{\mp im_0x}. \tag{3.54}$$

で表わされるから，$x>0$ から単位振幅の入射波がある時，固定物があるため $x\to\pm\infty$ での波は次のごとく表わされる．

$$\left.\begin{aligned}\eta_{+\infty}&\sim iH_4^{+}\cdot F(m_0h)\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{-im_0x},\\ \eta_{-\infty}&\sim\{1+iH_4^{-}\cdot F(m_0h)\}\frac{\cosh m_0(h-y)}{\cosh m_0h}e^{+im_0x}.\end{aligned}\right\} \tag{3.55}$$

従って，固定物体がある場合の反射波係数 C_R および透過波係数 C_T は次のごとく表わされる．

$$C_R=|iH_4^{+}(m_0h)\cdot F(m_0h)|. \tag{3.56}$$

$$C_T=|1+iH_4^{-}(m_0h)\cdot F(m_0h)|. \tag{3.57}$$

4. 数値計算法とその精度

4.1. 数 値 計 算 法

理論計算の手順は 3.1 節に示した通りである．積分方程式をそのまま解くことは困難であるから，船体表面を N 分割し，それぞれの区間では source の強さは一定とし，source の強さ σ_{jc}, σ_{js} および積分定数 C_{jc}, C_{js} ($j=2$ の時，$C_{2c}=C_{2s}=0$) を未知数とする二組の $(N+1)$ 元連立一次方程式を解くことにより，source 分布を階段状に決定することができる．

この時のグリーン関数および流れ関数の数値計算法は次の通りである．

(2.16) 式の対数項を無限積分表示に変換[18]し，図 2 の積分路にそって複素積分を行なうと次のごとく無限級数で表わされる．

$$G_c=\frac{4\pi\cosh m_0(h-y)\cosh m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh 2m_0h}\sin m_0|x-x'|$$

$$-4\pi\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\cos n_j(h-y)\cos n_j(h-y')}{2n_jh+\sin 2n_jh}e^{-n_j|x-x'|}. \tag{4.1}$$

但し，n_j ($j=1, 2, 3,\cdots\cdots$): $K=k\tanh kh$ の虚根

また，流れ関数に関しては次の二つの領域に分けて考える．

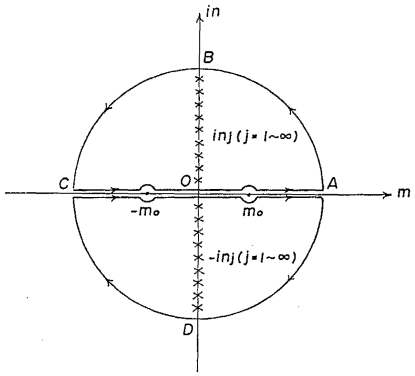

図 2 積 分 路

$x-x'<0$, $y-y'<0$ の場合

$$S_c=-\mathrm{sgn}(x-x')\left\{\frac{4\pi\ \sinh\ m_0(h-y)\ \cosh\ m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh\ 2m_0h}\cos\ m_0(x-x')\right.$$

$$\left.+4\pi\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\sin\ n_j(h-y)\ \cos\ n_j(h-y')}{2n_jh+\sin\ 2n_jh}\mathrm{e}^{-n_j|x-x'|}\right\}-2\pi. \tag{4.2}$$

その他の領域の場合,

$$S_c=-\mathrm{sgn}(x-x')\left\{\frac{4\pi\ \sinh\ m_0(h-y)\ \cosh\ m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh\ 2m_0h}\cos\ m_0(x-x')\right.$$

$$\left.+4\pi\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\sin\ n_j(h-y)\ \cos\ n_j(h-y')}{2n_jh+\sin\ 2n_jh}\mathrm{e}^{-n_j|x-x'|}\right\}. \tag{4.3}$$

となる. (4.1), (4.2) および (4.3) 式の無限級数において, いくらの項数までとれば十分であるか重要な問題である. 今, N 項までとった時の誤差をそれぞれ GER, SER と置くと次式で求めることができる[19].

$$GER=\frac{\left|-\frac{1}{8\pi}\log(1-2\mathrm{e}^{-r}\cos\ \alpha+\mathrm{e}^{-2r})(1-2\mathrm{e}^{-r}\cos\ \beta+\mathrm{e}^{-2r})-\frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{N}\frac{\cos j\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos j\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}{j}\mathrm{e}^{-ir}\right|}{\left|\sum_{j=1}^{N}\frac{\cos\ n_j(h-y)\ \cos\ n_j(h-y')}{2n_jh+\sin\ 2n_jh}\mathrm{e}^{-n_j|x-x'|}\right|} \tag{4.4}$$

$$SER=\frac{\left|-\frac{1}{4\pi}\left(\tan^{-1}\frac{\mathrm{e}^{-r}\ \sin\ \alpha}{1-\mathrm{e}^{-r}\ \cos\ \alpha}+\tan^{-1}\frac{\mathrm{e}^{-r}\ \sin\ \beta}{1-\mathrm{e}^{-r}\ \cos\ \beta}\right)+\frac{1}{2\pi}\sum_{j=1}^{N}\frac{\sin j\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos j\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}{j}\mathrm{e}^{-ir}\right|}{\left|\sum_{j=1}^{N}\frac{\sin\ n_j(h-y)\ \cos\ n_j(h-y')}{2n_jh+\sin\ 2n_jh}\mathrm{e}^{-n_j|x-x'|}\right|} \tag{4.5}$$

但し，$\alpha=\frac{\pi}{h}(y+y')$，　$\beta=\frac{\pi}{h}(y-y')$，　$\gamma=\frac{\pi}{h}|x-x'|$.

$|x-x'|/\frac{B}{2}=0.2$，$KT=0.5$ の時の誤差を表2に示す．水深が深くなると誤差が大きくなっている．本計算では最大誤差を1%以内として，$N=20$ 項を取り計算を行なった．

次に $|x-x'|/\frac{B}{2}<0.2$ では項数 N を多くしないと当然誤差が大きくなってくる，従って計算時間短縮のために，(2.16)，(2.17) 式を次のように変形した．

速度ポテンシャルは

$$G(x,\ y;\ x',\ y')=G_c(x,\ y;\ x',\ y')+iG_s(x,\ y;\ x'.\ y')$$

$$=\log\frac{r_1}{r_2}+2\cdot P.V.\int_0^\infty\frac{e^{-k\ y+y'}}{K-k}\cos\ k(x-x')\,dk$$

$$+2\cdot P.V.\int_0^\infty\frac{e^{-kh}(K\ \sinh\ ky'-k\ \cosh\ ky')(k\ \cosh\ ky-K\ \sinh\ ky)}{k(K-k)(K\ \cosh\ kh-k\ \sinh\ kh)}\cos\ k(x-x')\,dk$$

$$+i\frac{4\pi\ \cosh\ m_0(h-y)\ \cosh\ m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh\ 2m_0h}\cos\ m_0(x-x')$$

$$=\log\frac{r_1}{r_2}+I_\infty+I_h+iG_s. \tag{4.6}$$

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{h\to\infty}I_h\to 0,\\&\lim_{k\to\infty}G_s\to 2\pi e^{-K(y+y')}\ \cos\ K(x-x').\end{aligned}\right\} \tag{4.7}$$

となる，流れ関数は

$$S(x,\ y;\ x',\ y')=S_c(x,\ y;\ x',\ y')+iS_s(x,\ y;\ x',\ y')$$

表2　級数の誤差 ($|x-x'|/\frac{B}{2}=0.2$，$KT=0.5$)

N	h/T / ERR.	1.1	1.5	2.0	4.0	6.0
10	*GER*	0.88×10^{-4}	0.24×10^{-2}	0.54×10^{-2}	0.76×10^{-2}	0.63×10^{-1}
	SER	0.76×10^{-3}	0.28×10^{-2}	0.59×10^{-1}	0.95×10^{-1}	0.30×10^{-1}
20	*GER*	0.29×10^{-5}	0.10×10^{-4}	0.19×10^{-3}	0.62×10^{-3}	0.45×10^{-2}
	SER	0.14×10^{-5}	0.28×10^{-4}	0.85×10^{-4}	0.27×10^{-2}	0.97×10^{-2}
30	*GER*	0.35×10^{-5}	0.27×10^{-5}	0.33×10^{-5}	0.88×10^{-3}	0.12×10^{-2}
	SER	0.21×10^{-5}	0.44×10^{-5}	0.56×10^{-4}	0.10×10^{-2}	0.21×10^{-2}
50	*GER*	0.35×10^{-5}	0.30×10^{-5}	0.95×10^{-5}	0.33×10^{-4}	0.21×10^{-3}
	SER	0.21×10^{-5}	0.56×10^{-5}	0.15×10^{-4}	0.70×10^{-5}	0.72×10^{-4}
100	*GER*	0.35×10^{-5}	0.30×10^{-5}	0.95×10^{-4}	0.87×10^{-6}	0.68×10^{-4}
	SER	0.21×10^{-5}	0.56×10^{-5}	0.15×10^{-4}	0.20×10^{-6}	0.17×10^{-5}

$$=\theta_1-\theta_2+2\cdot P.V.\int_0^\infty \frac{e^{-k(y+y')}}{K-k}\sin k(x-x')dk$$

$$+2\cdot P.V.\int_0^\infty \frac{e^{-kh}(K\sinh ky'-k\cosh ky')(K\cosh ky-k\sinh ky)}{k(K-k)(K\cosh kh-k\sinh kh)}\sin k(x-x')dk$$

$$+i\frac{4\pi\sinh m_0(h-y)\cosh m_0(h-y')}{2m_0h+\sinh 2m_0h}\sin m_0(x-x')$$

$$=(\theta_1-\theta_2)+J_\infty+J_h+iS_s. \tag{4.8}$$

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{h\to\infty} J_h\to 0,\\&\lim_{h\to\infty} S_s\to 2\pi\, e^{-K(y+y')}\sin K(x-x').\end{aligned}\right\} \tag{4.9}$$

となる．(4.6)，(4.8) 式のそれぞれ第3項 I_h，J_h は水深が無限大になると消滅してしまい，G，S はそれぞれ水深無限大の時の速度ポテンシャルおよび流れ数関に一致する．すなわち，水深無限大の式に第3項 I_h，J_h をそれぞれ付加することによって，有限水深の境界条件を満足する式になっている．従って，(4.6)，(4.8) 式をプログラム化すると有限水深の流体力を求めるプログラムが完成すると同時に無限水深の場合のプログラムが完成するわけである．また，特異点法による水深無限大のプログラムがあると，それに第3項の I_h，J_h をそれぞれ付け加えることによって簡単に有限水深のプログラムができるという便利な式である．

さて，(4.6)，(4.8) 式の第1項および第2項による無限水深の場合の計算法はすでに多くの研究者[17),20)]によって示されているから省略して，それぞれの式の第3項について述べる．図1において次のような記号を用いる，

$$\left.\begin{aligned}&V=Kh, \quad u=kh, \quad \beta_1=\tan^{-1}\frac{x}{y}, \quad \beta_2=\tan^{-1}\frac{x'}{y'},\\&y_{h1}=y/h, \quad y_{h2}=y'/h, \quad x_{h1}=x/h, \quad x_{h2}=x'/h,\\&r_{h1}=(x^2+y^2)^{1/2}/h, \quad r_{h2}=(x'^2+y'^2)^{1/2}/h.\end{aligned}\right\} \tag{4.10}$$

I_h および J_h は無次元周波数 V だけを含む無限積分を分離できて，次のような二重級数で表わされる．

$$I_h=\sum_{s=3}^{\infty}F_{2s+1}(V)\left\{-V^2\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2t+1}\cos(2s-2t+1)\beta_1\cdot\cos(2t+1)\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t+1)!}\right.$$

$$+V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h2}}^{2s-2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2t}\cos(2s-2t+1)\beta_1\cdot\cos 2t\ \beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t)!}$$

$$+V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2t}\cdot{r_{h2}}^{2s-2t+1}\cdot\cos 2t\beta_1\cdot\cos(2s-2t+1)\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t)!}$$

$$\left.-\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t}\cdot{r_{h2}}^{2t}\cdot\cos(2s-2t)\beta_1\cdot\cos 2t\beta_2}{(2s-2t)!\ (2t)!}\right\}$$

$$+\sum_{s=0}^{\infty}F_{2s+3}(V)\left\{-V^2\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+2}\cdot{r_{h2}}^{2t+2}\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_1\cdot\sin(2t+2)\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t+2)!}\right.$$

$$+V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+2}\cdot{r_{h2}}^{2t+1}\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_1\cdot\sin(2t+1)\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t+1)!}$$

$$+V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2t+1}\cdot{r}^{2s-2t+2}\cdot\sin(2t+1)\beta_1\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t+1)!}$$

$$-\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2t+1}\cdot\sin(2s-2t+1)\beta_1\cdot\sin(2t+1)\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t+1)!}\Big\}. \quad (4.11)$$

$$J_h=\sum_{s=0}^{\infty}F_{2s+1}(V)\Big\{V^2\sum_{t=3}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2t+1}\cdot\sin(2s-2t+1)\beta_1\cdot\cos(2t+1)\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t+1)!}$$

$$-V^2\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2t}\cdot{r_{h2}}^{2s-2t+2}\cdot\cos\ 2t\beta_1\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t)!}$$

$$-V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2t}\cdot\sin(2s-2t+1)\beta_1\cdot\cos\ 2t\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t)!}$$

$$+V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2t}\cdot{r}^{2s-2t+1}\cdot\cos\ 2t\beta_1\cdot\sin(2s-2t+1)\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t)!}$$

$$+\sum_{s=0}^{\infty}F_{2s+3}(V)\Big\{V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2s-2t+2}\cdot\cos(2t+1)\beta_1\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t+1)!}$$

$$-V\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+2}\cdot{r_{h2}}^{2t+1}\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_1\cdot\cos(2t+1)\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t+1)!}$$

$$+\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2s-2t+2}\cdot{r_{h2}}^{2t}\cdot\sin(2s-2t+2)\beta_1\cdot\cos\ 2t\beta_2}{(2s-2t+2)!\ (2t)!}$$

$$-\sum_{t=0}^{s}\frac{{r_{h1}}^{2t+1}\cdot{r_{h2}}^{2s-2t+1}\cdot\cos(2t+1)\beta_1\cdot\sin(2s-2t+1)\beta_2}{(2s-2t+1)!\ (2t+1)!}\Big\}. \quad (4.12)$$

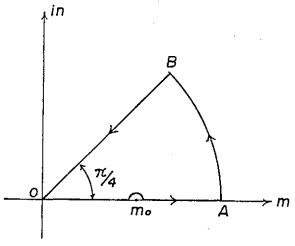

図 3　積　分　路

但し，$F_{2s+1}(V)$，$F_{2s+3}(V)$ は無次元周波数 V のみを含む無限積分で，図3のような積分路をとる複素積分を行なうと次のようになる[21]．

$$F_{2s+1}(V)=P.V.\int_0^{\infty}\frac{e^{-u}\cdot u^{2s+1}\cdot du}{(V-u)(V\cosh u-u\sinh u)}=\int_0^{\infty}\frac{N_{2s+1}}{D_{2s+1}}db. \quad (4.13)$$

$$N_{2s+1}=-\frac{b^{2s+1}}{2^{s+2}}\Big[V^2\Big\{e^{-b}\sin\frac{s\pi}{2}+\sin\Big(\frac{s\pi}{2}-b\Big)\Big\}+$$

$$+bV\left\{\cos\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)-\sin\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)\right\}$$

$$+\frac{b^2}{2}\left\{e^{-b}\cos\frac{s\pi}{2}-\cos\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)\right\}\Bigg]. \tag{4.14}$$

$$D_{2s+1}=\frac{1}{2}\left(V^2-bV+\frac{b^2}{2}\right)\left\{V^2(\cosh b+\cos b)-bV(\sinh b-\sin b)+\frac{b^2}{2}(\cosh b-\cos b)\right\}. \tag{4.15}$$

$$F_{2s+3}(V)=P.V.\int_0^\infty\frac{e^{-u}\cdot u^{2s+3}\,du}{(V-u)(V\cosh u-u\sinh u)}=\int_0^\infty\frac{N_{2s+3}}{D_{2s+3}}db. \tag{4.16}$$

$$N_{2s+3}=-\frac{b^{2s+3}}{2^{s+3}}\Bigg[V^2\left\{e^{-b}\cos\frac{s\pi}{2}+\cos\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)\right\}$$

$$-bV\left\{\cos\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)+\sin\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)\right\}$$

$$-\frac{b^2}{2}\left\{e^{-b}\sin\frac{s\pi}{2}-\sin\left(\frac{s\pi}{2}-b\right)\right\}\Bigg]. \tag{4.17}$$

$$D_{2s+3}=D_{2s+1}. \tag{4.18}$$

(4.13), (4.16) 式をシンプソン公式を用いて数値積分を行なう時，図4に示されるように低周波数領域での等分間隔 b の値の大きさによって積分値が大きく異なり，結果的に誤った流体力を求めることになるので十分注意を要する．この点についてはごく最近 C.H. Kim も気づいて波の計算結果の誤りを訂正している[22]．本計算に用いた等分間隔 b の大きさは無次元周波数 V の大きさによって異な

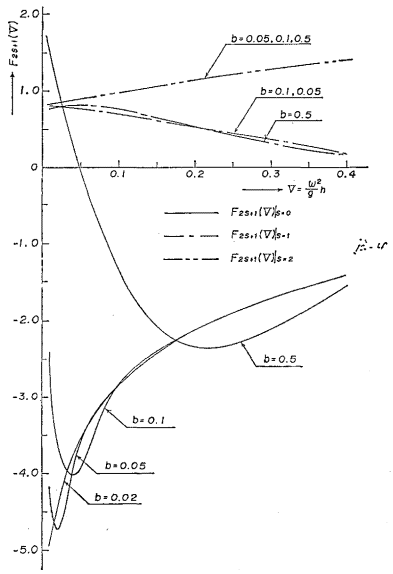

図 4 低周波数領域の無限積分値

表 3　等分間隔の大きさ

	無次元周波数 ($V=\frac{\omega^2}{g}h$)	等分間隔 (b)
$S=0$	$0 \leqq V \leqq 0.015$	$b=0.001$
	$0.015 < V \leqq 0.04$	$b=0.01$
	$0.04 < V \leqq 0.10$	$b=0.02$
	$0.10 < V \leqq 0.20$	$b=0.05$
	$0.20 < V \leqq 1.0$	$b=0.10$
	$1.0 < V < \infty$	$b=0.50$
$S=1$	$0 \leqq V \leqq 1.0$	$b=0.10$
	$1.0 < V < \infty$	$b=0.50$
$S=2$	$0 < V \leqq 0.2$	$b=0.10$
	$0.2 < V < \infty$	$b=0.50$
$S=3$	$0 \leqq V < \infty$	$b=0.50$

り，表 3 の通りである．また積分範囲は誤差が 0.1 %以下になるように決定した．I_h および J_h の二重級数の S の大きさは $S=7$ の場合と $S=8$ の場合，有効数字 5 桁まで一致しているの，$S=7$ で収束しているものとして本計算では全て $S=7$ で打ち切っている．

4.2 数値計算結果の精度

船体表面の分割数 N が大きくなると数値計算精度が向上すると考えられる．半没円柱の場合，片側の分割数が $N=20$, 30, 40 の時の数値計算を行ない，その計算結果の精度を (3.31) 式で判定すると上下揺の場合，表 4 のごとくなる．表 4 からもわかる通り，分割数が多くなると精度はよくなっている．また，水深の変化は計算精度にはほとんど影響を与えず，$h/T=1.1$ のごく浅い場合まで精度よく求まっている．$N=30$ と $N=40$ の分割では精度の差は 0.2 %以内であり，$N=30$ で十分精度をもつものと考え，今後の計算では全て $N=30$ の分割数で行なっている．

Sayer と Ursell はごく最近，$KT=0$ における半円の上下揺付加質量係数を計算している[3]．その結果と本計算法による低周波数 ($KT=0.005$) での結果を図 5 に示す．図からわかるように，このよう

表 4　半没円筒上下揺の精度

N	KT \ h/T	1.1	1.2	1.5	2	4	6	10
20	0.5	0.98290	0.98501	0.98765	0.98853	0.98749	0.98660	0.98730
	1.0	0.98605	0.98531	0.98490	0.98360	0.98054	0.98018	0.98154
30	0.5	0.98751	0.98924	0.99140	0.99208	0.99138	0.99075	0.99138
	1.0	0.98927	0.98904	0.98912	0.98844	0.98640	0.98623	0.98745
40	0.5	0.99026	0.99160	0.99338	0.99386	0.99340	0.99288	0.99341
	1.0	0.99203	0.99139	0.99140	0.99093	0.98942	0.98930	0.99025

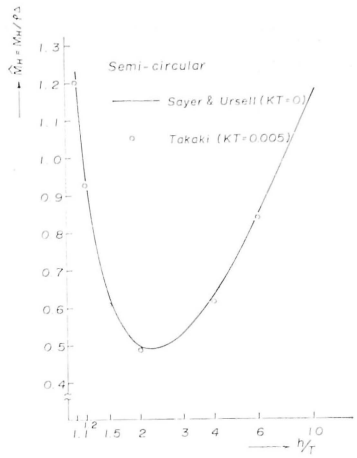

図 5　半円断面の上下揺付加質量係数（$KT=0$）の比較

な低周波数においても本計算法によってよい値が得られることがわかった．

5. 実　　験

実験は九州大学応用力学研究所付属津屋崎海洋災害実験所の小水槽（$L\times B\times D=60\ \mathrm{m}\times 1.5\ \mathrm{m}\times 1.5\ \mathrm{m}$）で行なった．写真1に強制上下揺試験状態，写真2に横方向強制動揺試験状態を示す．

本実験に用いた三隻の模型船は図6に示すような Lewis form 断面を有する二次元模型で，水槽幅が1.5 m であるから，二次元状態を保たせるために長さは全て1.45 m とした．強制動揺試験は上下方

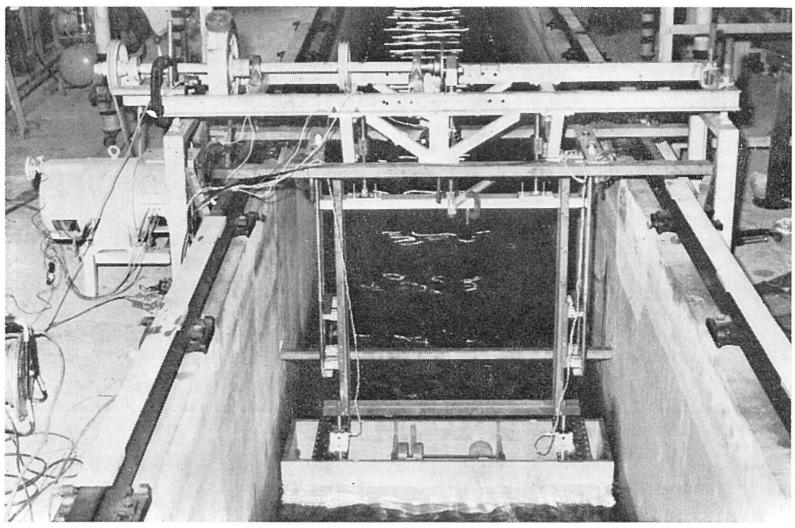

写真1　強制上下揺試験状態

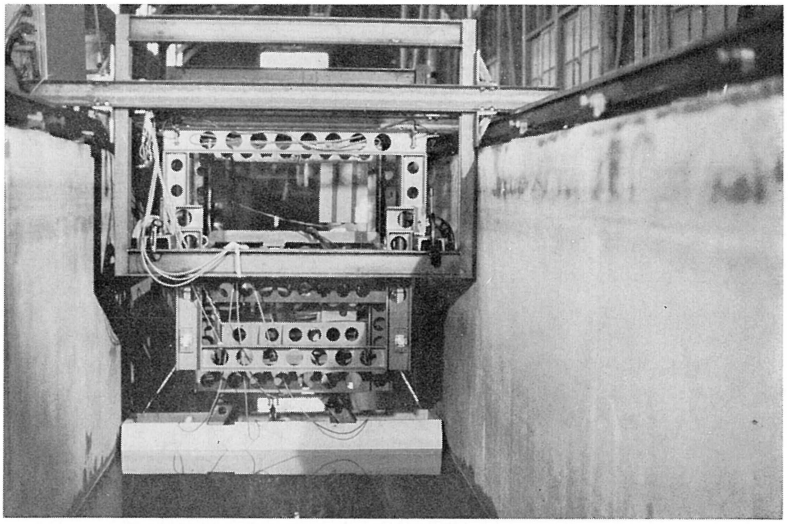

写真2　横方向強制動揺試験状態

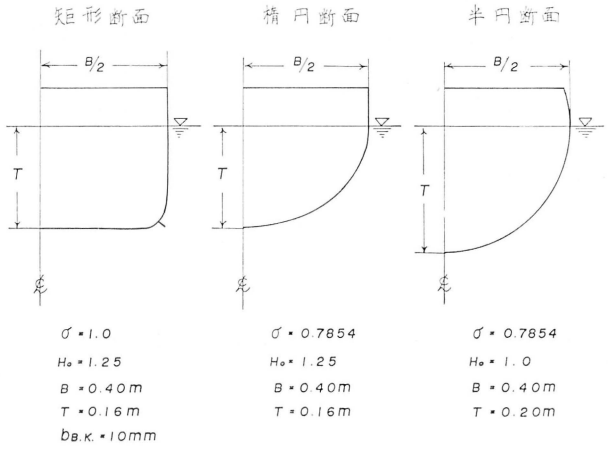

図6　供試模型の断面形状

向および横方向それぞれ別々の実験状態で行なった．強制上下揺試験は水深を4種類（h=130.0 cm, 59.2 cm, 31.4 cm, 21.5 cm）変化させて，短形模型についてのみ行なった．他方，横方向動揺試験は3隻の模型船について，水深を4種類（h=124.5 cm, 66.5 cm, 32 cm, 22.5 cm）変化させて行なった．短形模型には幅 10 mm のビルジキールを付けた状態で，また半円模型には幅 10 mm のビルジキールを付けた場合と付けない場合の両方の状態の実験を行なった．

計測は変位，流体反力および発散波について行なわれた．横方向の流体反力は3枚のストレーンゲージ型の検力計の値を組み合せることによって，左右方向，横方向および連成の力を求めることができ

る[23]．発散波の波高は模型船から5 m離れた位置に抵抗線型波高計によって計測した．このようにして計測した力および波形は全てフーリェ解析を行ない，基本円振動数 ω の項を求め，理論計算結果と比較を行なった．

5.1. 強制動揺試験の解析

船体の上下揺運動方程式ならびに船体の固定軸，原点O（図1）の回りの横揺れおよび左右揺れの連成運動方程式を次のごとくおく，

$$(\rho\Delta+M_H)\ddot{\zeta}+N_H\,\dot{\zeta}+\rho g A_W\,\zeta=Z_A\,\sin(\omega t+\varepsilon_Z). \tag{5.1}$$

$$\begin{cases}(\rho\Delta+M_S)\ddot{\eta}+N_S\,\dot{\eta}+(M_{\eta\phi}-\rho\Delta\,\overline{OG})\ddot{\phi}+N_{\eta\phi}\,\dot{\phi}=Y_A\,\sin(\omega t+\varepsilon_Y),\\ (J_\phi+M_R)\ddot{\phi}+N_R\dot{\phi}+\rho g\Delta\cdot\overline{GM}\,\phi+(M_{\phi\eta}-\rho\Delta\,\overline{OG})\ddot{\eta}+N_{\phi\eta}\,\dot{\eta}=L_A\,\sin(\omega t+\varepsilon_L).\end{cases} \tag{5,2}$$

但し，モーメントは時計回りを正

$M_{\eta\phi}=M_{\phi\eta}=-\rho\Delta\cdot l_{SR}$，　　$N_{\eta\phi}=N_{\phi\eta}=-N_s\cdot l_w$，

Z_A：上下揺強制力，　　ε_Z：上下揺変位と流体力の位相差，

Y_A：左右揺強制力，　　ε_Y：左右揺変位と流体力の位相差，

L_A：横揺れ強制力，　　ε_L：横揺れ変位と流体力の位相差，

Δ：排水量，　　A_W：水線面積，

J_ϕ：横揺れ慣性モーメント，　　$\overline{GM}$：メタセンター高さ．

（i）強制上下揺試験

二次元模型船の原点 O を強制的に $\zeta=z_A\,\sin\,\omega t$ の正弦運動をさせた時，基本円振動数 ω の各流体力微係数は次のごとくなる．

$$\left.\begin{aligned}&M_H=-\frac{Z_A\,\cos\,\varepsilon_Z}{\omega^2\,z_A}-\rho\Delta+\frac{\rho g\,A_W}{\omega^2}\text{: Heave の付加質量,}\\ &N_H=\frac{Z_A\,\sin\,\varepsilon_Z}{\omega\,z_A}\text{: Heave の減衰力係数.}\end{aligned}\right\} \tag{5.3}$$

（z_A=1.5 cm：上下揺振幅）

(ii) 強制左右揺試験

二次元模型船の原点 O を強制的に $\eta=y_A\,\sin\,\omega t$ の正弦運動をさせた時，基本円振動数 ω の各流体力微係数は次のごとくなる．

$$\left.\begin{aligned}&M_S=-\frac{Y_A\,\cos\,\varepsilon_Y}{\omega^2\,y_A}-\rho\Delta\text{: Sway の付加質量,}\\ &N_S=\frac{Y_A\,\sin\,\varepsilon_Y}{\omega\,y_A}\text{: Sway の減衰力係数.}\end{aligned}\right\} \tag{5.4}$$

$$\left.\begin{aligned} M_{\phi\eta} &= -\frac{L_A \cos \varepsilon_L}{\omega^2 y_A} + \rho \Delta \cdot \overline{OG} \\ N_{\phi\eta} &= \frac{L_A \sin \varepsilon_L}{\omega y_A} \end{aligned}\right\} \text{Sway}\rightarrow\text{Roll の連成項.} \qquad (5.5)$$

(y_A=2cm: 左右揺振幅)

(iii) 強制横揺れ試験

二次元模型船の原点Oの回りに $\phi=\phi_A \sin \omega t$ の強制横揺れをさせた時，基本円振動数 ω の各流体力微係数は次のごとくなる．

$$\left.\begin{aligned} &J_\phi + M_R = -\frac{L_A \cos \varepsilon_L}{\omega^2 \phi_A} + \frac{\rho g \Delta \cdot \overline{GM}}{\omega^2}: \text{ Roll の見掛けの慣性モーメント,} \\ &N_R = \frac{L_A \sin \varepsilon_L}{\omega^2 \phi_A}: \text{ Roll の減衰モーメント係数.} \end{aligned}\right\} \qquad (5.6)$$

$$\left.\begin{aligned} M_{\eta\phi} &= -\frac{Y_A \cos \varepsilon_Y}{\omega^2 \phi_A} + \rho \Delta \overline{OG} \\ N_{\eta\phi} &= \frac{Y_A \sin \varepsilon_Y}{\omega \phi_A} \end{aligned}\right\} \text{Roll}\rightarrow\text{Sway の連成項.} \qquad (5.7)$$

(ϕ_A=5°, 10°, 15°; 横揺れ振幅)

5.2. 実験結果と理論計算値の比較

先の方法によって求めた実験結果と理論計算値を図7～図36に示す．

(i) 上下揺の付加質量係数: $\hat{M}_H$

$\hat{M}_H$ は水深が浅くなると全周波数にわたって増大している．この傾向は水深が浅くなると船の上下揺固有周期が増大するという田才-Kim の結果[24]ともよく合致している．また，$\hat{M}_H$ は無限水深の場合，対数的に増大するのに対し，有限水深の場合はこの実験ならびに計算が示しているようにある有限値になっている．この傾向に関して Sayer と Ursell は半円断面の場合の $KT=0$ の $\hat{M}_H$ の値を数値計算で示している[3]．計算値は実験値よりわずかに大き目になっているけれど，その傾向は非常によく一致している（図7）．

(ii) 上下揺の減衰力係数: $\hat{N}_H$

$\hat{N}_H$ は水深が浅くなると全周波数にわたって増大している．この傾向は発散波の振幅 $\hat{A}_H$ も同様である．ポテンシャル理論による減衰力係数は全て造波減衰力によるものであるため動揺周波数 $KT=0$ で $\hat{A}_H=0$ であるから $\hat{N}_H$ も当然零にならなければならないが，$KT=0$ 近傍での $\hat{A}_H$ のたちあがりが急であるため（図9），$\hat{N}_H$ は他のモードの動揺の減衰係数と異なり，低周波数領域ですぐには零に近づかない（図8）．これは計算でたしかめられている．減衰力係数 $\hat{N}_H$ および発散波の振幅比 $\hat{A}_H$ は非常によく一致している．

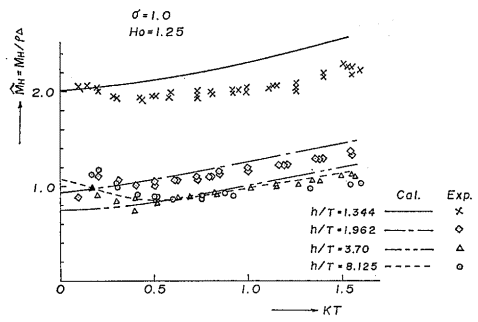

図 7　矩形断面の上下揺付加質量係数

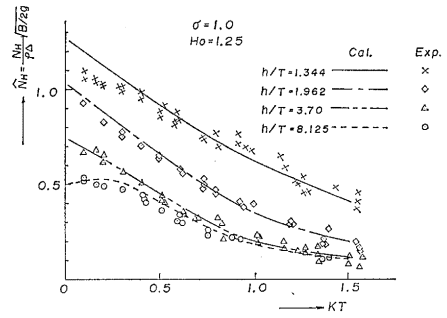

図 8　矩形断面の上下揺減衰力係数

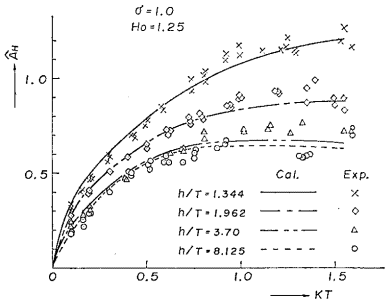

図 9　矩形断面の上下揺発散波振幅比

(iii) 左右揺れの付加質量係数: $\hat{M}_s$

$\hat{M}_s$ は水深が浅くなると小さくなっているが，低周波数領域では逆に水深が浅くなるほど大きくなっている．この傾向は断面形状に関係なく一様で，理論計算値と実験値は非常によい一致をしている（図 10, 11, 12）．

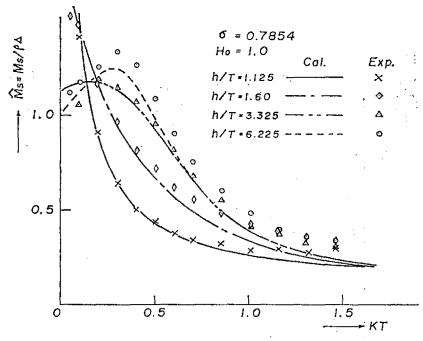

図 10　半円断面の左右揺付加質量係数

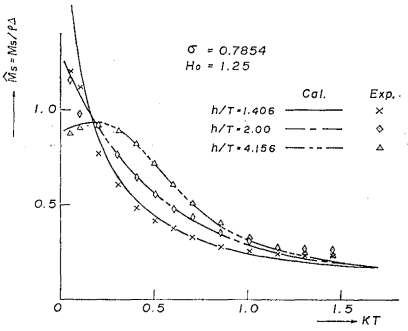

図 11　楕円断面の左右揺付加質量係数

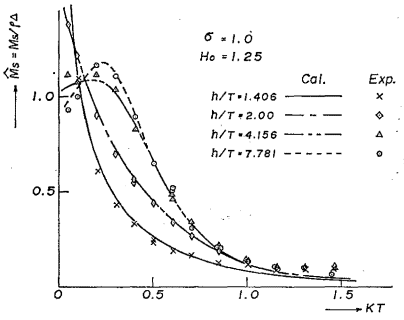

図 12　短形断面の左右揺付加質量係数

(iv) 左右揺れの減衰力係数：$\hat{N}_s$

$\hat{N}_s$ は低周波数領域において水深が浅くなるほど大きくなっている．しかし，高周波数領域になると逆に水深が浅くなるほど，小さくなる傾向がある．特に半円模型より断面形状の半幅吃水比 H_0 および断面係数 σ が大きい短形模型に，この傾向は強く現われる．これは H_0 および σ が大きくなると，発散波の振幅は水深が浅くなる程，高周波数領域において小さくなるためである（図18）．理論計算値

と実験値は非常によい一致をしている（図13，14，15）．

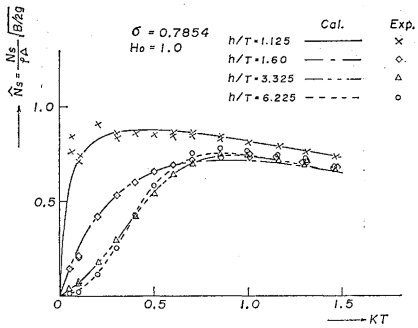

図 13　半円断面の左右揺減衰力係数

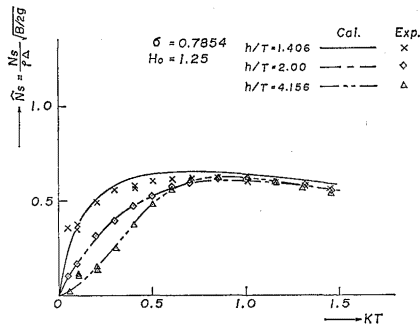

図 14　楕円断面の左右揺減衰力係数

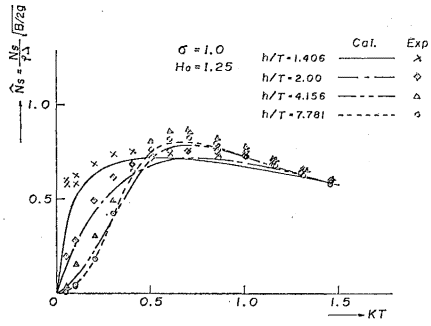

図 15　矩形断面の左右揺減衰力係数

(v) 左右揺れの発散波振幅比：$\hat{A}_s$

$\hat{A}_s$ の傾向は造波減衰による $\hat{N}_s$ の場合と全く同一で，低周波数では水深が浅くなるほど $\hat{A}_s$ は大きくなり，高周波数では逆に浅くなるほど小さくなっている．実験値に僅かながら計測誤差によるばらつ

きが見られるけれど，理論計算値と実験値はよい一致を示している（図16，17，18）．

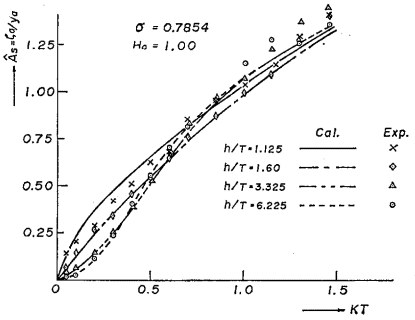

図 16　半円断面の左右揺発散波振幅比

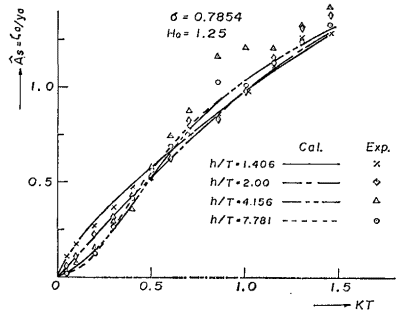

図 17　楕円断面の左右揺発散波振幅比

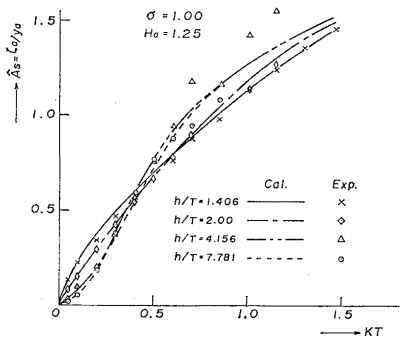

図 18　矩形断面の左右揺発散波振幅比

(vi) 横揺れ付加慣性モーメント係数：$\hat{M}_R$

強制横揺れ試験では付加慣性モーメント M_R に船体の慣性モーメント J_ϕ が加わった見掛けの慣性モーメント（$J_\phi+M_R$）として計測されるので，M_R を分離するよりもそのまま表示した方が誤差を含ないまで済むため，図表には（$\hat{J}_\phi+\hat{M}_R$）としている．

図19は半円模型の値である．半円断面の場合，ポテンシャル理論では付加慣性モーメントは零で見掛けの慣性モーメントは船体の慣性モーメントと一致する．実験はビルジキール（幅 10 mm）を付けた場合と付けない場合の二状態の実験を行なった．水深が深い場合（$h/T=6.225$），ビルジキールがない状態での見掛けの慣性モーメントはポテンシャル理論とほぼ一致している．しかし，水深が浅くなり，しかもビルジキールが付いた状態では低周波数領域において付加慣性モーメントが急激に増加している．無限水深の場合の Vugts の実験[25] でも横揺れ振幅 ϕ_A を変化させると，低周波数領域で ϕ_A が小さい場合には $\hat{M}_R$ は減少し，ϕ_A が大きい場合には増加している．彼はこの現象を実験誤差によるものであると述べている．本実験においては，船の横環動半径および重心位置は一定の状態で水深を浅くし，しかもビルジキールを付けた場合，より強くこの傾向が現われているのは粘性の影響と思われる．しかし今後検討を要する点である．

水深が浅くなると低周波数領域で実験の $\hat{M}_R$ が増加する傾向は他の楕円模型（図 20），短形模型（図 12）の場合でも現われている．しかし，高周波数領域では理論計算値と実験値はよく合っている．

$\hat{M}_R$ は水深が浅くなるほど，また断面形状が肥大化するほど大きくなる傾向がこれからの図表からよく判る．特に短形模型において，$\hat{M}_R$ は水深が浅くなると全動揺周波数にわたって増大している．この

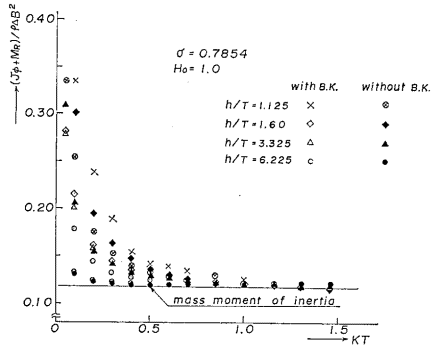

図 19　半円断面の横揺れ付加慣性モーメント係数

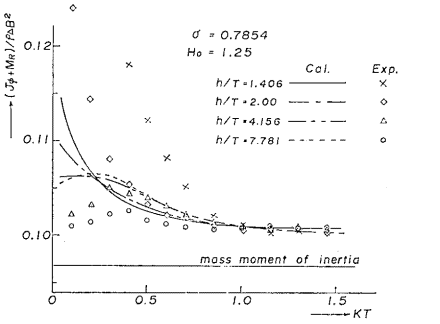

図 20　楕円断面の横揺れ付加慣性モーメント係数

現象は，船が肥大化するほど，また水深が浅くなるほど船の横揺れ固有周期が増加する岩井の実験結果[26]ともよく合致している．

(vii) 横揺れ減衰モーメント係数：$\hat{N}_R$

まずビルジキールの付いていない状態の例として，楕円模型の場合の発散波の振幅比を図22に示す．傾向は左右揺の場合と同様，低周波数領域では水深が浅くなるほど発散波の振幅比 $\hat{A}_R$ は大きくなり，

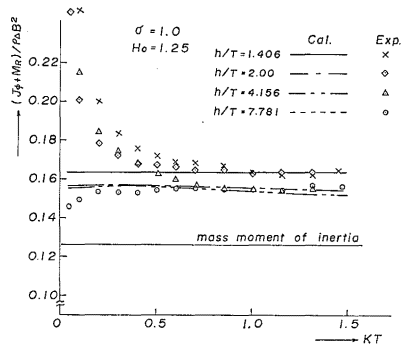

図 21　矩形断面の揺揺れ付加慣性モーメント係数

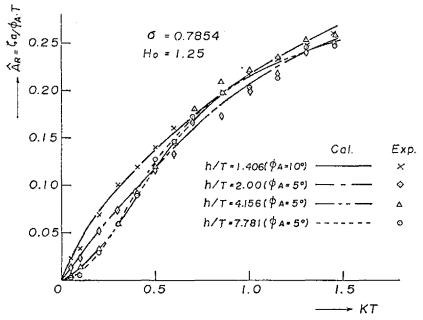

図 22　楕円断面の横揺れ発散波振幅比

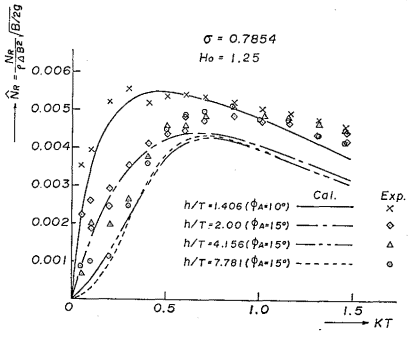

図 23　楕円断面の横揺れ減衰係数

高周波数領域では逆に小さくなっている．理論計算値と実験値は非常によく一致している．このビルジキールを付けていない状態での横揺れ減衰係数 $\hat{N}_R$ は，低周波数領域では粘性減衰成分が非常に小さく，ほとんど全ての成分が造波減衰成分によるものであるからポテンシャル理論で推定することができる．しかしながら，高周波数領域に移るにつれて粘性減衰成分が大きくなり，造波減衰成分に粘性減衰成分が加わった値となって，ポテンシャル理論による計算値よりも大きくなっていると同時に，水深の影響が顕著に現われなくなる（図 23）．

次にビルジキールの影響を調べるために半円模型にビルジキールを付けて強制動揺試験を行なった．図 23 は半円裸殻の状態における発散波の振幅比 $\hat{A}_R$ である．ポテンシャル理論では半円断面の横揺れによる発散波は零であるが，実際の現象は粘性流体のために進行波が発生している．Krap と Kotik は無限水深域に浮んでいる半円筒を中心Oの回りに横揺れさせた時，発生する進行波の振幅に関する実験式を次のごとく求めている[27]．

$$\zeta_a=4(Kr)^2\sqrt{\nu/\omega}\cdot\phi_A. \tag{5.8}$$

但し，$K=\dfrac{\omega^2}{g}$，　ω：円振動数，　r：半円の半径，　ν：動粘性係数．

図中に (5.8) 式の値を示す．$\hat{A}_R$ は有限水深の場合，水深が浅くなるにつれて低周波数領域では大

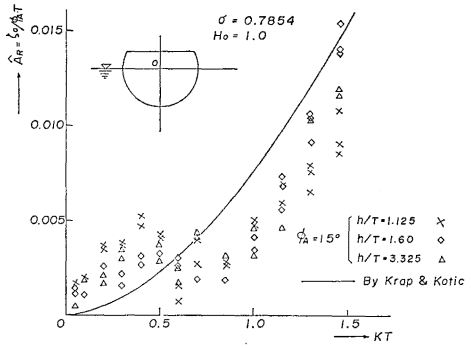

図 24　半円断面（ビルジキール無し）の横揺れ発散波振幅比

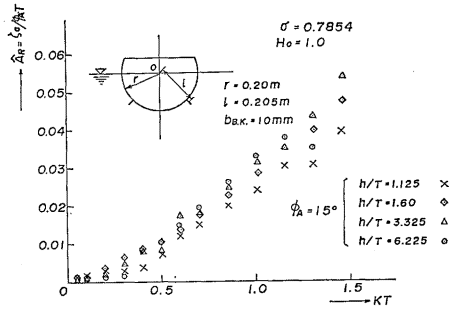

図 25　半円断面（ビルジキール有り）の横揺れ発散波振幅比

きく，高周波数領域では逆に小さくなっている．

半円にビルジキールを付けた状態の発散波の振幅比は付けない状態よりオーダーが1桁大きくなっていて，横揺れにおけるビルジキールによる発散波は無視できないことがよくわかる．水深の影響は水深が深くなるにつれて，$\hat{A}_R$ は全般に大きくなっている（図25）．

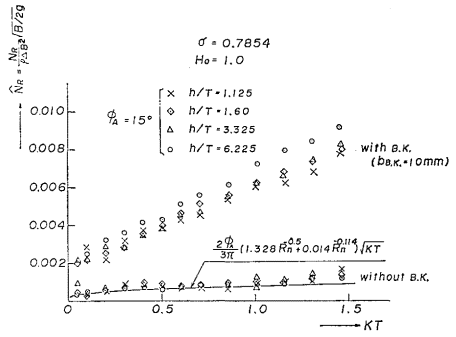

図 26　半円断面の横揺れ減衰係数

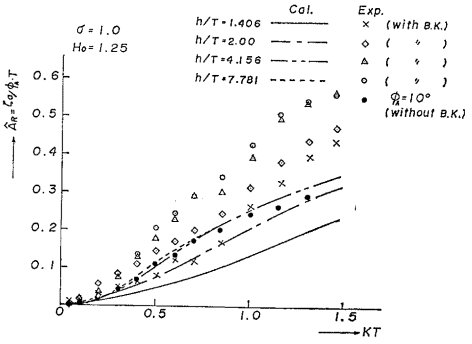

図 27　矩形断面（ビルジキール有り）の横揺れ発散波振幅比

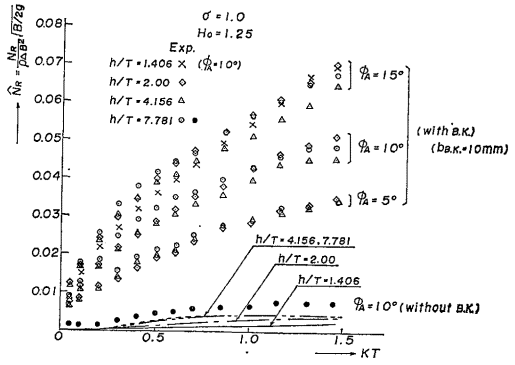

図 28　矩形断面の横揺れ減衰係数

これら二状態の $\hat{N}_R$ を図26に示す．またビルジキールを付けていない場合の $\hat{N}_R$ は水深の影響を全然受けていない．この裸殻の状態の $\hat{N}_R$ は先の造波減衰成分は小さいとして無視し，全て摩擦抵抗成分によるものと考える．すなわち，半円筒の中心Oの回りの動揺は一様流中の平板の状態と同一とみなし，Hughs の摩擦抵抗係数[28]

$$C_f=1.328\,R_n^{-0.5}+0.014\,R_n^{-0.114}. \tag{5.9}$$

$R_n=\dfrac{LV}{\nu}$: レイノルズ数，　L: 平板の長さ，

$\nu=1.01\times10^{-6}\mathrm{m}^2/\mathrm{sec}$ (20°C)，　V: 流速．

を用いて周期運動の摩擦抵抗を求める．速度の二乗を等価線型になおす[23]と

$$R_f=\frac{1}{2}\rho\cdot C_f\cdot S\cdot V^2=\frac{1}{2}\rho\cdot C_f\cdot S\cdot|r\dot{\phi}|\cdot r\dot{\phi}$$

$$\fallingdotseq\frac{1}{2}\rho\cdot C_f\cdot S\cdot\frac{8}{3\pi}\omega^2r^2\phi_A{}^2\cos\omega t. \tag{5.10}$$

但し，$S=\pi rL$: 表面積，　L: 船長，　r=半円の半径．

となり，R_f による摩擦抵抗モーメント $N_R\cdot\dot{\phi}$ は

$$N_R\cdot\dot{\phi}=L\int_c r\cdot dR_f=\frac{4}{3}\rho C_f\,\omega^2\phi_A{}^2r^4\,L\cos\omega t,$$

$$\therefore\ N_R=\frac{4}{3}\rho C_f\omega\phi_A r^4L. \tag{5.11}$$

$$\therefore\ \hat{N}_R=\frac{N_R}{\rho\Delta B^2}\sqrt{B/2g}=\frac{2\phi_A}{3\pi}(1.328\,R_n^{-0.5}+0.014\,R_n^{-0.114})\sqrt{KT}. \tag{5.12}$$

但し，$T=r$: 半円の半径，

$R_n=\dfrac{LV}{\nu}$，　$V=\omega\phi_A r$，　$L=r\phi_A$，　$\phi_A=15°$: 横揺れ振幅．

となる．(5.12) 式の値を図中に示すと実験値と非常によく一致することが判った．

またビルジキールを付けた場合の $\hat{N}_R$ は水深の影響はあまり顕著に現われていない．$\hat{N}_R$ の値はビルジキールのない場合よりオーダーが1桁大きく，ビルジキールに働く直圧力を考慮する必要がある．

図27は短形模型にビルジキール（幅 10 mm）を付けた時の発散波の振幅比 $\hat{A}_R$ である．ビルジキールのない場合の $\hat{A}_R$（●印）はポテンシャル理論で十分推定することができるが，ビルジキールを付けた場合，船殻のみによる造波にビルジキールによる造波が加わって理論計算値よりも大きくなっている．しかし，その傾向は全く同一で水深が浅くなるほど $\hat{A}_R$ は小さくなっている．この時の横揺れ減衰係数 $\hat{N}_R$ を図28に示す．裸殻の状態の $\hat{N}_R$ はポテンシャル理論による造波減衰とほぼ等しいオーダーである．ビルジキールを付けた場合の $\hat{N}_R$ はオーダーが1桁大きくなっている．更に面白い点は水深が $h/T=2.0$ 位の深さまでは水深の影響を全然受けていない．しかし，$h/=1.406$ と非常に浅くなると $\hat{N}_R$ は急に増大して，$\phi_A=10°$ の値が $\phi_A=15°$ の値と同じ大きさになっている．

以上の実験結果から，横揺れ減衰係数に対する水深の影響は次のことがいえる．

（a） 造波減衰成分は水深の影響を大きく受ける．ビルジキールの造波減衰も無視できない．

（b） 粘性成分のうち摩擦減衰成分およびビルジキールに働く直圧力は水深の影響を受けない．

（c） ビルジキールによる船体表面の圧力分布は $h/T=2.0$ 程度の水深までは変化せず，$h/T=1.4$ とごく浅くなると大きく変化して圧力抵抗減衰が大きくなる．

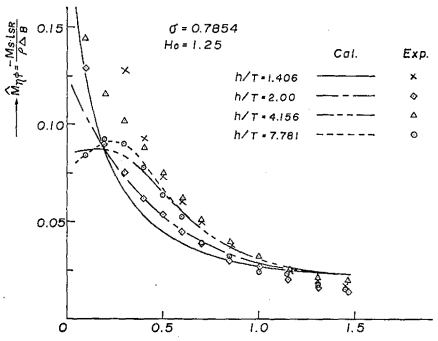

図 29　楕円断面（ビルジキール無し）の横揺→左右揺の連成慣性項

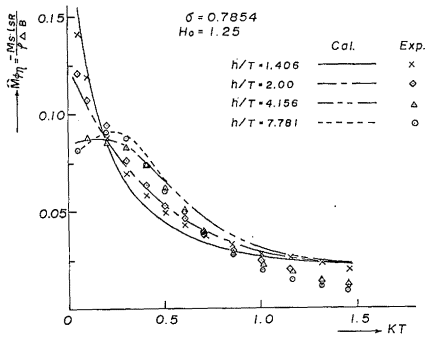

図 30　楕円断面（ビルジキール無し）の左右揺→横揺の連成慣性項

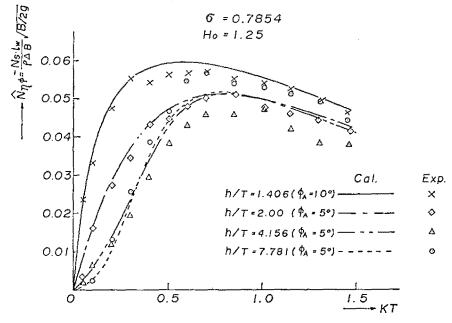

図 31　楕円断面（ビルジキール無し）の横揺→左右揺の連成減衰項

(viii) 連成項 $\hat{M}_{\eta\phi}=\hat{M}_{\phi\eta}$, $\hat{N}_{\eta\phi}=\hat{N}_{\phi\eta}$

まず，裸殻の状態の楕円模型について，$\hat{M}_{\eta\phi}=\hat{M}_{\phi\eta}$ の関係は満足されていて，理論計算値と実験値はほぼ一致している（図29，30）．

$\hat{N}_{\eta\phi}=\hat{N}_{\phi\eta}$ の関係は満足されていて，理論計算値と実験値はよく合っている（図31，32）．この楕円

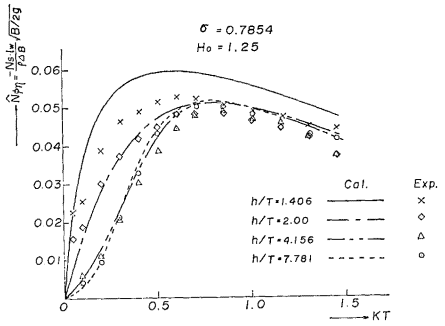

図 32　楕円断面（ビルジキール無し）の左右揺→横揺の連成減衰項

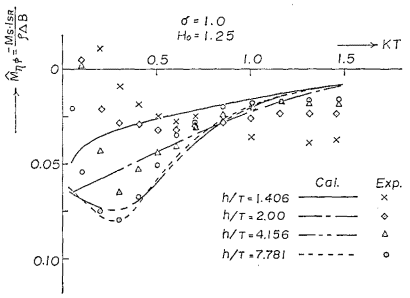

図 33　矩形模型（ビルジキール有り）の横揺→左右揺の連成慣性項

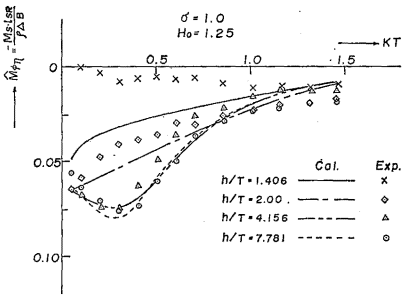

図 34　矩形模型（ビルジキール有り）の左右揺→横揺の連成慣性項

柱の連成項の傾向はそれぞれ左右揺の付加質量および減衰力係数のそれと非常によく似ている．

次にビルジキールを付けた短形模型の場合，$\hat{M}_{\eta\phi}=\hat{M}_{\phi\eta}$ の関係はほぼ満足している．水深が浅くなると理論計算値と実験値は合わなくなっている（図33，34）．

$\hat{N}_{\eta\phi}=\hat{N}_{\phi\eta}$ の関係はビルジキールのない場合は満足されていて，理論計算値ともよく一致している．しかし，ビルジキールを付けた場合，理論計算値よりもその絶対値が大きくなっている．特に横揺れから左右揺への連成力が大きくなっている．ビルジキールは横揺れ減衰ばかりでなく，連成項にも大きく影響を与えている（図35，36）．

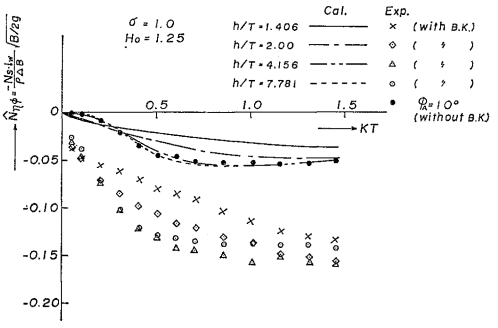

図 35　矩形模型（ビルジキール有り）の横揺→左右揺の連成減衰項

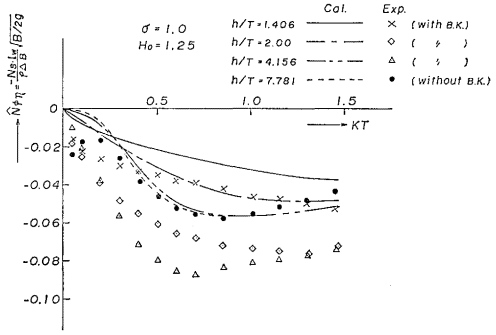

図 36　矩形模型（ビルジキール有り）の左右揺→横揺の連成減衰項

6. 数値計算例

5節において本計算法による二次元流体力の計算結果の有効性が強制動揺試験によって確認された．そこで Lewis form 断面についての本計算結果と他の計算結果[6),13)]との比較を行なってみる．今回の本計算結果は低周波数領域での計算精度の向上をはかり，前回の結果[29)]よりも精度のよいものである．

6.1. 矩形断面の流体力

C. H. Kim は級数展開法[6)]で，管は特異点法[13)]で断面係数 $\sigma=1.0$ 幅吃水比 $H_0=1.0$ の Lewis

form 断面の流体力を求めている．その結果を図37～図44に示す．

上下揺に関して，付加質量係数 $\hat{M}_H$ は管と著者の傾向はよく合っているが，Kim のそれは低周波数領域で著者等の傾向と大きく異なっている．これは無限積分（4.13，4.16式）の等分間隔 b の値の取り方の誤りによるものである[22]．著者の $\hat{M}_H$ は管等らの値より小さくなっている．また発散波の振幅比 $\hat{A}_H$ は逆に大きくなっている（図37，38）．強制上下揺試験結果では実験値は著者の計算値よりも，$\hat{M}_H$ に関しては小さく，$\hat{A}_H$ に関しては大き目に現われている（図7，8，9）．

左右揺れ，横揺れおよび連成の流体力に関して，著者と C.H. Kim の計算値は加速度に比例するモーメントレバー $\hat{l}_{SR}$ を除いては大差ないようである．

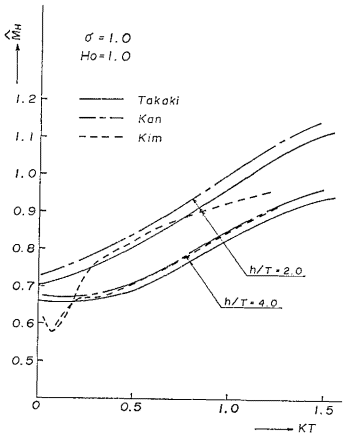

図 37　矩形断面の上下揺付加質量係数の比較

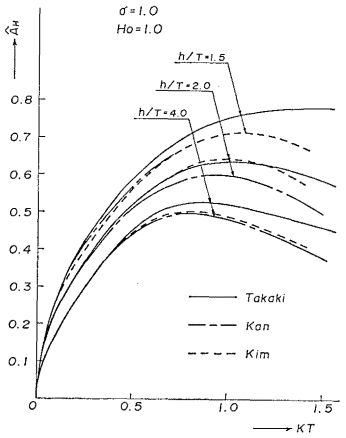

図 38　矩形断面の上下擬発散波振幅比の比較

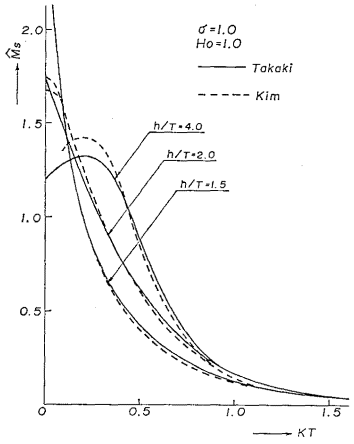

図 39　矩形断面の左右揺付加質量係数の比較

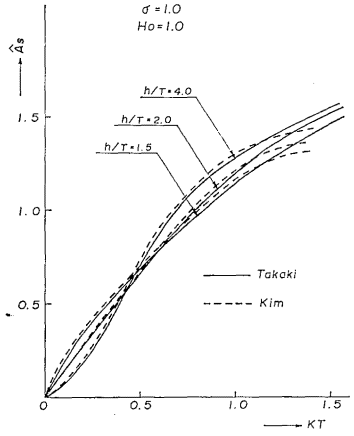

図 40　矩形断面の左右揺発散波振幅比の比較

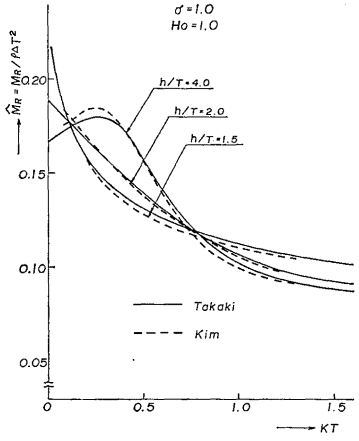

図 41　矩形断面の横揺れ付加慣性モーメント係数の比較

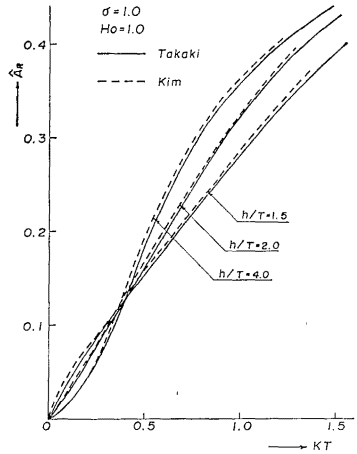

図 42 矩形断面の横揺れ発散波振幅比の比較

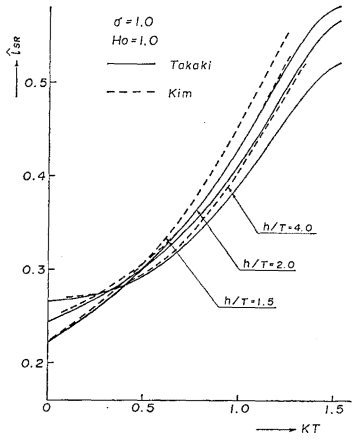

図 43 矩形断面の慣性モーメントレバー $\hat{l}_{SR}$ の比較

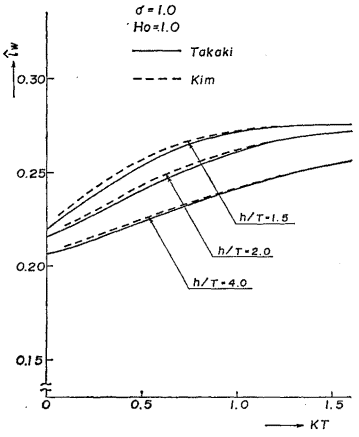

図 44 矩形断面の減衰モーメントレバー $\hat{l}_W$ の比較

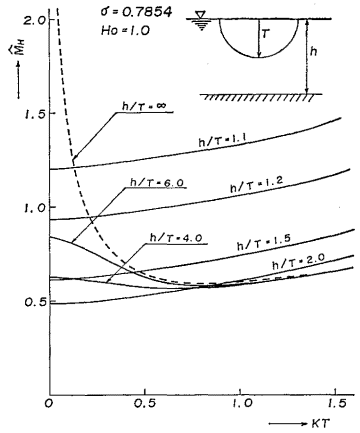

図 45　半円断面の上下揺付加質量係数

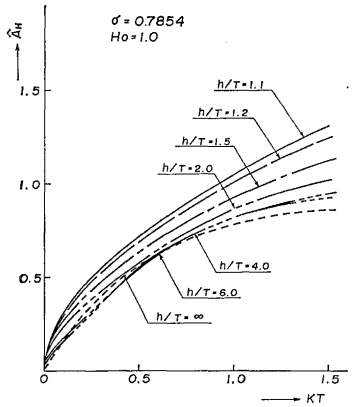

図 46　半円断面の上下揺発散波振幅比

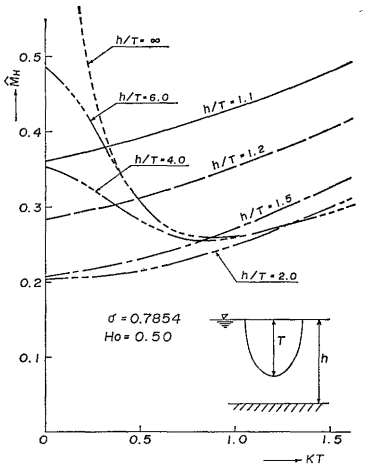

図 47　楕円断面の上下揺付加質量係数

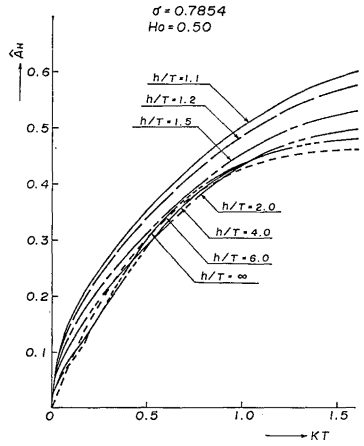

図 48　楕円断面の上下揺発散波振幅比

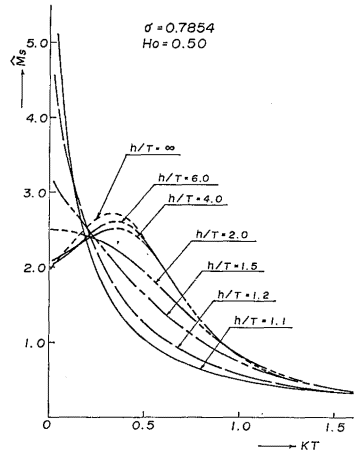

図 49　楕円断面の左右揺付加質量係数

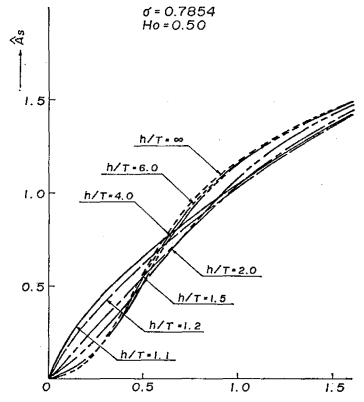

図 50　楕円断面の左右揺発散波振幅比

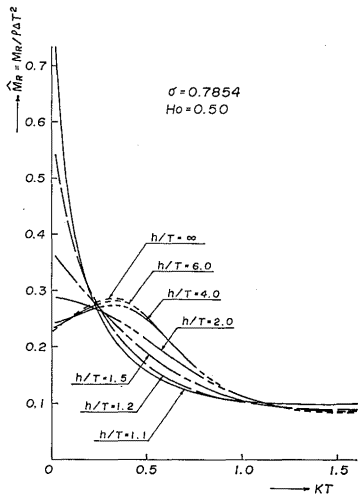

図 51　楕円断面の横揺れ付加慣性モーメント係数

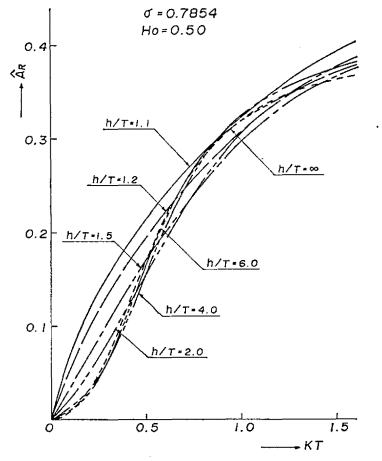

図 52　楕円断面の横揺れ発散波振幅比

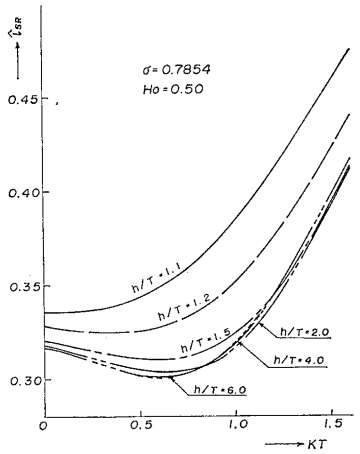

図 53　楕円断面の慣性モーメントレバー

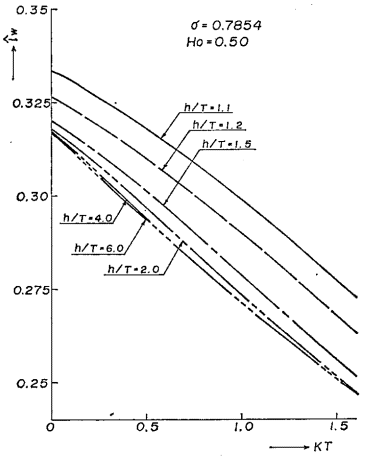

図 54　楕円断面の減衰モーメントレバー

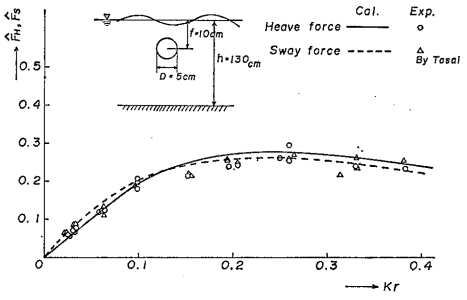

図 55　没水円柱に働く波強制力

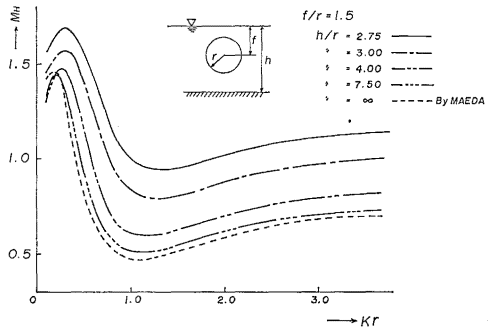

図 56　没水円柱の上下揺付加質量係数

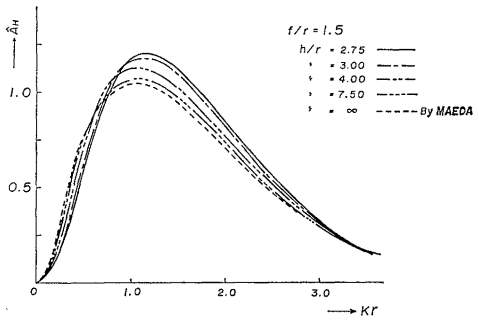

図 57　没水円柱の上下揺発散波振幅比

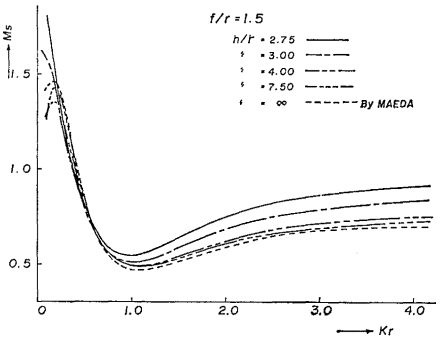

図 58　没水円柱の左右揺付加質量係数

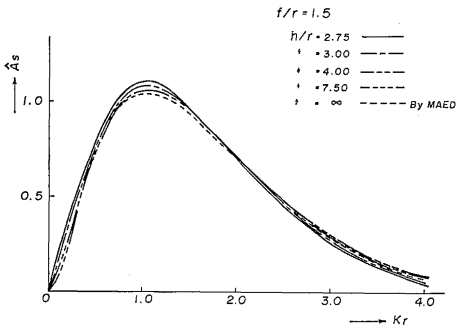

図 59　没水円柱の左右揺発散波振幅比

6.2 半円および楕円断面の計算例

半円および楕円断面に働く流体力を図45～54に示す．なお，$h/T=\infty$ の値は Ursell-田才の方法による計算結果である．

上下方向の $\hat{M}_H$ は，幅吃水比が大きくなるほど水深の影響が強くなる．また $h/T=\infty$～2.0 になるにつれて，低周波数領域で小さくなり，$h/T=2.0$ 以下の浅い水深では全周波数にわたって急激に増加している．また，発散波の振幅比 $\hat{A}_H$ は水深が浅くなると，全周波数にわたって大きくなっている．

左右揺および横揺れに関して，$\hat{M}_S$ および $\hat{M}_R$ は水深が浅くなると小さくなる傾向があるけれど，低周波数領域では逆に水深が浅く（$h/T\leq 1.5$）なるほど急激に増加している．発散波の振幅比 $\hat{A}_S$, $\hat{A}_R$ は低周波数領域では水深が浅くなるほど大きく，高周波数領域に移るにつれて逆に深くなるほど大きくなる傾向がある．

連成項のモーメントレバー $\hat{l}_{SR}$, $\hat{l}_W$ は共に水深が浅くなるにつれて大きくなる傾向がある．

6.3 没水円柱の計算例

今回の計算法によると，水中に没した物体に働く流体力も水面に浮んだ場合と同様な手法で求めることができる．その計算例として没水円柱に働く流体力を図55～59に示す．その無次元表示は次の通りである．

$$\hat{F}_H,\ \hat{F}_S = F_H,\ F_S/2\rho g\zeta_a rL$$
$$\hat{M}_H,\ \hat{M}_S = M_H,\ M_S/\rho\pi r^2 L$$

但し，r: 半経．　ζ_a: 波高．　L: 円柱の長さ．

没水円柱に働く波強制力も実験値とよく合っている（図55）．また，M_H, M_S は水深が浅くなるにつれて大きくなっている．$\hat{A}_H$, $\hat{A}_S$ は水面の浮体の場合とは逆に，低周波数領域では水深が浅くなるほど小さく，高周波数領域になるにつれて逆に大きくなる傾向がある．なお，$h/T=\infty$ の値は前田の計算結果[30]である．無限水深域での没水円柱に働く上下方向および左右方向の流体力は全く一致すると Ursell は証明している[31]けれど，有限水深の場合，水底の影響のために両者の流体力は一致していない．

7. 結　　言

特異点法を用いて有限水深における二次元流体力を計算し実験と比較した結果，次の結論を得た．

（1） 浅海域における二次元流体力はビルジキールの付いていない裸殻の状態の場合，この計算法によって精度よく求めることができる．

（2） 付加慣性モーメントは水深が浅くなった場合，低周波数領域において粘性の影響を考慮する必要がある．

（3） 横揺れ減衰モーメントのうちの造波減衰成分は水深の影響を強く受ける．

（4） 粘性減衰のうちの摩擦減衰成分およびビルジキールの直圧力成分は水深の影響を受けない．

（5） ビルジキールによる船体表面の圧力分布は $h/T=2.0$ 程度の水深までは変化せず，それ以下の $h/T=1.4$ では急激に変化してその圧力抵抗は増大する．

謝　　辞

最後に本研究の遂行に当り，ご指導ご鞭撻を頂いた九州大学応用力学研究所，田才福造教授，大楠丹助教授に厚くお礼申し上げますと共に，種々の有益なるご助言を頂きました川建和雄助教授，小寺山亘助手，また実験ならびに図面作製にご協力頂いた安永誠技官，稲田勝技官，北條万寿代嬢に深く感謝致します．

本研究の横揺れ減衰係数については，S. R. -161 研究部会の研究ならびに文部省の科学研究費によったもので，関係者各位に深く感謝致します．

なお，流体力の計算ならびに実験データの解析には九州大学大型計算機センターの FACŌM 230-75 ならびに九州大学応用力学研究所電算機室の FACŌM 230-48 を使用した．

参 考 文 献

1) Porter, W. R., Pressure distribution, added mass and damping coefficients for cylinder oscillating in a free surface, Univ. of California, Rep. Series 82-16 July, 1960.
2) Yu, Y. S. and Ursell, F., Surface waves generated by an oscillating circular cylinder on water of finite depth: theory and experiment, J. Fluid Mech., Vol. 11, 1961.
3) Sayer, P. and Ursell, F., On the Virtual Mass at Long Wavelengths of a Half-immersed Circular Cylinder Heaving on Water of Finite Depth, Eleventh Symposium on Naval Hydrodynamics, Session V, 1976.
4) Grim, O., Eine Methode für eine genauere Berechnung der Tauch und Stamph hewegungen in glattem wasser, H. S. V. A. Bericht No. 1217, 1960.
5) Tamura, K., The Calculation of Hydrodynamic Forces and Moment Acting on two Dimensional Body, J. S. N. A. of West Japan, No. 26, 1963.
6) Kim, C. H., Hydrodynamic Forces and Moments for Heaving Swaying and Rolling Cylinders on Water of Finite Depth, Chalmers Univ. of Tech., Dep. of N. A. M. E., Division of Ship Hydrodynamics Rep., No. 43 April, 1968.
7) Black, J. L., Mei, C. C. and Bray, M. C. G., Radiation and scattering of water waves by rigid bodies, J. Fluid Mech., Vol. 46, Part 1, 1971.
8) 井島武士，田淵幹修，湯村やす：矩形断面をもつ浮体の浅海波による自由運動，九大工学集報，第45巻，第1号，1972.
9) Bai, K. J., A Variational Method in Potential Flows with a Free Surface, College of

Calif. Berkeley, Rep. No. NA 72-2, 1972.
10) 瀬戸秀幸，山本善之：有限要素法による定常波動問題の基礎的研究，日本造船学会論文集，第136号，1974.
11) 高品純志，藤野正隆，山本茂：有限要素法による流体力の計算例，日本造船学会論文集，第136号，1974.
12) 丸山秀樹：水中浮力基礎の安定性に関する基礎的研究，九大修士論文，1973.
13) 管信：浅水における2次元動揺流体力の計算，第26回船研研究発表会講演集，Dec.，1975.
14) 池淵哲朗：浅海における波浪外力，関西造船協会誌161号，1976.
15) Thorne, R.C., Multipole Expansion in the Theory of Surface Waves, proc. Camb. Philos. Svc. 69, 1953.
16) 別所正利，波の中の船の横揺れ運動の理論について，防衛大学理工学研究報告，第3巻，第1号，1965.
17) 前田久明：任意船型におよぼす波の強制力について，造日本船学会論文集，第126号，1969.
18) Whittaker and Watson, A Course of Modern Analysis, Cambridge, 1927.
19) 森口繁一，他：数学公式II，p. 77，岩波全書.
20) 管信，平水中で調和振動する2次元柱状体に働く変動圧力の計算，第20回船研究発表会講演集，1972.
21) Kim, C.H, Calculation of Hydrodynamic Forces for Cylinders oscillating in Shallow Water, Chalmers Univ. of Tech., Dep. of N.A.M.E. Division of Ship Hydrodynamics Rep., No. 36, Feb., 967.
22) Kim. C.H., Effect of Mesh Size on the Accuracy of Finite-Water Added Mass, J. of Hydrodyna mics, Vol. 9, No. 7, July, 1975.
23) 高木幹雄，田才福造：横運動方程式の流体力について，西部造船会会報，第46号，1973.
24) Tasai, F. and Kim, C.H., Effect of Shallow water on the Natural Period of Heave, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. XVI, No. 54, 1968.
25) Vugts, J.H., The Hydrodynamic Coefficients for Swaying, Heaving and Rolling Cylinder in a Free Surface, T.N.O. Rep., No. 194, 1968.
26) 岩井聡：船の横揺れ周期におよぼす浅水影響，航海学学会誌，昭和42年1月.
27) Krap, S. and Kotik, J., Wave making Due to Tangential Forced Motion in Viscous Fluid, Preliminary Report of Research done by Technical Research Group, Melville, N.Y., for U.S. Navy under contract Non-361 r(100) Sep., 1963.
28) 加藤弘：船の横揺に対する摩擦抵抗について，造船協会論文集，第102号，1957.
29) 高木幹雄：浅海域における船体運動について（その1），西部造船会会報，第50号，1975.
30) Maeda, H., Hydrodynamical Forces on a Cross-section of a Stationary Stracture, International Sympoium on the Dynamics of Marine Viecles and Structures in Waves, 1974.
31) Ursell, F., Surface Waves on Deep Water in the Pressure of a Submerged Circular Cylinder I, Prec. Cambridge Phil. Soc. 46, 1950.

(昭和51年6月2日 受理)