九州大学学術情報リポジトリ
Kyushu University Institutional Repository

船体のwave induced vibration計算法に関する一考察

田才, 福造
九州大学応用力学研究所 : 教授

https://doi.org/10.15017/4743512

出版情報：應用力學研究所所報. 40, pp.233-244, 1973-11. 九州大学応用力学研究所
バージョン：
権利関係：

KYUSHU UNIVERSITY

船体の Wave Induced Vibration 計算法に関する一考察

田　才　福　造*

概　　要

本論文は，現在行なわれている wave induced vibration の計算法の概略をのべるとともに，それらの理論の合理性について流体力学的観点から批判をのべ，最後に springing 計算法に関する著者の見解をのべたものである．

1. 緒　　言

肥大型船が軽荷状態で航走していて，大きな波にも遭遇しない場合，従って上下揺や縦揺などの船体運動が小さい場合でもかなり大きい2節上下振動が発生することが知られている．また海象が烈しく縦揺も大きくて波の中に船首を突込む時，あるいはスラミング衝撃を生ずる時などに大きい加速度の上下2節振動あるいは3節の振動を生ずることがある．これらの船体振動は，水平あるいは捩り振動よりも固有振動数の小さい上下振動の場合が多い．

このような船体振動の発生に関しては，Saunders, H. E. の著書[1]にも記述されており，また振動によって相当大きい応力が発生することも Bell and Taylor[2] などによって報告され，船体構造設計上の重要な問題である．

著者ら[3]も，日本―ペルシャ湾間を航走する DW 76,500 ton のタンカーに乗船し，昭和44年7月7日～8月12日の間，往（軽荷），復（満載）の航海時に，上下揺，縦揺による船首，midship および船尾の上下加速度，船首底の2ヵ所（square station 9⅜ と 9½）にとりつけた圧力ゲイジによって変動水圧，バーティカルジャイロによって縦揺と横揺の計測などを行なった．その結果の数例を図1～図8** に示す．図1と2，図3と4，図5と6，図7と8がそれぞれ一組の計測結果である．

図1と2からわかるように，船体運動が小さいにもかかわらず加速度の複振幅が 100 gal 以上の上下2節振動が発生している．また上下2節より振動数の高い水平振動も小さいながら生じている．また上下2節振動の加速度は船首底における水圧変動が大きい時にやはり大きいことも明瞭である．

図3～8は目視観測によるウネリ波高約7mの大時化に遭遇した時の記録例である．

図3と4，図5と6は，横揺と船首揺が相当大きいが縦揺は小さい．上下2節振動の加速度が図1と2の場合より少し大きく，150～300 gal 程度である．

---

* 九州大学教授，応用力学研究所

** 註〕上下加速度A⊠は記録の手ちがいを生じている．正しくは位相を逆にして見なければならない．

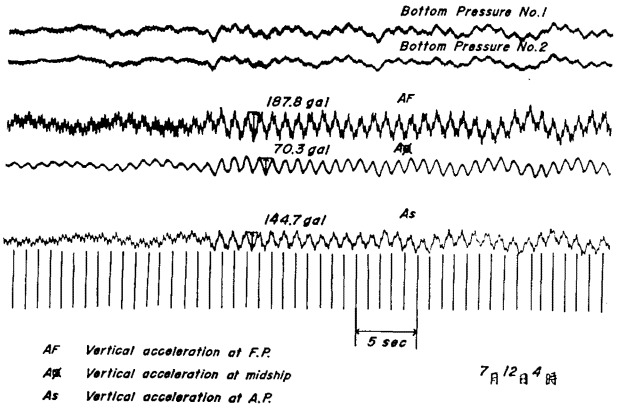

図 1 船底圧力，上下加速度の記録

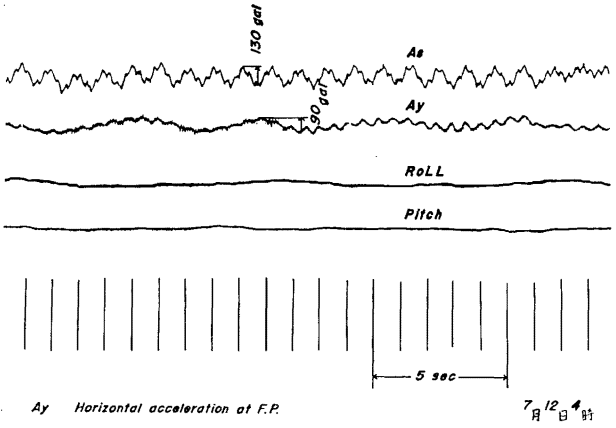

図 2 横揺，縦揺角と加速度の記録

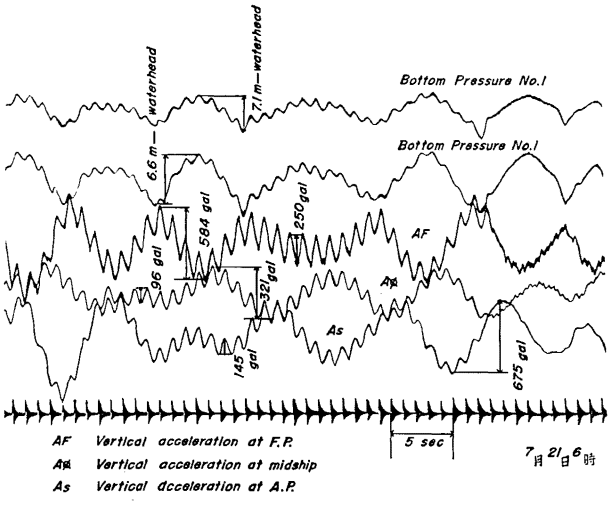

図 3 船底圧力，上下加速度の記録

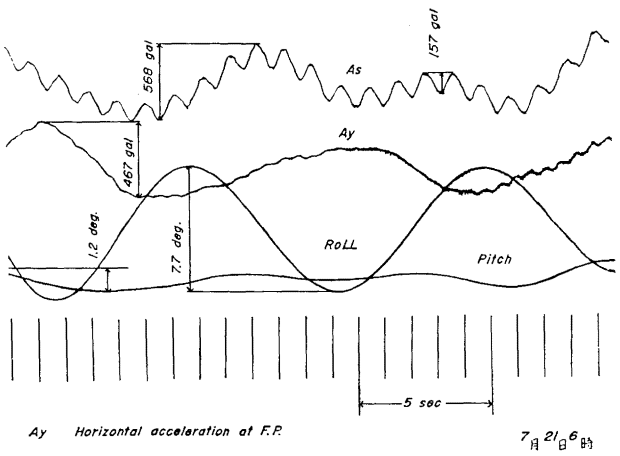

図 4　横揺，縦揺角と加速度の記録

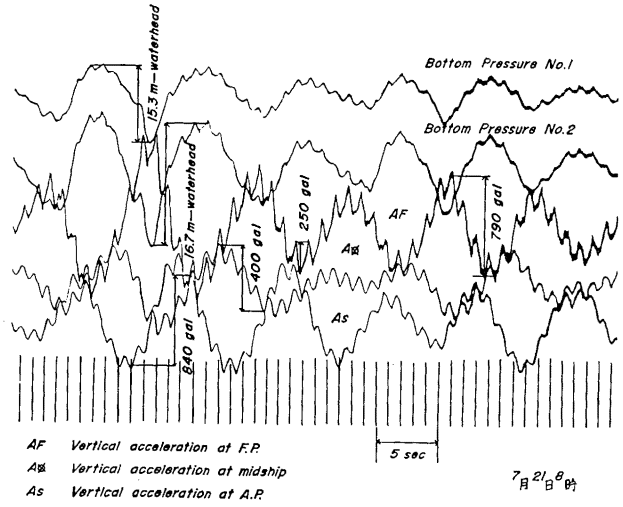

図 5　船底圧力，上下加速度の記録

図7と8では，横揺は小さく縦揺が大きい．船首底が露出しそうになったと推定されるが，圧力計の位置では露出していない．この時の縦運動による船首上下加速度は1.4 g以上である（この日の最大の上下加速度は2 g を記録している）．この記録では上下2節の振動加速度は特に大きくはないが，3節らしい上下振動が現われていることは注目すべきである．

なお満載状態の復航では，往航のような大きい上下振動は記録されていない．

以上のような波および船体運動によって誘起される船体振動は springing とか whipping，応力は springing stress あるいは whipping stress と呼ばれているが，各研究者の取扱いから判断すると次のように使い分けているようである．

1）Springing: 海象がおだやかで船体運動も小さい時に発生する．また海象が烈しく船体運動も大

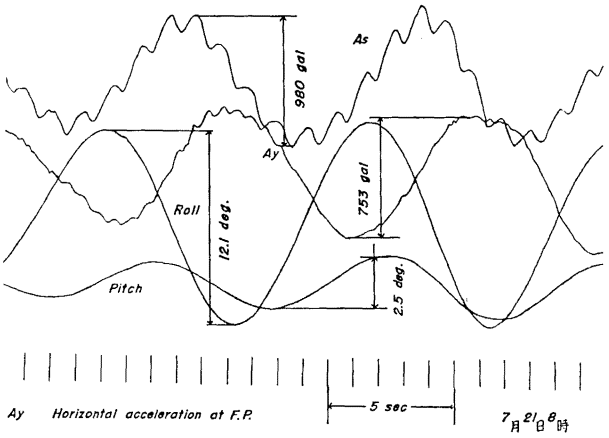

図 6 横揺，縦揺角と加速度の記録

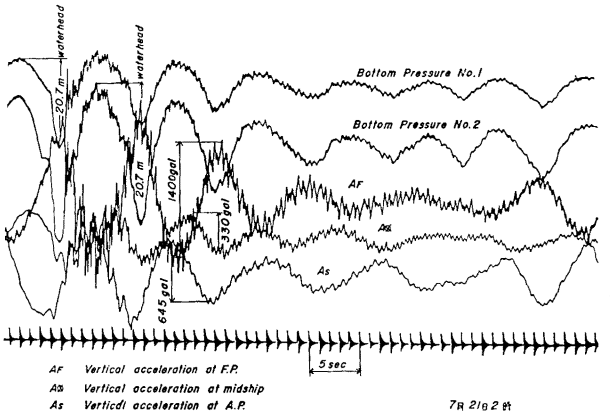

図 7 船底圧力，上下加速度の記録

きい時にも当然発生する船船体振動である．振動外力として作用する流体力は，前者は波浪によるもので，後者は波浪と船体運動とに基づくものであるが，いずれも非衝撃的流体力である．

2）Whipping: 海象や船体運動の大きい小さいにかかわらず，船首底衝撃や bow flare impact などの衝撃的流体力によって誘起される船体振動である．

本稿では，wave induced vibration に関する計算法についての主要な研究を概観するとともに，起振力や振動減衰力の流体力学的取扱いについて考察を行なった．

2. Wave Induced Vibration の計算法

springing や whipping による加速度，船体に働く曲げモーメントおよび応力などを計算した論文の主要なものをあげれば，渡辺[4),5)]，Kaplan et al[6)]，Goodman[7)]，Kumai and Tasai[8)]，Gunsteren[9)]

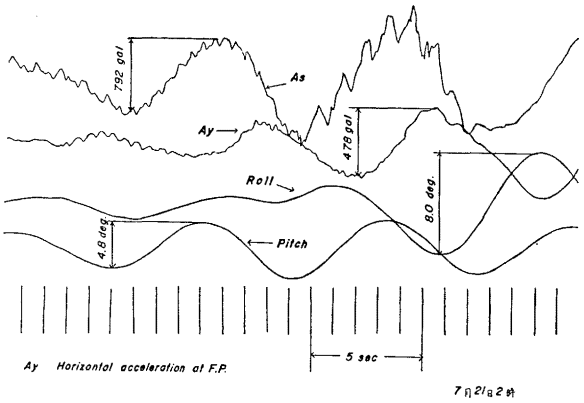

図 8　横揺，縦揺角と加速度の記録

および熊井[10),11)]などがある．

渡辺[4)]は Wagner[13)] の理論に基づいて船底衝撃の性質とその計算法について論じている．その結果，正面衝撃の圧力は傾斜衝撃の場合の圧力に比べると約2倍以上にも達するが，衝撃によって生ずる船体振動に関しては，傾斜衝撃によるものが遙かに大きいので，whipping の原因としては傾斜衝撃に注目すべきであろうと結論している．

Saunders[1)] は whipping 起振力として，船首部の船体質量と同部分の周囲の水が有する付加質量とを加えた virtual mass の中で，non-linear な部分を $(\mathrm{mvir})_n$ とし，その部分の上下方向速度を $\dot{y}$ とすれば non-linear な reaction force F_n は次式で与えられるとしている．即ち

$$F_n=\frac{d}{dt}[(mvir)_n\dot{y}]. \tag{1}$$

船首の上下変位 y が $y_0\sin\omega_e t$ (ω_e は波との出会周期)，$\dot{y}=\omega y_0\cos\omega_e t$ であっても，$(mvir)_n\dot{y}$ による non-linear な F_n が別個に働くという考え方である．U.S. Navy の carrier ESSEX について計算すると，2節振動周期に一致する起振力が得られるとのべるとともに，この方法で flare impact などによる whipping をも計算することができると論じている．

渡辺[5)]は，波の小さい海面を軽荷状態で航行する船が船体運動は殆んどないのに烈しい whipping を生ずる現象を説明するに当り，バルブ部の浮力および付加質量の時間的変化（波面の上昇によって誘起される）によって生ずる力が非線型となり，その中の2節振動数と同じ周波数成分の力が振動起振力になると論じている．すなわち，図9で静水面を W_0L_0，上昇波面を WL とする．波面の上昇速度を $\dot{y}$ とすれば，この断面に働く y 方向の力を

$$\Delta F=\Delta B+\frac{\partial}{\partial t}(\Delta m\dot{y}) \tag{2}$$

で与えている．$\Delta B=2\rho gby$，$\Delta m\fallingdotseq\rho\pi b^2/2$ とおけば

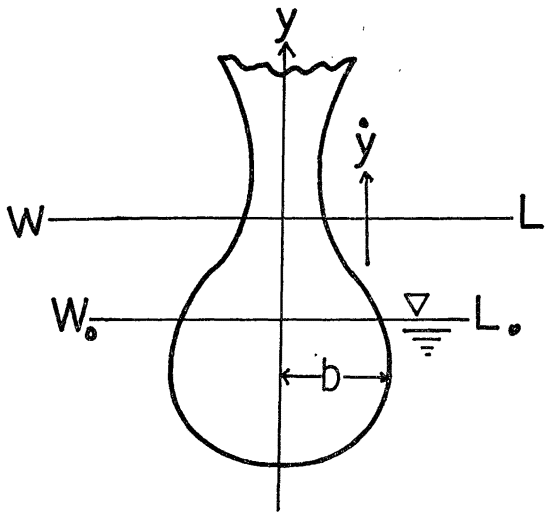

図 9 バ ル ブ 部 の 断 面

$$\Delta F=2\rho gby+\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho\pi b^2}{2}\cdot\dot{y}\right) \tag{3}$$

となり，y によって b が変化するので，たとえ $y=r_0\cos\omega_e t$ としても ΔF には ω_e 以外の高次の成分が含まれることになる．渡辺はバルブを近似的に半径 a，長さ ℓ の円筒であると仮定し，(3)式によってバルブに働く力 F_b を求めると，

$$F_b=\frac{w}{2}\{1+\Theta_1\cos\cos\omega_e t+\Theta_2\cos 2\omega_e t+\Theta_3\sin 3\omega_e t+\Theta_4\cos 4\omega_e t\} \tag{4}$$

の形となることを示した．(4)式で w＝バルブ部の重量である．Θ_1，$\Theta_2\cdots\cdots\Theta_4$ は r_0/a と ω_e の関数で表わされる係数である．

船の 2 節振動数が(4)式中の何れかと一致して共振すれば whipping が起る．即ち selective resonance によって振動が起る．さらに彼は，排水量 10 万トンの船について w=50 トンとして F_b を計算し，波長 λ=30 m と 50 m の波に対する 2 節振動の上下加速度を求め実測値に近い値を得ている．

次に Kaplan et al[6] は，斜規則波中の上下揺，縦揺の運動は通常のストリップ理論で計算して vertical shear force, bending moment を求め，横方向運動については左右揺と船首揺の連成方程式を解いて lateral shear force, lateral bending moment を求め，これらの応答関数を用いて不規則波中の船体運動に基づく bending moment などの諸量の統計的平均値を求める方法をまず記述している．ついで次に示すような slam-induced bending moment 計算法を提案している．即ち振動方程式を次式で表わす．

$$\mu\frac{\partial^2 y_s}{\partial t^2}+c\frac{\partial y_s}{\partial t}+\frac{\partial V_s}{\partial x}=p(x,t) \tag{5}$$

ただし

$\mu=\mu(x)$＝船体の単位長さ断面の質量＋付加質量,

y_s＝vertical elastic deflection,　c＝damping coefficient,

V_s＝shear force,　$P(x,t)$＝local wave exciting force.

また γ＝deformation angle, KAG＝vertical shear rigidity とすれば

$$\partial M/\partial x=V_s+I_r\frac{\partial^2\gamma}{\partial t^2},\quad M=EI\frac{\partial\gamma}{\partial x},\quad \frac{\partial y}{\partial x}=-\frac{V_s}{KAG}+\gamma. \tag{6}$$

さて，$P(x,t)$は，付加慣性力によるものを $P_1(x,t)$，浮力の変化によるものを $P_2(x,t)$ として，$P(x,t)=P_1(x,t)+P_2(x,t)$ としている．これは渡辺[5] と同じ考え方である．次に $P_1(x,t)$ としては，次式を与えている．

$$P_1(x,t)=\frac{d}{dt}(\bar{m}_n v_r),\quad \frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}-V\frac{\partial}{\partial x}, \tag{7}$$

ただし
$$v_r=\text{relative velocity}=\dot{z}-x\dot{\theta}+V\theta-\dot{\zeta}_0, \tag{8}$$

また，V＝船速，Z＝上下揺変位，θ＝縦揺変位，$\dot{\zeta}_0$＝表面波の orbital velocity の上下方向成分，$\bar{m}_n$＝付加的付加質量で，任意の瞬間の付加質量から静水面で浮んでいる時の付加質量を差し引いたもの．

浮力の成分の考慮は渡辺[5] と同様である．任意の瞬間における断面の付加質量は船体振動の計算に用いるものと同様に，円振動数 $\omega\to\infty$ の値を用いている．

かくして不規則波中の船体応答の時系列表示を計算し，さらに bow flare slamming による whipping bending moment の時間的変化をも求めている．carrier ESSEX について数値計算を行なった結果，2節の上下振動による bending moment は相当大きく現われるが，3節のそれは無視できるほど小さいことを示している．

熊井と田才[8] は，次の方法で上下振動の計算を行なった．

1）海洋波の波形は，文献(3)の計測された船首底圧力曲線に近似的に等しいとした．

2）船体運動が起振力におよぼす影響は無視した．

3）起振力は次式で表わされるとした．

$$F=\int_0^{l_e}\frac{\partial}{\partial t}(m_e\dot{y})dx, \tag{9}$$

ただし l_e＝entrance length，m_e＝$\omega\to\infty$ として求めたある瞬間の付加質量，$\dot{y}$＝海洋波の上昇速度．

彼らの考え方も渡辺[5] と同様に，付加慣性力の変化による非線型流体力を考え，selective resonance によって上下振動が誘起されるとするものである．

次に熊井[10] は，起振力としては(9)の式に従うが，m_e については3次元修正を行ない，(9)式の積分は船の全長に亘って行なう方法によって，振動加速度および midship における振動応力を計算している．

熊井[11] は，文献(10)の研究をさらに発展せしめ，向い波を走る船の波に対する相対水位を考慮して単位長さ断面に働く起振力は次式で表わされるとした．即ち

$$\Delta F=-\frac{\partial}{\partial t}\left(m_e\frac{\partial Z_e}{\partial t}\right)+\Delta F_B, \tag{10}$$

ただし m_e=任意の瞬間の断面の付加質量（3次元修正を行なったもの），

Z_e=波浪で変化する断面吃水，

ΔF_B=浮力の変化による力．

自航模型船によって測定した Z_e を用いて上下振動応答の計算を行ない，船側水位の変化と springing の関係について論じている．また模型船による springing の水槽実験を行ない，springing は selective resonance によって発生することを確かめるとともに，springing の最大振幅は縦揺の固有周期に近い出会周期で生ずることを見出している．

以上の計算法と本質的に異なるものに，Goodman[7] と Gunsteren[9] の方法がある．これら2人の方法は，線型理論によるストリップ法に基づいて各周波数に対する流体力を求め，上下揺や縦揺の船体運動も，弾性振動もいずれも一次の周波数応答として求めようとするものである．

垂直曲げ振動の方程式を次式のようにおく．

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI_x\frac{\partial^2 y_s}{\partial x^2}\right)+C\frac{\partial y_s}{\partial t}+\mu(x)\frac{\partial^2 y_s}{\partial t^2}=F(x,t). \tag{11}$$

船は速度 V で規則波中を向い波状態で航走しているとする．規則波は船体坐標 x で表わせば $\zeta=\zeta_a\cos(kx+\omega_e t)$，$\zeta_a$=波振幅，$k=\omega^2/g=2\pi/\lambda$，$\lambda$=波長，$\omega_e=\omega+kV$ である．

$F(x,t)=F(x)\sin\omega_e t$（$\omega_e$=出会円振動数）とおけば，n次の mode の垂直曲げ振動の変位応答は次式で表わされる．

$$y_n=\frac{U_n(x)\sin(\omega_e t-\beta_n)\int_{-L/2}^{L/2}F(x)\,U_n(x)dx}{\mu\,\lambda_n^2\sqrt{\left(1-\frac{\omega_e^2}{\lambda_n^2}\right)^2+\left(\frac{C}{\mu}\cdot\frac{\omega_e}{\lambda_n^2}\right)^2}}, \tag{12}$$

ただし $U_n(x)$=normal coordinate，$\lambda_n=n$ 次の固有振動数．

また

$$\mu=\int_L\mu(x)\,U_n^2(x)dx=\int_L(m+m')\,U_n^2(x)dx \tag{13}$$

$$C=\int_L\left(N'-V\frac{\partial m'}{\partial x}+C'\right)U_n^2(x)dx. \tag{14}$$

ここで m, m', N' および C' は，船長方向単位長さ当りの質量，断面の上下振動に対する付加質量，造波減衰係数および構造減衰係数である．

次に振動強制力Fは，

$$\begin{aligned}F&=\int_{-L/2}^{L/2}F(x)\,U_n(x)dx\\&=2\rho g\int y_w U_n(x)\zeta_1 dx+\int\left(N'-V\frac{\partial m'}{\partial x}\right)U_n(x)\dot{\zeta}_1 dx+\int m'U_n(x)\ddot{\zeta}_1 dx\end{aligned} \tag{15}$$

で与えられる．ただし，$\zeta_1=\zeta_a e^{-kd_1}\cos(kx+\omega_e t)$，$\dot{\zeta}_1=-\zeta_a\omega e^{-kd_1}\sin(kx+\omega_e t)$，$\ddot{\zeta}_1=-\zeta_a\omega^2 e^{-kd_1}\cos(kx+\omega_e t)$，$d_1$=断面の平均吃水[12]，$y_w$=断面の水線における半幅である．(15)式の右辺第1項が

Froude-Kriloff の力，第2項と第3項がそれぞれ波粒子の orbital 速度および加速度に比例する diffraction force である．記号は異なるが，(12) および (15) 式は Goodman[7] の与えた式である．

例えば $n=2$ とおけば，規則波中の2節の垂直曲げ振動の変位応答あるいは，船体中央部における曲げモーメントの応答関数が求められる．従って，不規則波のパワースペクトルが与えられれば線型重ね合わせの理論を用いて，不規則波浪海面を航行する船の2節振動変位や振動応力の統計的平均値を推定することができる．

以上のべた wave induced vibration の計算法は3つに大別される．即ち

(1) 衝撃水圧による応答

Wagner[13] の飛行艇の着水衝撃の理論に基づいて，スラミング現象のために船体に働く衝撃水圧による流体力を起振力として船体の過渡振動を計算する（渡辺[4]）．

(2) 運動量理論

船体の縦運動あるいは波面の上下変位によって船体断面が波面と相対的に上下運動をする時，周囲の流体に与える運動量の時間的変化による流体反力と浮力の変化量との非線型性を考慮して，その中の2節振動成分を2節振動の起振力とする．所謂 selective resonance の高次同調現象として船体振動を計算する（Saunders[1]，渡辺[5]，Kaplan et al[6]，Kumai and Tasai[8]，Kumai[10]，Kumai[11]）*．

(3) 線型理論による周波数応答

波浪中の船体運動の計算に用いられるストリップ法によって，起振力となる流体力に radiation force および Froude-Kriloff の力，波の orbital 速度，加速度に比例する力を考慮し，短い波長の海洋波に対する一次同調現象として線型理論によって船体振動を計算するものである（Goodman[7]，Gunsteren[9]）．

3. Springing の計算法についての考察

前節にのべた wave induced vibration の3種類の計算法の中で，springing については(2)と(3)の方法が用いられている[10),11),7),9)]．何れの方法が妥当であるかについて，流体力学的な立場からの議論が見あたらないので，本節では2つの計算法の合理性について検討を加え，さらに著者の見解をのべることにする．

3.1. 運動量理論

図10の実線で示すような断面をもつ2次元柱状体が自由表面上で微小振幅 y_0 で $y=y_0\sin\omega t$ の上下揺をする時，流体の2次元速度ポテンシャルを ϕ とすれば線型の自由表面条件は，

$$\frac{\partial\phi}{\partial y}+K\phi=0, \quad \text{at } y=0 \tag{16}$$

で与えられる．(16) 式で $K=\omega^2/g$.

---

*註] 船速Vが零でない時は(9)，(10)式の $\frac{\partial}{\partial t}$ は Kaplan[6] と同様，(7)式のように $\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}-V\frac{\partial}{\partial x}$ のオペレーターを用いるべきである．

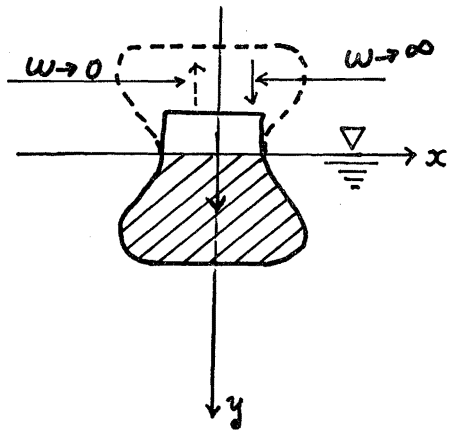

図 10 2 次元柱状体の上下揺

この時柱状体に働く流体力Fは,

$$F=-m'\ddot{y}-N\dot{y}-\rho gA_w y \tag{17}$$

で与えられる. 上式で m' は付加質量, N は造波減衰係数で, A_w は水線面積である.

$\omega\to 0$ 即ち長周期の動揺の場合は, (16)式は $\partial\phi/\partial y=0$ となり自由表面では固体壁の条件となる. また $\omega\to\infty$ では(16)式の条件は $\phi=0$ である. このいずれの場合も水面上に発散波を生ぜず, 流体力は $-m'\ddot{y}-\rho gA_w y$ である. ω が 0 でも ∞ でもない場合, m' と N は ω によって変化することはよく知られている事実である[12].

m' については, $\omega\to 0$ の場合は鏡像効果, $\omega\to\infty$ の場合は逆鏡像効果である. 従って振動現象に対応する $\omega\to\infty$ の場合は, 水面下の図形の鏡像図形を考え, この2重図形が無限流体中を非定常運動する時の付加質量を計算してその半分をとればよい.

また物体が自由表面上で $t=0$ で急に加速あるいは減速される場合は, $t=0$ での自由表面条件も $\phi=0$ となり, $\omega\to\infty$ の場合と全く同様な流体力が働き, m' の計算法も同じである.

物体が上下動する時に働く流体力を流体の運動量の時間的変化に基づく慣性力として,

$$F_1=-\frac{\partial}{\partial t}(m'\dot{y})=-m'\ddot{y}-\dot{y}\frac{\partial m'}{\partial t}=-m'\ddot{y}-\dot{y}\frac{\partial m'}{\partial y} \tag{18}$$

とする考え方は, Kármán[14] や Wagner[13] によって論ぜられたように, 平底の物体が水面に落下して水面衝撃を生ずる瞬間は浮力や造波による力などは相対的に小さく, (18)の力が卓越するとして流体力を求めようとするものである. ごく短い時間内の現象であるから, 自由表面条件は $\phi=0$ であると考えられ, m' も $\omega\to\infty$ の場合と同じ値となる. yとともに物体の水面幅が急に変化する時は(18)式の第2項は無視できない. このように運動量理論は本来, 無限流体中で非定常運動している物体に働く流体力((18)式の右辺第1項) や, 自由表面上で高周波の振動をする時や, 急に動き出した瞬間における流体力の計算に用いられる理論である. 従って, Kaplan et al[6] が bow flare slamming による whipping

の計算に用いたのは合理的である．

船体動揺と船体振動の固有周期は大きく異なる．L≒330 m の肥大船を例にとると，縦揺の固有周期は9秒前後であり，上下の2節振動の固有周期は2秒位である．船首部分の断面の幅 b を 10 m とすれば $\xi_B=\frac{\omega^2}{g}\cdot\frac{b}{2}=\frac{\pi b}{\lambda}$ の値は，縦揺では 0.25，2節の上下振動では 5.0 となる．

船体動揺時の流体力（波浪強制力を除いて議論する）は(17)式で与えられるものであって，(19)式の流体力ではない．船体運動により瞬間瞬間の吃水が変化するために(17)式以外の力があるとしても，小さい ω 即ち小さい ξ_B で動揺している時に，衝撃流体力の計算に用いられる(19)式を用いて付加的流体力を求めようとすることは自由表面条件から考えて正しくない．

軽荷状態でバルブが半分位露出して航走しているとき（波高)/(波長）比の大きい短波長の波が来ると，船体運動は非常に小さいが，バルブ部分では相対水位が大きく変動することがある．渡辺[5] はバルブを円筒で近似して，この状態の起振力を運動量理論で計算している．しかし著者が別に発表した論文[15]のように，円振動数 ω の上下揺をする時に生ずる流体力は，造波現象を考慮して 1st-order, 2nd-order …の線型および非線型の流体力として求めるべきであろう．上述の円筒に対する diffraction force としては論文(15)中の上下揺変位を波変位でおきかえれば，近似的に推定できよう．

3.2. Goodman の理論

船体動揺も弾性振動も線型理論によって統一して取扱う点ではすっきりしている．

振動減衰については ξ_B が大きいので実際は(14)式で $N'\fallingdotseq 0$ とおき，m' は $\omega\to\infty$ の値を用いる．この論文で面白いのはCの中に $-V\frac{\partial m'}{\partial x}U_n^2(x)$ が存在することである．これはストリップ法によれば当然出て来る力であるが，これまで流体減衰を無視している振動理論に対しては重要な指摘である．m' については熊井[10),11)] が論じているように船体の前後部においては3次元影響が大きく，$\partial m'/\partial x$ も船体の前後部で卓越し中央部では零に近いので，m' の3次元性と相俟って，$-V\partial m'/\partial x$ について今後の研究が望まれる．Goodman の理論も次の2点について問題があると思う．

1）2節振動のように ξ_B の大きい周波数の所で，ストリップ法が有効であるのか？

2）船体動揺と船体振動にそれぞれ寄与する波の周波数が非常に異なるので両者を独立に計算しようとするのであろうが，船体動揺によって誘起される起振力は考慮しないでよいだろうか？

4. 結　　言

以上 wave induced vibration の計算法を概説し，特に springing の計算法に対する批判を行なった．springing の2つの計算法にはそれぞれ問題がある．中でも運動量理論は springing の計算法としては合理的でないと考えられる．

著者は，springing は，短波長波に対する線型流体力による一次同調の外に，船体動揺にもとづく非線型流体力による高次同調の両者によって誘起されるものであると考える．従って合理的計算法の確立のためには，前者については振動流体力に関するストリップ法の有効性の検討，後者については radiation force[15),16)] のみならず波強制力の非線型性の計算法の研究が進められることが望まれる．

熊井豊二名誉教授から永年に亘り船体振動の御研究を拝聴し，また whipping の計算[8] に際しては共著者として参加させて頂く機会を得たことが，この小論をかくきっかけとなった．いろいろ御教授頂いた先生に心から御礼申しあげる次第である．また本論に掲載した wave induced vibration の記録は，北統夫，古賀洋治両技官と佐世保重工の川隅一道氏，高尾隼人氏によって計測されたものである．貴重なデータを得られた4名の方に感謝の意を表する次第である．

参 考 文 献

1) Saunders, H. E., *Hydrodynamics in Ship Design*, Vol. Ⅲ, The Society of Naval Architects and Marin Engineers, 1965, Chapter 16, p. 288-322.
2) Bell, A. O. and Taylor, K. V., Wave-Excited Hull Vibration Measurements on a 47,000 DWT Tanker, Shipping World and Shipbuilder, Feb. 1968.
3) 田才福造外，油槽船“B丸”の航海性能の調査，西部造船会々報，第42号，昭和46年7月．
4) 渡辺恵弘，船底衝撃の性質と Whipping について，西部造船会々報，第32号，昭和41年5月．
5) 渡辺恵弘，Whipping 発生の一原因について，昭和43年2月，渡辺恵弘博士遺稿集（昭和48年12月）に掲載．
6) Kaplan, P., Sargent, T. P. and Raff, A. I., An Investigation of the Utility of Computer Simulation to Predict Ship Structural Response in Waves, Second Technical Progress Report from Project SR-174, “Ship Computer Response” to the Ship Structure Committee, June 1969.
7) Goodman, R. A., Wave-Excited Main Hull Vibration in Large Tankers and Bulk Carriers, R. I. N. A., April, 1970.
8) Kumai, T. and Tasai, F., On the Wave Exciting Force and Response of Whipping of Ships, European Shipbuilding, No. 4, 1970.
9) Gunsteren, F.F. van, Springing, Wave Induced Ship Vibrations, I. S. P., 1970.
10) Kumai, T., Wave-Induced Force Exciting Hull Vibration and its Response, 西部造船会々報，第44号，1972.
11) Kumai, T., Effect of Ship Side Wave upon the Resonance of Hull Spring, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. XX, No. 66, March, 1973.
12) 田才福造，高木又男，規則波中の応答理論および計算法，「耐航性に関するシンポジウム」テキスト，日本造船学会，昭和44年7月．
13) Wagner, H., Über Stoss und Gleitvorgänge an der Oberflächen von Flüssigkeiten, Z. A. M. M., 1932.
14) Kármán, Th, von and Wattendorf, F. L., The impact on sea plane floats during loading, NACA, TN 321, 1929.
15) 田才福造，小寺山亘，上下揺する半没水円柱に働く非線型流体力について，応用力学研究所所報，第40号，昭和48年．
16) Potash, R.L., Second-Order Theory of Oscillating Cylinders, Joural of Ship Research, Vol. 15, No. 4, Dec. 1971.

（昭和48年6月5日 受理）