

流れに直角におかれた有限円柱列の低レイノルズ数領域における伴流状性

本池, 弘之
九州大学応用力学研究所 : 講師

<https://doi.org/10.15017/4743489>

出版情報 : 應用力學研究所所報. 39, pp.1-36, 1973-03. 九州大学応用力学研究所
バージョン :
権利関係 :



流れに直角におかれた有限円柱列の低レイノルズ数 領域における伴流特性†

本 地 弘 之*

概 要

一定の間隔で1列に並べられた有限幅をもった円柱群のまわりの流れを主として流れの可視化の方法で調べた。円柱群から下流側にかなり離れた所に対称な双子渦が定常的にも非定常的にも形成されることが分かった。円柱群をすぎる周期的渦列および有孔平板をすぎる出発流れに関する実験結果についても述べる。

1. は じ め に

1個の円柱のまわりの流れは流体力学の基本的問題のひとつであったから多くの研究がなされており、その特徴は例えば円柱の2次元流に関する Morkovin¹⁾ のレビューに詳しく述べられている。複数個の円柱についても多くの研究がなされているが、それらを分類してみると次のようになる。

i) 2円柱をすぎる流れに関する研究: 理想流体の流れは Carpenter²⁾, 川口³⁾, および Dalton と Helfinstine⁴⁾ によって解析された。もっとも、理想流体としての取扱いの限界はよく認識されているところである。桑原^{5,6)} はオセーン近似を用いて2円柱と2楕円柱の粘性流を解析した。そこでは今井⁷⁾ の解法が適用されている。これらの研究では円柱軸中心を結ぶ線が流れに直角になるような配置に限らずもっと一般の配置も扱われている。

ii) 2または3個の円柱の後の Kármán 渦列の干渉に関する研究: Zdravkovich⁸⁾ は3個の円柱の配置を種々変えて渦列の干渉流を煙で可視化した。松井と近藤⁹⁾ は水槽実験によって円柱のまわりの干渉流を調べ、流れ模様の可視化と共に圧力分布、抵抗係数などの測定を行なった。

iii) 無限円柱列をすぎる流れに関する研究: 無限円柱列をすぎる定常流のオセーン近似による理論的解析は玉田と藤川¹⁰⁾ によって行なわれた。また宮城¹¹⁾ は同じ問題をストークス近似に基いて取扱った。Hutson¹²⁾ は宮城の得た結果について短いコメントを与えている。Gran Olsson¹³⁾ はカスケードをすぎる十分発達した乱流タイプの伴流の理論的研究を行なった。物体から十分下流側に離れた点を考えると、欠損速度は一樣流に較べて小さいとして方程式を線型化でき、またその分布には円柱配列方向の座標の周期的関数形が仮定できるので解析しやすくなる。彼は実験との比較も行なっている。問題を直線配列や円柱に限らなければ、実用的傾向の多くの研究がある。Bohl¹⁴⁾ や Parker¹⁵⁻¹⁷⁾ は平板列をすぎ

† 日本物理学会第27回年会(1972年10月10日, 広島大学)において講演

* 九州大学講師, 応用力学研究所

る流れについて一連の研究を行なっている。

以上の分類から分かるように、中間の個数の有限幅の物体群をすぎる流れはほとんど研究されていない。ひとつには端の効果を取入れる際の解析の複雑さによると考えられる。適当に線型化された基礎方程式を用いるとしても、あくまでも単円柱の集合としての円柱群に固執する限り、与えられた境界条件を満足する解を見出すのは容易でない。そこで円柱群を全体としてひとつの物体と見なすことが流体力学的に可能ならば新しい接近の方法が開けることになる。この立場を取ると 1 列に並べられた有限幅の円柱群は孔のあいた平板と見なすことが適当なように思われる。その妥当性は後に示す多くのフローパターンを見ると了解されるであろう。

通常の孔のない 1 個の 90° 平板のまわりの流れについてはよく知られている。例えば定常双子渦の長さのレイノルズ数依存は種子田¹⁸⁾ によって明らかにされた。非定常加速流は種子田と著者¹⁹⁾ によって詳しく調べられた。また、周期的後流については古く Fage と Johansen²⁰⁾ の研究がある。Taylor²¹⁾ は有孔平板の抵抗係数について簡単な考察を行なっている。最近、Castro²²⁾ は丸い孔による種々の有孔度をもった平板について抵抗係数とストローハル数の測定を行なった。それによれば有孔度が増すと抵抗係数は減少し、ストローハル数は(単調にはないが)増加する。Castro はさらに、物体近傍の伴流の予想図を与え、孤立した双子渦の存在を示唆したが、流れ模様の直接的観察は行なわなかった。彼の実験のレイノルズ数範囲は $2.5 \times 10^4 \sim 9.0 \times 10^4$ であってもはや層流タイプの伴流が形成される領域ではないから、示唆された双子渦は平均速度場によるものと解される。彼の実験ではいわゆる pore geometry の効果は porosity,

$$\beta = \text{open area} / \text{total area} \quad (1)$$

の中に解消されている。このことは孔の直径が平板の幅に比較して十分小さく有孔度が平板面に一様に分布している場合には正しいであろうが、孔の直径が大きい場合にはその形状も流れ模様に影響を与えることになり β のみで流れが決定できない可能性がある。

著者²³⁾ は先に 5 個以上の流れに直角に 1 列に並べられた有限幅の円柱群をすぎる流れに関する実験を行ない、その一部を報告した。本報はその際に得られた結果およびその後の実験結果の報告である。一部の内容を除いては図および写真は前報と重複していない。

2. 実験の方法

実験装置の詳細は前報²³⁾ に与えられている。長さ 2 m の小型水槽が用いられた。水槽上にはモーターによってリードスクリュウにそって動く台車が設置されており、モデルはこの台車に鉛直に固定された。台車の可変速度範囲は 0.08~5 cm/sec であった。流れの可視化はアルミ粉末法で行なわれ、部分的に電解法やコンデンスミルク法が使用された。水槽の 1 水平面がスライドプロジェクター (1 kW) で照明され、その面内のフローパターンが 35 ミリカメラで撮影された。静止からの急加速は予め一定速度で回転しているリードスクリュウと台車とを急に結合することによって達成された。出発してから経過時間は撮影時刻 (カメラの X 接点からの信号) を電磁オシログラフで記録し、それを読みとって測定した。常に露出時間の中点をとって <観測時刻> とした。渦列の周期は手製の Simmons-Bailey

型の熱線流速計で測定した。ここでは主なモードの周期だけが測定されており波形の詳細な解析は行なわなかった。

円柱群モデルは外径 0.08～0.4 cm のステンレス棒または黄銅棒（5 本以上 25 本以内）を用いた。これらは 所定の本数等間隔で 1 列に並べられ、上下両端は横棒に接着剤 または ハンダで固定された。これによって実験された有孔度の範囲は、各単円柱の直径を d_0 、および隣り合う円柱間のすき間を l として、 l/d_0 が 0.4～2 であった。

モデルに附随した種々のパラメータを調整するために数 10 個のモデルが作られた。円柱群の概念図と以下に使用する記号を図 1 に示す。 n は使用された円柱の数、 d は円柱群の幅である。これらは

$$d = nd_0 + (n-1)l \quad (2)$$

の関係で結ばれている。なお、各モデルの鉛直方向の長さは 18～20 cm であった。

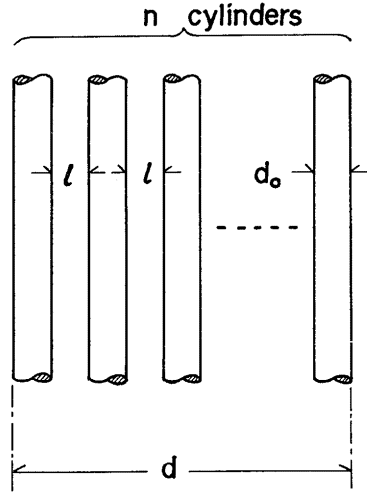


図 1 円柱列のモデル（主流方向は紙面に垂直）

3. 円柱群をすぎる定常流

円柱群をすぎる流れを支配するパラメータとしては、先に挙げた物体に附随した幾何学的諸量の他に、一様流の速さ U と動粘性係数 ν が考えられる。これらのパラメータから物理的意味の明らかな無次元積として単円柱 (single cylinder) の直径でとったレイノルズ数,

$$R_s = Ud_0/\nu, \quad (3)$$

円柱群 (cylinder group) の幅でとったレイノルズ数,

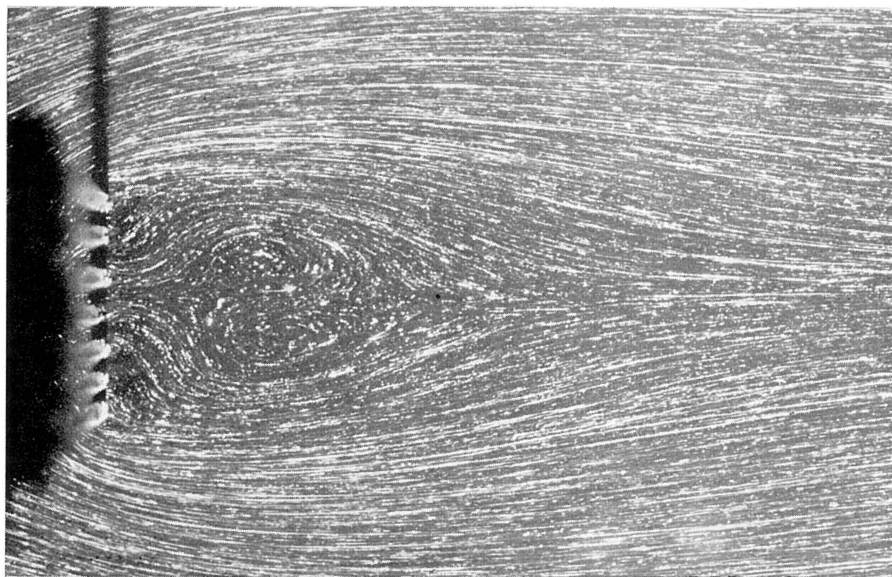
$$R_g = Ud/\nu, \quad (4)$$

および有孔度を示す量,

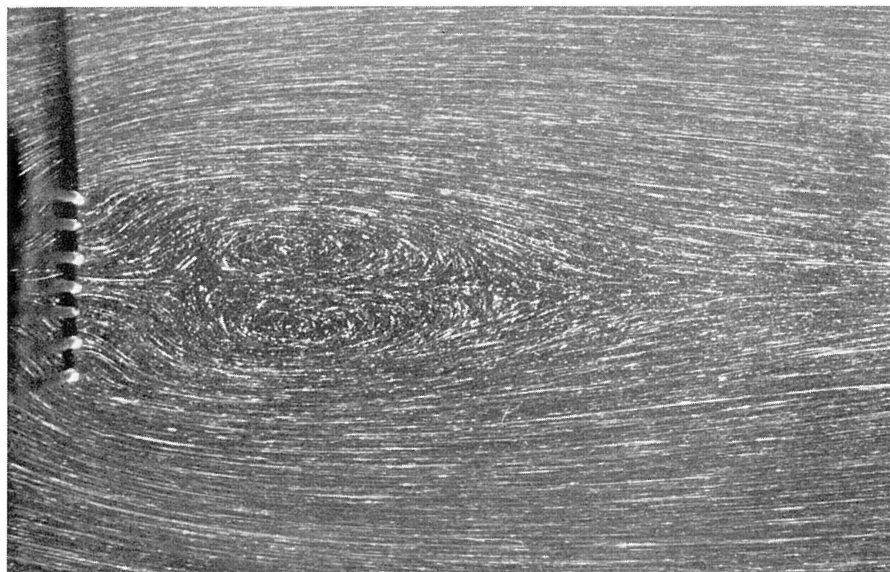
$$l/d_0 \quad (5)$$

を導入しよう. 定常流は R_s, R_g および l/d_0 で決定され则认为.

前報²³⁾ において, 円柱群をすぎる定常流れにおいて, 物体から下流側にかなり離れた所に対称な閉流線領域が形成されることが示された. 写真 1 (a) と (b) はその例を示す. このような双子渦は $l/d_0 \leq 2$ ではほぼ $10 \leq R_g \leq 40$ で実現されるが R_s にも依存する. 同様な対称双子渦をコンデンスミルク法および



(a) $d=1.48\text{ cm}$, $d_0=0.0810\text{ cm}$, $l/d_0=1.88$, $U=0.114\text{ cm/sec}$, $R_s=1.05$, $R_g=19.1$



(b) $d=1.53\text{ cm}$, $d_0=0.0810\text{ cm}$, $l/d_0=1.98$, $U=0.194\text{ cm/sec}$, $R_s=1.82$, $R_g=34.2$

写 真 1 円柱列の後に形成される定常対称双子渦

電解法で可視化したものを写真2(a)と(b)に示す。(a)の写真から各円柱から出た色素は双子渦の内部へ入り込まずに、あたかもそこに物体が等置されたかのように、その周りをさけて下流側に流れ去ってしまうのが分かる。しかし、写真(b)のように出発の時から色素が渦の中心部へ入り込んでいる場合、それは物体の運動中一定距離を保って物体に従う。以下、特にことわらない限り流れは右向きである。



(a) $d=1.53$ cm, $d_o=0.0810$ cm, $l/d_o=1.98$, $U=0.200$ cm, $R_s=1.82$, $R_g=34.2$



(b) $d=1.80$ cm, $d_o=0.200$ cm, $l/d_o=1.00$, $U=0.153$ cm, $R_s=3.43$, $R_g=30.8$

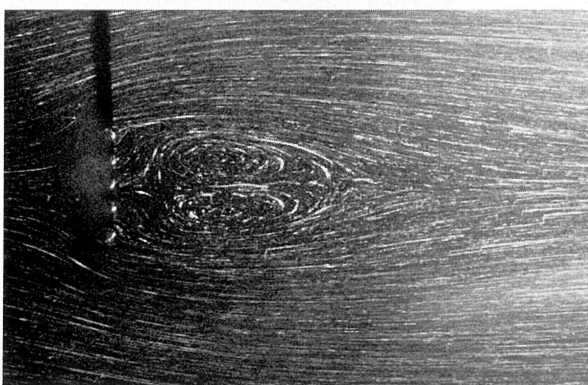
写真2 色素法によって可視化された双子渦



(a) $d=1.01$ cm, $d_o=0.0810$ cm, $l/d_o=1.88$, $U=0.307$ cm/sec, $R_s=2.84$, $R_g=35.5$



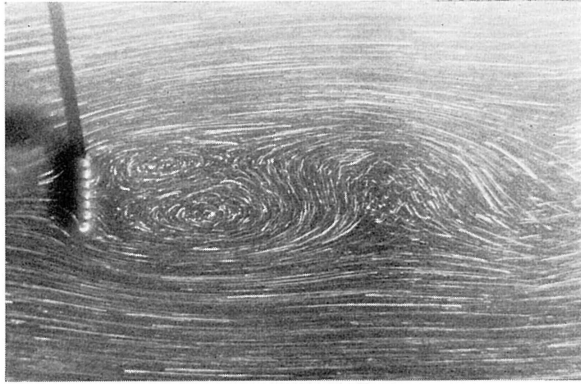
(b) $d=1.29$ cm, $d_o=0.0810$ cm, $l/d_o=1.98$, $U=0.0298$ cm/sec, $R_s=0.812$, $R_g=12.9$



(c) $d=1.13$ cm, $d_o=0.125$ cm, $l/d_o=1.00$, $U=0.209$ cm/sec, $R_s=2.79$, $R_g=25.1$ (続)



(d) $d=1.05$ cm, $d_o=0.0810$ cm, $l/d_o=0.988$, $U=0.330$ cm/sec, $R_s=3.12$, $R_g=40.3$



(e) $d=1.05$ cm, $d_o=0.0810$ cm, $l/d_o=0.988$, $U=0.407$ cm/sec, $R_s=3.84$, $R_g=49.6$

写真3 円柱列をすぎる流れの5つのタイプ

いま述べたような対称双子渦が常に形成されるわけではない。円柱群をすぎる流れの種類はほぼ5つに分類される。それを写真3(a)～(e)に示す。(c)が先に述べた対称な双子渦である。流れ模様は一般的に R_g が増す方向, l/d_o および R_s が減少する方向に配列されている。(a)は R_g がかなり大きい。他方 R_s と l/d_o も大きい。このように5つのタイプの中どれが実現されるかは R_g のみで決定されないことが分かる。いま5つに分けたフローパターンの中でも基本的なものは(a), (c), および(e)であって, (b)は(a)と(c), (d)は(c)と(e)の中間的過渡の段階であると見なすこともできる。

伴流中のよどみ点の数を各流れに対応させてみると, この分類をより明瞭にできる。(a)はよどみ点が1個も無く, 明瞭な逆流域は存在しない。(b)においても同様であるが, 双子渦の萌芽が見られる。(c)においては双子渦の前後に2個のはっきりしたよどみ点を見ることができる(ただし, 双子渦の中心は数えないことにする)。(d)では前方よどみ点のはっきりしているが, 後方は乱れて流れが振動している。(e)は周期的な渦の放出が行なわれている段階であって, もはや流れは定常とはいえない。このときでも l/d_o が小さいときには前方よどみ点を認めることができるが, l/d_o が大きくなると渦の形成領域がより下流側へ吹き流されてしまっははっきりとしたよどみ点は1個も同定できなくなる。以上をまとめて

表示したものが表 1, 図示したものが図 2 である. 図中の E は l/d_0 が大きい場合を示し, 写真 3 (e) はこれが相対的に小さい場合に対応する.

表 1 円柱群の伴流の分類

写真 3	よどみ点の数	備 考
(a)	0	逆流なし
(b)	0	双子渦の萌芽
(c)	2	対称双子渦
(d)	1	後方岐点振動
(e)	1 又は 0	周期的渦列

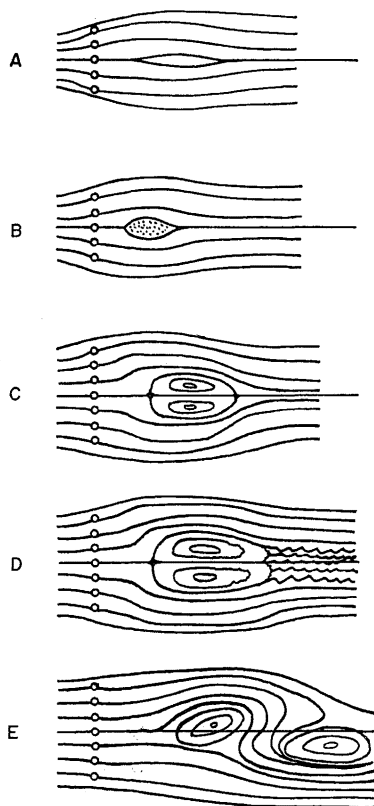
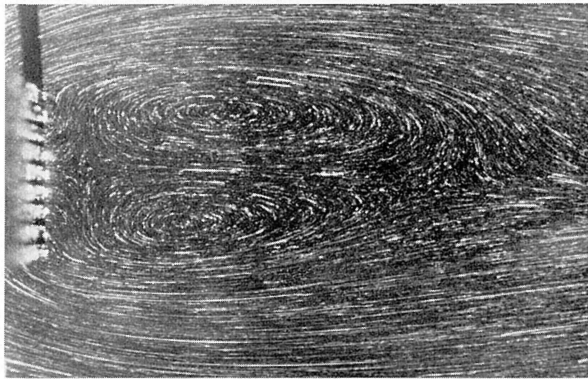


図 2 円柱列をすぎる流れのタイプ

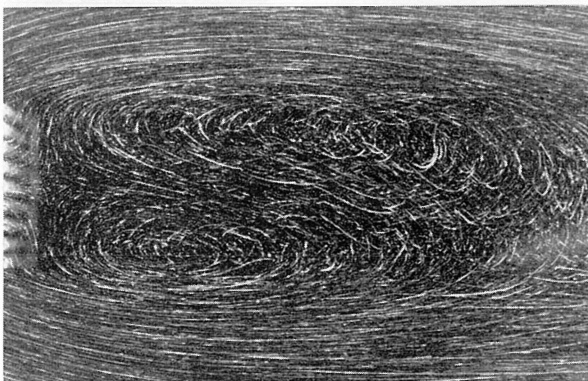
写真 4 は l/d_0 が比較的小さいとき長い対称渦が形成されることを示す. この場合前方よどみ点と物体との距離は小さい. 渦の長さは約 $3.4d$ である. 写真 5 は周期的渦の放出され始めの段階を示すが, その発生周期に較べて露出時間を (a) では短かく (b) では長くとしたものである. 写真 6 はカメラを静止流体に固定して撮影したフローパターンである. 本来流体中を運動している単円柱は 1 個の moving doublet とみなされるが, ここでは円柱群全体として 1 個の doublet を形成していることが分かる (ただ



写真 4 l/d_o が小さいときの渦: $d=1.41$ cm, $d_o=0.0810$ cm,
 $l/d_o=0.494$, $U=0.210$ cm/sec, $R_s=1.85$, $R_g=32.2$

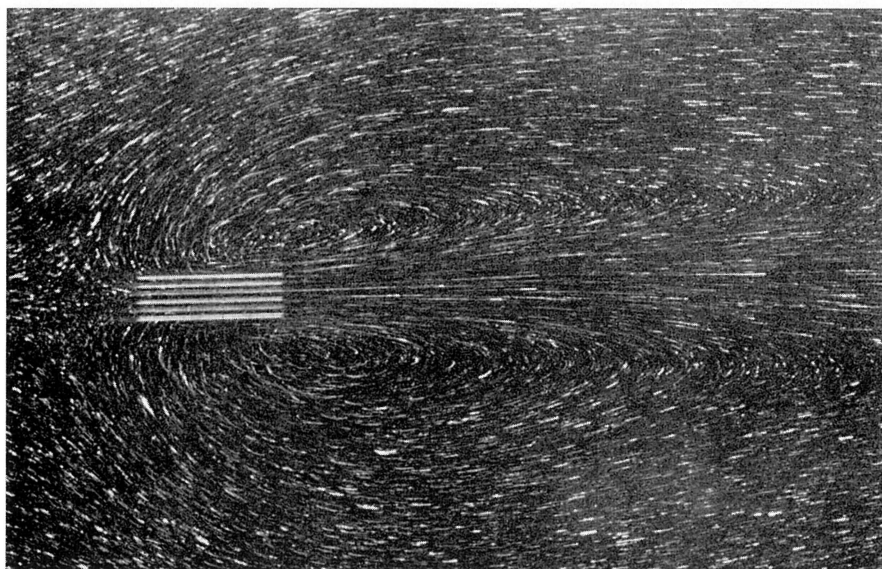


(a)

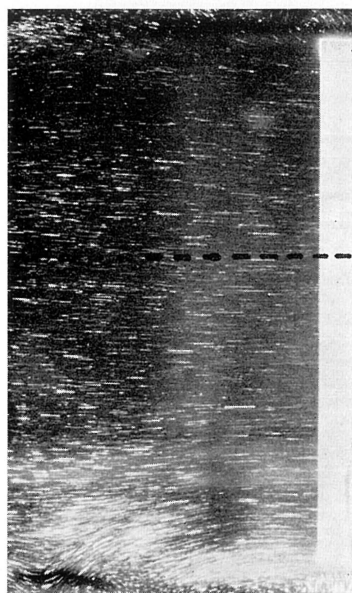


(b)

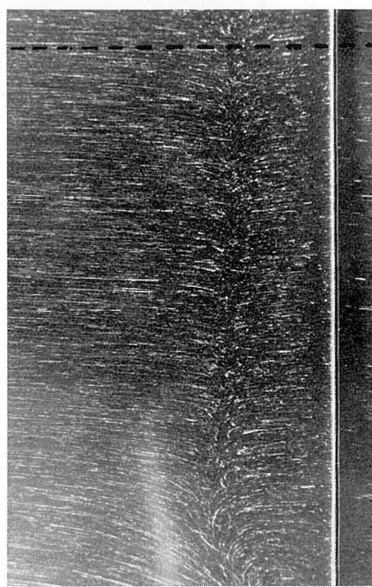
写真 5 定常的でなくなった付近の渦: $d=2.13$ cm, $d_o=0.125$ cm,
 $l/d_o=1.00$, $U=0.187$ cm/sec, $R_s=2.48$, $R_g=42.2$



写 真 6 無限遠点で流体が静止している座標系における定常な円柱列の流れ:
 $d=0.886\text{ cm}$, $d_o=0.0810\text{ cm}$, $l/d_o=0.988$, $U=0.233\text{ cm/sec}$,
 $R_s=2.07$, $R_g=22.6$

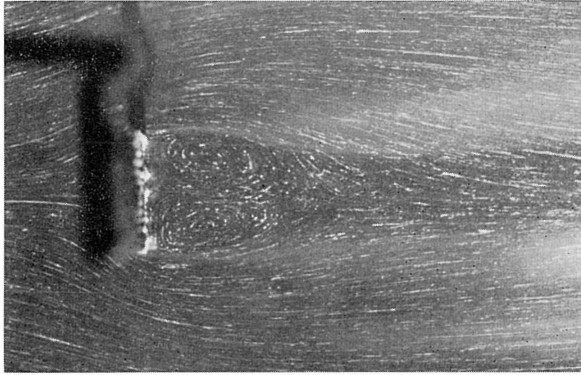


(a) 静止流体に固定したカメラによる:
 $d=1.05\text{ cm}$, $d_o=0.0810\text{ cm}$, $l/d_o=1.98$, $U=0.266\text{ cm/sec}$, $R_s=2.12$, $R_g=27.4$

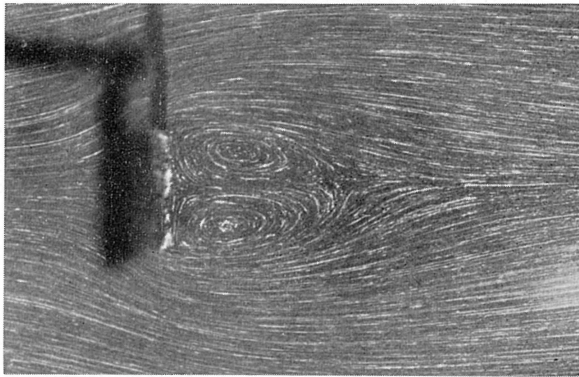


(b) 物体に固定した系で見る: $d=1.05\text{ cm}$, $d_o=0.0810\text{ cm}$, $l/d_o=0.988$, $U=0.213\text{ cm/sec}$, $R_s=1.71$, $R_g=22.1$

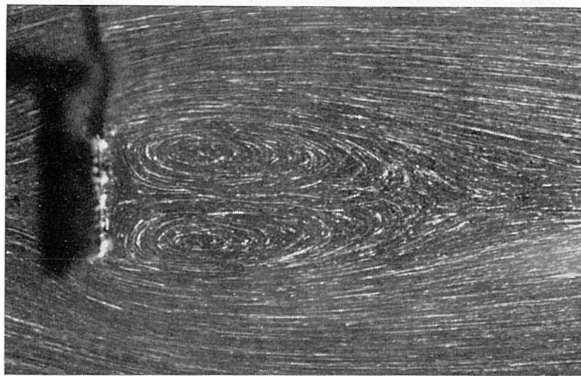
写 真 7 円柱列の側面から見た流れ (流れは左向き)



(a) $U=0.0810$ cm/sec, $R_g=9.92$



(b) $U=0.111$ cm/sec, $R_g=13.7$



(c) $U=0.205$ cm/sec, $R_g=25.2$

写真 8 すき間のない円柱列（参考平板）のまわりの定常流： $d=1.10$ cm, $d_o=0.0810$ cm, $l/d_o=0$

し、それは粘性の作用のために大きく変形しており前後対称ではない)。

写真 7 は流れをモデルの側面から見たもので、流れの 2 次元性を示す。(a)は静止流体、(b)はモデルに固定した座標から見ている。(a)ではモデルは実験状態と同じように設置されているが、(b)では装置の関係でモデルが水平におかれており 実際の実験状態と少し異なっている。横線はほぼ観測断面を示している。モデルの端の付近を除いて流れは大体 2 次元的になっている。

ここで参考のために、参考平板 (reference plate) のまわりの流れを写真 8 に示しておこう。このモデルは $l=0$ 円柱群であり、両端は単円柱の円周の一部からなっているから シャープエッジではない。しかし、流れは本質的にはシャープエッジをもつ平板のそれと大差ないことが分かる。対称渦の長さはレイノルズ数と共に単調は増加し、 $R_g=25$ 付近で周期的渦列を形成しはじめる。シャープエッジをもつうすい平板については同様の結果がすでに種子田¹⁸⁾によって得られている。

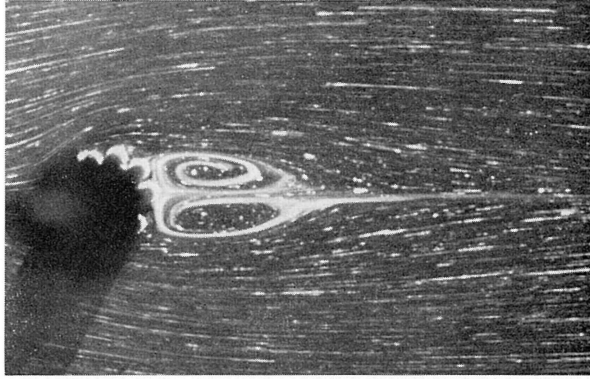
円柱列が流れに直角でない場合の流れも興味ある対象である。入射角が 45° のときの電解法を組み合わせた流れ模様を写真 9 に示す。有孔性の効果は 90° 平板よりも著しいようにみえる。例えば $l/d_0 \sim 1$ のモデルで $10 \leq R_g \leq 50$ の範囲内で閉じた流線の領域は見出されなかった。もっとも、 l/d_0 がより小さければ対称ではないが 1 個の渦対が形成されうる。そのような渦のひとつは前報²³⁾に挙げてある。



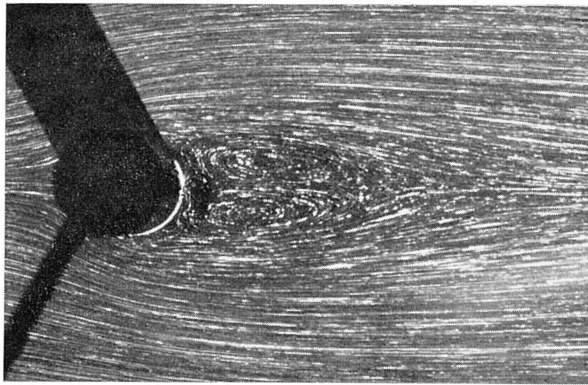
写真 9 46°傾いた円柱列のまわりの定常流: $d=1.80$ cm, $d_0=0.200$ cm, $l/d_0=1.00$, $U=0.272$ cm/sec, $R_s=5.91$, $R_g=53.2$

写真 10 は特殊なモデルについて 90° 円柱列でみられたような現象が存在することを示したものである。(a)のモデルは中心にある直径 0.25 cm の黄銅円柱を、 45° おきにおいた 8 個の直径 0.20 cm の黄銅円柱でとりまいた円形円柱群 (幅 1.0 cm) である。gap geometry は 2 次元的である。このようなモデルでも対称な双子渦が物体の後方に付着している。(b)のモデルは直径 1.5 cm のアクリライトの円柱に、中心を通るように軸に直角に直径 0.40 cm の丸い孔を 0.50 cm おきに 1 列にあけたものである。pore geometry はこの場合 3 次元적であって、孔を貫通する円形ジェット流が 1 列に並ぶことになる。ここでも同様な対称渦が形成されており、渦の前後によどみ点が見られる。

以上、種々の流れ模様を示したが、これらの現象は一般には、後方渦が孔を貫通した流体によって押し流されるものとして理解される。その際、各円柱上には粘性のために一定の厚さの境界層が発達する



(a) 8角の円柱群: $d=1.00$ cm, $d_o=0.200$ cm (中心のみ 0.250 cm), $U=0.263$ cm/sec, $R_s=6.19$, $R_g=24.7$



(b) 円孔のある単円柱: $d=1.50$ cm, 孔の直径 0.400 cm, 孔と孔の間 0.500 cm, $\beta=0.156$, $U=0.229$ cm/sec, $R_g=33.1$

写真 10 特殊な有孔モデルの後の双子渦

から貫通の度合いはそれによって影響を受ける。渦度はこの各円柱上の境界層で形成され下流側に運搬される。その過程はよく知られた式,

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \omega \quad (6)$$

で記述される。ここで $\omega = (\text{rot } \mathbf{v})_z$ (流れ面を $x-y$ 平面に考え, それに直角な方向を z とする) である。(6)式で記述される2次元流では離散的に考えた渦(糸)のストレッチングによる ω の変化は含まれない。各円柱から放出された渦度 ω は $l/d_0 \neq 0$ の物体の直後では貫通した背景の渦なし流れによって下流側へ吹き流される。渦度の拡散につれて, 円柱列の構造を核印された凹凸の多い速度分布は相互干渉によって次第に平均化され双子渦を形成するにいたるであろう。双子渦の形成される付近まで行ってある程度吹き流しの効果が減少し, 渦度の並び換えが効果的に働らき始めるからである。

対称双子渦の位置や形を理論的に出すには完全な Navier-Stokes 方程式あるいはその回転をとった

形の(6)式を数値的に解けばよい。その際すべての円柱上で粘着の条件を満足させねばならないから、モデルの幾何学的形状は自ずと考慮されることになる。抵抗係数等の評価において各単円柱上における複雑な過程（境界層の形成とその流出）に立ち入ることなしにすませようとすれば、漸近流に基いて運動量保存の法則を適用することになる。

簡単な理想流体モデルは連続的渦分布を点渦でおきかえた図3に示すようなものである。図3は渦対に定常流を重ね合わせた相対流線で流れ関数は周囲の伴流をかりに一樣とみなすと

$$\phi = k \left(-\frac{y}{2a} + \ln \frac{r_1}{r_2} \right) \quad (7)$$

で表わされる²⁴⁾（ここで k は渦の強さ、 $2a = \overline{EF}$ 、流れ場内の1点を P として $r_1 = \overline{EP}$ 、 $r_2 = \overline{FP}$ である）。流れは渦対部分にあたかも物体があるかの如く流れるが、渦領域の形は現実に観測されるものとはかなり異なっている。

粘性流体の層流タイプに伴流の物体から十分離れた点における速度分布は

$$U \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

を解いて

$$u = -\frac{D}{2\rho\nu\sqrt{\pi\nu Ux}} e^{-Uy^2/4x} \quad (8)$$

と与えられる²⁵⁾。ここで ρ は流体の密度である。(8)式は l/d_0 の大きい円柱列のときは速度欠損が小さく、したがって物体に働らく抵抗 D も小さくなることを示唆するが、 $x \rightarrow 0$ のときの u の振舞いから分かるように物体の内部構造を何ら反映していない。Taylor²¹⁾ は図3の A, B に対応する点の圧力をそれぞれ p_A, p_B とし、孔を貫通する流体の速度を u' として、

$$p_A - p_B = \chi \left(\frac{1}{2} \rho u'^2 \right)$$

によって有孔性の効果を表わすパラメータ χ を導入し、抵抗係数に対して

$$C_D = \chi / (1 + \chi/4)^2 \quad (9)$$

を与えた。Taylor においては逆に伴流の内部構造が関係していないので両者は相補的といえる。測定値を導入すれば有孔度と速度分布との形式的関係はつけられる。パラメータ χ あるいは類似の量を

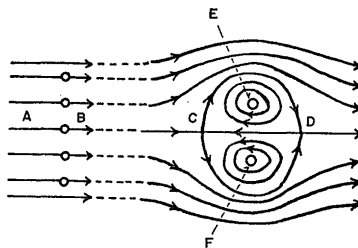


図 3 対称渦を点渦対でおきかえたモデル

もっと必然的に導入するには例えば porous medium を通る流れの議論²⁰⁾が参考となろう。その外, porosity を湧き出しの様な分布におき換えることもできよう。そのようなモデルでは BC 間も見かけ上の膨脹した仮想的物体とみなせて, 対称双子渦はそれに直接付着していると考えられることもできる。

4. 円柱群をすぎる非定常出発流れ

ここでは主として静止状態から一定速度で急激に出発し, その後一定速度を保ちつづける円柱群の伴流の変化を扱う。定常流を決定したパラメータ R_s, R_g および l/d_0 にさらに運動開始後の経過時間 t を含んだパラメータ Ut/d が加わり, 流れは4つの無次元量で決定されることになる。

写真 11 (a)~(d) は比較的低い R_g における双子渦の発達を示したものである。流れ方向の渦の長さは運動の初期は時間と共に単調に増加する。しかし, 定常流になる前の段階で渦は少しオーバーシュートの現象を示し, 一時的に長くなる。写真 11 (c) にそれを示す。このような現象はごく一般的なものので円柱群に限らない。写真 12 (a)~(f) は比較的高い R_g における渦の発達を示す。流速が大きいのので, 物体と双子渦は大きく引き離されていることが分かる。写真 11 と 12 は $l/d_0=0.988$ の円柱群の流れを示す



(a) $t=3.60$ sec, $Ut/d=0.263$



(b) $t=19.0$ sec, $Ut/d=1.39$ (続)

(c) $t=121 \text{ sec}$, $Ut/d=8.83$ (d) $t=190 \text{ sec}$, $Ut/d=13.9$

写 真 11 比較的低いレイノルズ数における円柱列をすぎる出発流れ: $d=1.53 \text{ cm}$, $d_0=0.0810 \text{ cm}$, $l/d_0=0.988$, $U=0.112 \text{ cm/sec}$, $R_s=1.06$, $R_g=20.0$

が, より有孔度が増すと前方よどみ点もはっきり形成されないまま周期的渦列の形成が始まる. 写真 13 (a)~(f) はこのような場合で, $l/d_0=1.98$ である. ごく粗い表現ではあるが, 写真 12 と 13 に示されるような渦の時間的発達に定常流の分類(a)→(e)の配列の順序をたどっているといえる.

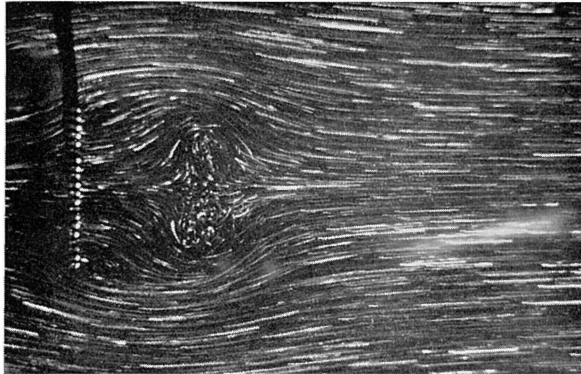
図 4 は有孔度のない平板と円柱列の端をまわる出発流れをモデル化して描いたものである. $t=0$ における平板の流れは局所的には z 平面において

$$w(z) = Az^{1/2}$$

で表わされる渦なし流れである. C は円柱のまわりの渦なしの流れの略図を示したものである. このようにたとえ l/d_0 の小さい円柱列の出発流れが平板のそれに類似しているとしても, それは比較的時間が経過してからのことである. 種子田と著者¹⁹⁾ は以前, 平板の出発流れを調べた. 写真 12 (a) と文献(19)の Fig. 11 (a) とを比較してみるとこの事情は明らかである. 平板では, 時間と共に渦層が両端部から流出してまきこむために流線が図(4 B)のように変形されて物体に付着した対称渦が発達する. 円柱列にお



(a) $t=0.250 \text{ sec}$, $Ut/d=0.120$



(b) $t=2.60 \text{ sec}$, $Ut/d=1.25$



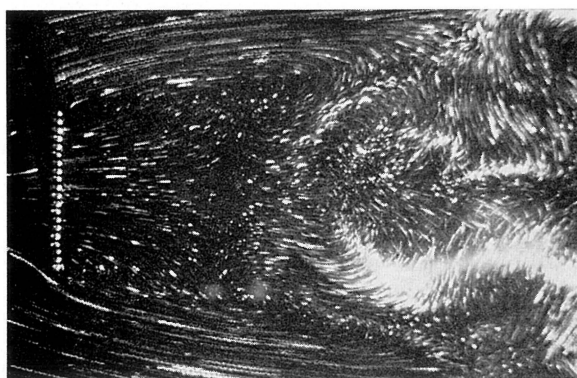
(c) $t=4.95 \text{ sec}$, $Ut/d=2.37$ (続)



(d) $t=8.00 \text{ sec}$, $Ut/d=3.83$

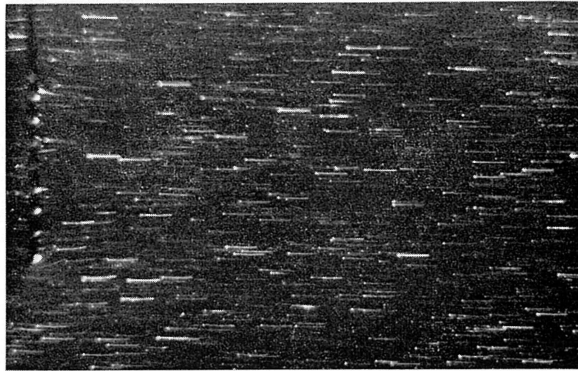


(e) $t=11.4 \text{ sec}$, $Ut/d=5.44$

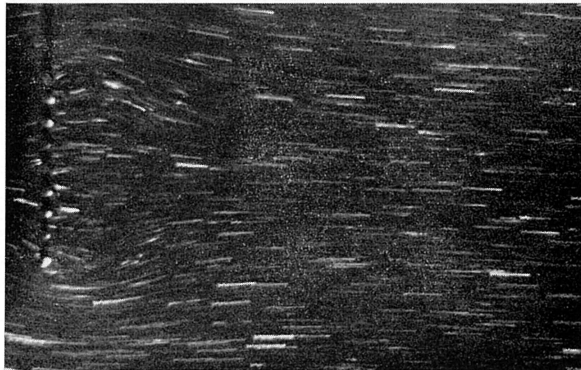


(f) $t=18.9 \text{ sec}$, $Ut/d=9.03$

写 真 12 比較の高いレイノルズ数における出発流れ: $d=3.14 \text{ cm}$, $d_o=0.0810 \text{ cm}$, $l/d_o=0.988$, $U=1.50 \text{ cm/sec}$, $R_s=12.1$, $R_g=468$



(a) $t=0.100$ sec, $Ut/d=0.0214$



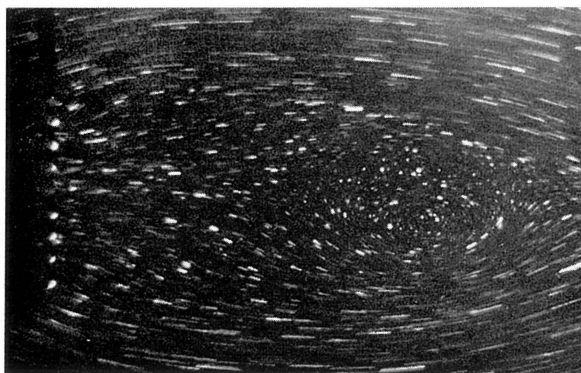
(b) $t=2.50$ sec, $Ut/d=0.534$



(c) $t=5.20$ sec, $Ut/d=1.11$ (続)



(d) $t=11.1 \text{ sec}$, $Ut/d=2.37$



(e) $t=21.0 \text{ sec}$, $Ut/d=4.49$



(f) $t=86.9 \text{ sec}$, $Ut/d=18.6$

写 真 13 有孔度の大きな円柱列をすぎる出発流れ: $d=2.01 \text{ cm}$, $d_o=0.0810 \text{ cm}$,
 $l/d_o=1.98$, $U=0.429 \text{ cm/sec}$, $R_s=4.03$, $R_g=100$

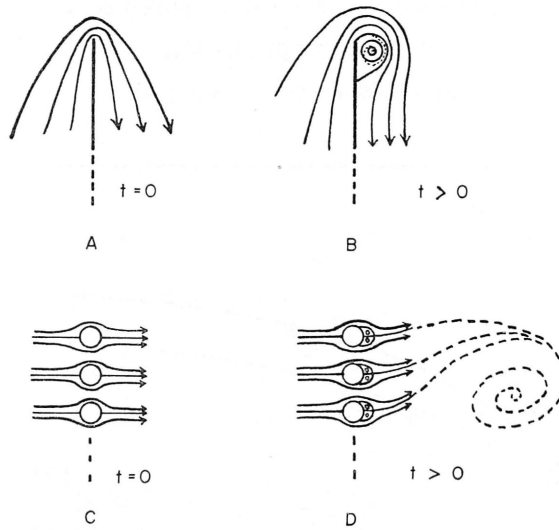


図 4 平板と円柱列の出発流れの比較



写真 14 電解色素法による出発流れ: $d=1.40$ cm, $d_o=0.200$ cm, $l/d_o=0.500$,
 $U=1.00$ cm/sec, $R_s=21.4$, $R_g=150$, $t=6.80$ sec, $Ut/d=4.86$

いては, $t>0$ では境界層が発達してくると流れの閉塞が始まり, そこで初めて円柱列は平板に近づくことになる. 写真 14 に示すように各円柱から流出した渦層が干渉しあい, まきこんで双子渦が形成される. 本実験では一般に R_s が小さいので, 図 4 D に示すような各単円柱の双子渦は直接に観測されていない. もし $R_s \gg 40$ になれば各単円柱からの周期的渦の放出が始まる. Castro の実験は, 円柱列で

はないが、そのような R_s の領域と関連していると思われ、平均速度場でみると単独円柱の伴流が R_s による変化を行なっても、低 R_s 領域での巨視的な流れ場と類似の状況が実現されうることを示唆している。この可能性がまた実用的見地からの興味をひきおこすのである。

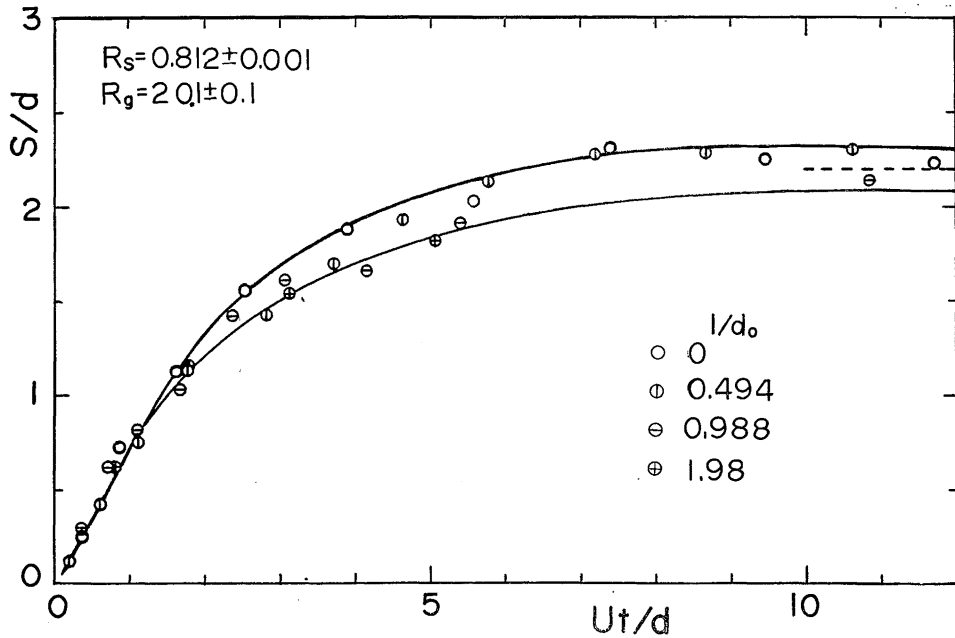


図 5 後方岐点の時間的移動

図5は $R_g=20.1$ において双子渦の後方よどみ点と物体との距離を時間に対してプロットしたものである。 $Ut/d \rightarrow \infty$ における s/d の定常値は図の右端に点線で示されている。 l/d_0 が大きいほど s/d は小さい傾向にあるが、あまり大きな差はなく、特に運動の初期においては各点は1つの曲線の上に乗っている。

図6はこれを対数グラフにプロットしなおしたものである。先にのべた平板に関する論文¹⁹⁾において、著者達は平板の双子渦の長さの時間的発達に対する経験的な式

$$s/d = 0.89(Ut/d)^{2/3} \quad (10)$$

を得た。ただし、(10)式は渦の発達の中間的段階で成立するものであった。図5と6における s は渦の正味の長さでなく、先に述べたように、双子渦の後方岐点と物体との距離であるが、これがほぼ(10)式の表わす%の傾きをもった直線上に中間段階で一致する。もっとも $Ut/d < 1$ ではむしろ s/d は Ut/d に比例しているように見える。一般には R_g や l/d_0 があまり大きくないと s/d の大きさは通常の $l=0$ 平板の渦の長さとは大差ないことが分かる。このことは円柱列後方の孤立した渦の正味の長さが孔を通りぬけた一般流のために流れ方向に押し縮められた形になることを示している。孤立渦は左右対称であるが、前方からのみ押し縮められるために前方は鈍頭形になり前後非対称となっている。

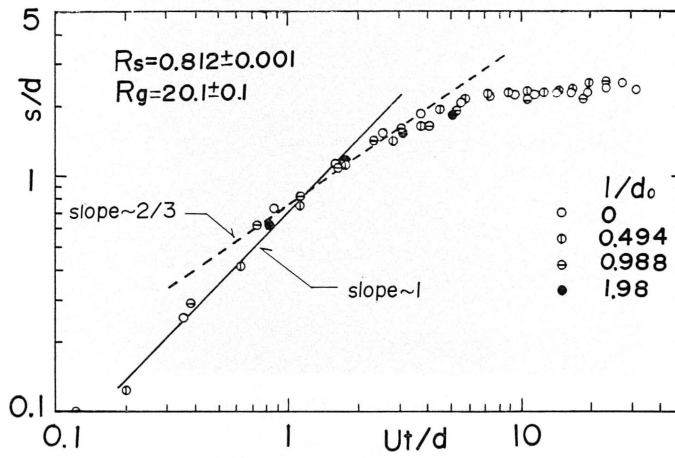
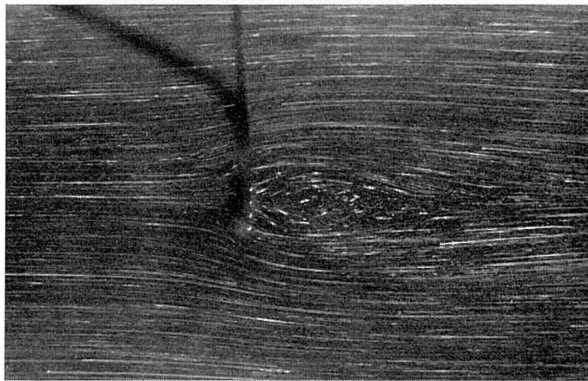
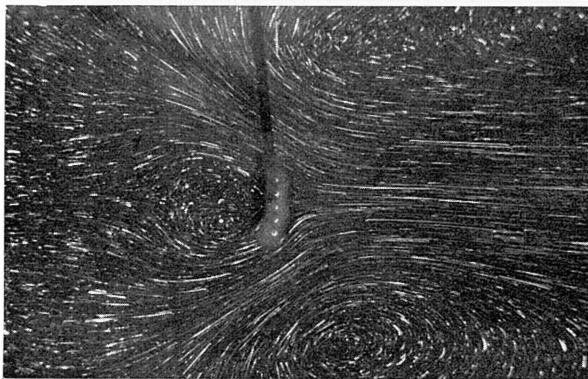


図 6 後方岐点の動きの対数的時間依存

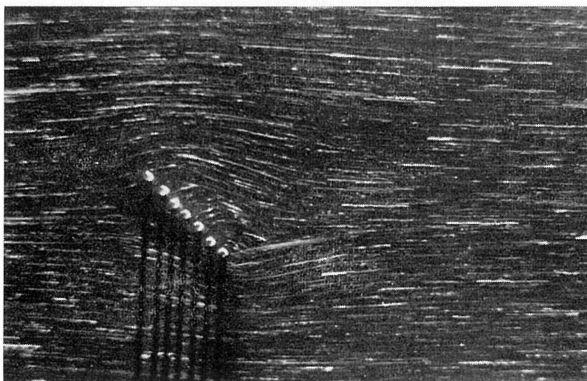


(a) 停止前の定常流

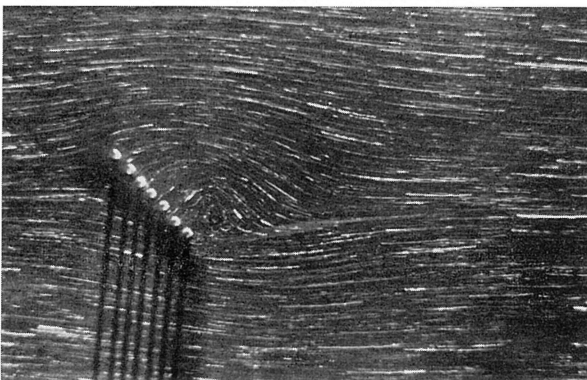


(b) 停止後の非定常逆流

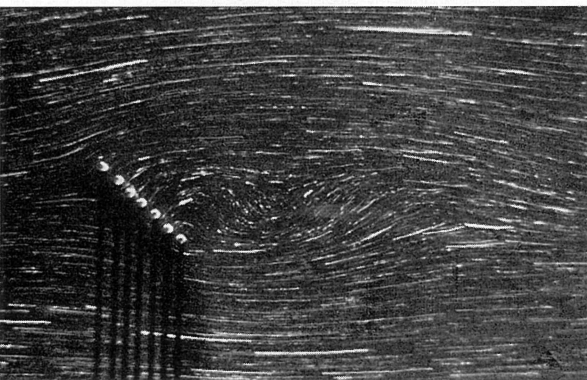
写真 15 急停止した円柱列の周りの流れ: $d=1.05$ cm, $d_0=0.0810$ cm, $l/d_0=1.98$, $U=0.263$ cm/sec, $R_s=2.11$, $R_g=27.2$



(a) $t=3.70$ sec, $Ut/d=0.606$



(b) $t=9.00$ sec, $Ut/d=1.47$



(c) $t=28.6$ sec, $Ut/d=4.68$ (続)

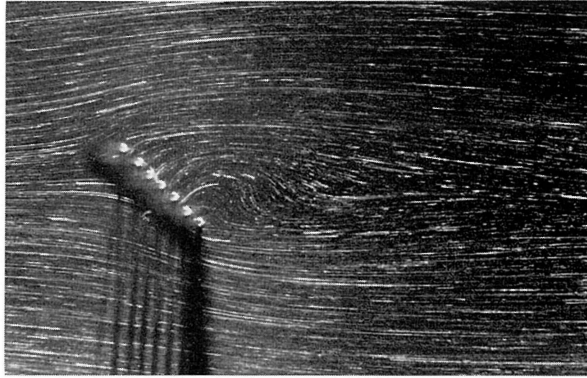
(d) $t=94.0 \text{ sec}$, $Ut/d=15.4$

写真 16 45°円柱列をすぎる出発流れ: $d=1.53 \text{ cm}$, $d_o=0.0810 \text{ cm}$,
 $l/d_o=1.98$, $U=0.250 \text{ cm/sec}$, $R_s=2.11$, $R_g=39.8$

著者²⁷⁾は以前円柱の急停止に伴うその周りの渦の応答を調べて報告した。写真 15 は定常的に運動していた物体(a)を同じように急停止させたときの直後の流れ模様(b)を示す。(a)においてははっきりとした双子渦は見られないにもかかわらず、(b)においては円柱前方に新しく対称な双子渦の形成が始まっていることが分かる。文献²⁸⁾と比較すれば、(b)の流れ模様が定性的には単円柱のそれと同様であることが見られる。

写真 16 は 45°の傾きをもった円柱列のまわりの出発流れを示す。ここでは閉流線領域は形成されていない。一様流の変形は途中の(c)の段階で最も大きいように見える。写真 17 は渦対ができている場合を色素を含めて可視化したものである。色素は 3 点(両端と中央右寄り)から下流側へ流出していることが分かる。

写真 18 は静止流体に固定した座標から出発流れを見たものである。(a)はほとんど $t=0$ における流れ

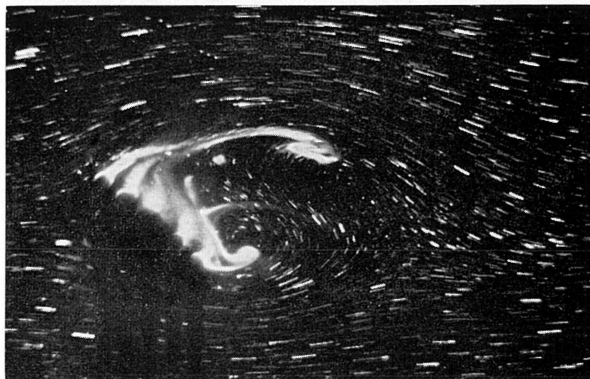
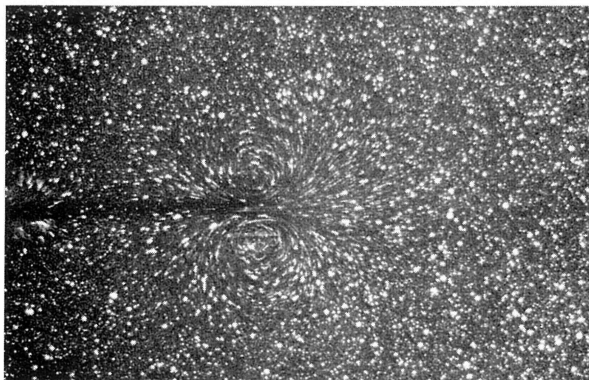
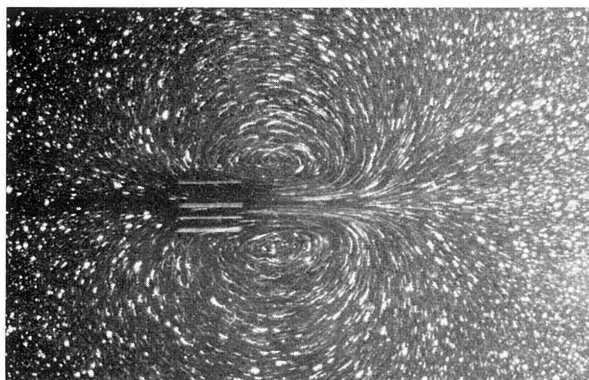
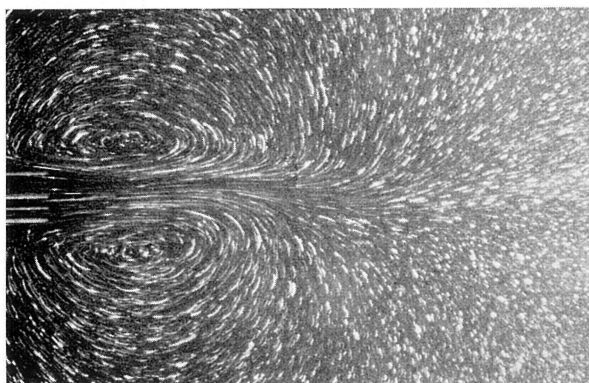


写真 17 45°円柱列をすぎる出発流れ(流線が閉じる場合): $d=1.80 \text{ cm}$, $d_o=0.200$,
 $l/d_o=1.00$, $U=0.272 \text{ cm/sec}$, $R_s=5.91$, $R_g=53.2$, $t=21.1 \text{ sec}$,
 $Ut/d=3.19$

(a) $t=0.550 \text{ sec}$, $Ut/d=0.378$ (b) $t=7.80 \text{ sec}$, $Ut/d=5.36$ (c) $t=16.4 \text{ sec}$, $Ut/d=11.2$

写 真 18

無限遠において流体が静止している座標系から見た出発流れ: $d=1.40 \text{ cm}$,
 $d_0=0.200 \text{ cm}$, $l/d_0=0.500$, $U=0.962 \text{ cm/sec}$, $R_s=19.2$, $R_g=135$

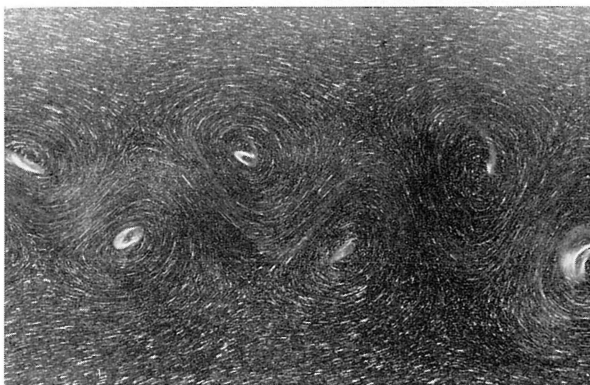
模様で doublet の形成を示す。(b)→(c)と時間がたつにつれて粘性のために渦中心を結ぶ線と物体との位置はずれてくる。(c)から後は周期的渦列が見られるようになる。

5. 周期的渦列の形成

R_g の値が大きくなる円柱列をすぎる流れにおいても周期的渦列が形成される。写真 19 および 20 はその例を示す。写真 19 は比較的 l/d_0 が小さい場合、写真 20 は l/d_0 が大きい場合である。写真 19 (b) は(a)の直後の渦列を示す。 l/d_0 が小さければ物体の直後から渦列が形成されて行く。 l/d_0 が大きいときには物体の直後には、写真 20 (a)に見られるように周期的構造は現われず、層流タイプの伴流が作られる。しかし、物体から下流側へ遠く離れると伴流の不安定性のために明瞭な渦列が形成される。写真 20 (b)は(a)から約 $20d$ ほど下流側の状況であり、ここでは渦列が完全に周期的に形成されているのが見られる。

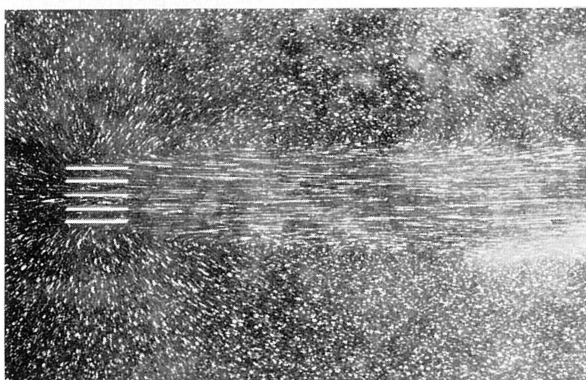


(a) 物体の直後の渦列



(b) 上に続く後方の渦列

写真 19 l/d_0 が比較的小さいときの渦列の形成: $d=1.40$ cm, $d_0=0.200$ cm,
 $l/d_0=0.500$, $U=0.285$ cm/sec, $R_g=6.21$, $R_g=43.4$



(a) 物体直後の周期性のない伴流

(b) $21d$ 程下流側の周期性の明らかな渦列

写真 20 l/d_0 が比較的大きいときの渦列の形成: $d=2.28$ cm, $d_0=0.200$ cm,
 $l/d_0=1.06$, $U=0.886$ cm/sec, $R_s=18.1$, $R_g=206$

図 7 は熱線による渦列の波形である。図 8 は R_g , R_s , および l/d_0 を固定し、熱線の位置を下流側へ移動してストローハル数 $S (=fd/U; f$ 渦列振動数) を測定した結果を示す。ここでは x を物体から下流側へ測った長さとして、 $x/d=6$ 付近まで周期性が認められない。 $x/d=0\sim6$ の領域を Schaefer と Es-kinazi²⁸⁾ にしたがって渦形成領域 (vortex formation region) と呼ぼう。図 9 は同一モデルを用いて R_g を変えて (従って R_s も変わる) S を測定した結果を示す。黒丸は $l=0$ 円柱群による測定結果を示

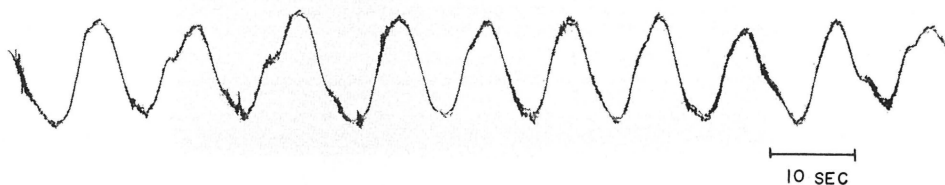


図 7 渦列の波形: $d=1.05$ cm, $d_0=0.0810$ cm, $l/d_0=0.988$, $U=0.681$ cm/sec,
 $R_s=5.64$, $R_g=72.9$, $x=6d$

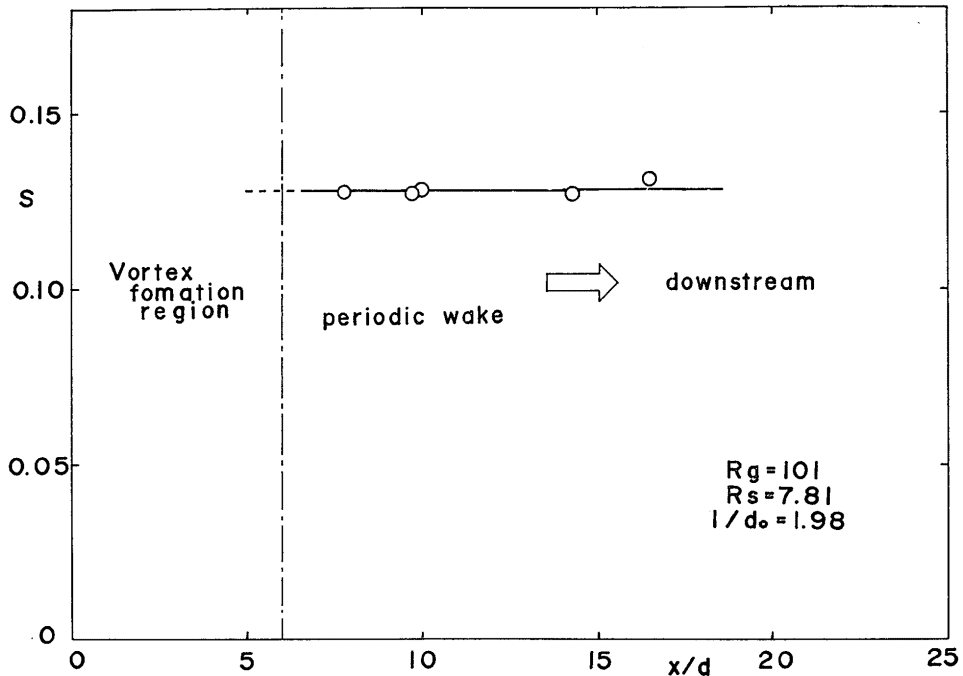


図 8 ストロークハル数の物体からの距離による変化

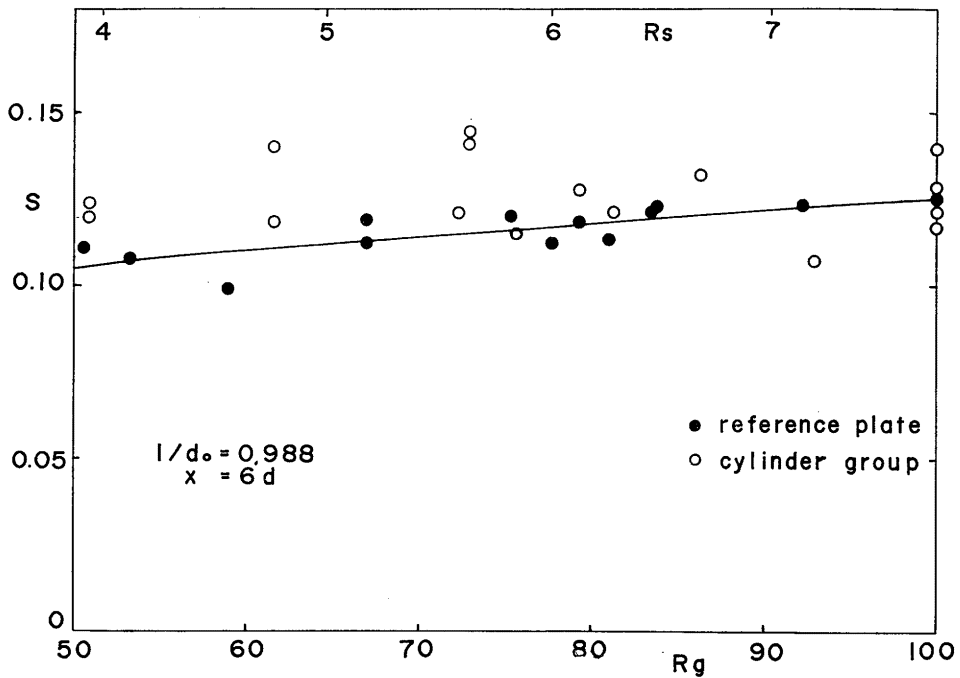
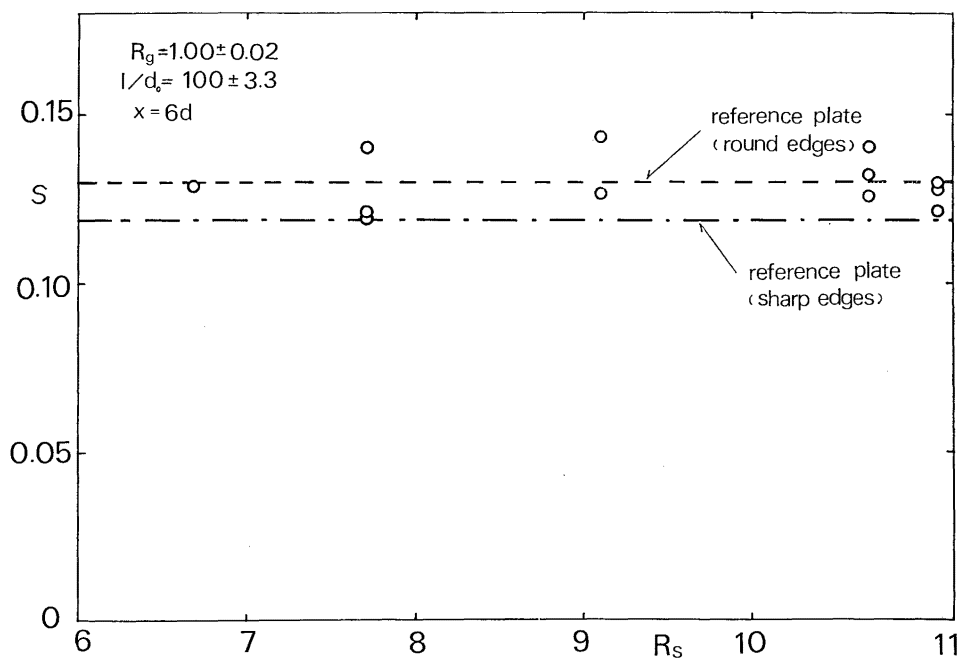
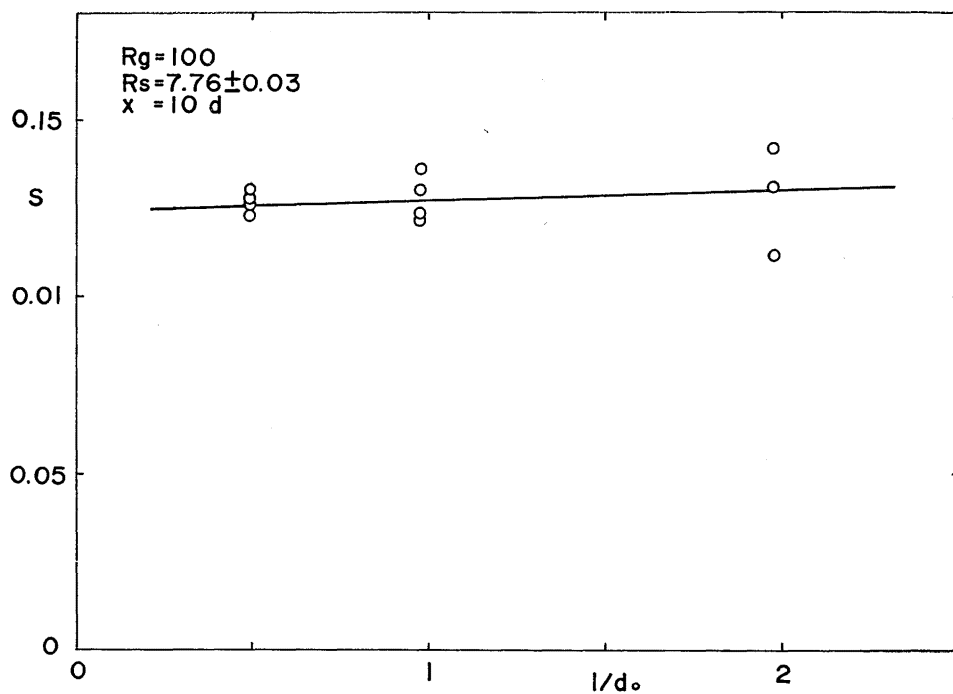


図 9 ストロークハル数のレイノルズ数依存

図 10 ストロール数の R_s 依存図 11 ストロール数の l/d_0 依存

す. $l \approx 0$ 円柱群による S が若干大きいようにみえる. $l/d_0 \sim 1$ での R_g 依存例は図 10 に示されている. R_g による変化はほとんど無いように思われる. S が porosity によって受ける効果の例は図 11 に示されている. l/d_0 が増すとわずかに S が増しているが, S の値が一定しなくなる傾向がある.

S に対しては伴流の幅が決定的である. 従って S は攪乱された幅, すなわち円柱群の幅 d で決定される要素が大きく l/d_0 が少くとも低 R_g 領域ではあまり大きく影響していないようにみえる. なお, Castro は $\beta > 0.4$ では渦列が観測されないとしている. 他方, 写真 20 に掲げるモデルは $\beta > 0.4$ である. したがって, Castro の結論はここでは当てはまらない (もっとも R_g は異なるし, モデルの形状も異なる). 写真 20 の場合にしても, (a) の範囲内で測定しても伴流の周期的構造は検出されないわけである.

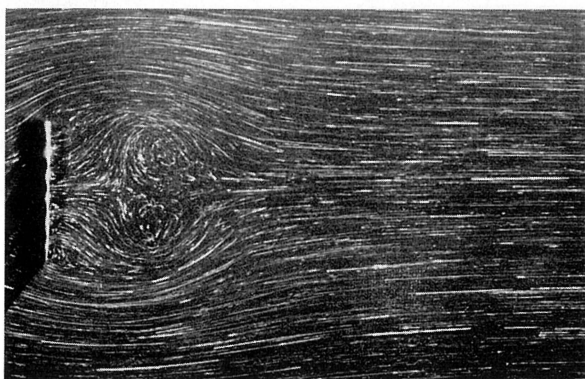
6. 有孔平板をすぎる出発流れ

静止から一定の加速度で一定の速度まで急に加速された有孔平板の周りの流れも調べられた. この場合のみ実験装置としては文献 (19) の中に述べた長さ 5 m の水槽が用いられた. 有孔平板は厚さ 0.1 cm の黄銅板に丸い小孔をたくさん開けたものである. このような物体ではモデルの外形は 2 次元的, pore geometry は 3 次元的である.

写真 21 は, $t=0$ において運動が開始されてから, 周期的渦列が形成されるまでの様子を示す. 有孔平板の非定常流も円柱列のそれと定性的にはほとんど変わらないことが分かる. ただ, この場合, 平板の両端背部に局所的な小さな渦が形成されているように見える. このような局在した 2 次的渦は種子田と著者²⁹⁾ によって円柱をすぎる非定常出発流れの中に見出されており, またその後平板 ($l=0$) では存在しないことが確かめられていたものである. 写真 22 はそのクローズアップの 1 例を示すが, 3 次元のジェット流のために乱れが大きくて円柱のそれほど明瞭ではない. 高い R_g の円柱列の流れを示す写真 12 にもその萌芽らしきものが見られる. この存在が pore geometry に依存するか否か調べることは今後の問題である.



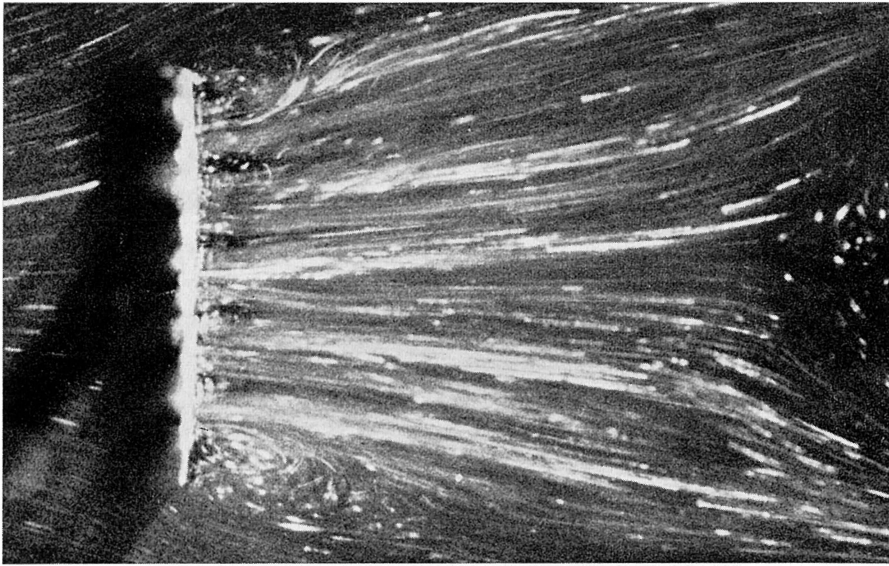
(a) $t=4.04$ sec, $Ut/d=0.561$ (続)

(b) $t=10.6 \text{ sec}$, $Ut/d=1.47$ (c) $t=34.2 \text{ sec}$, $Ut/d=4.75$ (d) $t=72.2 \text{ sec}$, $Ut/d=10.0$

写 真 21

たくさんの丸い孔の開いた平板をすぎる出発流れ: $d=3.00 \text{ cm}$, 長さ = 23.1 cm , 厚さ 0.100 cm , 孔の直径 0.500 cm (100 個) および 0.300 cm (105 個), $\beta=0.430$, $U=0.417 \text{ cm/sec}$, $R_g=121$

写真 23 は出発後 37.0 sec 経過したとき急に第 2 の速度へ加速したときの流れ模様の変化を示す。加速直後(b)に見られるように、双子渦は下流側に吹き流され、(c)→(d)と新たに双子渦の形成が始まる。このような流れも単円柱の場合については種子田と著者³⁰⁾によって調べられたが、定性的には同じような現象が実現されている。すなわち、加速に際してポテンシャル流れの重ね合わせが行なわれ、その後に新しい粘性流が発達する。



写 真 22 有孔平板（写真21のモデルに同じ）両端背部に現われた局所的な渦： $U=1.16$ cm/sec, $t=16.6$ sec, $R_g=332$, $Ut/d=6.43$



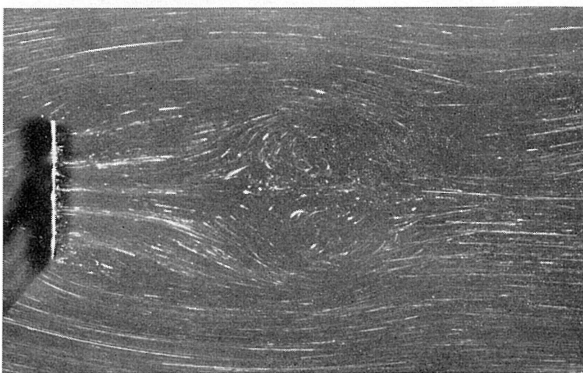
(a) 加速前の双子渦： $U_1=0.620$ cm/sec, $R_{g1}=179$ (続)



(b) 加速直後の流れ: $U_2 = 1.04 \text{ cm/sec}$, $R_{g2} = 300$,
 加速度 $= 4.75 \text{ cm/sec}^2$, $t = 2.50 \text{ sec}$, $U_2 t/d = 0.867$



(c) $t = 7.50 \text{ sec}$, $U_2 t/d = 2.60$



(d) $t = 12.5 \text{ sec}$, $U_2 t/d = 4.33$

写 真 23 運動途中で加速された有孔平板（写真21のモデルに同じ）をすぎる流れの変化

7. お わ り に

有限幅の円柱列の後の伴流の諸相を多くの流れ模様の例を示しながら述べてきた。先の論文²³⁾に与えた定量的諸結果はここでは割愛した。得られた主な結果は以下の通りである。

(1) 定常流はよどみ点の数を参考にして表1に示す5つのタイプに分類される。そのいずれが実現されるかは3つのパラメータ R_s, R_g , および l/d_0 による。実験範囲内においては(a)→(e)に向う方向は, R_s : 大→小, R_g : 小→大, l/d_0 : 大→小の方向である。

(2) $10 \leq R_g \leq 40$ において, 物体から離れて下流側に対称な双子渦(表1のタイプC)が形成される。

(3) 非定常出発流れにおいては, $t=0$ では円柱列をすぎるポテンシャル流れが実現され, $t>0$ では渦領域が物体に直接接しない点を除けば時間と共に平板の出発流れに近づく。

(4) $R_g=20$ において渦発達の中段階においては $s/d \propto (Ut/d)^{2/3}$ が成り立っている。

(5) 円柱列の後方においても R_g が ($R_s, l/d_0$ の実験範囲内で) 40 の程度をこえると周期的渦列が形成されるが, 実際に周期性が観測されはじめる点の物体からの距離は l/d_0 が大きいほど長くなる。

(6) 渦列の形成周期は l/d_0 と共にわずかに増す。

(7) 有孔平板をすぎる出発流れも定性的には円柱列のそれと同じである。平板両端背部に局所的渦の萌芽が観測される。

物体からかなり離れて対称的な閉じた流線領域が形成されることは, それ自身興味ある現象であるが, なお流れが R_s にも依存することは実用的立場からもいくつかの問題を提起する。例えば実用規模の現象のシミュレーションを実験室内のモデルで行なう場合, そのモデルの微細な構造が問題となる可能性がある。もっとも, porosity が十分一様に統計的に分布しているような理想的な場合には例えば1個のパラメータ β でよいであろう。

謝 辞

この研究の間, 貴重な助言とご指導をいただいた種子田定俊教授, ならびにいくつかの示唆を与えられた岡部淳一教授と中村泰治教授に深く感謝する次第です。なお, この研究を行なうにあたっては, 文部省科学研究費の援助を受けました。

参 考 文 献

- 1) Morkovin, M. V., Flow around Circular Cylinder-A Kaleidoscope of Challenging Fluid Phenomena, *ASME Symposium on Fully Separated Flows*, 1964, pp. 102-118.
- 2) Carpenter, L. H., On the Motion of Two Cylinders in an Ideal Fluid, *J. Res. N. B. S.*, Vol. 61, No. 2, 1958, pp. 83-87.
- 3) Kawaguti, M., The Flow of a Perfect Fluid around Two Moving Bodies, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 19, No. 8, 1964, pp. 1409-1415.
- 4) Dalton, C. & Helfinstine, R. A., Potential Flow Past a Group of Circular Cylinders, *J. Basic Eng.*, Tr. ASME, Dec. 1971, pp. 636-642.
- 5) Kuwabara, S., The Forces Experienced by Two Circular Cylinders in a Uniform Flow at Small Reynolds Numbers, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 12, No. 3, 1957, pp. 291-299.
- 6) Kuwabara, S., The Forces Experienced by Two Elliptic Cylinders in a Uniform Flow

- at Small Reynolds Numbers, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 13, No. 5, 1958, pp. 507-519.
- 7) Imai, I., A new method of solving Ossen's equations and its application to the flow past an inclined elliptic cylinder, Proc. Roy. Soc. A **224**, 1054, pp. 141-160.
 - 8) Zdravkovich, M. M., Smoke observations of the wake of a group of three cylinders at low Reynolds number, J. Fluid Mech., Vol. 32, Pt. 2, 1968, pp. 339-351.
 - 9) 松井辰弥・近藤純一, 流れに垂直な平面内に置かれた平行 2 円柱の伴流, 日本物理学会1971年春の分科会予稿集, 1971, p. 217.
 - 10) Tamada, K. & Fujikawa, H., The Steady Two-Dimensional Flow of Viscous Fluid at Low Reynolds Numbers Passing Through an Infinite Row of Equal Parallel Circular Cylinders, Quart. J. Mech. Appl. Math., Vol. 10, Pt. 4, 1957, pp. 425-432.
 - 11) Miyagi, T., Viscous Flow at Low Reynolds Numbers past an Infinite Row of Equal Circular Cylinders, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 13, No. 5, 1958, pp. 493-496.
 - 12) Hutson, V., The Stokes Flow past an Infinite Row of Equal, Parallel, Circular Cylinders, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 27, 1969, p. 1693.
 - 13) Gran Olsson, R., Geschwindigkeits-und Temperaturverteilung hinter einem Gitter bei turbulenter Strömung, ZAMM, Bd. 16, Ht. 5, 1936, pp. 256-274.
 - 14) Edler v. Bohl, J. G., Das Verhalten paralleler Luftstrahlen, Ing. Archiv, Bd. XI, 1940, pp. 295-314.
 - 15) Parker, R., Resonance Effects in Wake Shedding from Parallel Plates: Calculation of Resonant Frequencies, J. Sound Vib., Vol. 5, No. 2, 1967, pp. 303-343.
 - 16) Parker, R., Resonance Effects in Wake Shedding from Compressor Blading, J. Sound Vib., Vol. 6, No. 3, 1967, pp. 302-309.
 - 17) Parker, R. & Griffiths, W. M., Low Frequency Resonance Effects in Wake Shedding from Parallel Plates, J. Sound Vib., Vol. 7, No. 3, 1968, pp. 371-379.
 - 18) Taneda, S., Standing Twin-Vortices behind a Thin Flat Plate Normal to the Flow, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. XVI, No. 54, 1968, pp. 155-163.
 - 19) Taneda, S. & Honji, H., Unsteady Flow past a Flat Plate Normal to the Direction of Motion, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 30, No. 1, 1971, pp. 262-272.
 - 20) Fage, A. & Johansen, F. C., On the Flow of Air behind an Inclined Flat Plate of Infinite Span, Proc. Roy. Soc., A **116**, 1927, pp. 171-197.
 - 21) Taylor, G. I., Air Resistance of a Flat Plate of Very Porous Material, Aero. Res. Council. R. & M. No. 2236, 1944, pp. 1-4.
 - 22) Castro, I. P., Wake characteristics of two-dimensional perforated plates normal to an air-stream, J. Fluid Mech., Vol. 46, Pt. 3, 191, pp. 599-609.
 - 23) Honji, H., Viscous Flows past a Group of Circular Cylinders, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 34, No. 3, 1973.
 - 24) Plandtl, L. & Tietjens, O. G., *Fundamentals of Hydro-and Aeromechanics*, Dover, 1957, pp. 210-211.
 - 25) Landau, L. D. & Lifshitz, E. M., *Fluid Mechanics*, Pergamon, 1959, pp. 74-75.
 - 26) Beran, M. J., *Statistical Continuum Theories*, Interscience, 1968, pp. 257-310.
 - 27) Honji, H., The Response of Vortices to Impulsive Motions of a Circular Cylinder, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. XVIII, No. 61, 1970, pp. 61-68.
 - 28) Schaefer, J. W. & Eskinazi, S., An Analysis of the vortex street generated in a viscous fluid, J. Fluid Mech., Vol. 6, 1958, pp. 241-260.
 - 29) Honji, H. & Taneda, S., Unsteady Flow past a Circular Cylinder, J. Phys. Soc. Japan, Vol. 27, No. 6, 1969, pp. 1668-1677.
 - 30) Honji, H. & Taneda, S., Time-Dependent Flow around a Circular Cylinder Accelerated Uniformly from One Steady Speed to Another, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Vol. XVII, No. 59, 1969, pp. 187-193.